

VISUALIZANDO FUNCIONES POLINOMIALES A TRAVÉS DE LAS FAMILIAS $\sin(nx)$ y $\cos(nx)$

Claudio Fuentealba A; Ruth Galindo N; Carlos Silva C

Universidad De Santiago; Universidad Mayor; Universidad de Playa Ancha
fuatealbac@netscape.net ; galindonavarro@yahoo.es ; csilva@upa.cl Chile
Experiencia de aula E. Media. Superior

En esta experiencia se explora el papel que puede tener la tecnología en la aproximación a cierto tipo de funciones mediante una familia trigonométrica finita.

Se quiere enseñar como aproximar un polinomio mediante funciones $\sin(nx)$ y $\cos(nx)$, tema que presenta gran dificultad, puesto que la primera es función fija y las segundas son dinámicas, según sea el número de sumandos a considerar para la aproximación. El estudio de funciones contempla polinomios mónicos de la forma $\{1, x^n, n \in \mathbb{N}\}$.

Una manera de darle un sentido al estudio de las funciones seno y coseno de manera intuitiva y experimental, es utilizándolas en aproximaciones, dándole vida a estos objetos como un todo en estudio, puesto que la tecnología permite hacer análisis en una gran variedad de casos diferentes, pudiendo interpretar y concluir que dichas aproximaciones son válidas en todo conjunto cerrado del dominio. (Artigue, 1998)

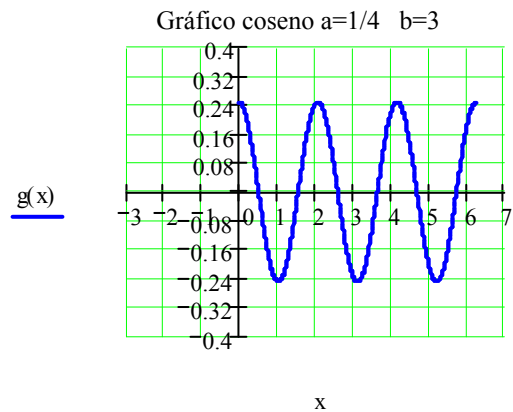
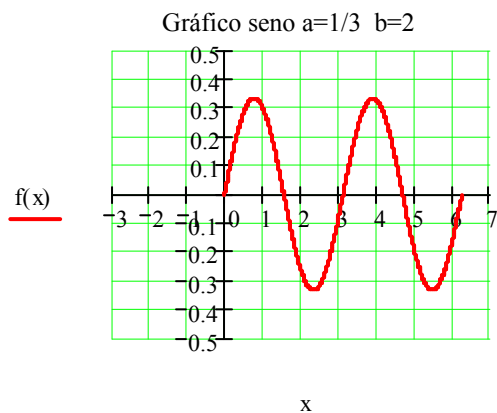
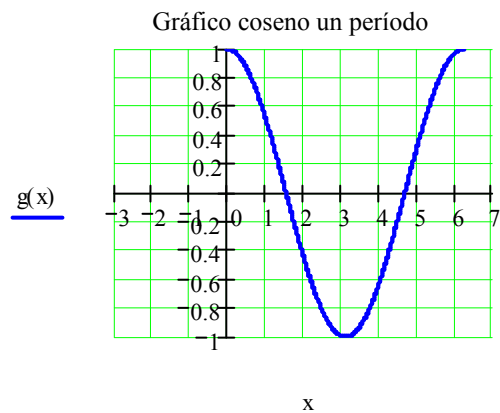
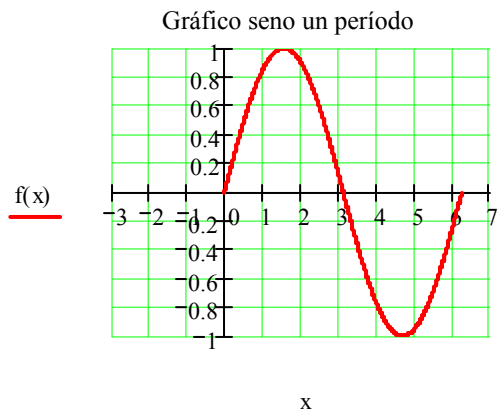
Este trabajo se realizó con veinte alumnos de la carrera de Ingeniería en informática, que tienen aprobado el primer semestre, es decir, ya cursaron Álgebra y Cálculo diferencial.

Previamente, respondieron a un instrumento que orienta esta experiencia y en la que se obtuvo la siguiente información:

Las imágenes cotidianas asociadas al término “aproximación” que portan, están referidas a contextos de distancia, tiempo, dinero, edad, medida, peso, temperatura, de entre otras, por ejemplo “la calle queda cerca de...”, “tres coma noventa y cinco es cuatro” (¡apruebo el curso!), redondeo de cifras numéricas, etc. En situaciones matemáticas, el término “aproximación” lo asocian al cálculo de áreas, volúmenes, cálculo de raíces y medida de ángulos. También hacen referencia a comparaciones de cantidades.

En sus respuestas en este instrumento, no hubo mención a ejemplos en torno a la noción de límite como aproximación, evidenciando la no asociación de límite algebraico a una aproximación visual a una gráfica.

Se comienza con el estudio de las funciones $f(x) = a \sin(bx)$, $g(x) = a \cos(bx)$, analizando las ondas producidas según la variación de los parámetros a y b , con el objeto de recordar características de estas ondas tales como amplitud y periodicidad.

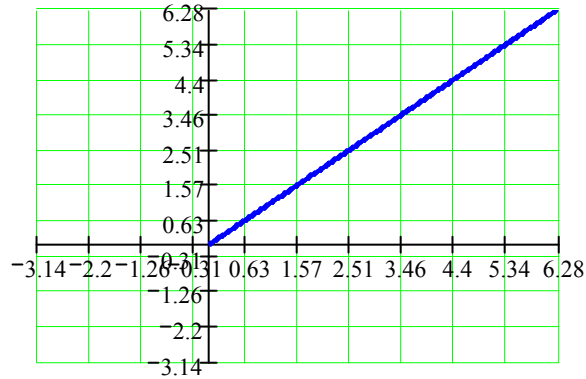


La aproximación a graficar corresponde a $s_n(x) = a_0 + a_1 \cos(x) + a_2 \cos(2x) + \dots + a_n \cos(nx) + b_1 \sin(x) + b_2 \sin(2x) + \dots + b_n \sin(nx)$ en que los coeficientes a_n y b_n deben ser determinados a partir de la función que se quiera aproximar.

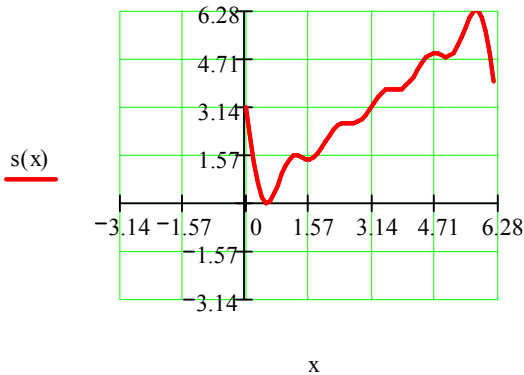
Una de las preguntas del instrumento mencionaba la posibilidad de aproximar funciones mediante otras y las respuestas de los alumnos iban desde la factibilidad hasta la incredulidad ya que “nunca habían visto este tipo de situaciones, por lo que estaban expectantes en el trabajo de laboratorio que realizarían.

Se continua este taller con gráficos de funciones polinomiales lineales y cuadráticas.

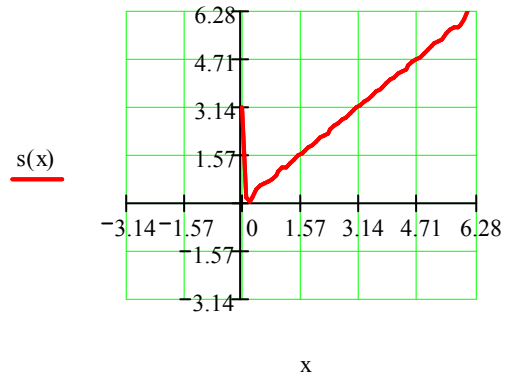
Gráfico $f(x)=x$



— Polinomio $f(x)=x$

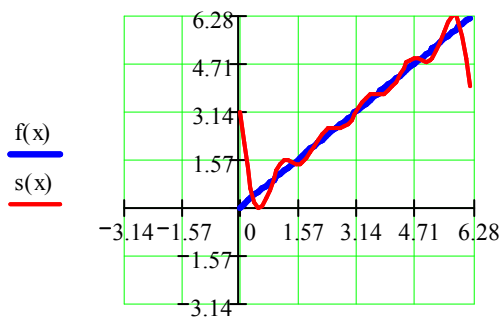


— Aproximación con $s(x;5)$

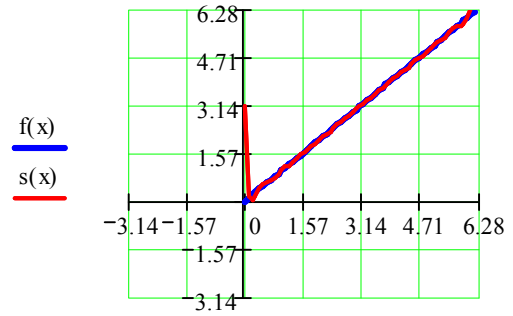


— Aproximación con $s(x;50)$

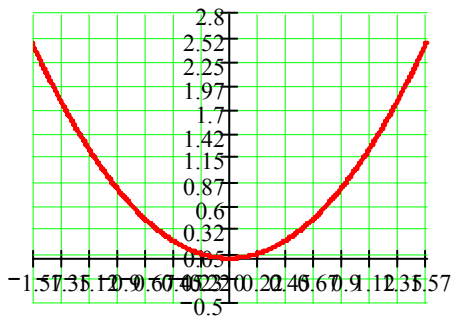
Posteriormente, se grafica la función polinomial por aproximar y en otro gráfico una suma finita de la familia trigonométrica antes descrita, con el objeto que en una ventana común a ambas, se pueda visualizar el comportamiento gráfico de la aproximación a través de la animación generada con un software adecuado de dicha familia que resuelve la problemática.



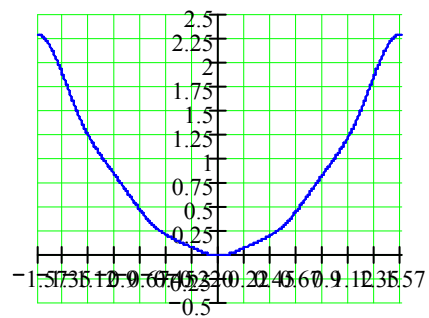
— función $f(x)=x$
— Aproximación con $s(x;50)$



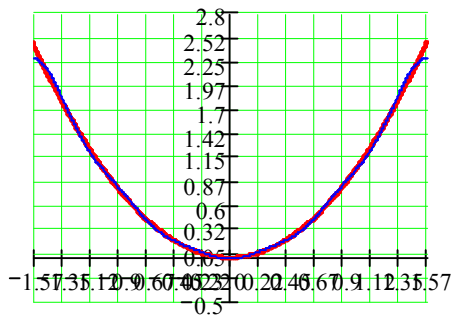
— función $f(x)=x$
— Aproximación con $s(x;50)$



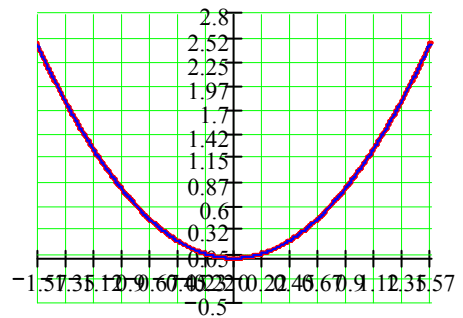
— Función cuadrática $f(x)$



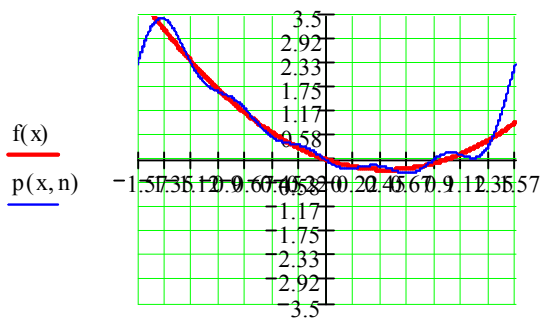
— Aproximación $s(x,5)$



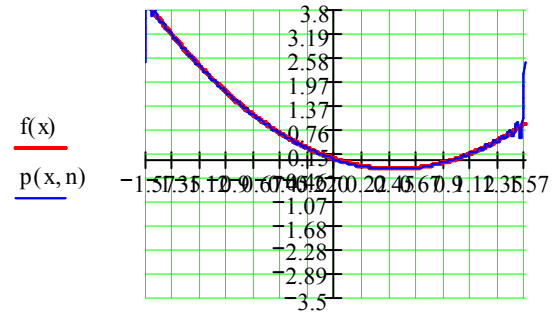
— Función cuadrática $f(x)$
— Aproximación $s(x,5)$



— Función cuadrática $f(x)$
— Aproximación $s(x,50)$



— Polinomio grado 2
 — Aproximación $s(x,5)$



— Polinomio grado 2
 — Aproximación $s(x,50)$

Finalmente, el alumno argumenta la factibilidad de la aproximación y que, a medida que crezca el valor de n en la suma de la combinación lineal, mejor aproximación se obtendrá para el polinomio en estudio.

Bibliografía

- Artigue, Michèle (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? Relime Vol. 1, Núm. 1, marzo pp.40-55
- Tall, David (1991) Intuition and rigour: the roles of visualization in the calculus. Mathematic Education Research. Centre University of Warwick U.K
- Fuentealba C; Galindo R. (2004) Visualización de convergencia uniforme. Actas XII Jornadas de Educación matemática, noviembre pp.72-73
- Fuentealba C; Galindo R; Silva C.(2004). El software educativo en la enseñanza del Cálculo. Rechiem Vol 1, noviembre pp. 82- 86