

EL CAMPO DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVO EN EL ÚLTIMO CURSO DEL PRIMER CICLO BÁSICO Y EL PRIMER CURSO DEL SEGUNDO CICLO: UNA EXPLORACIÓN A NIVEL CURRICULAR Y FÁCTICO

Paula Olgún, Lorena Inostroza, Lorena Espinoza, Joaquim Barbé, Grecia Gálvez,
Raimundo Olfos
Universidad de Santiago de Chile - Grupo Klein

1. Introducción

El trabajo de investigación que presentamos pretende caracterizar la enseñanza y el aprendizaje del Campo de Problemas Multiplicativo, en el último año del primer ciclo de Educación Básica y el primer año del segundo ciclo. Este trabajo se inscribe dentro de un proyecto de investigación más amplio que aborda el problema del escaso nivel de aprendizaje matemático que logran los estudiantes de Educación Básica, problema que si bien si inicia en 1° ciclo, se ve agravado en 2° ciclo.

La investigación se enmarca en la corriente del Enfoque Epistemológico en Didáctica de las Matemáticas, iniciado por Guy Brousseau en la década de los 70. Este enfoque se construye a partir de la Teoría de Situaciones de Guy Brousseau, que actúa como núcleo generador del paradigma, y de los aportes de Yves Chevallard (Transposición didáctica; Teoría Antropológica de lo didáctico), Michèlle Artigue (Reproductibilidad de situaciones), Régine Douady (Teoría Herramienta-Objeto), y de otros autores.

Nuestra propuesta de investigación considera a la didáctica de las matemáticas como la «ciencia de las condiciones de creación y difusión de los conocimientos matemáticos útiles a los hombres y a sus instituciones», (Brousseau, 1994). A partir de esta concepción teórica, la problemática didáctica debe incorporar en sus análisis el cuestionamiento de los conocimientos matemáticos tal cual son reconstruidos en las instituciones de enseñanza, y su correspondiente proceso de *transposición didáctica* para ser enseñados (Chevallard, 1985). Estos análisis requieren de un modelo epistemológico del conocimiento matemático, que sirva como referencia.

La noción de *Organización o Praxeología matemática* es la herramienta que se utiliza para analizar el conocimiento matemático. Una organización matemática (OM), está compuesta por 4 categorías de elementos: tipos de tareas, técnicas matemáticas, elementos tecnológicos y elementos teóricos.

Las OM se construyen a través de procesos de creación, y también de recreación, de los conocimientos matemáticos. Así, los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas aparecen como *medios* para lograr dichas creaciones; ambos procesos están incluidos dentro de un proyecto común que esta teoría denomina *Estudio de las matemáticas*. La herramienta que se utiliza para modelizar dicho proyecto es la *Teoría de los momentos didácticos*. Esta segunda modelización hace referencia al aspecto *dinámico o funcional* de la actividad matemática, que puede ser descrita a través de 6 *momentos didácticos* distintos. El término “momento” está tomado en el sentido de aspecto o dimensión, y no en el sentido literal de la palabra. Los *momentos* se distribuyen de forma

dispersa a lo largo del proceso de estudio, pueden aparecer más de una vez en dicho proceso, e incluso pueden coexistir entre ellos. Los momentos son: *momento del primer encuentro, exploratorio, del trabajo de la técnica, tecnológico-teórico, de la institucionalización, y de la evaluación.*

Esta investigación se está desarrollando en el marco del proyecto FONDECYT N° 1050234: “La Matemática en la Educación Básica: Estudio de factores inherentes al sistema educativo que inciden en el logro de aprendizajes de calidad”.

2. Objetivos

Los objetivos de nuestra investigación son:

Objetivo general:

Caracterizar la enseñanza y el aprendizaje del Campo de Problemas Multiplicativo en el último año del primer ciclo de Educación Básica y el primero del segundo ciclo, en términos de su dimensión *curricular y fáctica.*

Objetivos específicos:

- Determinar los componentes de las OM en torno al Campo de Problemas Multiplicativo presentes en los Planes y programas de 4° y 5° Básico.
- Determinar los componentes de la OM en torno al Campo de Problemas Multiplicativo presentes en los textos de estudio de 4° y 5° Básico.
- Formular algunas afirmaciones, a verificar empíricamente, sobre las consecuencias de las propuestas curriculares de matemática en 4° y 5° básico, en el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje del campo multiplicativo.
- Analizar procesos didácticos desarrollados en aula en torno al campo de problemas multiplicativo, en ambos niveles de enseñanza.
- Analizar la articulación entre los procesos de enseñanza y aprendizaje del campo de problemas multiplicativo en 4° y 5° básico, en términos de su dimensión curricular y fáctica.

2. Metodología

Para realizar el análisis de la dimensión curricular se parte por examinar los planes y programas de ambos niveles de enseñanza. En el caso de 4° básico consideramos el eje “*Operaciones aritméticas*” y, al interior de éste, el campo de problemas multiplicativo. En 5° básico consideramos la unidad del programa de estudio: “*Multiplicación y múltiplos*”.

El análisis continua considerando las OM propuestas en los textos escolares. Para ello utilizamos los textos oficiales distribuidos por el MINEDUC a todos los establecimientos estatales.

Luego contrastamos las OM propuestas en los Planes y Programas con las propuestas en los textos de estudio de ambos cursos, detectando analogías y diferencias. Además, contrastamos los programas de cada curso, para determinar si existe o no una adecuada articulación entre ambos.

Una vez finalizado el contraste entre ambos cursos, formulamos hipótesis que serán contrastadas empíricamente en el análisis de la dimensión *fáctica*.

Para realizar el análisis de la dimensión *fáctica*, escogimos cuatro establecimientos, dos municipalizados y dos particulares subvencionados. Además, cada establecimiento debía cumplir con los siguientes requisitos: ser mixtos, tener nivel socioeconómico C, haber obtenido 230 puntos como mínimo en la prueba SIMCE de matemática 2005 y dentro de cada dependencia un establecimiento con excelencia académica por, al menos, dos años y otro sin esa distinción por el mismo periodo de tiempo.

En cada uno de estos establecimientos realizamos un seguimiento completo a los procesos didácticos en torno al campo de problemas multiplicativo en 4° y 5° básico, recolectando material audiovisual de todas las clases (observaciones de campo), apuntes del profesor, cuadernos de alumnos, pruebas, guías de ejercicios. A partir del análisis de esta información confeccionamos una entrevista a cada profesor con el fin de caracterizar su *praxeología didáctica*, esto es, su manera de realizar la tarea de enseñanza y su forma de comprender lo que hace. Además, a partir de la información obtenida en las observaciones de campo y las hipótesis surgidas del análisis curricular, confeccionamos un cuestionario para los alumnos que nos permitirá aceptar o rechazar nuestras hipótesis.

Analizaremos las observaciones de campo en términos de la teoría de los momentos didácticos, y caracterizamos la *praxeología didáctica* del profesor, de los alumnos y el tipo de contrato didáctico establecido en cada proceso observado.

Para finalizar, contrastamos ambos cursos en términos ahora de su dimensión *fáctica*.

En el presente, la investigación se encuentra concluyendo la fase de recolección y clasificación de información acerca de los procesos didácticos vividos en aula.

4. Principales resultados

De los distintos análisis de la investigación esperamos obtener los siguientes resultados:

- Caracterización de las OM del Campo de Problemas Multiplicativo propuestas en el programa de 4° y 5° básico.
- Caracterización de las OM del Campo de Problemas Multiplicativo que son propuestas en los textos oficiales de estudio de 4° y 5° básico.
- Contrastes entre la propuesta de los programas oficiales y el libro de texto de cada curso, en relación a la OM propuesta en cada uno de ellos, identificando analogías y diferencias.

- Contrastes entre los programas de 4° y 5° básico.
- Un conjunto de hipótesis surgidas como consecuencia de las propuestas curriculares y del texto de estudio de cada curso, en relación al desarrollo de los procesos didácticos de aula.
- Descripción de los momentos didácticos vividos en cada proceso.
- Caracterización de la praxeología didáctica elaborada por cada profesor para conducir y gestionar el proceso de estudio en torno al campo de problemas multiplicativo.
- Caracterización de la praxeología didáctica de los alumnos respecto a esta OM.
- Descripción del contrato didáctico presente en cada proceso, incluyendo rupturas.
- Contraste desde la dimensión fáctica entre 4° y 5° básico.

A continuación presentamos los resultados principales obtenidos del análisis de las dimensiones curricular y fáctica.

Con respecto a la caracterización de la OM en torno al Campo de Problemas Multiplicativos propuesta en el Programa de Estudios de **4° básico**, hemos encontrado los siguientes resultados:

- Se privilegia el uso de algoritmos no convencionales para realizar una multiplicación, mediante técnicas basadas en la descomposición aditiva o multiplicativa de los factores, aplazando el aprendizaje del algoritmo convencional. De este modo, las técnicas basadas en la descomposición aditiva preparan al alumno para el aprendizaje del algoritmo convencional, que es un procedimiento resumido; mientras que la descomposición multiplicativa es una técnica que facilita el cálculo mental.
- Con respecto a los problemas propuestos, se da importancia a los que pueden ser modelados mediante un arreglo bidimensional, y aquellos en los que se debe decidir sobre la pertinencia de realizar una comparación por cociente o por diferencia. En este último caso, no aparecen estrategias para abordar estos problemas

Con respecto a la caracterización de la OM en torno al Campo de Problemas Multiplicativo propuesta en el programa de estudios de **5° básico**:

- Si bien se menciona que los alumnos deben utilizar el algoritmo convencional para la resolución de problemas, se da énfasis a la estimación y aproximación de resultados a partir de redondeos convenientes. Por otro lado, se espera que los alumnos determinen la pertinencia de una aproximación al resolver un problema.

De esta forma, el paso de algoritmos no convencionales, tanto de multiplicación como de división, a los algoritmos convencionales queda en manos de los estudiantes.

- Dentro de la gama de problemas que se sugieren, surgen dos tipos principales: problemas relativos a múltiplos de un número natural y a determinar múltiplos comunes

de dos o más números, en particular el mínimo común múltiplo; y, por otro lado, calcular la cantidad de combinaciones posibles entre dos o más conjuntos.

Con respecto a los contrastes entre los programas de 4° y 5°:

- En términos generales, las estructuras de ambos programas son distintas, puesto que en 5° se pierde la estructura organizada por ejes, no contiene indicadores, no explicita el progreso del estudio al interior de cada curso, ni entre cursos. Las *actividades genéricas* que se observan en 4° pasan a ser “actividades sugeridas” en 5°; los aprendizajes esperados se encuentran mezclados con los contenidos mínimos, las orientaciones didácticas y las actividades sugeridas. El programa de 4° básico es más detallado, estructurado y sistematizado que el de 5° básico.
- En términos específicos, no existe continuidad en el aprendizaje de procedimientos para multiplicar y dividir, puesto que en 4° se relega el aprendizaje de los algoritmos convencionales a 5°, y en 5° no se les da el énfasis necesario, sino que se focaliza más bien en métodos para estimar el resultado de una multiplicación. De esta forma en 5° no se aprovecha la riqueza del trabajo propuesto con los algoritmos no convencionales, en términos de la comprensión de ambas operaciones, de la relación entre ambas, de los algoritmos convencionales de multiplicación y división, y del sistema de numeración decimal.

Con respecto a las hipótesis surgidas del análisis curricular, algunas de las que hemos postulado son :

- H₁:** En 4° básico, los profesores privilegiarán el algoritmo convencional por sobre las técnicas no convencionales, pese a estar planteadas y relevadas en el programa.
- H₂:** En 5° básico, los profesores seguirán usando el algoritmo convencional, ampliando el rango numérico con respecto a 4° básico, sin darle importancia a los resultados obtenidos por aproximación.
- H₃:** En 5° básico, aparecerán dificultades en la resolución de problemas del campo multiplicativo, en particular de aquellos que impliquen combinaciones ya que es un tema novedoso y poco conocido por los profesores de básica, o simplemente que no se considere en clases los distintos tipos de problemas multiplicativos realizando únicamente los tradicionales.
- H₄:** En 4° básico, los alumnos presentarán dificultades para distinguir entre comparaciones por diferencia y por cociente, y sobre todo para decidir cual de ellas es pertinente frente a un problema determinado.

5. Conclusiones

Si bien el trabajo está en la etapa de terminar de recolectar y codificar la información, ya podemos adelantar algunas conclusiones. En primer lugar, hemos observado que ninguno de los profesores observados ha hecho referencia a los algoritmos no convencionales para

el cálculo de multiplicaciones y divisiones, sino que trabajan directamente con el algoritmo convencional.

Siguiendo en la misma línea, en 5° básico no se observa el trabajo con resultados aproximados, sino que también se emplea el algoritmo convencional. Esto nos lleva a concluir que en ambos cursos se trabaja de la misma forma, y que lo único que varía es la cantidad de cifras del segundo factor (*el paso de una cifra a dos*).

En segundo lugar, en ninguno de los procesos observados se estudió el tema de las comparaciones por cociente y por diferencia. Sólo en un curso el docente dejó una tarea al respecto, pero que no fue retomada en la clase siguiente.

Un hecho que nos llamó la atención fue que en dos de los procesos observados en 4° básico, los profesores usaban la “caja makinder” para trabajar los procesos multiplicativos, pero la mayoría de sus alumnos no la usaban, sino que recurrían al algoritmo tradicional. Además, en estos casos los profesores recurrían frecuentemente a gráficas para explicar los problemas, pero que se transformaban en un obstáculo didáctico, puesto que se invertía mucho tiempo en el dibujo, tanto que los niños más “rápidos” se aburrían y en general se perdía el objetivo del problema.

Creemos que parte importante de las dificultades detectadas en los procesos didácticos observados se puede explicar por la escasez de herramientas didáctico-matemáticas que manejan los profesores, lo que a su vez tiene relación con la formación que han tenido estos profesores, tema que es de vital importancia para alcanzar mejoras significativas en la educación matemática básica de nuestro país.

Finalmente, está claro que cuando terminemos de recoger toda la información, aparecerán nuevos datos importantes los cuales nos permitirán realizar conclusiones más provechosas para el sistema. No obstante, podemos vislumbrar que, efectivamente, existe una discontinuidad en los ciclos de la enseñanza básica, tanto en su dimensión curricular como en su dimensión fáctica.

Agradecemos el aporte económico recibido para realizar esta investigación a través del proyecto FONDECYT N° 1050234, financiado por el Gobierno de Chile a través de CONICYT.

Referencias Bibliográficas

- Brousseau, G. (1986), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. Et al. (1994), Concours externe de Recrutement des Professeurs d'Ecole. Annales 1993. Publicaciones del LADIST, Université de Bourdeaux.
- Chevallard, Y. (1985), La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado, Buenos Aires, Aique. (La traducción es de 1997).
- Chevallard, Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 19/2, 221-265.
- Bosch, M.; Espinoza, L.; Gascón, J. (2003), El profesor como director de procesos de estudio. Análisis de praxeologías didácticas docentes espontáneas, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 23, n°1, pp. 79-136.