

PROCESOS SIMBÓLICOS EN MODELACIÓN MATEMÁTICA*¹

Carlos Silva C, Patricio Canelo D, Ruth Galindo N, Claudio Fuentealba A.

Tipo de estudio: Investigación

Nivel: Educación Superior

Resumen

Los objetivos están centrados en utilizar los procesadores simbólicos para coayudar al Proceso de Enseñanza de la utilización e interpretación de las Ecuaciones Diferenciales y sus aplicaciones, promoviendo la investigación en torno a los procesos simbólicos en sus dimensiones educacional y social en las distintas Universidades participantes, como también promover el análisis sobre los procesos de formación de los profesionales contemplando estudios en las prácticas pedagógicas y su relación con los modelos profesionales. Sin duda que esta nueva forma de enseñar y aprender ecuaciones diferenciales repercutirá en los estudiantes generando un mayor nivel de abstracción y alcanzando una mayor claridad en el significado y utilización de los conceptos involucrados, además que significará para los docentes una actualización de la forma en que enseñamos la matemática, como lo manifiesta el interés que hasta ahora han demostrado los académicos con los cursos de perfeccionamiento en esta línea que se han realizado en el Departamento, reflejándose en la utilización del material a diseñar.

Nuestro estudio se ha desarrollado a partir de la selección de los cursos intervenidos- tres por cada universidad-, en forma aleatoria en cada una de las instituciones involucradas, UPLACED, USACH, en los cursos en los que se imparten asignaturas de *ECUACIONES DIFERENCIALES* en pregrado. A continuación se ha seleccionado de entre ellos, un curso en cada institución que ha actuado como grupo de control, al cual se le aplicó una metodología “tradicional”, es decir, no haciendo uso de procesadores simbólicos, mientras que los restantes han sido sometidos a una metodología en la que se utilizó como recurso este tipo de herramientas (procesadores simbólicos). Al término de cada semestre se analizó, utilizando análisis estadísticos adecuados para establecer la efectividad del uso de los procesadores simbólicos, esto es, se buscó establecer si existe una correlación positiva fuerte entre el uso de procesadores simbólicos y el rendimiento académico de los alumnos, en esas asignaturas.

Podemos establecer que a partir de nuestra investigación nos ha permitido: Impulsar un cambio de metodología en una educación activo participativa y creativa por parte del alumno; mejorar el déficit de conceptualización e internalización de ciertos contenidos matemáticos, principalmente los referidos a las ecuaciones diferenciales; establecer un auto-aprendizaje por parte del alumno utilizando el medio informático; establecer y relacionar las variables metacognitivas en el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales.

INTRODUCCIÓN

Con motivo de los Proyectos de investigación D.G.I. anteriores: Procesos Simbólicos en la Matemática de Pregrado; Procesos Simbólicos en el Cálculo Integral Y Avanzado y Procesos Simbólicos en Ecuaciones Diferenciales, con el fin de mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos de las asignaturas de Ecuaciones Diferenciales desarrolladas en las carreras científicas y tecnológicas de pregrado, este proyecto pretende diseñar y determinar el impacto, de una serie de actividades con el uso de recursos provenientes de la tecnología informática, principalmente del uso de softwares matemáticos conocidos como procesadores simbólicos, tales como Maple,

¹ Proyecto DGI Universidad de Playa Ancha Valparaíso Chile. csilva@upa.cl

Mathcad, Mathematic, Matlab, Geomethra en sus últimas versiones y otros que pudiesen establecerse en el mercado durante el desarrollo de este proyecto.

Los objetivos están centrados en utilizar los procesadores simbólicos para coayudar al Proceso de Enseñanza de la utilización e interpretación de las Ecuaciones Diferenciales y sus aplicaciones, promoviendo la investigación en torno a los procesos simbólicos en sus dimensiones educacional y social en las distintas Universidades participantes, como también promover el análisis sobre los procesos de formación de los profesionales contemplando estudios en las prácticas pedagógicas y su relación con los modelos profesionales. Sin duda que esta nueva forma de enseñar y aprender ecuaciones diferenciales repercutirá en los estudiantes generando un mayor nivel de abstracción y alcanzando una mayor claridad en el significado y utilización de los conceptos involucrados, además que significará para los docentes una actualización de la forma en que enseñamos la matemática, como lo manifiesta el interés que hasta ahora han demostrado los académicos con los cursos de perfeccionamiento en esta línea que se han realizado en el Departamento, reflejándose en la utilización del material a diseñar.

Teniendo en cuenta que el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias es muy importante en la formación de los estudiantes de ciencias e ingeniería y debido a que con frecuencia aparecen en el estudio de los fenómenos naturales, las experiencias realizadas en nuestros Centros de Estudios Superiores del país y del extranjero revelan el uso educativo exitoso de la tecnología informática, que utilizando los procesadores simbólicos como herramientas computacionales han logrado facilitar la exploración y exposición de conceptos matemáticos, así como un desarrollo de clases beneficiadas en cuanto a didáctica, simpleza, claridad y efectos gráficos; lo que ha repercutido positivamente en elevar el nivel de la actividad docente, alcanzándose además un nivel de estandarización en el sentido que diferentes cursos cuenten con el mismo material para el desarrollo de sus clases.

Deseamos darle una importancia relevante a la elaboración de material didáctico (Web y Cds) proponiendo las representaciones simbólicas para estudiar desde una perspectiva constructivista y considerando las variables metacognitivas utilizadas.

Es importante destacar no sólo el avance importante de la comprensión desde un punto de vista teórico de las ecuaciones diferenciales, sino, también el gran aporte desde la perspectiva de la modelación en el área de las ingenierías o en área medio ambiental con una gran cantidad de modelos que solo tienen una resolución computacional.

Ante la poca comprensión de los distintos conceptos de las ecuaciones diferenciales, la alta deserción y reprobación, como también el no logro de los objetivos planteados en las asignaturas correspondientes y además conjuntamente con la metodología tradicional utilizadas en dichas asignaturas, deseamos proponer la metodología empleada en los proyectos de investigaciones anteriores, en relación al uso de recursos computacionales, tales como los procesadores simbólicos, principalmente, Maple y Mathcad, en la resolución de problemas de aplicación de ecuaciones diferenciales y la modelación correspondiente en las Universidades de Playa Ancha y Universidad de Santiago.

- **Enfoque y procedimientos actualmente en uso, referidos a la investigación**

Tradicionalmente se realizan clases masivas y fundamentalmente expositivas por parte del profesor con la utilización de ciertas referencias bibliográficas, situación que no es lo más estimulante para el alumno, atentando contra el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y particularmente del estudio de las ecuaciones diferenciales.

En general, no se ha hecho un estudio de las variables incidentes en el problema y particularmente en la modelación matemática, los procesadores simbólicos y la metodología empleada. He aquí la importancia de la búsqueda de información, a nivel nacional e internacional.

- **Objetivos generales**

- 1) Promover en los alumnos y profesores, a nivel de pregrado la resolución de ecuaciones diferenciales a través de la simulación computacional, a partir de la realización del estudio de símbolos que se utilizan en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales.
- 2) Aplicar los procesadores simbólicos en la modelación de sistemas dinámicos, lo cual dará una mayor facilidad para recibir apoyo tutorial en el proceso de enseñanza aprendizaje.
- 3) Facilitar en el desarrollo y estudio de las ecuaciones diferenciales el uso de procesadores simbólicos tanto desde el punto de vista gráfico como desde el punto de vista numérico.
- 4) Establecer modelamientos en el estudio de ecuaciones diferenciales con uso de procesadores simbólicos.
- 5) Correlacionar la propuesta con métodos tradicionales, en la resolución de las ecuaciones diferenciales.
- 6) Promover el análisis sobre los procesos de formación de los profesionales contemplando las prácticas y la relación con los modelos curriculares y la vinculación interinstitucional como principios de articulación entre el sistema de Educación Superior.
- 7) Promover en los alumnos y profesores, tareas de investigación, análisis y evaluación de la resolución y visualización de los problemas matemáticos concretos, resueltos por medio de ecuaciones diferenciales y permitiendo desarrollar alternativas basadas en recursos computacionales.
- 8) Elaborar materiales didácticos (Web, Aula Virtual, Cd) que utilicen estos medios computacionales de manera significativa, para el logro de un mejor aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, permitiendo mejorar la eficiencia y efectividad del apoyo docente.
- 9) Difundir los resultados y productos en revistas científicas, congresos y página Web del proyecto.

- **Fundamentación teórica e hipótesis de trabajo**

Se concuerda, en mayor o menor medida, con el hecho que el conocimiento es consubstancial a la naturaleza humana y siendo la matemática el lenguaje universal.

La propuesta de la enseñanza de **ecuaciones diferenciales**, tiene una connotación de propuesta metodológica ya que se sustenta en la utilización preferencial de los softwares Maple y Mathcad en el proceso de enseñanza de las ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones. Es un medio para el logro significativo, que dinamiza los procesos geométricos transformándolos en interactivos los que necesariamente refuerzan el proceso educativo, haciéndolo un proceso de construcción dinámica.

Observaciones realizadas por este equipo de trabajo, en las aulas en proyectos anteriores, concluimos que descubrir que los alumnos pasan por una serie de pensamientos geométricos: primero, la visualización de la construcción del problema, enseguida el análisis del problema mismo, para llegar a la deducción informal del problema, pasando luego a la deducción formal que ofrece el problema y finalizando con el rigor matemático.

Nuestra hipótesis de trabajo está centrada en que no se ha hecho buen uso de los símbolos matemáticos y que utilizando procesadores simbólicos es posible internalizar en mejor forma las ecuaciones diferenciales y sus diversas aplicaciones, particularmente en modelación matemática. El aprendizaje de contenidos matemáticos planteados anteriormente, con uso de un procesador simbólico, repercutirá en los estudiantes generando un mayor nivel de comprensión y resolución de las ecuaciones diferenciales además de ser un apoyo eficaz en diferentes modelos de ingeniería.

METODOLOGÍA

A partir de los proyectos D.G.I. CNEI 059920 “Procesos simbólicos en Matemática de Pregrado”; D.G.I. CNEI 010102 “Procesos simbólicos en el cálculo integral y cálculo avanzado” y D.G.I. CNEI 080304 “Procesos simbólicos en ecuaciones diferenciales aplicadas”, recopilando todos los antecedentes bibliográficos que existan y participen de las diversas estrategias usadas en la enseñanza de la matemática, nuestro estudio será desarrollado a partir de la selección de los cursos intervenidos- tres por cada universidad-, en forma aleatoria en cada una de las instituciones involucradas, UPLACED, USACH, en los cursos en los que se imparten asignaturas de *ECUACIONES DIFERENCIALES* en pregrado. A continuación se seleccionará de entre ellos, un curso en cada institución que actuará como grupo de control, al cual se le aplicará una metodología “tradicional”, es decir, no haciendo uso de procesadores simbólicos, mientras que los restantes serán sometidos a una metodología en la que se utiliza como recurso este tipo de herramientas (procesadores simbólicos). Al término de cada semestre se analizará, utilizando metodología estadísticas adecuadas la efectividad del uso de los procesadores simbólicos, esto es, se buscará establecer si existe una correlación positiva fuerte entre el uso de procesadores simbólicos y el rendimiento académico de los alumnos, en esas asignaturas.

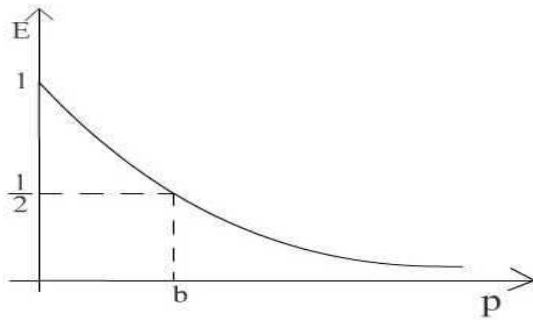
Ejemplo de Aplicación

MODELO ATAQUE AL HOSPEDERO ADULTO

Sean H, P las poblaciones de hospederos y parasitoides respectivamente antes de la reproducción de los primeros, después del período reproductivo los hospederos se desarrollan y llegan a adultos, sea \bar{H} tal población, en este momento se produce el ataque del parásito, se tiene entonces :

$$\bar{H} = \left(1 + r \left(1 - \frac{H}{k} \right) \right) H$$

Si $E_p = \frac{b}{b+P}$ $b > 0$ es la fracción de los hospederos que escapan del ataque de los parásitos como lo muestra la figura :

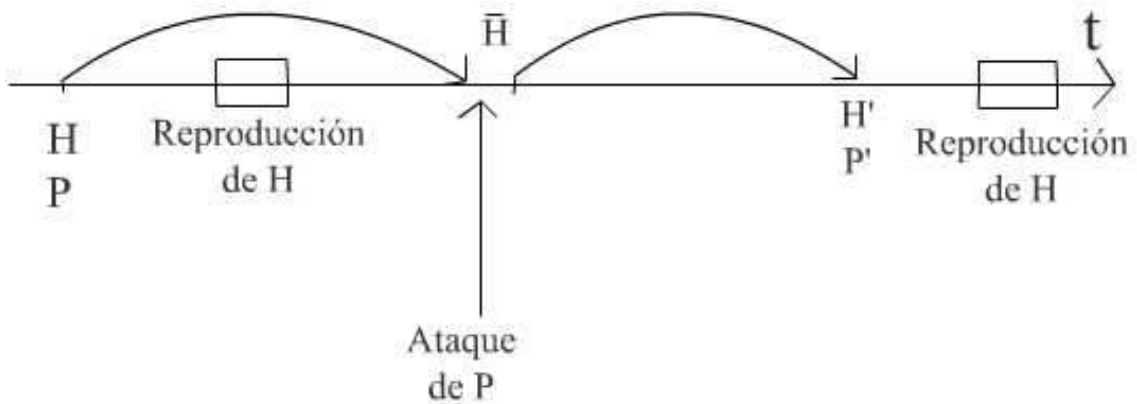


Fijarse que para $P = b$ la mitad de los hospederos escapan del ataque del parasitoide

Sea c : tasa reproductiva del parásito ($c > 0$) entonces :

$$H' = \bar{H} \cdot \frac{b}{b+P} \quad P' = c \left(1 - \frac{b}{b+P} \right) \bar{H}$$

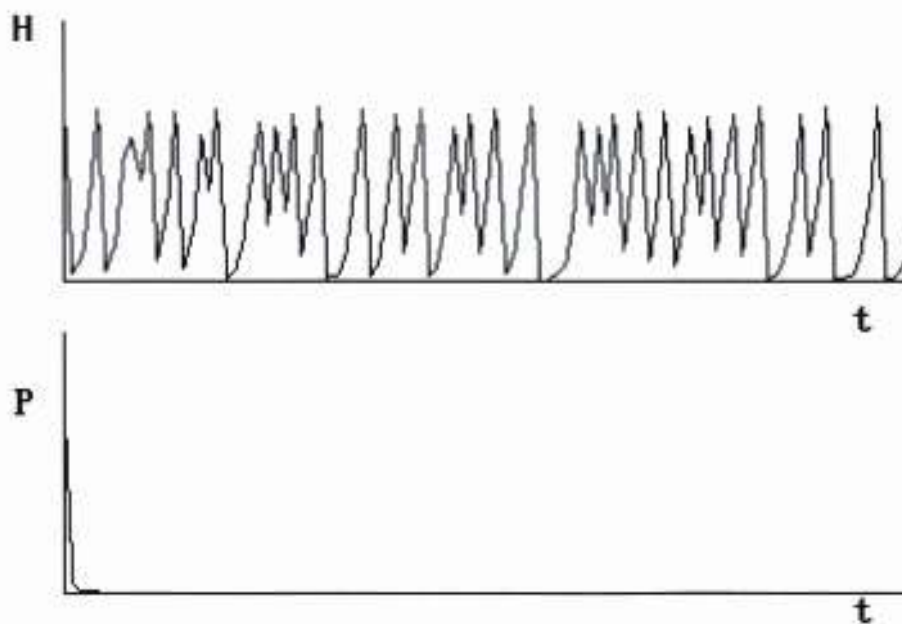
como muestra el siguiente esquema :

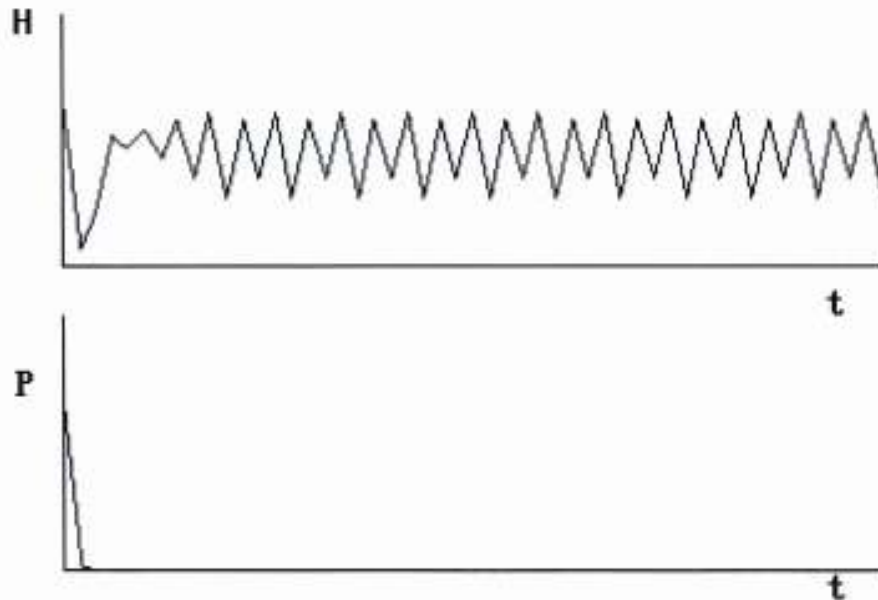


Así el modelo queda :

$$\left. \begin{aligned} H' &= \left(1 + r \left(1 - \frac{H}{k}\right)\right) H \frac{b}{b + P} \\ P' &= c \left(1 - \frac{b}{b + P}\right) \left(1 + r \left(1 - \frac{H}{k}\right)\right) H \end{aligned} \right| \quad (1)$$

Con un sencillo programa en Q Basic se tienen algunas simulaciones que nos arrojan luces respecto al comportamiento





PROYECCIONES

Investigar en los procesos simbólicos en el modelamiento con ecuaciones diferenciales nos ha permitido:

- Impulsar un cambio de metodología en una educación activo participativa y creativa por parte del alumno.
- Mejorar el déficit de conceptualización e internalización de ciertos contenidos matemáticos, principalmente los referidos a las ecuaciones diferenciales.
- Establecer un auto-aprendizaje por parte del alumno utilizando el medio informático.
- Establecer y relacionar las variables metacognitivas en el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales.
- A partir de los resultados de esta investigación se pretende impulsar un reestudio de las mallas curriculares y particularmente en aquellas asignaturas que se relacionan con los procesos simbólicos.
- Proponer alternativas metodológicas efectivas para propiciar en el alumno un aprendizaje significativo.
- Los procedimientos, análisis y resultados obtenidos en este proyecto, pueden transferirse a otras disciplinas científicas que presentan dificultades similares.
- Publicar Cds y textos de aplicaciones de las ecuaciones diferenciales.
- Publicar en página Web :
 - Resolución de modelos a través de ecuaciones diferenciales.
 - Solucionario de problemas tipos de ecuaciones diferenciales.

Bibliografía:

Bulmer, M., Rodd, M. (2005). Technology for nurture in large undergraduate statistics classes. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36 N° 7, 779-787.

Duarte Hueros, A. M. (2000). Los materiales hipermedias y multimedias aplicados a la enseñanza. En J. Cabero (Ed), *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación*. Madrid: Síntesis.

Fitzsimons, G. (2005). Technology mediated post-compulsory mathematics: An activity theory approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36 N° 7, 769-777.

Silva, C. (2001). Procesos simbólicos en el aprendizaje matemático. *Revista Visiones Científicas*. V. 4 N° 1. ISSN 0716-677X. Universidad de Playa Ancha. 69-83.

Trouche, L. (2004). Aframework for monitoring progress and planning teaching towards the effective use of computer algebra systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281-307.

Bibliografía:

Bulmer, M., Rodd, M. (2005). Technology for nurture in large undergraduate statistics classes. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36 N° 7, 779-787.

Duarte Hueros, A. M. (2000). Los materiales hipermedias y multimedias aplicados a la enseñanza. En J. Cabero (Ed), *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación*. Madrid: Síntesis.

Fitzsimons, G. (2005). Technology mediated post-compulsory mathematics: An activity theory approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36 N° 7, 769-777.

Silva, C. (2001). Procesos simbólicos en el aprendizaje matemático. *Revista Visiones Científicas*. V. 4 N° 1. ISSN 0716-677X. Universidad de Playa Ancha. 69-83.

Trouche, L. (2004). Aframework for monitoring progress and planning teaching towards the effective use of computer algebra systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281-307.