

# TALLERES

# NACIONALES

Estrategias abiertas

**Roberto Doniez Soro**  
Universidad de Viña del Mar.

VIÑA DEL MAR, NOVIEMBRE DE 2006

© SOCHIEM  
Edición: Noviembre de 2006  
Tiraje 50 ejemplares.  
Diseño Portada: Miguel Díaz F.  
Preparación de originales del Autor  
Diagramación: Universidad de Viña del Mar.  
Editado por la Sociedad Chilena de Educación Matemática  
Impresión "Lártole Editorial" Viña del Mar

## XIII Jornadas Nacionales de Educación Matemática

---

### COMISIÓN ACADÉMICA

<b>María Aravena</b>	Universidad Católica del Maule
<b>Carlos Caamaño</b>	Universidad Católica del Maule
<b>Leonora Díaz</b>	Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
<b>Miguel Díaz</b>	Universidad de Viña del Mar
<b>Verónica Díaz</b>	Universidad de Los Lagos
<b>Lorena Espinoza</b>	Universidad de Santiago de Chile
<b>Miguel Friz</b>	Universidad del Bio Bio
<b>Ismenia Guzmán</b>	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
<b>Patricio Montero</b>	Universidad de Santiago de Chile
<b>Fidel Oteiza</b>	Universidad de Santiago de Chile
<b>Álvaro Poblete</b>	Universidad de Los Lagos
<b>Alonso Quiroz</b>	Universidad Católica Silva Henríquez

## XIII Jornadas Nacionales de Educación Matemática

---

### COMISIÓN ORGANIZADORA

<b>PRESIDENTE</b>	Raimundo Olfos Ayarza	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
<b>SECRETARIA</b>	María Soledad Montoya G	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
<b>PRO-SECRETARIA</b>	Ruth Galindo Navarro	Universidad Mayor
<b>REVISTA</b>	Pierina Zanocco Soto	Pontificia Universidad Católica de Chile
<b>LOGÍSTICA</b>	Ximena Tapia Silva	Universidad Viña del Mar
<b>TALLERES</b>	Carlos Silva Córdova	Universidad de Playa Ancha
<b>INVITADOS</b>	Miguel Díaz Flores	Universidad de Viña del Mar
<b>ACTAS</b>	Eduvina Villagrán Campos	Universidad de la Serena
<b>FINANZAS</b>	Hernán Fibla Acevedo	Colegio Rubén Castro

## PRESENTACIÓN

Viña del Mar, Noviembre de 2006.

Como un modo de favorecer el desarrollo de la profesionalización docente desde el análisis de estrategias e innovaciones en el aula, se presenta la realización de talleres. Éstos son cursillos prácticos dirigidos por un especialista en la que los participantes desarrollan propuestas didácticas, actividades de aula y recursos didácticos, entre otros.

Para tal objetivo, en esta ocasión, se presentan diez talleres, tres de ellos propuestos por expertos de Francia, España y Argentina y otros siete por especialistas nacionales provenientes de Valdivia, Concepción, San Felipe, Viña del Mar y Región Metropolitana, con una oferta variada que invitan a debatir en torno a una actividad de exploración y construcción en geometría, con o sin uso de recursos tecnológicos, estrategias de cálculo, actividades de aprendizaje de funciones y el estudio de la situación del alumno al término del proceso educativo, aprendiendo en forma autónoma a lo largo de la vida.

La Sociedad Chilena de Educación Matemática agradece a los autores de los talleres que en estas XIII Jornadas nacionales aportarán con su experiencia a la concreción de una matemática para la vida y al gusto por esta actividad, condiciones del quehacer en el aula, para su real contribución al desarrollo humano e integral de la nación.

---

## Estrategias<sup>1</sup> Abiertas / Taller

---

### Resumen

Durante los últimos años se han multiplicado los esfuerzos tendientes a mejorar la calidad de la *forma de enseñar* los contenidos matemáticos clásicos (esto en todos los niveles de la enseñanza). Sin embargo, constatan los investigadores una y otra vez, que no existen recetas infalibles que sean fructíferas en todo momento y en todo lugar. En la Universidad de Viña del Mar se han intentado diferentes modalidades para que sus estudiantes puedan asumir de una buena manera la *experiencia matemática desde un punto de vista superior*.

Entre ellas podemos mencionar la asignatura que ha sido denominada de Pensamiento Matemático. Ahora, ya que en ella hay ciertos elementos que nos parecen interesantes, se ha pensado que ellos sirvan de base para armar un taller, donde los profesores los conozcan, discutan, aporten y quizá los apliquen posteriormente, en vistas a conseguir incentivar a las nuevas generaciones de jóvenes que, acostumbrados a la adrenalina de las experiencias extremas, según algunos pesimistas ya no les interesa pensar.

### 1. Introducción

A todos nos ha pasado que con el tiempo hemos ido valorizando cada vez más la *forma* en que enseñamos nuestras disciplinas, y a la vez que hemos ido reflexionando a propósito de esta, se ha producido un cambio paulatino, pero radical, de nuestra manera de asumir el proceso de enseñanza-aprendizaje. Tarea ardua y compleja que abarca campos tan amplios vinculados con la ciencia, la técnica, el arte y otros.

En mi caso, que inicialmente recibí una formación bourbakiana, mi camino de acción y reflexión en relación a la matemática y la ciencia, me ha llevado a prestar atención a aquellos elementos vinculados con la poesía, la belleza, con las estructuras, con los diseños, con los inventos, con la manera ingeniosa de vencer los obstáculos. Siguiendo estas pasiones me ha parecido que uno puede vencer la resistencia que se nota en los alumnos de adentrarse en el mundo de la matemática. Iba a decir ese fabuloso mundo de la matemática (ciencia, técnica, juego, arte, lenguaje, disciplina, actividad). A la dura constatación de que nuestros jóvenes no se interesan por el mundo de la matemática, debemos proponernos acciones que puedan revertir esa tendencia. ¿Cómo hacer esto? Primero convenciéndonos nosotros mismos del valor de la matemática y la ciencia en general y luego mostrando pasión por esta al comunicarla. Un profesor amigo me decía que en general los rostros de los grandes sabios matemáticos son severos, adustos, opacos, incluso tristes y que así no podemos comunicar una actividad que nosotros la imaginamos alegre, lúdica, con ideas chispeantes. El rostro con el que necesitamos comunicar las ideas matemáticas debe ser alegre y optimista. La severidad conduce a los jóvenes a reuirla y pensar que es sólo terreno de unos nerds con actitudes de poca comunicación.

---

<sup>1</sup> Arte empleado para dirigir un asunto. DRAE.

Mi experiencia docente como profesor de matemática en la Universidad de Viña del Mar, me ha llevado a implementar diversas actividades tanto en docencia como en extensión encaminadas a colaborar activamente en la formación de estudiantes (no matemáticos) reflexivos, críticos, imaginativos, lúdicos y con ganas de estudiar y obviamente seguir completando su formación para la vida.

Los elementos que están a la base de este *taller* forman parte de una asignatura que me ha correspondido dictar, junto a un equipo de profesores colaboradores de este Departamento, ya por varios semestres consecutivos a estudiantes de Psicología, Arquitectura y Sociología de esta Universidad. Esta asignatura que hemos denominado de Pensamiento Matemático, ha llevado desde su inicio un subtítulo invisible y no declarado “abre tu mente”.

Las ideas generadoras del curso así como la forma actual del mismo, fueron surgiendo como una tentativa de hacer más interesante, abordable y motivador el estudio de la matemática de nivel universitario por parte de alumnos (me gustaría decir estudiantes) que llegan desmotivados, desinteresados, con baja autoestima en el ámbito numérico y con deseos claros de cumplir con lo mínimo, en ese año de conflicto en que se transforma casi siempre el “primer año de universidad”.

No quisiera entrar a detallar este curso, tan sólo indicar que de todos los elementos que lo hacen especial, me gustaría compartir con Uds., aquellos que se refieren al uso de las **citas** y de los **problemas laterales**.

Durante el curso, cada clase está dividida en tres partes: las citas y los problemas laterales ocupan las dos primeras y son presentados por el profesor como materiales para iniciar un “juego abierto de ideas”, de coincidencias y oposiciones entre compañeros, permitiendo que tenga lugar la improvisación, los puntos de vista individuales. Todo esto en el plano de la oralidad. Sin embargo dentro del sistema de evaluación del curso, los alumnos deben desarrollar además proyectos grupales donde la oralidad de la clase ahora debe convertirse en palabras de consenso respecto a lo analizado, o sea en escritura.

## 2. Algunas cuestiones a propósito de las citas:

- Una cita es un fragmento de escritura,
- una cita puede considerarse como un microtexto sacado de contexto e incluido por otro autor en alguna parte de su propio texto,
- lo que sucede es que un autor “recorta” un trozo pequeño de un cuerpo mayor (novela, cuento, ensayo, poema, discurso,...) que le parece notable, y lo usa para sus propios fines, por ejemplo: reafirmar, fundamentar, contrastar, contradecir sus ideas o las de otros,
- nadie en principio escribe citas,
- en algunos libros aparecen las citas como epígrafes o epigramas, donde harían de meollo o núcleo sintético alrededor del cual se supone que giran los textos que las contienen,
- toda *cita aislada* sufre un doble distanciamiento: primero de su texto de origen y luego de su inserción como cita en otro texto,

- este doble distanciamiento o desencaje genera preguntas o mejor dicho cadenas de preguntas que plantean el desafío de encontrar sus respuestas,
- aquí surge un **campo abierto**, pues seguramente no hay respuestas únicas,
- una *cita aislada* nos invita a lanzarnos a producir interpretaciones (a condición naturalmente de que ella produzca en nosotros alguna provocación),
- lo **abierto** se da en lo múltiple, en lo no acotado de las interpretaciones, en los variados significados y sentidos posibles,
- luego para avanzar buscamos pistas, ¿cuáles serían esas pistas?
- el texto original en el cual el fragmento no es todavía una cita, el texto que contiene al fragmento como cita, el autor y sus señas, el segundo autor y sus señas, las fechas que marcan el periodo de vida del autor, y otras cuestiones personales que aparecen en nuestra mente al leer la cita ...
- no olvidemos que casi siempre nos enfrentamos a citas que nos llegan traducidas y por qué no decirlo mal traducidas (el *traduttore* es también un *traditore*),
- ¿para qué podría servirnos una cita dentro del ámbito de la enseñanza?
- quizá para ponernos delante de un problema y tratar no de resolverlo sino de proporcionarnos a nosotros mismos motivos de indagación, de investigación, motivos para aprender,
- una cita es un texto, una pieza escrita que aparece con el artificio de la cultura en la que estamos inmersos,
- y con ella aparece lo abierto, lo tentativo, las aproximaciones, las visiones.
- también aparece necesariamente “mi punto de vista”, la opinión propia y obviamente la necesidad de defenderlo con un conjunto de argumentos válidos,
- toda *cita aislada* nos llega como enigma, como un texto hermético o cifrado por descifrar y descifrado según las palabras de Wittgenstein: “no existe enigma, pues todo lo que puede plantearse puede resolverse”,
- la cita como un microtexto comprimido a la manera de los documentos en formato zip tiene cierto parentesco con las fórmulas matemáticas: una economía de medios, un ajuste de partes mínimas para formar un todo, esa posibilidad de comunicar pensamientos, de servir de herramienta del discurso,
- un conjunto de citas aparece como un conjunto de fragmentos, de pedazos con los cuales podríamos, si queremos, armar un ente mayor, un cuerpo mayor a lo mejor, parte de nuestro propio “cuerpo intelectual”,
- siempre el contenido de una cita rebasará a su interpretación. Usando una idea de Borges: la solución de un enigma siempre es inferior al enigma.

## 3. Inventario de citas para tener a la vista:

Cita	Autor y fechas	nº
El principio es la mitad del todo	<b>Pitágoras (572 a.C. – 497 a.C.)</b>	<b>1</b>
El más sabio comienza por hacer lo que quiere enseñar y después enseña.	<b>Confucio (551 a.C. – 478 a.C.)</b>	<b>2</b>
Para Thales... la cuestión primaria no era qué sabemos, sino que cómo lo sabemos.	<b>Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.)</b>	<b>3</b>
Lo que se debe aprender a hacer se aprende haciéndolo.	<b>Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.)</b>	<b>4</b>
El todo es más que la suma de sus partes.	<b>Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.)</b>	<b>5</b>
Ninguna invención es seria al nacer.	<b>Cicerón (106 a.C. – 43 d.C.)</b>	<b>6</b>
Jamás se descubriría nada si nos considerásemos satisfechos con las cosas descubiertas.	<b>Lucio A. Séneca (4 a.C. – 65 d.C.)</b>	<b>7</b>
Estudia no para saber más sino para saber algo mejor.	<b>Lucio A. Séneca (4 a. C. – 65 d. C.)</b>	<b>8</b>
¿Qué importa lo que es una recta si no se sabe lo que es la rectitud?	<b>Lucio A. Séneca (4 a. C. – 65 d. C.)</b>	<b>9</b>
Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar en forma errónea es mejor que no pensar	<b>Hipatía (370 d. C.)</b>	<b>10</b>
La Matemática es la puerta y la llave de estas ciencias.	<b>Roger Bacon (1214 – 1294)</b>	<b>11</b>
Quien más sabe más duda.	<b>Papa Pío II (1405 – 1464)</b>	<b>12</b>
Ninguna investigación humana puede ser denominada ciencia si no pasa a través de pruebas matemáticas.	<b>Leonardo de Vinci (1452 – 1519)</b>	<b>13</b>
Aquél que le gusta la práctica sin la teoría, es como el marino que navega sin timón ni brújula y nunca sabe donde anclar.	<b>Leonardo de Vinci (1452 – 1519)</b>	<b>14</b>
Mejor que de nuestro juicio debemos fiarnos del cálculo algebraico.	<b>Galileo Galilei (1564 – 1642)</b>	<b>15</b>
La Matemática es el alfabeto con el que Dios	<b>Galileo Galilei (1564 – 1642)</b>	<b>16</b>

escribió el mundo.		
La vista debe aprender de la razón.	<b>Johannes Kepler (1571 – 1630)</b>	<b>17</b>
La imaginación es más importante que el conocimiento.	<b>Albert Einstein (1879-1955)</b>	<b>18</b>
El hombre que ha perdido la capacidad de maravillarse es como un hombre muerto.	<b>Albert Einstein (1879-1955)</b>	<b>19</b>
Siempre que enseñes, enseña a dudar de lo que enseñas.	<b>José Ortega y Gasset (1883-1955)</b>	<b>20</b>
No hay modo de entender bien al hombre si no se repara en que la Matemática brota de la misma raíz que la poesía, del don imaginativo.	<b>José Ortega y Gasset (1883-1955)</b>	<b>21</b>
Investigar es ver lo que todo el mundo ha visto, y pensar lo que nadie más ha pensado.	<b>Albert Szent-Györgi (1893-1986)</b>	<b>22</b>
Las personas debemos el progreso a los insatisfechos.	<b>Aldous Huxley (1894-1963)</b>	<b>23</b>
No hay una ciencia nacional, así como no hay una tabla de multiplicar nacional. Aquello que es nacional ya no es más ciencia.	<b>Anton Chejov (1860-1904)</b>	<b>24</b>
La Geometría es el arte de pensar bien y dibujar mal.	<b>Henri Poincaré (1854-1912)</b>	<b>25</b>
Los matemáticos no estudian objetos sino relaciones entre objetos; por lo tanto, son libres de reemplazar algunos objetos por otros, siempre que las relaciones no cambien. El contenido no les importa: sólo están interesados en la forma.	<b>Henri Poincaré (1854-1912)</b>	<b>26</b>
Gracias al simbolismo avanzamos en el razonamiento casi mecánicamente, sólo con la mirada... Una buena notación nos libera del trabajo innecesario y nos permite concentrarnos en los aspectos más difíciles de los problemas.	<b>Alfred North Whitehead (1861-1947)</b>	<b>27</b>
La ciencia es la progresiva aproximación del hombre al mundo real.	<b>Max Planck (1858-1947)</b>	<b>28</b>
Una conclusión es un lugar donde llegaste cansado de pensar.	<b>Anónimo</b>	<b>29</b>

#### 4. Algunas cuestiones a propósito de los problemas laterales:

- Una buena parte de nuestra educación privilegia los procesos de pensamiento lógico, es decir aquellos que están siempre detrás de la formulación de juicios y la valoración de ideas.
- El pensamiento lógico (racional o vertical) sigue secuencias lógicas conocidas o familiares y se atiene a formatos ya guardados en nuestra mente.
- Algunos investigadores (entre ellos el médico Maltés Edward de Bono) sugieren que hay otras formas de pensamiento que no siguen necesariamente las pautas del pensamiento lógico. El mismo de Bono ha bautizado a este tipo de pensamiento con el nombre de **pensamiento lateral**.
- Algunas ideas básicas propuestas por de Bono:
  - ❖ Prescinde de juicios y valoraciones.
  - ❖ Está vinculado con la creatividad y la invención.
  - ❖ Actúa por saltos discretos.
  - ❖ Sigue los caminos menos evidentes no temiendo ser ilógico.
  - ❖ Puede catalogarse como arriesgado, temerario, descabellado o loco.
  - ❖ Es importante a la hora de generar ideas o conceptos nuevos. Posiblemente ideas absurdas: por ejemplo a principios del siglo XIX, se pensaba que el único modo de viajar más rápido era criar caballos más veloces. (Quizá la invención del motor halla partido como una idea descabellada.)
  - ❖ Se mueve para crear una dirección en vez de moverse sólo si ya hay una dirección predeterminada.
  - ❖ El pensamiento lateral está estrechamente relacionado con la perspicacia, la creatividad y el ingenio. Todos ellos tiene la misma base, pero se diferencian en que mientras estos tres últimos tienen un carácter espontáneo, el primero es susceptible de ser determinado por la voluntad, y por lo tanto ejercitado.
  - ❖ El pensamiento lateral aumenta la eficacia del pensamiento vertical, al ofrecerle nuevas ideas para su elaboración lógica. “No se puede cavar otro agujero profundizando otro ya empezado (De Bono)”. Puede decirse que el pensamiento vertical confiere mayor profundidad a un agujero ya iniciado. En cambio, el Pensamiento Lateral, inicia un nuevo agujero.
- Algunas ideas básicas propuestas por Gianfranco Bo:
  - ❖ En vez de hablar de problemas laterales mejor sería hablar de soluciones laterales a ciertos problemas,
  - ❖ un problema puede tener muchas soluciones laterales todas ellas válidas,
  - ❖ en el ataque lateral a los problemas se involucra más el corazón (la emoción) que la razón,
  - ❖ las soluciones laterales son frutos que no se recogen con facilidad,
  - ❖ aparecen de improviso,

- ❖ las soluciones laterales están acompañadas de un sentimiento de absoluta certeza de que aquella es la mejor de las soluciones.
- En cada uno de los problemas (donde el propósito sea ejercitarse en soluciones de tipo lateral) lo fundamental tiene que ver con una lectura comprensiva del enunciado, y por supuesto con una interpretación lo más amplia posible de las palabras o conceptos en él presentes. Las diferentes acepciones de las palabras en juego, las cuestiones dejadas sin precisar o acotar son las cuestiones que el alumno debe tener en cuenta a la hora de emprender la búsqueda de una solución que cumpla con lo pedido. Atar cabos, tomar decisiones, distinguir casos.
- El preguntarse siempre si es posible encontrar otra solución diferente a la que ya se tiene es un buen ejercicio, pensando en el trabajo con la realidad en terreno.

##### 5. Inventario de problemas laterales para tener a la vista:

Nº	Problema
1	Se tienen tres tazas de café y catorce terrones de azúcar. ¿Cómo endulzar las tres tazas empleando un número impar de terrones en cada una?
2	¿Cuántas veces puede sustraerse 37 de 111?
3	Dos hombres juegan un partido de tenis al mejor de cinco set. Cuando terminan el partido ambos han ganado tres set.
4	¿Cuál será la medida de un ángulo de $10^\circ$ si se le observa a través de una lupa de 10 aumentos?
5	Un pastor quiere colocar cuatro ovejas de tal forma que cada una de ellas esté a la misma distancia de las otras. ¿Cómo debe ubicarlas?
6	¿Cómo es posible pinchar un globo sin que escape el aire y sin que haga ruido?
7	A principios del año 2006, un criador de animales hace un balance de sus animales y repara que tiene: 20 cerdos, 40 vacas y 60 caballos. Sin embargo a mediados del mismo año y producto de un extraño mal, comienza a llamar caballos a sus vacas. ¿Cuántos caballos tiene el granjero a mediados de año?
8	¿Cuántas bolas de 10 cm. de diámetro pueden introducirse en una caja vacía, de forma cúbica y de 1 m de lado?
9	Algunos meses tienen 31 días, otros sólo 30. ¿Cuántos tienen 28 días?
10	Una araña teje su tela en el marco de una ventana. Cada día duplica la superficie hecha hasta entonces. De esta forma tarda 30 días en cubrir el vano de la ventana. Si

	en vez de una araña, fueran dos. ¿Cuánto tardarían en cubrir dicho vano?													
11	¿Cuánto vale $1 - A$ si $A = (x-a) \cdot (x-b) \cdot (x-c) \cdot \dots \cdot (x-z)$ ?													
12	Al multiplicar 10 metros por 10 metros se obtienen 100 metros cuadrados. ¿Cuánto se obtiene al multiplicar 10 pesos por 10 pesos?													
13	En lo alto de un monte hay 10 delgados pinos de 9 metros de altura. Cada uno de ellos tiene por cada metro 8 ramas, cada rama tiene 7 tallos, y en cada tallo hay 6 bellotas. ¿Cuántas bellotas tienen en total estos 10 delgados árboles?													
14	Un perro está atado por el cuello a una cuerda de 2 metros de longitud. ¿Cómo podrá alcanzar un hueso situado a 2,5 metros de él?													
15	En el suelo de una pieza hay dos esferas que parecen idénticas, sin embargo, nos dicen, que una de ellas pesa diez veces más que la otra. Si sólo está permitido tocar una de ellas. ¿Cómo es posible saber cuál de ellas es la más pesada?													
16	Un circo publicita por un viejo parlante que incluye varios animales en sus números. En una entrevista se le pregunta a su director sobre el número de animales, y este responde así: entre todos ellos hay 11 cabezas y 20 patas. Además el número de cuadrúpedos duplica al número de bípedos. ¿Cuántos animales hay y de qué tipo?													
17	Varios trabajadores se encuentran cavando hoyos en un campo de labranza abierto. Si uno de ellos hace un hoyo en una hora y dos de ellos hacen dos hoyos en dos horas. ¿Cuánto tardará un trabajador en hacer medio hoyo?													
18	<p><b>Escoja 6 dígitos entre aquellos de la tabla adjunta, de tal manera que sumen 21.</b></p> <p>Encuentre todas las soluciones.</p>	<table border="1"> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>9</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>8</td> <td>8</td> </tr> </table>	0	0	0	1	1	1	9	9	9	8	8	8
0	0	0												
1	1	1												
9	9	9												
8	8	8												
19	Cerca de mi casa hay un muro de casi 7 metros de altura. Al pie del muro se encuentra mi caracol estrella "jeque" que trata de subirlo según un método simple (un algoritmo) que le enseñado: en el día sube 3 metros y en la noche baja dos. Si empieza a subir un jueves al amanecer, ¿cuándo llegará al borde superior del muro?													
20	Entre el centro de la ciudad y la estación de ferrocarril, una empresa brasilera ha creado un sistema de carritos con motor a alcohol que circulan continuamente durante el día, de tal manera que el intervalo entre dos carritos consecutivos es siempre igual. ¿Cuántos carritos de la empresa encontrará un carrito que va desde la													

	estación al centro, sabiendo que en total circulan 14 carritos?
21	Suponga que Ud. se encuentra en una pieza cuadrada de 5 metros de lado y que en el centro de ella hay una alfombra también cuadrada pero de 4 metros de lado. Si en el centro hay una moneda, ¿cómo podría alcanzar la moneda sin pisar la alfombra?
22	Un hombre escapa de un oso. Corre tres kilómetros hacia el sur, 3 kilómetros hacia el este, 3 kilómetros hacia el norte, volviendo al mismo punto del que partió. ¿De qué color es el oso?
23	Un hombre parte desde un cierto punto de la superficie terrestre y recorre 10 Km. hacia el sur, luego gira 90° y recorre 10 Km. hacia el este, luego gira 90° y recorre 10 Km. hacia el norte. Al final se encuentra exactamente en el punto desde el cual había partido. Indique todas las soluciones posibles.

#### 6. Preguntas para trabajar grupalmente en el taller:

- Partiendo del conjunto de citas entregadas intente extraer 3 elementos fundamentales que se encuentren en la mayoría de ellas.
- Elija una cita y *trabaje* con ella desde varios ángulos (si necesita información recurra a la Web)
- ¿Cree Ud. que el trabajo grupal favorece la comprensión de las citas?
- ¿Qué tipos de operaciones mentales se dan al tratar de interpretar una cita?
- ¿Puede decirse que el trabajar con las citas favorece la integración de conocimientos?
- ¿Pueden las citas convertirse en una herramienta de trabajo del profesor? Explique con detalle su punto de vista.
- Elija varios problemas laterales e intente darles solución de la manera más amplia posible.
- ¿Qué procesos mentales observa en sí mismo al momento de tratar de resolver un problema lateral?
- Intente inventar un problema en el cual se puedan ensayar estrategias laterales.
- A partir de todo lo anterior, ¿qué puede decir de los problemas que usualmente plantea en sus clases y evaluaciones?
- ¿Pueden los problemas laterales convertirse en una herramienta de trabajo del profesor? Explique con detalle su punto de vista.
- Para el estudio de la matemática son vitales algunas de las operaciones de la mente, como: comprender, precisar, separar, optar, distinguir, clasificar, ordenar, deducir, suponer, imaginar, dibujar, calcular, contar, aproximar, ... ¿cuáles de estas operaciones aparecen a la hora de trabajar con las **Citas** y cuáles al trabajar con los problemas de **Pensamiento Lateral**.

### 7. A propósito de las Demostraciones Sin Palabras (DSP):

- ❖ tienen la estructura de un teorema (enunciado-demostración) pero donde la demostración tiene un aspecto visual que incluye obviamente notaciones, de tipo geométrico, aritmético o algebraico.
- ❖ las DSP recurren en esencia a las visualizaciones.
- ❖ las DSP plantean una escena minimalista, en el sentido de que la(s) figura(s) presenta(n) sólo los elementos esenciales.
- ❖ las DSP guardan relación con las citas: hay que descifrarlas y en general llevan al pie el nombre del autor.
- ❖ el proceso de desciframiento involucra comprender la lógica interna de la o las figuras y de qué manera ellas fundamentan el resultado.
- ❖ en muchos casos el desciframiento nos pone a las puertas de una conjetura que luego podrá ser probada por los métodos de prueba tradicionales.
- ❖ una DSP no sustituye a una prueba formal matemática, sin embargo en medio de una docencia que cada más evita las “demostraciones” de los resultados, bueno sería trabajar con esta herramienta.

Nota: Aquí no se incluirán ejemplares de DSP, pero durante el taller se mostrarán ejemplos esclarecedores y se podrá discutir en torno a ellos.

#### 7. Direcciones para visitar:

<http://www.geocities.com/chilemat/proyectos/desafio.htm> (proyecto para incluir el pensamiento lateral en el aula a nivel de enseñanza media)

<http://digilander.libero.it/basecinque/idxcollez.htm> (página del profesor Gianfranco Bo)

<http://math.furman.edu/~mwoodard/mquot.html> (Mathematical Quotation Server, página en inglés con un gran archivo de citas)

<http://www.geocities.com/SiliconValley/Pines/7894/acertijos.html#respuestas> (problemas en español)

<http://personales.ya.com/casanchi/rec/later001.htm> (problemas en español)

-----