XXII JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

XXII JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LIBRO DE ACTAS

29 Y 30 NOV.DE 2018
UNIVERSIDAD ALBERTO HURTADO
SANTIAGO DE CHILE

Agencia de Calidad de la Educación

Universidad Alberto Hurtado

sochiem

XXII JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LIBRO DE ACTAS

29 Y 30 NOV.DE 2018
UNIVERSIDAD ALBERTO HURTADO
SANTIAGO DE CHILE

Actas XXII Jornadas Nacionales de Educación Matemática

XXII Jornadas Nacionales de Educación Matemática
Universidad Alberto Hurtado
Sociedad Chilena de Educación Matemática

Editor
Miguel A. Díaz Flores
Universidad Alberto Hurtado

Diseño imagen jornada y Libro Resúmenes
Andrea Díaz Schiappacasse
andrea.diaz.s@gmail.com

Diseño Libro de Actas XXII Jornadas Nacionales de Educación Matemática
Beltrán Pantoja De Prada

COMISIÓN ORGANIZADORA

PRESIDENTE: Roberto Vidal Cortés, Universidad Alberto Hurtado

VICEPRESIDENCIA: Miguel Díaz Flores, Universidad Alberto Hurtado
Hernán Fibla Acevedo, SOCHIEM

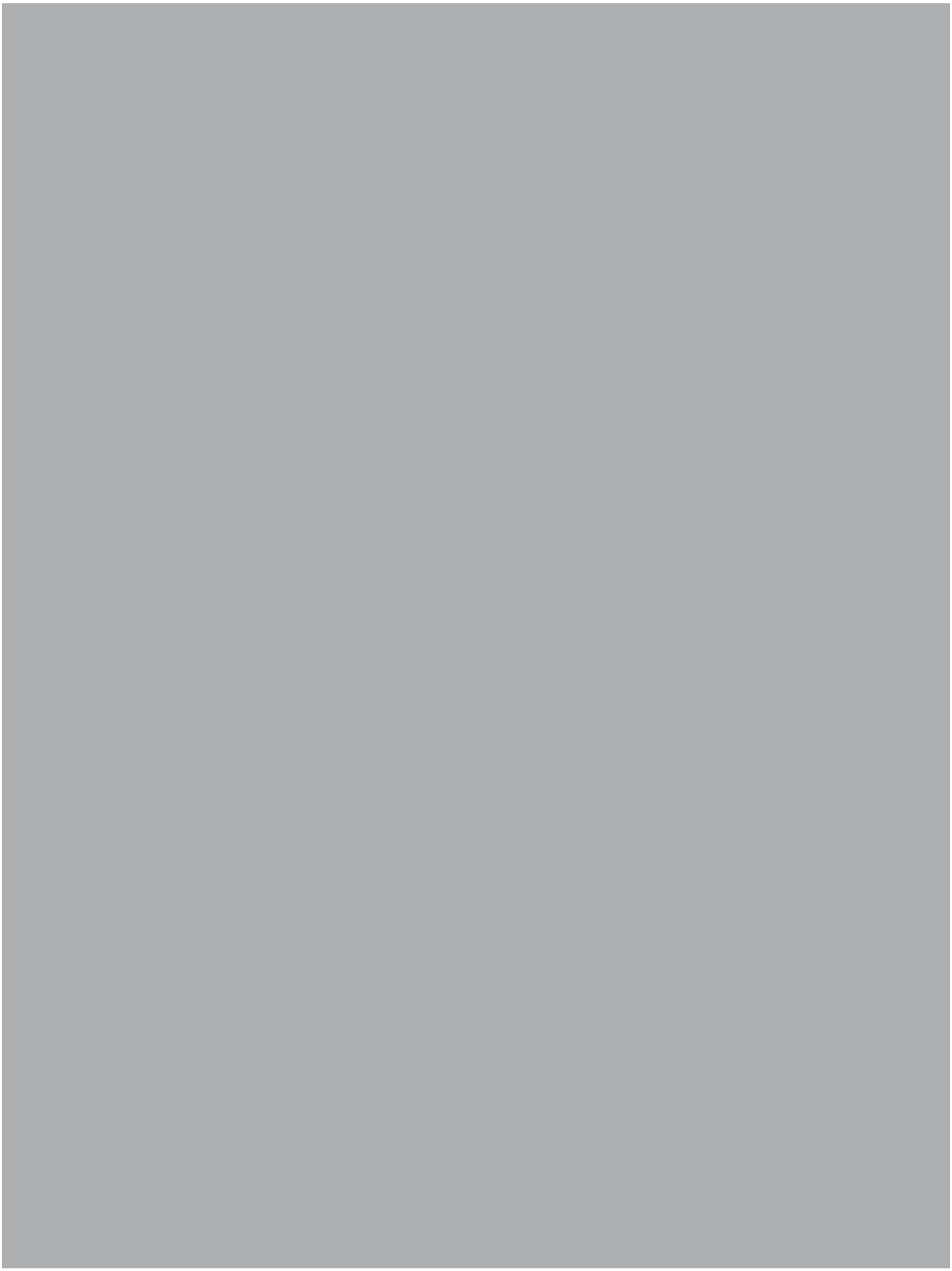
SECRETARÍA: Cecilia Rojas Pardo, Universidad Alberto Hurtado
María José Tudela, Universidad Alberto Hurtado

COMITÉ CIENTÍFICO

PRESIDENTE: Marcos Barra Becerra, Universidad Alberto Hurtado
VICEPRESIDENTE: Astrid Morales Soto, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
SECRETARÍA: Cristián Bustos Tiemann, Universidad Alberto Hurtado

INTEGRANTES

Aravena María. Universidad Católica del Maule
Benavides Raúl. Universidad de La Frontera
Besa Alejandra. Universidad de Los Andes
Cortinez Álvaro. Universidad de Tarapacá
Del Valle María. Universidad de Concepción
Díaz Miguel. Universidad Alberto Hurtado
Fritz Miguel. Universidad del Biobío
Galindo Ruth. Universidad de Playa Ancha – Universidad Alberto Hurtado
Henríquez Carolina. Universidad de Talca
Hevia Héctor. Universidad Alberto Hurtado
Menares Romina. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Montoya María Soledad. Universidad Alberto Hurtado
Ortiz Andrés. Universidad Católica de la Santísima Concepción
Parraguez Marcela. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso - SOCHIEM
Pinto Irma. Universidad Católica del Norte
Pizarro Noemí. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Quiroz Alonso. Universidad Católica Silva Henríquez
Rojas Cecilia. Universidad Alberto Hurtado
Rojas Francisco. Pontificia Universidad Católica de Chile
Silva Carlos. Universidad de Playa Ancha - SOCHIEM
Solar Horacio. Pontificia Universidad Católica de Chile
Vásquez Claudia. Pontificia Universidad Católica de Chile, Sede Villarrica
Vidal Roberto. Universidad Alberto Hurtado
Zamorano Alicia. Universidad de Chile



PRÓLOGO

Este libro contiene en sus páginas la más pura evidencia escrita del interés creciente por el campo de la Educación Matemática en nuestro país. Un encuentro con diversos tipos de aportes: desde la investigación, la reflexión profunda, propuestas prácticas y teóricas dan vida a este compendio que nos enorgullece entregarles en estas XXII Jornadas Nacionales de Educación Matemática, en la cual, hemos querido resaltar el tránsito "De una formación matemática normativa a una educación matemática inclusiva, para comprender el mundo y participar de su transformación", De tal modo de conformar y consolidar una comunidad nacional que discuta hoy la importancia del cambio de paradigma desde una formación matemática normativa, centrada en el aprendizaje de reglas y algoritmos de cálculo, a una educación matemática inclusiva, que atienda a la diversidad, para que toda persona pueda tener acceso a una mejor educación, desarrollando habilidades y competencias matemáticas para comprender el mundo y participar activamente de su transformación, espacio en el que se hace imprescindible la reflexión sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, desmitificando mitos, creencias y fuertes concepciones arraigadas por lo normativo, priorizando la teoría y dejando en segundo lugar "las actividades de laboratorio" donde lo exploratorio, casi no tiene existencia, lo que se ve manifestado en distintos énfasis, en los aportes que encontrarán en este libro.

Nos complace resumir en estas líneas que la composición de estas XXII JNEM fueron tremendamente exitosas. La cantidad de aportes recibidos superan las ciento ochenta contribuciones, quedando seleccionadas: 99 comunicaciones breves, 9 Talleres de acceso general, 5 Talleres Exclusivos para profesores de aula, 14 póster, 10 Conferencias Especiales y 4 Conferencias Plenarias.

Por esto, quisiéramos agradecer a cada uno de los Invitados internacionales: Al Dr. Bruno D'amore, la Dra. Martha Isabel Fandiño y al Dr. Josep Gascon, connotados especialistas e investigadores en el área de la Didáctica de la Matemática, a los 10 conferencistas nacionales: Soledad Estrella (PUCV), María Soledad Montoya-González (UAH), Patricio Felmer (U. de Chile), Daniela Soto (USACH), Claudia Vásquez (PUC), Salomé Martínez (U. de Chile), Ismenia Guzmán (U. de los Lagos), Patricio Montero (USACH), Héctor Hevia (UAH) y Angélica Elgueta (Agencia de la Calidad de la Educación), al Comité Científico y sus evaluadores, al Proyecto de Mejoramiento Institucional UAH1501, a los estudiantes de la carrera de Pedagogía en Matemática de la UAH, que se organizaron eficazmente para la logística en terreno, las autoridades de la UAH, en especial Vicerrectoría Académica, Servicios Generales y Decana de

la Facultad de Educación, la Comisión Organizadora, a la Sociedad Chilena de Educación Matemática por haber confiado, por segunda vez en este equipo de la Universidad Alberto Hurtado y muy especialmente a la Agencia de la Calidad de la Educación, quienes fueron parte fundamental en la organización y posibilitaron que este evento tuviese una mayor envergadura. Así mismo, la participación de diversas entidades con sus stand: Umáximo, Efecto Educativo, Galileo Libros, Didácticos Mandala, Caligrafix, Editorial Crecer Pensando y BenditaAqua, permitieron con sus productos realzar este espacio de discusión y actualización de conocimientos. Esperamos que estas Vigésimo segundas jornadas nacionales de educación matemática sean para Ud. de gran provecho profesional.

Roberto Vidal C.
Presidente Comisión Organizadora

ÍNDICE

PRÓLOGO	6
ÍNDICE	8
CONFERENCIAS PLENARIAS	10
CONFERENCIAS ESPECIALES	14
COMUNICACIONES BREVES	72
TALLERES	670
TALLERES PARA PROFESORES DE AULA	718
POSTERS	730

CONFERENCIAS PLENARIAS

JUEVES 29 DE NOVIEMBRE DE 2018

CP01

CONTRA LA TRIVIALIZACIÓN DE LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS

Josep Gascon

CP02

LA SEMIÓTICA COMO INSTRUMENTO DE ANÁLISIS DE LAS DIFICULTADES DEL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Martha Isabel Fandiño

VIERNES 30 DE NOVIEMBRE DE 2018

CP03

LA DIDÁCTICA DEL INFINITO MATEMÁTICO

Bruno D'Amore

CP04

EVALUACIÓN PROGRESIVA: UNA HERRAMIENTA PARA LA MEJORA

Carla Barrios

CONFERENCIAS ESPECIALES

CE 001

ALFABETIZACIÓN PROBABILÍSTICA: DESAFÍOS E IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA

Soledad Estrella
Instituto de Matemática, Pontificia universidad Católica de Valparaíso

soledad.estrella@pucv.cl

Didáctica de la Estadística

RESUMEN

Algunas de las recientes investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la incerteza, relevan la realineación de trabajos previos sobre heurística y sesgos, el compromiso conceptual y experiencial con la incertidumbre y la adopción de una perspectiva de modelación de la probabilidad. Abordaremos algunos aspectos históricos y epistemológicos necesarios para comprender la investigación en el área, y sus implicaciones para la enseñanza; pues la comprensión sobre probabilidades necesita ser favorecida por el profesor, a través de las tareas elegidas, la configuración del entorno de aprendizaje, los enfoques de enseñanza de la probabilidad y las experiencias ofrecidas a los estudiantes.

Palabras clave: alfabetización estadística, alfabetización probabilística, heurísticas, sesgos cognitivos, aleatoriedad

Hace algunas décadas, han surgido investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, plasmadas en algunos libros, varios capítulos y artículos científicos, especialmente como respuesta a la incorporación de la estadística y la probabilidad en el currículo escolar de muchos países. Las diferentes visiones (epistemologías) de la probabilidad y las dificultades en su comprensión, crean desafíos a profesores y estudiantes. Los trabajos pioneros de Kahneman y Tversky, y Fischbein, y su investigación sobre las intuiciones, heurísticas y sesgos que surgen en los razonamientos bajo incerteza y las nuevas perspectivas sobre las dificultades en la comprensión de la probabilidad, dan cuenta de elementos que impactan en estos aprendizajes (Jones, Langrall, y Mooney, 2007; Pratt y Kazak, 2018; Shaughnessy, 1992). Desde la evidencia basada en investigación, emanan algunos aspectos claves sobre cómo los profesores pueden apoyar la adquisición de estrategias y formas de razonamiento que ayudan a decidir en escenarios de incerteza, pudiendo aportar a una adecuada alfabetización probabilística.

La alfabetización como parte de la educación escolar permite al ciudadano apropiarse de conocimientos basales y habilidades para usarlos, y también le da herramientas para enfrentar el abuso. La alfabetización estadística y la alfabetización probabilística son andamios necesarios en la sociedad de la información; y permiten dar oportunidades para que los ciudadanos lleguen a ser críticos, y reflexivos como productores y consumidores de datos. English y Watson (2016) sostienen que no se puede participar efectivamente en el discurso democrático y en la toma de decisiones públicas sin una apreciación de las ideas estadísticas y probabilísticas fundamentales.
Alfabetización estadística

Esta alfabetización involucra la comprensión y uso de lenguaje básico y herramientas estadísticas: saber lo que significan términos estadísticos, comprender el uso de los símbolos estadísticos, y reconocer y ser capaz de interpretar las representaciones de datos (Rumsey, 2002). Estrella (2018) además, propone una alfabetización estadística que desarrolle tempranamente el sentido-del-dato. Según Ben-Zvi y Garfield (2004) la alfabetización estadística incluye importantes habilidades básicas que se usan para comprender la información estadística, como la capacidad de organizar datos, construir y presentar tablas, y trabajar con diferentes representaciones de datos; también incluyen la comprensión de conceptos, vocabulario y símbolos, y una comprensión de la probabilidad como una medida de incertidumbre.

Alfabetización probabilística

La noción de incertidumbre es amplia e incluye fenómenos que están fuera del dominio de la estadística, la cual se enfoca en la incertidumbre debido a la variación aleatoria, y en que a menudo es posible hacer inferencias y predicciones. Dentro de este subconjunto de incertidumbre, a veces es posible medir cuán incierto es un fenómeno, lo que se conoce con el término "probabilidad". Así, la probabilidad es una medida para cuantificar la incertidumbre en procesos aleatorios.

La noción de alfabetización probabilística de Gal (2005), incorpora los elementos del conocimiento de ideas fundamentales (como la variabilidad, independencia y aleatoriedad), el cálculo de probabilidades, lenguaje, contexto y el cuestionamiento crítico.

El contexto histórico y filosófico para el desarrollo de lo que entendemos hoy por Probabilidad, proporciona una base esencial para obtener una visión y comprensión general de la investigación

sobre el aprendizaje de la probabilidad (Shauggnessy, 1992).

Algunos aspectos históricos, filosóficos y epistemológicos

Existen y perduran aspectos, tanto filosóficos como históricos, que pueden obstaculizar la investigación sobre el aprendizaje de la probabilidad. Por ello, comprender cómo el concepto de probabilidad se ha desarrollado, proporciona una perspectiva para interpretar los resultados de investigación actuales sobre las concepciones de probabilidad de los estudiantes.

Un aspecto importante de la probabilidad que apareció a mediados del siglo XVII es su dualidad. La doble noción de probabilidad implica la probabilidad como un grado de creencia (noción subjetiva) y, por otra parte, como estabilización de las frecuencias a largo plazo (noción objetiva). Hay tres escuelas principales de pensamiento en la teoría de la probabilidad que tienen diferentes concepciones/interpretaciones; desde el punto de vista clásico, la probabilidad de un evento es una relación entre el número de resultados favorables y el número total de resultados igualmente probables; en la visión frecuentista, la probabilidad de un evento se define como el límite de la frecuencia relativa de los resultados observados a medida que el número de ensayos aumenta indefinidamente cuando se repite un experimento aleatorio en condiciones idénticas; en tanto, la visión subjetiva considera un lado epistémico de la probabilidad, en relación con conocimientos y creencias personales.

Se reconoce que el área de probabilidad está colmada de desafíos intuitivos y paradojas, siendo abundantes las concepciones erróneas y falacias (Borovcnik y Kapadia 2014). Si bien la investigación existente sobre heurística considera las inconsistencias entre las concepciones informales de probabilidad de los estudiantes y la teoría formal de la probabilidad, muchos estudios recientes han investigado cómo desarrollan las concepciones probabilísticas los estudiantes y las formas de apoyarlos en el proceso. Asimismo, la alfabetización probabilística y la estadística, aunque propician razonamientos distintos comparten su naturaleza, mientras que el razonamiento probabilístico estructura nuestro pensamiento a través de modelos, el razonamiento estadístico busca dar sentido a los datos mediante la búsqueda de modelos (Ben-Zvi, 2016).

Algunas perspectivas sobre la formación de profesores que enseñan probabilidad

Los debates históricos se han reflejado en los planes de estudio escolares y en la enseñanza de la probabilidad, los que incorporan diferentes interpretaciones de probabilidad, como la probabilidad teórica, experimental y subjetiva. Desde un enfoque histórico, algunos investigadores han propuesto un panorama en periodos sobre la investigación del aprendizaje y enseñanza de la probabilidad (Chernoff y Sriraman, 2014; Jones y Thornton, 2005) poniendo el foco en periodos pre y post piagetanos (Batanero et al., 2016).

Propuestas de formación de profesores, más cercanas a contenidos curriculares, como la de Franklin et al. (2015), sugieren preparar a los profesores en los niveles de básica y media para que: (i) investiguen los procesos aleatorios y comprendan la probabilidad como una medida de la frecuencia relativa a largo plazo de un resultado, entendiendo las reglas básicas de probabilidad y las aproximaciones de las probabilidades a través de la simulación; (ii) comprendan las conexiones entre probabilidad, muestreo aleatorio e inferencia sobre una población; (iii) comparen dos distribuciones de datos y hagan inferencias informales sobre las diferencias entre dos poblaciones; (iv) comprendan el rol de la aleatorización en el diseño de estudios y como base para la inferencia estadística; (v) comprendan las reglas de probabilidad, la probabilidad condicional y el uso de estas reglas en la toma de decisiones prácticas (por ejemplo, saber cómo interpretar el riesgo); y (vi) modelen relaciones entre

variables, entre otras.

Otras propuestas para la educación estadística de los profesores en su tarea de enseñar probabilidades, plantean que los profesores desarrollen su pensamiento estadístico y probabilístico, con experiencias reales y memorables sobre ideas claves (Estrella, 2017), como la variabilidad, independencia y aleatoriedad. Eichler (2011) proponía formar a los profesores para enseñar probabilidad, tomando conciencia que sus creencias (incluidas las heurísticas) influyen en sus prácticas en el aula y tienen un impacto en el aprendizaje y en las respuestas que buscan sus alumnos; en el mismo sentido, Alvarado, Estrella, Galindo y Retamal (2018) plantean una enseñanza que integre los enfoques de la probabilidad (intuitivo, laplaciano, frecuencial, axiomático, subjetivo) y que promueva confrontar las propias heurísticas y sesgos de los estudiantes al modelar la incerteza.

Referencias

Alvarado, H., Estrella, S., Retamal, L., & Galindo, M. (2018). Intuiciones probabilísticas en estudiantes de ingeniería: implicaciones para la enseñanza de la probabilidad. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME, 21(2), 131-156.

Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2016). Research on teaching and learning probability. In Research on teaching and learning probability (pp. 1-33). Springer, Cham.

Ben-Zvi, D. (2016). Three paradigms in developing students' statistical reasoning. En Estrella et al. (eds), Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. B. (Eds.). (2004). The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking (pp. 3-16). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer academic publishers.

Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2014). From puzzles and paradoxes to concepts in probability. In E. J. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), Probabilistic thinking: presenting plural perspectives (pp. 35–73). New York: Springer.

Eichler, A. (2011). Statistics teachers and classroom practices. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), Teaching statistics in school mathematics- challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study (pp. 175–186). New York, NY: Springer.

English, L. D., & Watson, J. M. (2016). Development of probabilistic understanding in fourth grade. Journal for Research in Mathematics Education, 47(1), 28-62.

Estrella, S. (2018). Data representations in Early Statistics: data sense, meta-representational competence and transnumeration. In A. Leavy, A., M. Meletiou, & E. Paparistodemou (Eds.). Statistics in Early Childhood and Primary Education – Supporting early statistical and probabilistic thinking, (pp. 239-256). Singapur: Springer.

Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En Salcedo, A. (Ed.), Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI (173-194). Caracas: Centro de Investigaciones Educativas, Escuela de Educación. Universidad Central de Venezuela.

Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In G. A. Jones (Ed.), Exploring probability in school. Challenges for teaching and learning (pp. 39–63). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Fischbein, E. (1975). The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht, the Netherlands: Reidel. doi:10.1007/978-94-010-1858-6

Jones, G. A., & Thornton, C. (2005). An overview of research into the learning and teaching of probability. In G. A. Jones (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning (pp. 65–92). New York: Springer.

Jones, G. A., Langrall, C., & Mooney, E. S. (2007). Research in probability: Responding to classroom realities. In F. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 909–955). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc. and NCTM.

Pratt, D., & Kazak, S. (2018). Research on Uncertainty. In International Handbook of Research in Statistics Education (pp. 193-227). Springer, Cham.

Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. Journal of Statistics Education, 10(3).

Sánchez, E., & Valdez, J. (2017). Las ideas fundamentales de probabilidad en el razonamiento de estudiantes de bachillerato. Avances de Investigación en Educación Matemática, (11), 127-143.

Shaughnessy, J. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. En D. A. Grows (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 465-494). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

CE 002

UNA MIRADA A LA REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA EN ESTUDIANTES DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICAS

María Soledad Montoya-González
Universidad Alberto Hurtado

mmontoya@uahurtado.cl

Formación de profesores

RESUMEN

En el marco del proyecto de mejoramiento institucional PMI 1501- UAH, se presentó un proyecto de innovación en la formación inicial de profesores de enseñanza media de las carreras de pedagogía en: matemáticas, biología y pedagogía para profesionales. El propósito fue mejorar la articulación entre dos asignaturas de las mallas curriculares que son Taller de Reflexión (TR) y Experiencias Laborales (ELAB).El propósito fue insertar la metodología de Estudio de Clases (Lesson Study) en los Talleres de Reflexión de las carreras. Los resultados aportaron con evidencias en relación al trabajo colaborativo entre docentes de los cursos y también entre los estudiantes, además de develar las formas de abordar la reflexión sobre la práctica por parte de los estudiantes, esto se convierte en un antecedente para reformular los programas de los distintos cursos.

Palabras Claves: Estudio de Clases, articulación, práctica, innovación

Antecedentes, problemática y contexto

En la formación inicial de profesores en la carreras del departamento de pedagogía media y didácticas específicas de la Facultad de Educación de la UAH - pedagogía en matemáticas, pedagogía en biología y ciencias naturales y pedagogía para profesionales- se detectó que dos asignaturas - Taller de Reflexión (TR) y Experiencias Laborales (ELAB)- en el penúltimo y último semestre no se articulaban. Prueba de ello, fueron las opiniones dadas a través de encuestas o bien focus group de algunos estudiantes de las distintas carreras. Dado este antecedente, se propuso un proyecto de innovación que consistía en instalar la metodología de Estudio de Clases (EC), como una forma de conectar las asignaturas TR y ELAB, de manera que los y las estudiantes tengan un espacio y un método para desarrollar la reflexión sobre su propia práctica. La innovación que se propuso, tuvo como propósito que los actores involucrados en los Talleres de Reflexión: estudiantes, profesores de la asignatura y profesores tutores puedan interactuar a través del Estudio de Clases, como un medio para desarrollar la reflexión, discusión sobre la propia práctica mediante un trabajo colaborativo. Las Experiencias Laborales en los establecimientos escolares como los Talleres de Reflexión en la Universidad se han concebido como espacios que posibilitan a nuestros estudiantes reflexionar críticamente acerca de los saberes pedagógicos y didácticos que están a la base de la profesionalidad docente. En este sentido, el Estudio de Clase como metodología permitiría robustecer el marco conceptual respecto de la reflexión crítica que promueven las carreras del Departamento, dado que su foco es la discusión en sobre y sobre la práctica didáctica y pedagógica mediante el trabajo colaborativo de docentes de especialidad. A partir de lo anterior, se problematiza en el sentido de preguntarse ¿cómo mejorar la articulación entre actividades realizadas en Experiencias Laborales y los Talleres de Reflexión?

La revisión bibliográfica sobre la metodología EC, coinciden en señalar que el constructo EC aumenta el conocimiento del docente en diferentes ámbitos, por ejemplo, en las interacciones entre los alumnos, creencias de profesores, innovación en recursos didácticos, controlar discusión en el aula de los alumnos (Inoue 2011; Lewis, Perry, Hurd 2009; Sam, Kee, Min 2016). Por otra parte Barboza (2013) manifiesta que el conocimiento didáctico del contenido de los profesores emerge con mayor fuerza en las planificaciones de los Estudios de Clases, especialmente cuando la planificación ocurre entre miembros de un equipo que interactúan como pares, donde todos aportan, reflexionan, evalúan y mejoran y debiese considerarse el EC como escenario para la formación inicial de los profesores.

Marco Conceptual

El Estudio de Clases (EC) es de origen japonés, se ha experimentado en este país desde el siglo XIX, es una actividad permanente de actores del sistema educacional japonés que incluye a todos los profesores de escuelas y colegios, permite compartir conocimientos y aprender unos de otros sobre los alumnos, sino que también aportan como investigadores al desarrollo de la educación de su país (Isoda, Arcaví y Mena, 2008). Conceptualmente, se define como una estrategia de formación continua de profesores en la escuela para el desarrollo profesional vinculando teoría y práctica. Soto y Pérez (s/f) relatan que en la búsqueda de antecedentes sobre Lesson Study, percibieron que las raíces son el ámbito pedagógico y hasta hoy tienen vigencia, estas son: la investigación acción, la filosofía didáctica de Pestalozzi y el aprendizaje basado en la experiencia Dewey. Sin embargo, basados en esta idea, los japoneses la profundizan y constituyen una filosofía de cambio y mejora de la enseñanza. Por otra parte, la revisión de la literatura nos muestra que esta metodología ha sido difundida ampliamente por el hecho que impacta en la mejora de la enseñanza y en la formación docente. Países como: China, Singapur, Malasia, Indonesia, Tailandia, Estados Unidos, Canadá, Suecia y Reino Unido, a partir de los resultados de alumnos y alumnas japoneses en pruebas internacionales como PISA, empiezan a sumarse e incorporar EC para la mejora del aprendizaje de sus propios alumnos. De este modo EC, se convierte en una alterativa para los procesos de reflexión y mejora de la práctica educativa (Soto y Pérez, s/f).

Metodología

La implementación, propiamente de EC, se llevó a cabo por carreras, cada equipo de docentes de las carreras planificó sus actividades, para ello se dispuso 8 a 12 horas cronológicas. En cada uno de los cursos de TR, se conformaron equipos de trabajos de estudiantes, cada uno de estos equipos tenía la responsabilidad de realizar un Estudio de Clases. En pedagogía en Matemáticas, en TR III, se realizaron 5 EC, cada grupo de trabajo estaba constituido por 3 estudiantes y en TR V se constituyeron 7 grupos de trabajos por lo cual se realizaron 7 EC. En pedagogía en biología, se realizó un EC. En el caso de pedagogía para profesionales, el cual, es un programa de pedagogía mediante prosecución de estudio, se organizó el taller en 5 grupos de trabajos, de acuerdo a las especialidades: lenguaje, química, historia, matemáticas e inglés, esto originó 5 EC. Además, en este programa, el docente del curso taller fue el coordinador de las áreas, tomando un rol fundamental para poder instalar la metodología EC. Cada sesión de trabajo de los estudiantes, fueron filmadas en videos, para su posterior análisis.

Discusión y Resultados

El análisis de diferentes fuentes de información como: entrevistas, focus group, videos de sesiones de clase y trabajos finales escritos de los estudiantes permite develar los siguientes resultados:
Las encuestas realizadas a los estudiantes antes y después de la implementación de EC, confirman en primera instancia que hay una desarticulación entre TR y ELAB, la pos encuesta muestra que después de haber desarrollado EC en las asignaturas de TR, las apreciaciones en algunos ítems relacionado con teoría versus práctica, tareas y actividades, razón de ser del taller de reflexión aumentan positivamente.
Por otra parte, los docentes en los focus group, señalan que hay cambios después de la implementación de EC, por ejemplo, en relación al trabajo colaborativo entre docentes y estudiantes, se mejora la articulación entre TR y ELAB.

El análisis de los videos de las sesiones de clases de TR, develan que los estudiantes en general realizan descripción de hechos más que una reflexión profunta que permita la resignificación de la práctica en aula.La mayoría de los estudiantes, reflexionan sobre el contexto de enseñanza y el diseño didáctico y se evidencian pocas instancias en donde se desarrolla un trabajo colaborativo.

Referencias

Barboza, J., Zapata, H. (2013) El estudio de Clases, estrategia y escenario para la cualificación del profesor de Matemáticas. Formación Universitaria. Vol. 6(4), 39-48. doi: 10.4067/S0718-50062013000400005.

Isoda M., Arcavi A. y Mena A. (2008). El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas, Chile. Ediciones Universitarias de Valparaíso, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Inoue, N. (2011). Zen and the art of neriage: Facilitating consensus building in mathematics inquiry lessons through lesson study. Journal of Mathematics Teacher Education, 14, 5–23. DOI 10.1007/s10857-010-9150-z

Lewis, C. C., Perry, R. R., & Hurd, J. (2009). Improving mathematics instruction through lesson study: A theoretical model and North American case. Journal of Mathematics Teacher Education, 12, 285–304.

Sam Lim, C., Kee Kor, L., Min Chia, H.(2016). Revitalising mathematics classroom Teaching through Lesson Study (LS): a Malaysian case study. ZDM Mathematics Education. Springer. DOI10.107/s11858-016-0779-7.

Soto, E., Pérez A(s/f). Las Lesson Study ¿Qué son?. Guía Lesson Study, extraído de http://www.ces.gob.ec/doc/8tavoTaller/metodologa%20lesson%20study.pdf.

Verhoef, N. C., Tall, D. O, Coenders, F.,& Van Smaalen (2014). The Complexities of a lesson study in a dutch situation: Mathematics teacher learning. International Journal of Science and Mathematics Education, 12:859-881

CE 003

LA EXPERIENCIA DE ARPA: RESULTADOS Y DESAFÍOS

Patricio Felmer
CIAE-CMM Universidad de Chile

pfelmer@dim.uchile.cl

RESUMEN

En esta conferencia se presentarán las principales características de la propuesta de desarrollo profesional docente que impulsa la Iniciativa ARPA para profesores y profesoras que enseñan matemática, se comentarán algunas líneas de investigación asociadas a la experiencia y se describirán los principales desafíos que se vislumbran para el futuro.

El currículo nacional de matemática

En el contexto de los cambios que promueven las Bases Curriculares se están abriendo oportunidades para el desarrollo de las habilidades matemáticas en nuestras escuelas. Algunas de estas oportunidades han sido tomadas por un equipo de matemáticos, educadores matemáticos, docentes de matemáticas, profesores y profesoras de educación básica, ingenieros, investigadores educativos y otros profesionales que dan vida a la Iniciativa ARPA. El objetivo de ARPA es ofrecer a los estudiantes experiencias genuinas de matemática asociadas a la resolución de problemas. ARPA es el acrónimo de Activando la Resolución de Problemas en las Aulas. El nuevo currículo nacional publicado en 2012 y 2014, que se llega a implementar completamente este año, desde 1º básico hasta 2º año medio, introdujo un cambio importante en su presentación. Este se organiza en tres ejes: Contenidos, Habilidades y Actitudes (Ministerio de Educación, 2012), haciendo una clara distinción entre contenido, habilidades y actitudes en matemática, en contraste con los currículos anteriores donde las habilidades y actitudes eran explícitas, pero combinadas con el contenido. Esta combinación hizo invisibles las habilidades y actitudes subordinándolas a los contenidos. Las habilidades matemáticas declaradas en el currículo chileno son: resolución de problemas, razonamiento y comunicación, representación y modelado. Entre estos, la resolución de problemas es fundamental para el desarrollo de las otras tres habilidades y, por lo tanto, es crucial para el éxito en la educación matemática de los estudiantes.

Con la publicación del libro de Polya How to solve it? (1945) la resolución de problemas entró en el campo de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares. Hoy en día, la resolución de problemas es reconocida internacionalmente como un componente esencial de las matemáticas escolares, y esto se basa en las oportunidades que ofrece a los estudiantes para el desarrollo matemático: establecer conexiones razonadas entre elementos matemáticos, promover habilidades para examinar, representar y aplicar, y el uso de pensamiento matemático como abstraer, analizar, conjeturar, generalizar o sintetizar (Kilpatrick et al., 2009; NCTM, 2000; Niss, 2002). Pero, como Polya también advirtió, los docentes en general no han "experimentado la tensión y el triunfo de resolver un problema" y si no lo han experimentado la resolución de problemas, difícilmente ofrecerán a sus estudiantes oportunidades de resolución de problemas en el aula (Polya, 1966 citado por Kilpatrick, 1987, pág. 300). Que las recomendaciones de Polya no se consideran en la formación de docentes chilenos y que los docentes en servicio no experimentan la resolución de problemas podría deducirse de los resultados de nuestros estudiantes en matemáticas y de algunas investigaciones. Entre estos, mencionamos los estudios de Varas et al. (2008) y Felmer et al. (2015), Felmer & Perdomo-Díaz (2016), donde se proporciona evidencia de una escasa formación de los docentes en resolución de problemas.

La Iniciativa ARPA

En este contexto, nació la Iniciativa ARPA, con el propósito de ofrecer a los docentes la oportunidad de experimentar la resolución de problemas tal como propuso Polya, de buscar cambios en las prácticas en el aula y mejorar el aprendizaje de los estudiantes. El punto de partida ARPA fue diseñar y poner en práctica las estrategias de desarrollo profesional para docentes que enseñan matemática y la pregunta fundamental en este momento fue: ¿cuáles son las características que deben tener las propuestas de desarrollo profesional docente para que sean efectivas? Hay una cantidad importante de investigación sobre este tema, entre las que se encuentran las de Garet et al. (2001), Desimone et al. (2002) y Borko (2004). De estas investigaciones se sugiere que un programa de desarrollo profesional debería:

- Privilegiar las actividades laborales en grupos de estudio, trabaje con mentores y cree redes de docentes y proyectos de investigación.
- Contener cursos a largo plazo, con sesiones con más horas y extendidas en el tiempo.
- Involucrar la participación colectiva de maestros, en grupos de la misma escuela, municipio o comunidad de escuelas que enseñan en el mismo nivel de curso.
- Incluir el aprendizaje activo, donde los docentes participan en el análisis de la enseñanza y el aprendizaje.

- Ser coherente con los objetivos de los maestros, la escuela y sus administradores, el estado y el plan de estudios.
- Enfocarse en el contenido, es decir, la actividad se enfoca en el contenido y las habilidades matemáticas.

Teniendo este conocimiento en mente, Felmer y Perdomo-Díaz diseñaron tres talleres de desarrollo profesional, dando origen a la Iniciativa ARPA. Estos talleres son: RPAcción, RPContenido y RPAula (Felmer & Perdomo-Díaz, 2017; Perdomo-Díaz & Felmer, 2017) que se basan en dos principios básicos: hacer y reflexionar. Esta es la razón por la que se les llama "talleres" en lugar de "cursos", enfatizando su espíritu eminentemente práctico. Estos talleres tienen a la resolución de problemas como eje de articulación y están dirigidos a profesores que enseñan matemáticas, con el propósito de instalar la resolución de problemas y prácticas escolares efectivas para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares.

Todos los talleres en la iniciativa ARPA se caracterizan por dos instancias: bloques de resolución de problemas (hacer) y discusiones plenarias (reflexionar). Durante los bloques de resolución de problemas, a los participantes se les ofrece problemas para que trabajen con sus compañeros en grupos, con el apoyo de un monitor que interactúa con los grupos a través de preguntas. El monitor proporciona a cada grupo un problema y los docentes trabajan hasta resolverlo; se considera que un grupo ha resuelto un problema cuando todos los miembros pueden explicar la solución y las estrategias utilizadas. Cuando un grupo resuelve el problema, el monitor proporcionará al grupo un problema de extensión, le hará una pregunta adicional para mantenerlos desafiados o les dará un nuevo problema. De esta manera, cada grupo trabaja a su propio ritmo y la dificultad del problema es clasificada por el monitor, de acuerdo con las habilidades de los participantes, de modo que el problema en todo momento sea un desafío efectivo. Esta experiencia es un modelo para el trabajo de los docentes con sus estudiantes en el aula. Por otro lado, los talleres de ARPA ofrecen oportunidades para que los docentes reflexionen sobre su capacidad para resolver problemas, el conocimiento matemático y su aprendizaje, las estrategias utilizadas para resolver los problemas y las emociones que han sentido en esta tarea, y sobre cómo el monitor interactúa con ellos, cómo puede hacerlo.

La investigación en ARPA

La Iniciativa ARPA considera la investigación como parte esencial de su aproximación educativa y el desarrollo como forma de incidir en los cambios necesarios para mejorar los aprendizajes de la matemática en nuestro país. Es así como cada taller de ARPA está cambiando en cada nueva instancia de acuerdo con los aprendizajes del equipo, ya sea por investigación científica o experiencia, y puede ser adaptado a la audiencia a la que ofrece en cada caso (docentes de educación básica, media o postsecundaria, docente ciudad o rural, por ejemplo). La flexibilidad es un concepto clave en la Iniciativa ARPA en su construcción, evolución y operación. La investigación que se realiza en el contexto de ARPA es publicada en distintos medios de difusión científica nacional e internacional y puede encontrarse en la página web de la iniciativa (http://www.arpamat.cl/categorias/investigacion/) la que es regularmente puesta al día. Mencionamos algunas publicaciones sobre los talleres como la de Felmer & Perdomo-Díaz (2017), sobre el fortalecimiento de las habilidades para enseñar contenidos específicos de las matemáticas a partir de la resolución de problemas (Perdomo-Díaz, Felmer, Randolph & González, 2017), y en los cambios en las creencias y expectativas de los docentes acerca de las matemáticas y su aprendizaje (Cerda et. al, 2017),

En lo que sigue presentamos algunos resultados de investigación sobre tensiones que se producen en los docentes cuando participan en talleres de desarrollo profesional. Los programas de desarrollo profesional tienen como objetivo generar cambios en los docentes, por ejemplo, en sus conocimientos, sus creencias o sus prácticas. Para que esos cambios se produzcan, la experiencia vivida en el programa de desarrollo profesional debe provocar que el docente se cuestione aspectos relacionados con su profesión. En el trabajo de Perdomo-Díaz, Felmer y Rojas (n.d.a) se realiza el estudio de un caso, correspondiente a al taller RPAula, realizado en Chile, con profesores de educación básica. Los resultados muestran que la participación en este taller provoca tensiones relacionadas con las expectativas que los profesores tienen hacia sus estudiantes, sus creencias acerca de la enseñanza y el aprendizaje y sus modelos de enseñanza de la matemática. En un segundo artículo Perdomo-Díaz et al. (n.d.b) se estudia con más

profundidad la etapa en que los participantes del taller discuten sobre sus experiencias durante una sesión de resolución de problemas, a veces expresan una sensación de incomodidad o desbalance, producto del contraste entre estas experiencias y sus autoconceptos, creencias, conocimientos y habilidades matemáticas anteriores. Estas son expresiones de lo que llamamos tensiones matemáticas y el propósito de este trabajo presentamos una clasificación de ellas y discutimos su aparición como un signo saludable de efectividad del taller de desarrollo profesional. Los datos provienen de la primera de ocho sesiones de ocho talleres diferentes de 30 horas de duración, que incluyen 147 docentes de educación básica.

Desafíos de ARPA. Uno de los principales desafíos de la Iniciativa ARPA es el escalamiento de sus estrategias de desarrollo profesional para contribuir al fortalecimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el país. El escalamiento de las estrategias de la Iniciativa ARPA enfrenta tres desafíos que hemos identificado como los más importantes a superar. El primer desafío se relaciona con la formación de nuevos monitores que puedan implementar con fidelidad los talleres que integran la iniciativa. Es necesario encontrar mecanismos para formar a los nuevos monitores y también diseñar estrategias de formación continua que permitan el crecimiento profesional de los monitores expertos. El segundo desafío se relaciona con el establecimiento de, y apoyo a, comunidades de aprendizaje de docentes en torno al cambio en el currículo de matemática de la escuela de manera tal que, junto a prácticas de resolución de problemas, sea posible impactar en los aprendizajes de manera sostenida en el tiempo. Finalmente, el tercer un desafío lo constituye el apoyo a los equipos regionales para que éstos puedan fortalecer su estructura y funcionamiento y así sostenerse en el tiempo a partir de la creación de diversas estrategias. Los desafíos anteriormente mencionados no son exclusivos de ARPA, especialmente la formación de monitores, el desafío más importante para lograr un escalamiento resguardando la integridad del programa. Los pocos estudios en el campo de la educación matemática que han abordado el problema del escalamiento de programas de desarrollo profesional (Adler & Jaworski, 2009; Even, 2008; Maaß & Artigue, 2013) evidencian las dificultades para formar monitores que implementen con suficiente fidelidad los elementos esenciales y fundamentales de los programas mientras que, al mismo tiempo, puedan flexiblemente ajustarlos a las necesidades y características de las escuelas y docentes participantes (Borko, 2004). Poco se sabe acerca de los conocimientos y habilidades requeridos por los monitores para fortalecer los procesos de aprendizaje de los docentes de matemáticas (Even, 2008). Más aún, Even (2008) resalta el carácter reciente de esta problemática, así como la falta de claridad y la escasez de conocimiento científico en relación con la formación de educadores de docentes de matemáticas.
De acuerdo a lo anterior, la formación de monitores novatos y expertos, así como el apoyo sostenido a los grupos de docentes, el cambio curricular en la escuela y el fortalecimiento de equipos regionales representa una oportunidad para el escalamiento de ARPA y para generar conocimiento nuevo sobre este problema no sólo en Chile sino también a nivel internacional.

Agradecimientos. Se agradece el financiamiento recibido de Fondef ID14I10338, y de PIA-CONICYT Fondos Basales para Centros de Excelencia, Projecto FB0003,

Referencias

Adler, J., & Jaworski, B. (2009). Public writing in the field of mathematics teacher education. The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study, 249-254.

Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. Educational Researcher, 33(8), 3-15.

Cerda, G., Pérez, C., Giaconi, V., Perdomo-Díaz, J., Reyes, C. & Felmer, P (2017) Efecto de un taller de desarrollo profesional basado en la resolucin de problemas en las concepciones acerca de la naturaleza, logros y aprendizaje en matemticas de los docentes. Psychology, Society & Education, Vol. 9(1), pp. 11-26

Desimone, L., Porter, A.C., Garet, M.S., Yoon, S. & Birman, B.F. (2002). Effects of Professional development on Teacher's Instruction: Results from a Three-year Longitudinal Study. Educational Evaluation and Policy Analysis, 24 (2), 81-112.

Even, R. (2008). Facing the challenge of educating educators to work with practicing mathematics teachers. En B. Jaworski, & T. Wood (Edits.), The International Handbook of Mathematics Teacher Education (Vol. 4, págs. 57-74). Sense Publishers Rotterdam.

Felmer, P., Perdomo-Díaz, J., Cisternas, T., Randolph, V., Medel, L., Cea, F. (2015). La resolución de problemas en la matemática escolar y en la formación inicial docente. Estudios de Política Educativa, Vol. 1, Número 1, 64-105.

Felmer, P., Perdomo-Díaz, J. (2016) Novice Chilean secondary mathematics teachers as problem solvers. In P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick, (Eds.). Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives. Research in Mathematics Education Series. Springer. pp. 287- 308.

Felmer, P. & Perdomo-Díaz, J. (2017). Un programa de desarrollo profesional docente para el nuevo currículo de matemática: la resolución de problemas como eje articulador. Revista Educación Matemática, Vol. 29, 201-217.

Garet, M.S., Porter, A.C., Desimone, L., Birman, B.F. & Suk Yoon, K. (2001). What makes professional development effective? Results from a national sample of teachers. American Educational Research Journal, 38 (4), 915-945.

Kilpatrick, J. (1978). Problem solving in mathematics. School Science and Mathematics, 78, 189–192.

Kilpatrick, J. (1987). George Pólya's influence on mathematics education. Mathematics Magazine, 60(5), 299–300.

Maaß, K., & Artigue, M. (2013). Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a sythesis. ZDM, 45(6), 779-795.

Ministry of Education (2012). Bases Curriculares, 1º a 6º básico. [Down loaded from http://www.mineduc.cl/index5.php?id_portal=47 in May 3, 2015]

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principios y Estándares para la Educación Matemática (T. Fernández-Reyes, M.). Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES, Sevilla, España.

Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project. Recuperado de http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf, el 26 de agosto de 2012.

Perdomo-Díaz, J. & Felmer, P. (2017). El Taller RPaula: Activando la Resolución de Problemas en las Aulas. Profesorado: Revista de Curriculum y Formación del Profesorado, Vol. 21, Nm. 2, 425-444.

Perdomo-Díaz, J., Felmer, P., Randolph, V. & González, G. (2017). Problem Solving as a Professional Development Strategy for Teachers: A Case Study with Fractions. EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, vol. 13, Issue 3, pp. 987-999.

Perdomo-Díaz, J. & Felmer, P. (n.d.a). La resolución de problemas como estrategia de desarrollo profesional docente: tensiones que se generan en el profesor. Por aparecer en Educatio Siglo XXI.

Perdomo-Díaz, J. & Felmer, P. (n.d.b). Teachers' mathematical tensions surfacing during the first session of a problem solving professional development workshop. Sometido.

Polya, G. (1945) How to solve it. Cambridge: Princeton University Press.

Varas, L., Felmer, P., Gálvez, G., Lewin, R., Martínez, C., Navarro, S., Ortiz, A., & Schwarze, G. (2008). Oportunidades de Preparación para Enseñar Matemática de Futuros Profesores de Educación General Básica en Chile. Calidad en la Educación, Consejo Superior de Superior de Educación, No 29, 64-88.

CE 004

EL DESAFÍO DE ENSEÑAR PROBABILIDAD EN EL AULA DE EDUCACIÓN INFANTIL Y PRIMARIA: ¿DÓNDE ESTAMOS Y HACIA DÓNDE DEBEMOS IR?

Dra. Claudia Vásquez Ortiz
Pontificia Universidad Católica de Chile

cavasque@uc.cl

RESUMEN

La necesidad de desarrollar la alfabetización probabilística desde las primeras edades ha cobrado relevancia durante las últimas décadas producto de su utilidad y aplicabilidad en diversos campos del conocimiento, al proporcionar modelos probabilísticos para medir la incertidumbre. Asimismo, el aprendizaje de la probabilidad contribuye al desarrollo de un pensamiento crítico que permite a los ciudadanos comprender y comunicar distintos tipos de información presentes en numerosas situaciones de la vida diaria en las que los fenómenos aleatorios, el azar y la incertidumbre están presentes. Por tanto, surge la necesidad de contar con ciudadanos alfabetizados probabilísticamente, desde temprana edad, es decir, ciudadanos "capaces de hacer frente a una amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones" (GAL, 2005, p. 40).

Chile no es ajeno a esta necesidad científica, profesional y social, por ello ya en el año 2009, en el Ajuste Curricular realizado por el Ministerio de Educación, se incorpora por primera vez el estudio de la probabilidad en el currículo de Educación Primaria, a partir de los 10 años de edad (MINEDUC, 2009). Posteriormente, se propone adelantar su estudio incluyendo para ello el eje de "datos y probabilidades" en las Bases Curriculares, donde la probabilidad se presenta desde primer año básico (6 años de edad), de manera progresiva a largo de todo el currículo escolar, ya sea implícita o

explícitamente, con el propósito de que “todos los estudiantes se inicien en temas relacionados con las probabilidades” (MINEDUC, 2012, p. 5). Pero, ¿cómo enseñar probabilidad en Educación Primaria?, ¿cómo fomentar una enseñanza eficaz de la probabilidad en Educación Primaria que permita desarrollar la alfabetización probabilística? Para dar respuesta a este tipo de interrogantes, dentro de la agenda de investigación sobre el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas (Llinares, 2008) se observa un incremento de estudios cuyo foco es el profesorado en ejercicio y sus prácticas de enseñanza, con la finalidad de analizar los conocimientos que éstos ponen en juego al enseñar matemáticas. En este contexto surge este proyecto que pretende indagar en aquellos elementos que caracterizan el conocimiento matemático para enseñar probabilidad y en cómo este conocimiento se manifiesta en las prácticas de enseñanza de profesores expertos de Educación Primaria.

Palabras clave: Alfabetización probabilística, educación infantil, educación primaria, prácticas de instrucción.

INTRODUCCIÓN

La necesidad de desarrollar la alfabetización probabilística desde las primeras edades ha cobrado relevancia durante las últimas décadas producto de su utilidad y aplicabilidad en diversos campos del conocimiento, al proporcionar modelos probabilísticos para medir la incertidumbre. Asimismo, el aprendizaje de la probabilidad contribuye al desarrollo de un pensamiento crítico que permite a los ciudadanos comprender y comunicar distintos tipos de información presentes en numerosas situaciones de la vida diaria en las que los fenómenos aleatorios, el azar y la incertidumbre están presentes. Por tanto, surge la necesidad de contar con ciudadanos alfabetizados probabilísticamente, desde temprana edad, es decir, ciudadanos "capaces de hacer frente a una amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones" (GAL, 2005, p. 40).

Chile no es ajeno a esta necesidad científica, profesional y social, por ello ya en el año 2009, en el Ajuste Curricular realizado por el Ministerio de Educación, se incorpora por primera vez el estudio de la probabilidad en el currículo de Educación Primaria, a partir de los 10 años de edad (MINEDUC, 2009). Posteriormente, se propone adelantar su estudio incluyendo para ello el eje de "datos y probabilidades" en las Bases Curriculares, donde la probabilidad se presenta desde primer año básico (6 años de edad), de manera progresiva a largo de todo el currículo escolar, ya sea implícita o explícitamente, con el propósito de que "todos los estudiantes se inicien en temas relacionados con las probabilidades" (MINEDUC, 2012, p. 5). Pero, ¿cómo enseñar probabilidad en Educación Primaria?, ¿cómo fomentar una enseñanza eficaz de la probabilidad en Educación Primaria que permita desarrollar la alfabetización probabilística? son algunos de los interrogantes que surgen a la hora de formar al profesorado de Educación Infantil y Primaria en esta área. Para dar respuesta a este tipo de interrogantes creemos que es necesario alcanzar una comprensión en profundidad de la naturaleza y las características del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad. Es en esta dirección que en los últimos años se observa un aumento de investigaciones cuyo foco es el profesor en ejercicio y sus prácticas de enseñanza, con la finalidad de analizar los conocimientos que éstos ponen en juego al enseñar matemáticas y, de este modo, obtener evidencias de la puesta en escena del conocimiento matemático para la enseñanza y por medio del análisis de tales evidencias, comprender las características y naturaleza de este conocimiento.

En este contexto y en el marco del proyecto FONDECYT 11150412 "Conocimiento matemático para la enseñanza: el caso de la probabilidad en el aula de Educación Primaria", cuyo objetivo es caracterizar el conocimiento matemático para la enseñanza que ponen en juego los profesores de Educación Primaria al enseñar probabilidad, nos hemos planteado en una primera instancia, desde una perspectiva teórica, identificar aquellos elementos que caracterizan el conocimiento matemático para enseñar probabilidad. Para luego, contrastar dicha caracterización teórica con la puesta en escena del conocimiento matemático para enseñar probabilidad e incorporar, de ser necesario, aquellos elementos que emerjan del análisis de dichas prácticas de enseñanza. En lo que sigue, se presentan desde una perspectiva teórica, los cimientos que fundamentan nuestra propuesta para luego dar a conocer una primera aproximación a la caracterización de un modelo para una enseñanza eficaz de la probabilidad (que promueva la alfabetización probabilística) desde las primeras edades, y que en el contexto de un estudio más amplio servirán de base para definir aquello que se quiere observar y recoger información para analizar las prácticas de enseñanza en torno a la probabilidad.

LA ALFABETIZACIÓN PROBABILÍSTICA EN EDUCACIÓN INFANTIL Y PRIMARIA

En lo que respecta al tratamiento de la probabilidad en el currículo escolar chileno, se observa un

fuerte predominio del trabajo con situaciones cotidianas en las que emergen o están presentes los conceptos posible, seguro, imposible, etc., para luego continuar con un enfoque frecuentista de la probabilidad (VÁSQUEZ Y ALSINA, 2014). Desde esta perspectiva, es central que el profesor implemente "tareas probabilísticas" que permitan a sus estudiantes construir nuevo conocimiento, asociado al azar y la probabilidad, para estimular así el desarrollo del razonamiento probabilístico por medio de la exploración y reflexión en torno a la resolución de problemas en los que la incertidumbre está presente (VÁSQUEZ, 2018; VÁSQUEZ, DÍAZ-LEVICOY, CORONATA Y ALSINA, 2018). Tales tareas son entendidas como aquellas que muestran y relacionan (articulan) los diferentes significados de la probabilidad (intuitivo, subjetivo, frecuencial, laplaciano y axiomático) y en las cuales los estudiantes deben tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, vinculando sus conocimiento e ideas y experiencias previas con el desarrollo de razonamiento probabilístico. Asimismo, este tipo de tareas debe ser desafiantes y permitir contrarrestar, los sesgos de razonamiento probabilístico más frecuentes (e.g. heurística de la representatividad, sesgo equiprobabilidad, enfoque en resultado aislado, etc.). En sintonía con lo propuesto por Godino, Batanero y Cañizares (1987), se propone que para alcanzar una enseñanza eficaz de la probabilidad en el aula de Educación Primaria, que fomente el desarrollo de la alfabetización probabilística, es necesario considerar distintas fases de adquisición (VÁSQUEZ, 2018), en las que se entrelazan conocimientos matemáticos de distinta naturaleza. Por ello, se recomienda enfatizar el aprendizaje a partir de tareas probabilísticas que consideren situaciones cotidianas en las que emergen o están presentes los conceptos "posible", "seguro", "imposible", etc. (VÁSQUEZ Y ALSINA, 2014). Más aún si consideramos que el lenguaje verbal desempeña un rol fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática (NCTM, 2014), especialmente para el caso de la probabilidad y su estudio en las primeras edades, debido a la estrecha relación existente entre las expresiones de uso común y el lenguaje de corte matemático o probabilístico. Lo que en muchas ocasiones provoca que el lenguaje probabilístico sea utilizado de manera inadecuada, desencadenando dificultades para resolver problemas que involucran situaciones probabilísticas, dificultades que pueden llegar a persistir en temas más avanzados de probabilidad (JONES, LANGRALL Y MOONEY, 2007). Por ello, es importante que los estudiantes tengan experiencias que ayuden a apreciar el poder y la precisión del lenguaje probabilístico. No obstante, "es importante evitar una prisa prematura por imponer el lenguaje matemático formal; los estudiantes necesitan desarrollar un aprecio por la necesidad de definiciones precisas y de la potencia comunicativa de los términos matemáticos convencionales a partir de la comunicación con sus propias palabras" (NCTM, 2000, p. 67).

Desde esta perspectiva, en Vásquez, Alsina, Pincheira, Gea y Chandia (en prensa), se propone, en una primera instancia, un marco para caracterizar un modelo para una enseñanza eficaz de la probabilidad, que promueva el desarrollo de la alfabetización probabilística, a partir de las primeras edades y de este modo orientar acerca de los conocimientos que debe tener un profesor para enseñar matemáticas de forma idónea. En nuestro caso, nos hemos centramos desde una perspectiva teórica, específicamente, en los elementos vinculados a la enseñanza de la probabilidad y que el profesor debería poner en juego al llevar a cabo el proceso de instrucción. Así, se han definido (en una primera instancia) los siguientes cinco elementos que configuran nuestro modelo para caracterizar el conocimiento matemático para una enseñanza eficaz de la probabilidad a partir de las primeras edades (Figura 1).

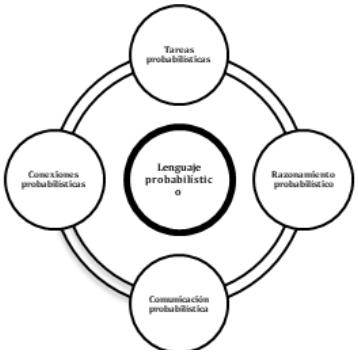


Figura 1. Elementos que caracterizan un modelo para una enseñanza eficaz de la probabilidad a partir de las primeras edades (Vásquez et al., en prensa).

A continuación se describen brevemente estas cinco dimensiones:

Tareas probabilísticas: referido a los problemas, ejercicios, experimentos estocásticos, etc. utilizado en la construcción de nuevo conocimiento asociado al azar y la probabilidad. Estas tareas probabilísticas pretenden estimular el desarrollo del razonamiento probabilístico por medio de la exploración y de la reflexión en torno a la resolución de problemas en los que la incertidumbre está presente, por lo que deben ser tareas desafiantes que permitan contrarrestar los sesgos de razonamiento probabilístico. Asimismo, estas tareas muestran y relacionan los diferentes significados de la probabilidad.
Razonamiento probabilístico: referido a la facultad para formular, interpretar, obtener y validar enunciados y afirmaciones en las que la incertidumbre está presente. Su finalidad es reconocer situaciones donde intervienen el azar y la probabilidad y poder modelarlas, escapando a los sesgos probabilísticos, así como a las creencias y concepciones previas.

Conexiones probabilísticas: referido a la conexión de ideas, conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos asociados al azar y probabilidad con otros bloques de contenidos matemáticos. Además, de la conexión entre las ideas, conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos actuales, asociados al azar y probabilidad, con los de niveles escolares anteriores y/o posteriores.
Comunicación probabilística: referido a los procesos de comunicación por medio de la interacción, negociación y diálogo en la clase de matemáticas para promover el aprendizaje de las ideas, conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos asociados al azar y a la probabilidad.
Lenguaje probabilístico: referido a los múltiples lenguajes (verbal, numérico, simbólico, tabular y gráfico) vinculados al azar y a la probabilidad utilizados para promover una comprensión adecuada de la probabilidad en sus estudiantes.

CONSIDERACIONES FINALES

Los principios para una enseñanza y aprendizaje eficaz de la matemática por el NCTM (2014) han sido el eje que nos ha permitido formular las distintas dimensiones, al centrarse en la acción del profesorado en el aula, es decir, en la gestión de los contenidos (en nuestro caso de probabilidad) que se debe llevar a cabo para conseguir una enseñanza eficaz. Partiendo de estas consideraciones, consideramos que las cinco dimensiones del modelo (tareas probabilísticas, razonamiento probabilístico, conexiones probabilísticas, comunicación probabilística y lenguaje probabilístico) guardan una estrecha relación con las ocho prácticas para una enseñanza eficaz de la matemática planteados por el NCTM (2014). En el marco de la agenda de investigación sobre el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas, este modelo pretende ser un insumo clave y el punto de partida para el diseño de un instrumento en forma de rúbrica que, a través de las dimensiones descritas y sus respectivos componentes, sirva de base para analizar el conocimiento matemático que pone en juego

el profesorado para enseñar probabilidad, y de esta manera contrastar dicha caracterización teórica con la puesta en escena del conocimiento matemático para enseñar probabilidad e incorporar, de ser necesario, aquellos elementos que emerjan del análisis de dichas prácticas de enseñanza.

Agradecimientos
Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT Nº 11150412 financiado por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile.

Referencias

Gal, I. (2005): Towards 'probability literacy' for all citizens. En Jones, G. (ed.): Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning. Nueva York. Kluwer, pp. 43-71.

Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M.J. (1987). Azar y probabilidad. Fundamentos teóricos y propuestas curriculares. Madrid: Editorial Síntesis.

Jones, G.A., Langrall, C.W. y Mooney, E.S. (2007). Research in probability: responding to classroom realities. In F.K. Lester Jr. (Ed.), The second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics. Charlotte, NC: Information Age Publishing. p. 909- 95.

MINEDUC (2009). Ajuste curricular para la Educación básica matemática. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

MINEDUC (2012). Bases curriculares 2012: Educación básica matemática. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM (2014). De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics.

Vásquez, C. (2018). Surgimiento del Lenguaje Probabilístico en el Aula de Educación Primaria. REnCiMa, v.9, n.2, p. 374-389.

Vásquez, C. y Alsina, Á. (2014). Enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria. Un Desafío para la Formación Inicial y Continua del Profesorado. Números, n. 85, p. 5-23.

Vásquez, C., Alsina, A., Pincheira, N., Gea, M.M y Chandia E. (en prensa). Una primera aproximación a la caracterización de un modelo para una enseñanza eficaz de la probabilidad a partir de las primeras edades. Actas del Tercer Congreso International Virtual de Educación Estadística.

Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C. y Alsina, A. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. Cadernos Cenpec, v.8, n.1, p.154-179.

CE 005

ALICIA EN EL PAÍS DE LAS PROBABILIDADES.

Salomé Martínez.
samartin@dim.uchile.cl
Centro de Modelamiento Matemático, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.

Camila Brito.
Centro de Modelamiento Matemático, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.

RESUMEN

La naturaleza distinta del pensamiento probabilístico respecto a otras áreas de las matemáticas, y el uso de modelos de enseñanza tradicionales y rígidos, hace que la enseñanza de la probabilidad sea un verdadero desafío para los y las docentes. En este trabajo se describe el diseño, las características y las ideas matemáticas subyacentes al cuento Alicia en el país de las probabilidades, que es una historia matemática interactiva para promover el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas, y con ilustraciones para ayudar a la visualización de conceptos y estrategias matemáticas. El libro se complementa con una aplicación para teléfonos inteligentes que contiene juegos móviles interactivos, para simular experimentos, explorar y analizar problemas, lo que apoya a descubrir y comprender las distintas ideas matemáticas que aparecen a lo largo de la historia.

Palabras clave: cuentos matemáticos, recursos de aprendizaje, enseñanza de las probabilidades, cuento interactivo, juegos de azar.

INTRODUCCIÖN

En Chile, como en el resto del mundo, la educación matemática se concibe como un espacio para desarrollar competencias clave para la vida moderna. En la educación escolar, ha habido cambios en los currículos escolares, que han pasado de una organización centrada principalmente en el contenido, a considerar explícitamente el desarrollo de habilidades matemáticas y el aprendizaje de las matemáticas en contexto. Las actuales Bases Curriculares (MINEDUC, 2012) declaran como objetivo que los estudiantes desarrollen el pensamiento matemático, el que se define como una capacidad que permite comprender las relaciones que ocurren en el entorno, cuantificarlas, razonar sobre ellas, representarlas y comunicarlas. Así, desde una edad temprana los niños y niñas deben tener oportunidades para razonar matemáticamente, resolver problemas, comunicar sus hallazgos, usar lenguaje abstracto y preciso, visualizar objetos y sus relaciones, entender conceptos abstractos, desarrollar habilidades de cálculo, entre otros. Estas metas ambiciosas implican un gran desafío para todos los y las docentes.

Además, en los últimos años se ha ampliado el conocimiento matemático que se aborda en la educación escolar. La importancia de comprender y analizar los fenómenos que implican incertidumbre, y la necesidad de gestionar y dar sentido a una cantidad cada vez mayor de datos, ha determinado que la estadística y las probabilidades se incorporen como una eje de del currículo escolar desde la educación básica. La enseñanza de probabilidades y estadística involucra desafíos propios. Por ejemplo, en Chile menos de la mitad de los programas de formación inicial de profesores de EB no incluyen temas de probabilidad en su plan general (MINEDUC, 2016). Además, como se indica en Batanero (2015), incluso si en su formación inicial tienen especialización en matemática, pueden no estar familiarizados con los diferentes significados de aleatoriedad y probabilidad, o con las dificultades más comunes que presentan sus estudiantes al trabajar en este ámbito. Por otro lado, la enseñanza de este tema presenta sus propios retos. Como se menciona en Batanero y Díaz (2012), los principios de enseñanza válidos para otras áreas de la matemática, no siempre son apropiados en el campo de la probabilidad y esto es algo de lo que los docentes no están necesariamente conscientes.

En este escenario, se necesitan recursos más allá de los textos escolares y los docentes deben enseñar matemáticas de forma creativa, relevante y significativa (Jennings et al., 1992). Por lo tanto, es necesario crear recursos de aprendizaje coherentes con la concepción actual de la enseñanza de las matemáticas que ofrezca oportunidades para la indagación y el desarrollo del razonamiento matemático y que capture el interés de los estudiantes. Las historias matemáticas proporcionan una forma de presentar las matemáticas en contextos significativos e imaginativos. Como se propone en Nicol y Crespo (2005), las tareas imaginativas ofrecen oportunidades para generar un tipo de compromiso intelectual y emocional que a menudo falta en las tareas matemáticas escolares.

En este trabajo, describimos la elaboración y características de Alicia el país de las probabilidades, un cuento matemático interactivo dirigido a estudiantes de 11 a 15 años, inspirado en personajes y elementos del clásico de Lewis Carroll para estimular el interés por las matemáticas y brindar oportunidades para el aprendizaje de las probabilidades. Este libro cuenta la historia de Alicia quien, en su primer día en su nueva escuela, se encuentra en un viaje de aventuras a través de una tierra mágica donde los juegos de azar son la actividad principal de sus habitantes. Para superar los desafíos de este mundo, la heroína se ve obligada a pensar en situaciones de incertidumbre, lo que la lleva a descubrir ideas fundamentales sobre la probabilidad, que utilizará para resolver y analizar problemas. El libro promueve el aprendizaje de las matemáticas a través de un enfoque de resolución de problemas, facilitado por juegos interactivos para teléfonos inteligentes que ayudan a los niños a explorar problemas que involucran probabilidades y apoyan el descubrimiento y la comprensión de las ideas matemáticas que surgen a lo largo de la historia.

Enseñanza y aprendizaje de las probabilidades en la educación básica.

Batanero, Godino y Roa (2004) identifican algunos de los desafíos involucrados en la enseñanza de la probabilidad. En este artículo, los autores afirman que el razonamiento probabilístico es diferente del razonamiento lógico o causal y, por lo tanto, se pueden encontrar resultados contraintuitivos en la probabilidad incluso en niveles muy

elementales, lo que contrasta con otras ramas de la matemática, donde estos tipos de resultados solo se encuentran cuando se trabaja en un alto grado de abstracción (Borovcnik y Peard; 1996). Este rasgo distintivo de la probabilidad puede explicar la existencia de ideas erróneas y dificultades que trascienden a la educación básica. Para enfrentarlas es importante proporcionar oportunidades para que los estudiantes confronten sus propios conceptos y creencias erróneas (Batanero, 2004). Según lo discutido por Borovcnik y Kapadia (2014b), el desarrollo de conceptos matemáticos suele ir acompañado de rupturas y conflictos, y la oportunidad de aprender surge cuando se intenta resolver el conflicto y comprender resultados paradójicos.

Batanero (2015) discutió acerca de enfoques de enseñanza para tratar la aleatoriedad y probabilidad, consistentes con el plan de estudios chileno. De acuerdo con este trabajo, en la escuela básica, los niños deben discriminar eventos posibles e imposibles en diferentes contextos y usar el lenguaje del azar. Para esto, materiales específicos con ciertas simetrías, como dados o monedas, se pueden utilizar para estimar probabilidades y comparar estos resultados con los obtenidos al repetir experimentos muchas veces También se propone que los materiales que carecen de simetría se introduzcan en una segunda etapa, y así generar contextos para los cuales la probabilidad solo se puede estimar a partir de frecuencias. A partir de los últimos años de la educación básica, los niños pueden comenzar a simular experimentos utilizando dispositivos. Como se indica en este documento, aunque la simulación o la experimentación con las monedas y dados tienen una función importante para estabilizar la intuición de los niños y materializar los problemas probabilísticos, esta no provee claves de cómo resolver problemas. Por lo tanto, es necesario introducir esquemas como diagramas de árboles para que los niños comiencen a comprender la solución de problemas probabilísticos. Esta propuesta devela la complementariedad de enfoques clásicos y frecuentistas de la probabilidad (Batanero, 2015).

Descripción de la historia matemática y características clave.

Alicia en el país de las probabilidades es un cuento creado en un centro de investigación matemática, por un equipo multidisciplinario compuesto por matemáticos, profesores de matemáticas, ingenieros, diseñadores, ilustradores, guionistas y programadores. La historia fue creada con el objetivo de motivar a los niños a aprender matemáticas y presentar algunas ideas clave sobre la probabilidad. Esto se hizo a través de una narrativa que combina problemas matemáticos con un mundo de fantasía. El cuento constituye una historia matemática genuina (Borasi, Sheedy & Siegel; 1990), es decir, las ideas matemáticas son clave para el entorno, la caracterización y la trama.

Las ilustraciones del libro no solo sirven para dar vida a los diferentes personajes y paisajes mágicos, sino que también se utilizan para apoyar la visualización y comprensión de ideas matemáticas y como una herramienta para representar estrategias y procedimientos matemáticos para resolver problemas. Dado que la representación se considera una habilidad matemática clave (OCDE, 2016), las ilustraciones de la historia potencian su utilidad como dispositivo de enseñanza y aprendizaje.

La historia se divide en capítulos, en cada uno de los cuales el protagonista tuvo que enfrentar un desafío que implica jugar y analizar un juego de azar. Cada capítulo se centró en una idea importante de la probabilidad, y su secuencia se generó para promover la comprensión del azar a distintos niveles. El libro incluye una aplicación móvil para que el lector puede experimentar y analizar situaciones descritas en la historia, accediendo a juegos interactivos a través de códigos QR que se encuentran en los distintos capítulos. Las aplicaciones no son necesarias para seguir la trama, sino que están concebidas para ayudar al lector a profundizar en la exploración de los problemas presentados, y a extender y aplicar estrategias para resolver problemas relacionados.

La historia en relación con una secuencia de aprendizaje.

En los primeros capítulos se presentan situaciones que involucran experimentos aleatorios, como juegos con dados y cartas, los que se analizan a través de la noción frecuentista o empírica de probabilidad. En una de ellas, Alicia se enfrenta a un juego de cartas, en el que gana si saca dos cartas iguales de un sombrero que contiene dos cartas

rojas y una azul. En este juego no simétrico, surge la creencia errónea de qué si un experimento tiene dos resultados posibles, ambos tienen la misma probabilidad. En la historia, los personajes repiten el juego muchas veces y uno de ellos dice saber lo que sucederá "debido a su experiencia de haber jugado muchas veces". En este capítulo se incluye una aplicación móvil que permite simular el juego, lo que permite al lector la oportunidad de ver dinámicamente los resultados obtenidos jugando muchas veces, y así contrastar sus propias creencias con los resultados empíricos.

Una vez que la protagonista ha tenido sus primeras experiencias con juegos de azar, se le presentan nuevos desafíos que implican analizar los resultados de un experimento aleatorio sin simularlo. Para ello, Alicia recurrirá a representaciones y heurísticas que faciliten la búsqueda y análisis de posibles casos de un experimento aleatorio. De esta manera, el lector se aproxima a la noción clásica de probabilidad a través de problemas que involucran la combinatoria y que requieren el desarrollo de estrategias de conteo elementales. Por ejemplo, en el Capítulo 3 se introduce un juego de dados que implica analizar la ocurrencia de eventos de igual probabilidad, motivando el uso de un enfoque clásico de probabilidad en el que se deben encontrar todos los casos posibles. Este juego se extiende en su correspondiente aplicación móvil, lo que permite al lector no solo simular los resultados del nuevo juego, sino también analizarlo a través de representaciones que permiten ejecutar estrategias de conteo.

En los últimos capítulos, se enfatiza la naturaleza complementaria de los enfoques empíricos y clásicos. Por un lado, hay situaciones en las que el lector puede comprender cómo el análisis de casos posibles permite explicar resultados empíricos de los juegos con dados y cartas que pueden ser contraintuitivos. Por otro lado, la protagonista se enfrenta a situaciones en las que utiliza su conocimiento a partir de la repetición de un experimento y lo complementa con el análisis de casos. Con esto, puede anticipar el resultado de un juego, cuando el experimento aleatorio subyacente se repite muchas veces.

Referencias

Batanero, C. (2015, February). Understanding randomness: Challenges for research and teaching. In CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 34-49).
Batanero, C., & Díaz, C. (2012). Training teachers to teach probability: Reflections and challenges. Chilean Journal of Statistics, 3(1), 3-13.
Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. Journal of statistics Education, 12(1).
Batanero, C., & Sanchez, E. (2005). What is the Nature of High School Students' Conceptions and Misconceptions About Probability?. In Exploring probability in school (pp. 241-266). Springer, Boston, MA.
Borasi, R., Sheedy, J. R., & Siegel, M. (1990). The power of stories in learning mathematics. Language Arts, 67(2), 174-189.
Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2014b). From puzzles and paradoxes to concepts in probability. In E. J. Chernoff & B. Sriraman, (Eds.), Probabilistic thinking: presenting plural perspectives (pp. 35-73). Dordrecht: Springer.
Borovcnik, M., and Peard, R. (1996), "Probability", in International handbook of mathematics education, eds. A. Bishop, et al., Dordrecht: Kluwer, 239-288.
Jennings, C. M., Jennings, J. E., Richey, J., & Dixon-Krauss, L. (1992). Increasing interest and achievement in mathematics through children's literature. Early Childhood Research Quarterly, 7(2), 263-276.
MINEDUC (2012) Bases Curriculares Educación Básica. 1º edición, Santiago, Chile.
MINEDUC (2016) Technical Report. Santiago. Chile
Nicol, C., & Crespo, S. (2005). Exploring mathematics in imaginative places: Rethinking what counts as meaningful contexts for learning mathematics. School Science and Mathematics, 105(5), 240-251.
OECD (2016). PISA 2015 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematics and financial literacy. OECD publishing.

CE 006

APRENDIENDO DE LOS ERRORES: UN ANÁLISIS DE LOS ERRORES FRECUENTES DE LOS ESTUDIANTES DE II MEDIO EN LAS PRUEBAS SIMCE Y SUS IMPLICANCIAS PEDAGÓGICAS.

María Angélica Elgueta Astaburuaga
Agencia de Calidad de la Educación

angelica.elgueta@agenciaeducacion.cl

RESUMEN

Esta presentación está basada en el trabajo realizado para elaborar el libro Aprendiendo de los errores que fue publicado por la Agencia de Calidad de la Educación a fines de 2017. En él se dan a conocer y discuten los hallazgos respecto de los errores comunes que cometen los estudiantes de II medio al responder las pruebas Simce de Matemática y los desafíos que se desprenden de ellos. Tiene como propósito compartir lo aprendido por la Agencia de Calidad de la Educación tanto en la elaboración como en la difusión del libro Aprendiendo de los errores, de manera de aportar a la reflexión sobre los errores que cometen los estudiantes al aprender Matemática y posibles formas de abordarlos.

Palabras claves: evaluación estandarizada, errores en Matemática, Simce

Esta presentación está basada en el trabajo realizado para elaborar el libro Aprendiendo de los errores que fue publicado por la Agencia de Calidad de la Educación a fines de 2017. En él se dan a conocer y discuten los hallazgos respecto de los errores comunes que cometen los estudiantes de II medio al responder las pruebas Simce de Matemática y los desafíos que se desprenden de ellos.

Las pruebas Simce son evaluaciones sumativas que se realizan anualmente a todos los establecimientos educativos del país como parte del Nuevo Sistema de Evaluación de Aprendizajes. Los resultados que se obtienen de estas evaluaciones son utilizados con diferentes propósitos, siendo uno de ellos entregar información a los establecimientos educativos respecto de los aprendizajes que están alcanzando sus estudiantes, de manera de complementar su diagnóstico sobre los logros de aprendizaje y orientar sus prácticas pedagógicas . Estas pruebas constan mayoritariamente de preguntas de selección múltiple en las que los distractores u opciones incorrectas recogen diferentes tipos de errores que pueden cometer los estudiantes.

El análisis de los resultados de las pruebas Simce tradicionalmente se ha centrado en la descripción de los aprendizajes que alcanzan los estudiantes en diferentes tramos de la escala de puntaje, esto, a través de reportar resultados según los Niveles de Aprendizaje de los Estándares de Aprendizaje. En este modelo, cada establecimiento puede conocer la distribución de estudiantes en los Niveles de Aprendizaje, lo que saben y son capaces de hacer los estudiantes que se encuentran en cada uno de los niveles y, qué es lo que aún les falta saber y poder hacer a los estudiantes que se encuentran en los Niveles de Aprendizaje más bajos. Si bien esta información contribuye a que se pueda dar un foco pedagógico a los resultados obtenidos en las pruebas Simce, esta se limita a centrarse en los aprendizajes logrados y no logrados y no entrega información respecto de los problemas específicos que poseen los estudiantes; es decir, cuáles son los problemas y confusiones que presentan comúnmente.

El trabajo de recopilación y análisis de los errores comunes que cometen los estudiantes en las pruebas Simce de Matemáticas, se enmarca en la necesidad de entregar más información a los docentes respecto de los conceptos y procedimientos que se necesita reforzar durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este contexto, se considera que conocer los errores que se cometen los estudiantes al responder las pruebas Simce es una oportunidad para identificar los problemas y confusiones a los que estos se enfrentan durante el proceso y diseñar estrategias orientadas a mejorar los aprendizajes.

En este estudio se considera error frecuente a aquél que presenta un alto porcentaje de respuesta, independiente del nivel de habilidad de los estudiantes; es decir, que se trata de un error que no solo posee una alta frecuencia de respuesta a nivel general, sino que al analizar los errores que cometen los estudiantes que obtienen los más altos puntajes en las pruebas Simce, este también presenta una frecuencia elevada.

Los errores descritos y analizados se obtienen de la sistematización de la información que entregan las pruebas Simce de Matemática aplicadas de manera censal a los estudiantes de II medio desde 2013 a 2016. Este proceso de sistematización consistió en la agrupación de las preguntas Simce por temas curriculares y el análisis de los distractores que presentan mayor frecuencia de respuesta dentro de cada tema.

En el libro se dan a conocer errores comunes identificados para los siguientes temas:

- números decimales
- fracciones
- potencias
- raíces
- logaritmos
- resolución de problemas
- operatoria algebraica
- factorización

- ecuaciones
- modelamiento algebraico
- plano cartesiano
- semejanza en triángulos
- probabilidad
- medidas de tendencia central

El análisis de estos errores arroja que se observan dificultades relativas a la comprensión y uso de diferentes conceptos matemáticos, así como dificultades relacionadas con los procedimientos de trabajo. Además, se observa que muchas de estas dificultades se asocian a aprendizajes que corresponden a cursos inferiores a II medio, por lo que se puede asumir que son errores que se basan en problemas de comprensión y confusiones que se arrastran desde años anteriores.

Como estrategia de difusión de los hallazgos, la Agencia de Calidad de la Educación ha realizado talleres con docentes en las diferentes macrozonas del país. En estos talleres se presentan y discuten los errores comunes y se reflexiona respecto de cómo estos se pueden abordar.

Una de las conclusiones obtenidas de los talleres realizados es la necesidad de promover un trabajo colaborativo entre los docentes de Matemática pertenecientes a diferentes ciclos de enseñanza, de manera que puedan discutir estrategias de enseñanza para que los aprendizajes en cursos inferiores sienten bases sólidas para los que deben ocurrir en cursos posteriores.

Esto se encuentra en concordancia con ampliar el concepto de calidad de la educación poniendo como centro los aprendizajes de los estudiantes y con considerar a los estudiantes como seres integrales que aprenden durante toda su trayectoria escolar.

Esta presentación tiene como propósito compartir lo aprendido por la Agencia de Calidad de la Educación tanto en la elaboración como en la difusión del libro Aprendiendo de los errores, de manera de aportar a la reflexión sobre los errores que cometen los estudiantes al aprender Matemática y posibles formas de abordarlos.

Referencias

Agencia de Calidad de la Educación (2017). Aprendiendo de los errores: Un análisis de los errores frecuentes de los estudiantes de II medio en las pruebas Simce y sus implicancias pedagógicas, Santiago de Chile: autor.

Ministerio de Educación, Mineduc (2009). Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media [actualización 2009], Santiago de Chile: autor.

Ministerio de Educación, Mineduc (2012). Bases Curriculares Educación Básica, Santiago de Chile: autor.

Ministerio de Educación, Mineduc (2013). Estándares de Aprendizaje Matemática 4° básico, Santiago de Chile: autor.

Ministerio de Educación, Mineduc (2013). Estándares de Aprendizaje Matemática 8° básico, Santiago de Chile: autor.

Ministerio de Educación, Mineduc (2015). Estándares de Aprendizaje Matemática 2° medio, Santiago de Chile: autor.

CE 007

UN PROGRAMA SOCIOEPISTEMOLÓGICO PARA LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Daniela Soto S., Héctor Silva C.
Universidad de Santiago de Chile

RESUMEN

En esta conferencia se relatará los fundamentos teóricos de un programa socioepistemológico chileno y su implementación en la formación inicial de profesores de matemática. Este programa pone como eje central el desarrollo de las habilidades del pensamiento matemático establecidas en las bases curriculares, articuladas con las categorías del conocimiento matemático, provenientes de las investigaciones socioepistemologicas, como: el binomio modelación-graficación, la variación, la selección, entre otras. Con el fin de fortalecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en diferentes niveles educativos y con diferentes comunidades de conocimiento.
Se expondrán diferentes investigaciones que se han desarrollado bajo este programa socioepistemológico y la articulación que se ha diseñado ante un programa de formación inicial de profesores. Entre ellas, se destaca la investigación desarrollada en un liceo de la comuna de Estación Central con profesores de matemáticas, la cual dio como resultado “la opacidad de las habilidades del pensamiento matemático en las prácticas educativas y evaluativas de la escuela”, en particular la habilidad de modelar es una de las más opacadas. Se mostraran algunas estrategias que se experimentado con el fin de enfrentar esta problemática y fortalecer las concepciones de los profesores de matemáticas en torno a las debilidades detectadas. Estrategias como; metodología de Aprendizaje y Servicio, y el desarrollo de una feria de modelación y una red de talleres desde la construcción social

del conocimiento matemático.
Además se mostraran algunos resultados en torno a la experiencia que han llevado a cabo los estudiantes del programa de formación inicial de profesores en estas estrategias y el desarrollo de metodologías específicas para la medición del impacto de las estrategias en los diferentes agentes educativos.

Palabras claves: socioepistemología, formación inicial de profesores, modelación, aprendizaje y servicio.

INTRODUCCIÓN

La tensión constante acerca del "buen" uso de los marcos teóricos en la formación de profesores, ha llevado a un equipo de matemáticos educativos, particularmente socioepistemológos, a resignificar la propia teoría a la luz del contexto actual chileno. Es decir, se consideró que la instrucción de los fundamentos y constructos teóricos deben ser trastocados y articulados con la realidad de la comunidad de conocimiento con la cual se desarrolla la formación. En este documento se expondrán los fundamentos teóricos de un programa socioepistemológico chileno y su implementación en la formación inicial de profesores de matemática. Se ejemplificará con diferentes investigaciones que se han desarrollado bajo este programa y la articulación que se ha diseñado ante un programa particular de formación inicial de profesores de matemática. Entre ellas, se destaca la investigación asociativa con la escuela, desarrollada en un liceo de la comuna de Estación Central con profesores de matemáticas, la cual dio como resultado que existe una opacidad de las habilidades del pensamiento matemático en las prácticas educativas y evaluativas de la escuela. En particular la habilidad de modelar es una de las más opacas. Se muestran algunas estrategias que se han experimentado con el fin de enfrentar esta problemática y fortalecer las concepciones de los profesores de matemáticas en torno a las debilidades detectadas. Estrategias como: metodología de Aprendizaje y Servicio, y el desarrollo de una feria de modelación y una red de talleres desde la construcción social del conocimiento matemático.

Además, se exponen algunos resultados en torno a la experiencia que han llevado a cabo los estudiantes del programa de formación inicial de profesores en estas estrategias y el desarrollo de metodologías específicas para la medición del impacto en los diferentes agentes educativos.

Un programa socioepistemológico chileno

El programa socioepistemologico chileno se ha conformado en la Universidad de Santiago de Chile. Este pone como eje central el desarrollo de las habilidades del pensamiento matemático establecidas en las bases curriculares, articuladas con las categorías del conocimiento matemático, provenientes de las investigaciones socioepistemológicas, como: el binomio modelación-graficación, la variación, la selección, entre otras. Con el fin de fortalecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en diferentes niveles educativos y con diferentes comunidades de conocimiento. El constructo fundamental de la Teoría Socioepistemológica (TS) es la noción de práctica social (Cantoral, 2013). La cual se ha interpretado de diferentes formas, lo que ha dado lugar a que se hayan establecido diferentes programas socioepistemológicos en la comunidad de matemáticos educativos. Esto ha permitido desarrollar investigación contextual a la realidad de cada comunidad y a formar categorías del conocimiento matemático que permitan materializar cambios en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de acuerdo a cada contexto. En otras palabras, se responde a uno de los principios fundamentales de la teoría; el relativismo epistemológico.

Un ejemplo es el programa socioepistemológico desarrollado por Cordero y colaboradores, quienes han logrado materializar la noción de práctica social en la idea de usos del conocimiento matemático. Esto ha proporcionado categorías, expresadas en situaciones (Cordero, 2008) que permiten desarrollar investigación en distintas comunidades de conocimiento (Tabla 1), resignificar el conocimiento matemático e impactar en el sistema educativo.

	SITUACIONES			
CONSTRUCCIÓN EN LAS PRÁCTICAS	VARIACIÓN	TRANSFORMACIÓN	APROXIMACIÓN	SELECCIÓN
Significaciones	Flujo Movimiento Acumulación Estado Permanente	Patrones de comportamiento gráficos y analíticos	Límite Derivación Integración Convergencia	Patrón de adaptación
Procedimientos	Comparación de dos Estados $f(x+h)-f(x)=ah$ $\alpha = f'(x)$	Variación de parámetros $y = Af(Bx+C)+D$	Operaciones lógico formales (cociente) $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$	Distinción de cualidades $\nabla f(x) - \lambda \nabla g(x) = 0$
Instrumento útil al humano	Cantidad de variación continua	Instrucción que organiza comportamientos	Formas analíticas	Lo estable
Argumentación	Predicción $E_n + Variación = E_f$	Comportamiento tendencial 	Analiticidad de las funciones $f(x+h)=f(x)+f'(x)h+f''(x)\frac{h^2}{2!}+\ldots$	Optimización

Tabla 1. Categorías del conocimiento matemático (Cordero, 2008)

Cada una de las situaciones que se presentan en la tabla 1, ha permitido resignificar las nociones propias del cálculo y por tanto toman gran relevancia en la formación inicial de los profesores de matemática.

Por otro lado, el binomio modelación- graficación ha sido uno de los ejes transversales de este programa. Para Cordero (2015), al modelación es una práctica socialmente compartida que ha permitido al humano construir conocimiento matemático, de esta forma cuestiona el hecho de que la mayoría de los modelos que versan sobre la modelación tomen como referente la acción práctica o cognitiva que se realiza en los escenarios científicos y no consideren que la gente en su cotidiano también modela.

En Chile la educación formal expuesta en las bases curriculares además de establecer los ejes curriculares para la educación matemática, como: Números, Algebra y Funciones, Geometría y Probabilidades y Estadística, explicita cuatro habilidades del pensamiento matemático que deben ser desarrolladas en los estudiantes: Resolver Problemas, Representar, Modelar y Argumentar.

Cada una de estas habilidades pueden ser resignificadas a la luz de los estudios provenientes de la didáctica de la matemática. En este sentido, por ejemplo si se considera, la habilidad de modelar, se puede desarrollar una discusión desde las diferentes posturas y paradigmas acerca de los significados de la modelación matemática en la clase de matemáticas. Como se ha señalado, desde la TS se considera a la modelación como una práctica social, y por tanto se reconoce que todos y todas modelamos, de esta forma la tarea se transforma en entender como modelan las diferentes comunidades de conocimiento.

Tanto las situaciones expuestas en la tabla 1, el binomio de modelación-graficación, como las habilidades del pensamiento matemático se articulan para dar fundamentos al programa socioepistemológico chileno.

Algunos ejemplos

- Primer momento: Investigación asociativa con la escuela

La relación entre las problemáticas de la escuela y la investigación educativa desarrollada en las universidades debe ser cada vez más estrecha. La matemática educativa debe estudiar los fenómenos producidos en los escenarios de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y al mismo tiempo construir conocimiento que provea explicaciones de esos fenómenos. En este sentido, la Universidad de Santiago de Chile a través de su proyecto de mejoramiento institucional ha buscado desarrollar una relación reciproca con la escuela, con el fin de afectar a los programas de formación inicial docente de todas las carreras de pedagogías que imparte.

Es así como se convoca a diferentes instituciones educativas de nivel medio y básico del país a postular a proyectos asociativos entre universidad y escuela. En estos, las escuelas plantean sus problemáticas particular y los diferentes investigadores de la universidad conforman equipos multidisciplinares para examinar las problemáticas y producir junto a los actores de la escuela innovaciones o propuestas que permitan dar respuestas situadas.

En particular, el proyecto de investigaciones al cual se hace referencia, nace de la problemática de un liceo de la comuna de Estación Central que cuestiona la valoración que tiene el promedio de notas de enseñanza media en las ponderaciones para ingresar a las universidades, lo que hace que los egresados de este liceo, con alta exigencia académica, se sientan perjudicado por sus calificaciones. En este contexto los docentes de matemáticas vieron la necesidad de reflexionar sobre sus procesos evaluativos, con el propósito de introducir ajustes en sus prácticas educativas.

Con un diagnóstico que se levantó con un focus group, entrevistas semiestructuradas y el análisis de instrumentos de evaluación de los docentes, se diseñó una matriz de colaboración entre pares, cuyo propósito fue generar la reflexión y el análisis entre los miembros de la comunidad sobre unidades temáticas específicas de la matemática,

así como de las habilidades que promueve el marco curricular chileno.

Como conclusión del proyecto asociativo se reportó que hay una opacidad (Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto, 2015) del desarrollo de las habilidades matemáticas en los instrumentos evaluativos del profesor, así como en su planificación de enseñanza. En particular, se dio cuenta de que la habilidad de modelar es una de las más opacas en los discursos de los profesores.

- Segundo momento: Aprendizaje y servicio

Este proyecto emerge de la necesidad de establecer el vínculo entre los resultados de la investigación asociativa con la escuela y la formación inicial de profesores. Se buscaba generar una relación reciproca en torno a la problematización de los saberes y habilidades matemáticas. Por una parte, la opacidad de las habilidades matemáticas (Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto, 2015; Soto, Silva-Crocci, Barbe y Vergara, en prensa), en particular la modelación, en los discursos y las prácticas de los profesores de matemática. Y por otra, la dificultad diseñar y evaluar situaciones de aprendizaje con los estudiantes del curso de Didáctica del Álgebra y del Cálculo (DAC), del programa de Pedagogía en Matemática y Computación de la USACH (PEMC), sin posibilidad de experimentación, decantó en generar una propuesta de Aprendizaje + Servicio (A+S).

Como se ha señalado, la modelación se ha integrado en el currículo chileno como una de las cuatro habilidades a desarrollar desde temprana edad en los estudiantes. Pese a esto los docentes de matemáticas, como dio cuenta la investigación asociativa, cuentan con escasos recursos para el desarrollo de esta habilidad que plantea las bases curriculares.

El desarrollo de un proyecto A+S se basa en tres características: Servicio solidario, protagonismo de los estudiantes y articulación entre las actividades de servicio y las de aprendizaje. En relación a los aprendizajes, el proyecto permitió el fortalecimiento de metodologías de análisis local de los diseños de situaciones de modelación, que no se habían desarrollado con los estudiantes de DAC por la falta de la experimentación. Se robustecieron, además de los elementos teóricos necesarios para el diseño de una situación de aprendizaje, habilidades de análisis, ya que se tuvo la oportunidad de llevar a cabo un proceso de socialización de las situaciones de modelación que se diseñaron en el curso. Esto provocó la discusión y reflexión entre los estudiantes de la PEMC y los profesores de matemáticas en ejercicio.

En tanto el servicio buscaba que los profesores de matemáticas en ejercicio fortalecieran los aspectos teóricos y prácticos relativos a la modelación en el aula y la articulación con las otras habilidades.

De esta forma, los docentes de matemática se vieron beneficiados de un conjunto de situaciones diseñadas con tecnología, provenientes de la reflexión de sus propias problemáticas, y aportaron a la formación de los profesores de matemática a través de su experiencia en el aula, dando explicación a las variables didácticas que afectan la reproducibilidad de dichas situaciones. Los estudiantes se vieron beneficiados al analizar las diferentes problemáticas que tiene los profesores en ejercicio, cuando se proponen desarrollar habilidades. Además aportan, a partir de la creación y diseño de situaciones con tecnología, propuestas coherentes con la problemática que detectan junto a los docentes. Por tanto, se genera una reciprocidad entres estos actores. Como producto final del A+S se desarrollaron dos tipos de rediseños de las situaciones; uno para el nivel de enseñanza básica y otro, sin utilización de tecnología.

- Tercer momento: investigaciones desarrolladas por profesores de matemáticas en formación

Una de las tesis que actualmente se está desarrollando, pretende evidenciar el empoderamiento de futuros docentes de matemáticas que participaron del curso DAC con la metodología de A+S, respecto a la habilidad de modelar.
Esta investigación considera que el curso de DAC busca que el futuro docente se empodere de las diferentes habili-

dades que proponen las bases curriculares, en particular de la habilidad de modelar. De esta forma, la investigación se propone desarrollar un seguimiento del curso y verificar el cambio en las concepciones de los participantes en torno a la modelación.

Si bien, existen diferentes concepciones acerca la modelación en la educación matemática las investigaciones desde la Matemática Educativa han consensuado que la modelación es el puente entre la matemática y la realidad. Esto es de gran relevancia para la función social del profesor de matemáticas (Cordero, 2015). En este sentido la opacidad de la habilidad de modelar en la educación matemática es una problemática que debe ser estudiada con el fin de reconocer mecanismos para que el futuro docente se empodere de la modelación (Reyes Gasperini y Cantoral, 2014), en otras palabras, cambie la relación que tiene con la modelación.

Prospectivas

El programa socioepistemológico chileno para la formación inicial de profesores de matemáticas, ha estado en constante evolución y resignificación. En un primer momento, la consideración de las habilidades del pensamiento matemático que proponen las bases curriculares chilenas fue el inicio de la resignificación de la teoría. En un segundo momento, la utilización de metodologías que permitieran la reciprocidad entre la realidad de la escuela con la formación inicial, permitió evidenciar la importancia de esa relación y el cómo genera una variedad de los constructos teóricos de la propia teoría. Y en un tercer momento, generar investigaciones conjunta con los futuros profesores de matemática sobre su propia formación ha fortalecido la utilización de métodos de recogida de datos que admitan medir de manera local los impactos de este programa. Estos momentos han permitido dibujar un programa propio ajustado a la realidad chilena.

Hoy el programa busca la socialización con los otros actores del sistema educativo, en particular se considera que la difusión de las actividades que diseñan los estudiantes en la formación inicial en diferentes escenarios educativo o de divulgación, permitirá aportan recíprocamente tanto a los futuros profesores de matemáticas, como a la sociedad. De esta forma como hito actual se ha constituido una red de talleres itinerante.

Referencias

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: estudios sobre construcción social del conocimiento. D. F., México: Gedisa.

Cordero, F (2015). Modelación, Funcionalidad y Multidisciplinariedad: el eslabón de la matemática y el cotidiano. In Arrieta, J. y Díaz, L. Investigaciones latinoamericanas de modelación de la Matemática Educativa. Editorial Díaz de Santos, España.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En cantoral, r.; Covián, o.; Farfán, r.m.; Lezama, j. y Romo, a. (Orgs.), Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte iberoamericano México: Díaz de Santos–Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C, 2008. p. 265-286.

Cordero, F. Gómez, K. Silva- Crocci, H. y Soto, D. (2015). Discurso matemático escolar. Adherencia, exclusión y opacidad. Gedisa.

Reyes-Gasperini, D., Cantoral, R. (2014). Socioepistemología y empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemática. Bolema, volumen 28, 306-382.

Soto, Silva-Crocci, Barbe y Vergara (en prensa). Prácticas educativas y el desarrollo de habilidades matemáticas: una propuesta de análisis para los instrumentos de evaluación de los docentes del Liceo Ruiz Tagle. En Valencia, L. Investigación e innovación asociativa Universidad-Escuela, Universidad de Santiago de Chile.

CE 008

EDUCACION MATEMATICA INCLUSIVA, TRABAJO INSTITUCIONALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMATICA Y TEORIAS IMPLICITAS SOBRE SU ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

Patricio Montero Lagos
pbmonterolagos@gmail.com

RESUMEN

La política educativa puede influir y apoyar el pensamiento y las prácticas inclusivas, estableciendo la igualdad en el disfrute del derecho a la educación de todas las personas, y definiendo las formas de enseñanza, apoyo y liderazgo que constituyen la base de una educación de calidad para todos y todas (UNESCO, 2015). La educación matemática inclusiva debería contribuir a la equidad empoderando a los estudiantes desde su identidad (Gutierrez, 2014) garantizando el acceso a una educación matemática de calidad para todo el mundo y contribuyendo en el mejoramiento de la ciudadanía (Alsina y Planas, 2008). Este propósito implica hacerse cargo de una mayor heterogeneidad sociocultural de estudiantes y de los que poseen necesidades educativas especiales afectando fuertemente el trabajo institucionalizado de los profesores de matemática en los colegios para que sustenten con su labor la participación activa de las personas en el mundo y en sus procesos de transformación. En este trabajo se presentan desafíos para materializar en la labor docente del profesor de matemática una educación matemática inclusiva de acuerdo a antecedentes de la literatura y de otros emergentes obtenidos recientemente mediante entrevistas a profesores de matemáticas de educación media y especialistas del Programa de Integración Escolar del PIE de la Región Metropolitana. Se relacionan estos desafíos con competencias profesionales claves del profesor de matemática y sus teorías implícitas sobre su enseñanza y aprendizaje de la matemática, culminando con algunas propuestas que contribuyan a superar las debilidades actuales.

Palabras Claves: Educación matemática Inclusiva Trabajo institucionalizado del profesor Competencias profesionales del profesor Teorías implícitas

Trabajo institucionalizado del profesor de matemática

El trabajo institucionalizado comprende prácticas organizacionales como un puente entre los esfuerzos reflexivos y propositivos de las personas y los esfuerzos de las instituciones encarnados en arreglos de la actividad humana (Hampel y otros, 2017). Las prácticas en una organización se sustentan en "mitos racionales y ceremonias" (Meyer y Rowan, 1977). En la literatura existen caracterizaciones del trabajo institucionalizado del profesor de matemática. Por ejemplo, para Brousseau (1986) el papel de la institucionalización del trabajo del profesor de matemática es establecer y dar un estatus oficial al conocimiento referido en una actividad didáctica y en un sistema didáctico en que concurren el profesor, el estudiante y el saber a enseñar. Para Gómez, Kuzniak y Vivier (2016), desde la perspectiva de los Espacios de Trabajo Matemático, en el trabajo institucionalizado del profesor de matemática se considera los modelos analítico de la especificidad de la matemática y el proceso de transposición, con el objeto de elaborar propuestas didácticas que logren construcción de saberes matemáticos y todas las reorganizaciones que su rol de profesor supone.

En un trabajo reciente (Montero, Montero y Riquelme, 2018) se indagó acerca del trabajo institucionalizado del profesor de matemática, considerando componentes del marco regulatorio nacional, documentos institucionales de los colegios y mediante la información proporcionada por profesores de matemática. En concordancia con las fuerzas externas y particularidades internas, cada establecimiento educativo tiene su propia misión, enfoques, regulaciones, mitos y ceremonias y condiciones de infraestructura que afectan la institucionalización del trabajo del profesor de matemática. Tiene un proyecto educativo, un manual de convivencia y un plan de mejora o estratégico de desarrollo, que afectan la estructura organizacional, reglas, rutinas y/o prácticas impactando los deberes y obligaciones de los miembros del colegio. Estas componentes afectan tanto los resultados de aprendizajes esperados, sus procesos, formas de evaluación y relaciones interpersonales, aspectos que estuvieron presente en las entrevistas de los profesores.

Desde la perspectiva del marco regulatorio, el trabajo institucionalizado del profesor de matemática comprende el diseño y conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje en sus cursos, en conformidad a las metas y objetivos emanados por el colegio, y acordes con los requisitos de las bases curriculares y normativas legales. Particularmente, se coincide en que los profesores de matemática deben realizar planificaciones de su enseñanza disciplinaria, seleccionar, adaptar o elaborar recursos de aprendizajes para sus estudiantes, y realizar la enseñanza de modo que los estudiantes aprendan y evaluar tanto los procesos y resultados. Además, en el trabajo institucionalizado se señala la importancia del rol formativo del profesor para el desarrollo integral de sus estudiantes en concordancia con los valores institucionales.

Asimismo, existen varias diferencias en el trabajo institucionalizado del profesor de matemática. Por ejemplo, en algunos colegios, el trabajo del profesor institucionalizado de los profesores está dirigido a cubrir todos los contenidos matemáticos de los programas y en que los estudiantes tengan buenos rendimientos de las pruebas estandarizas; mientras que, en otros, está focalizado en que los estudiantes desarrollen habilidades usando los conocimientos matemáticos en profundidad y con significado para el estudiante. También, el trabajo institucionalizado del profesor de matemática difiere entre establecimientos debido a normativas y protocolos vinculados a los manuales de convivencia que afectan las interacciones sociales entre los miembros de la organización (Montero y otros, 2018).

Desafíos del trabajo institucionalizado del profesor para una educación matemática inclusiva.

Se han identificado varios desafíos para el trabajo institucionalizado del profesor de matemática en los establecimientos educacionales. En un trabajo en desarrollo (Montero, Montero y Ferrada, 2018), se revisaron aspectos del marco regulatorio sobre la ley de inclusión y se entrevistaron a encargados PIE y profesores de matemática de una nuestra a conveniencia de siete establecimientos educacionales con diferente dependencia administrativa. Concordante con los resultados se presentan, a continuación, cuatro grandes desafíos:

1. Se requiere institucionalizar una estructura organizacional y un estilo de gestión efectivo en los establecimientos educacionales que posibiliten un trabajo integrado, complementario y satisfactorio entre los especialistas de las necesidades educacionales especiales y los profesores de matemática. Las entrevistas revelaron que existe una gran heterogeneidad de situaciones no resueltas en los roles de las estructuras organizacionales de los establecimientos, tanto en los de tipo subvencionados (particulares y municipales) con equipos PIE y, en colegios particulares pagados. En los colegios particulares, no existe un equipo PIE; mientras que, en los subvencionados, hay diferencia en los tipos de profesionales que los componen. Con excepción del diagnóstico inicial realizados a los estudiantes y la existencia de reuniones de planificación y/o coordinación con los profesores, hay una variedad de formas de interacción de los especialistas del PIE con los profesores, tanto en la planificación, desarrollo de las clases y en la evaluación. Entre otros, en las salas de clases en algunos colegios, hay distinciones, entre ellos, por la o no existencia de co-docencia en el aula y en los apoyos a los estudiantes. Asimismo, existen diferencias en los refuerzos realizados por especialistas a los estudiantes fuera de clases, en donde, en algunas instituciones involucran también a los estudiantes más aventajados, y en las participaciones que ellos tienen en la evaluación de los alumnos.

De acuerdo a lo mencionado, frecuentemente, por los entrevistados, fue posible encontrar dos aspectos a destacar: por una parte, se reveló el interés de los colegios por ampliar en los profesores de matemática sus estrategias de enseñanza para el logro de los aprendizajes de estudiantes altamente heterogéneos. Por otra parte, se destacó superar en los profesores de educación especial sus debilidades respecto a los conocimientos matemáticos para que realicen sus contribuciones en los aprendizajes matemáticos de los estudiantes más rezagados. Sin embargo, fue recurrente el señalamiento de la necesidad de contar con mayores tiempos que posibiliten el trabajo en equipo. También, se destaca que los profesores de matemática, especialmente los más antiguos, frecuentemente, son menos flexibles respecto a profesores de otras asignaturas, y en comparación a los profesores jóvenes. Esto último, de acuerdo a coordinadores del PIE, posibilitaría desarrollar y probar formas alternativas de materialización y adopción de formas de trabajo en equipo, que sean efectivas y satisfactorias.

2. Junto con superar tensiones existentes en el concepto de calidad entre la cobertura curricular y la equidad para que todos los estudiantes tengan oportunidades de desarrollar su propio proyecto de vida personal con integración social, se deben fortalecer las condiciones institucionales y personales que afectan decisiones claves del trabajo institucionalizado del profesor de matemática. La educación matemática inclusiva requiere hacerse cargo de una mayor heterogeneidad de estudiantes complejizando, entre otras, la planificación, el desarrollo de las clases, la evaluación y calificación de los estudiantes. En particular, considerando que las competencias matemáticas son evolutivas comprometiendo cambios multidimensionales del estudiante, es fundamental planificar los resultados esperados y su facilitación a partir de la situación inicial real de cada estudiante.

Las respuestas de los profesores entrevistados señalaron que, más que abordar una planificación más compleja, se ha transformado, frecuentemente, en un desafío para apoyar a personas con diferentes tipos de necesidades, distintas formas de aprender y ritmos. A modo ilustrativo: "…por lo que tengo que ir enfocada a todas las posibilidades que tengo. Entonces, si presento un video, tengo que procurar que el video venga subtitulado, para que el alumno que es sordo pueda leerlo, cuando hago una clase expositiva tengo que preocupar que esa persona se sienta adelante para que me pueda leer los labios. En este minuto, tengo en primero medio, una alumna albina que ella ve con tamaño de letra 72, entonces, yo hago mi guía, porque además ella tiene problemas cognitivos, le bajo el nivel a la guía, y luego tengo que aumentar el tamaño de la letra para que ella pueda verlo…". Asimismo, resultados de las entrevistas, junto con reconocer la gran dificultad existente para conducir la enseñanza en un curso altamente heterogéneo de estudiantes revelaron la ejecución de varias estrategias dirigidas a resolver el problema. Entre ellas, está el apoyo de un especialista del PIE a estudiantes con NEE en la sala, apoyo de estudiantes tutores, trabajos grupales, estudiantes y sesiones adicionales de reforzamiento. Sin embargo, las situaciones descritas de los entrevistados muestran que se está lejos de lograr un nivel satisfactorio.

También, en este contexto de gran heterogeneidad de los estudiantes, un asunto no resuelto son las evaluaciones

y calificaciones de los alumnos con necesidades educacionales especiales. Una práctica muy generalizada en los colegios es reducir el número de preguntas, de modo que se cubran dos objetivos complementarios. Uno, reducir los niveles de complejidad de la instancia evaluativa de modo que se consideren las mismas temáticas, pero con diferentes niveles de profundidad. La otra, es que para los estudiantes con NEE que son más lentos, se les dé un tiempo adicional. Ambas situaciones afectan la pertinencia y validez de la información evaluativa con efectos no deseados. Uno, que estudiantes del mismo curso señalen que la misma nota que ellos obtienen no tiene similares niveles de exigencia, por lo que sería fuente de discriminación social. También, hay profesores muy incómodo con esas prácticas: "Yo creo que es muy mentiroso, casi una estafa hacer pasar a un alumno con promedio 4, promedio 5 y después rinde la PSU y saca 300 o 400 puntos, no tiene sentido. En el fondo, el alumno dice - oye estuve todos estos años en el colegio y no me sirvió de nada- porque, porque el colegio no me facultó para poder entrar a la educación superior que es lo que yo quería…"

3. Fortalecer y/o actualizar la formación y posible especialización de los profesores de matemática, para que puedan abordar con éxito y liderazgo el nuevo escenario de la educación matemática inclusiva. Resultados de las entrevistas confirmaron la necesidad que los profesores tengan nuevos conocimientos, estrategias para abordar sus decisiones profesionales claves y habilidades interpersonales para relacionarse con estudiantes, profesores, padres, entre otros. Por ejemplo: "… hace falta contar con algo que nos pueda formar desde las NEE o sea, por ejemplo, esta persona es asperger, ¿Qué necesidades tiene asperger? ¿Cómo nosotros podemos bajar el contenido a un asperger?, él es limítrofe, ¿Qué pasa con los limítrofes? ¿Cuál es su necesidad? ¿Cómo bajar el contenido específico del área a esta necesidad?..."

4. Se requiere contar con nuevos conocimientos, recursos y condiciones propios de investigaciones, experiencias e innovaciones en educación matemática que posibiliten materializar una educación matemática inclusiva en el sistema educativo nacional. Los entrevistados coinciden que, actualmente, se están intentando variedad de soluciones en los colegios con escasas evidencias previas de su eficacia. Sin lugar a dudas, se requieren más investigaciones, experiencias e innovaciones que sean difundidas de modo de evitar generalizaciones de opiniones negativas hacia la educación matemática inclusiva.

Teorías implícitas sobre la enseñanza y aprendizaje

Una explicación de las diferencias de actuación profesional entre los profesores son sus diferentes teorías implícitas sobre la enseñanza y aprendizaje, las cuales cada profesor construye de acuerdo a su formación y experiencia (Pozo et al., 2006). Estudios han revelado que esas teorías implícitas vinculadas al trabajo institucionalizado se pueden categorizar considerando concepciones interpretativas del aprendizaje (García et al., 2014) y mediante un conjunto de actividades típicas de su labor en el aula (Loo, 2017). De acuerdo con las ideas de Pozo y otros (2006), se han distinguido tres tipos de concepciones: directa, interpretativa y constructiva, en donde la directa es la más cercana a la enseñanza tradicional. Se han encontrado diferencias en las teorías explicitas entre profesores chilenos en ejercicio (Gómez y Guerra, 2012), y entre el enfoque didáctico matemático declarado y decisiones tomadas en algunas situaciones por estudiantes en su práctica profesional (Montero y otros, 2018). Consecuentemente, es posible asumir que la variedad de aproximaciones en las decisiones profesionales están marcadas por las teorías implícitas sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática, las que no solo deberían quedar en la explicitación de las creencias sino que, especialmente, en las formas en cómo ellas se vinculan con sus intervenciones en la realidad.

Propuestas

1. Considerando la complejidad de lo que se pretende con la educación matemática inclusiva y, que de acuerdo a la ley: "Es deber del Estado propender a asegurar a todas las personas una educación inclusiva de calidad", se recomienda sensibilizar y apoyar gestiones de obtención de mayores recursos del Estado para los establecimientos educacionales y, para desarrollar, validar e implementar soluciones e innovaciones que permitan satisfacer el espíritu y letra de la ley.

2. Determinar fortalezas y debilidades en procesos, resultados e impactos para una educación matemática inclusiva en los establecimientos educacionales de acuerdo a una integración de los roles y funciones de los equipos de especialistas del PIE y los profesores de matemática.

3. Revisar y, de ser necesario, complementar la formación del profesor de matemática desde la perspectiva de una educación matemática inclusiva y, analizar opciones de perfeccionamiento y/o postgrado.

4. Velar para que los profesores de matemática posean teorías implícitas favorables a una educación matemática inclusiva y recursos metodológicos para su práctica profesional.

Referencias

Alsina, A y Planas, N. (2008). Matemática inclusiva: Propuestas para una educación matemática accesible, Narcea Ediciones, Madrid, España

Gómez, V. & Guerra, P. (2012). Teorías implícitas respecto a la enseñanza y el aprendizaje: ¿Existen diferencias entre profesores en ejercicio y estudiantes de pedagogía? Estudios pedagógicos (Valdivia), 38(1), 25-43.

Gómez I., Kuzniak A. y Vivier L (2016), El rol del profesor desde la perspectiva de los Espacios de Trabajo Matemático, Bolema, Rio Claro (SP), v. 30, n. 54, p. 1-22,

Montero, P. Montero, C. Riquelme R. (2018) Lógicas y prácticas institucionales: Desafios para la formacion de profesores de matematica, XXI Jornada Nacionales de Educación Matemática.

Pozo, J.I. (2006) La nueva cultura del aprendizaje en la sociedad del conocimiento. En J.I. Pozo y otros (Eds.) Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje. Las concepciones de profesores y alumnos (pp. 29 – 53). Barcelona: Graó.

CE 009

INCIDENCIA DE LOS PARADIGMAS DE LA MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA

Héctor Hevia
hhevia@uahurtado.cl
Universidad Alberto Hurtado

RESUMEN

Se analizan algunas situaciones que se presentan en el aprendizaje de la Estadística que podrían ser simplificadas y aprovechadas en mejor manera, si se sustraen ciertos elementos matemáticos prescindibles y se agregan actividades de aprendizaje apropiadas, que faciliten la familiarización de los estudiantes con ciertos aspectos fundamentales del pensamiento estadístico. Dado que estas propuestas utilizan experiencias de la vida real, ellas posibilitan la construcción cognitiva de Bruner que, iniciándose desde la realidad, desarrolla representaciones enactivas y luego pictóricas, que preparan la mente del estudiante para la manipulación de representaciones simbólicas de carácter matemático.

Palabras claves: Enseñanza de la Estadística, representaciones enactivas, icónicas, simbólicas, Bruner

La Estadística Descriptiva

Su objetivo es detectar características de la población que subyacen en los datos de una muestra aleatoria de la población. Desde la perspectiva de la Estadística, hay supuestos que alientan esta búsqueda. Bajo esta perspectiva, el concepto de error aleatorio existente en los datos es importante ya que se buscan invariantes; es decir, objetos matemáticos que, en alguna forma, están presentes en los datos observados.

En la práctica, en el caso de invariantes de una población que son parámetros, es decir, constantes numéricas, existe el riesgo de enseñar a calcular estimaciones de estos parámetros, enfatizando la aplicación de una fórmula numérica, en desmedro de la posibilidad que el estudiante experimente la existencia de un error asociado a la muestra particular que se utiliza: el error de la estimación, un tema esencial en el pensamiento estadístico. No habiendo objetivo de aprendizaje estadístico, el logro de los objetivos de aprendizaje se asocia a la aplicación correcta de una fórmula matemática.

Mayor peligro aún, si los datos se encuentran agrupados. Se han desarrollado complicados criterios matemáticos para obtener valores aproximados de la moda, la mediana y de los percentiles en general, cuando los datos se encuentran agrupados. Ver, por ejemplo, [7]. Si los datos originales están disponibles, nada más inoficioso que este proceder; hay planillas de cálculo que realizan este trabajo con gran facilidad para el operador. Si la data original está ausente, el retorno a las marcas de clase como valores observados según sea su frecuencia, permitiría una razonable aproximación a los parámetros que se busca estimar.

En resumen, en el caso de la estimación de un invariante numérico, se observa la sobrevaloración del concepto de número en desmedro de la valoración del concepto de error; es decir, la preeminencia del paradigma matemático por sobre el paradigma estadístico. Muy a diferencia de esto, el paradigma estadístico aprecia el parámetro como número teórico, pero asigna gran relevancia a la presencia del error y a la existencia de estimadores que constituyen diferentes vías para alcanzar, en forma aproximada, estos números teóricos.

Otra cosa ocurre si se busca un invariante de forma de la población, como, por ejemplo, la forma que toma la curva de la distribución de probabilidad. En este caso, la construcción de histogramas a través de una planilla de cálculo es espontánea y facilita la elaboración de representaciones enactivas y también icónicas, que preparan la asimilación de una forma abstracta; de un objeto matemático: la distribución de probabilidad. Ver Bruner [1]. Esta forma de proceder sirve como ejemplo a seguir en el caso de la búsqueda de invariantes numéricos, como se señala a continuación.

Obsérvese que la construcción de histogramas para visualizar la distribución de muestreo de $\hat{\theta}-\theta$; a veces denominado “error de la estimación” (ver Devore [3], página 243), podría ayudar a suplir la carencia de enfoque estadístico en el cálculo de una estimación $\hat{\theta}$ de un parámetro θ. La experiencia de pensamiento estadístico puede profundizarse, variando, por un lado, el estimador que se utiliza y, por otro lado, utilizando diferentes tamaños de muestra. Esta última variación permitiría visualizar cómo el tamaño de la muestra controla la magnitud del error; otro paradigma de la Estadística.

2. El concepto y la definición de variable aleatoria

Dado un experimento aleatorio, lo usual es definir el objeto variable aleatoria como una función del espacio muestral del experimento al conjunto de los números reales. Esencialmente, esta función convierte los resultados del experimento en números que preservan la aleatoriedad del experimento. Es decir, el experimento, a través de esta transformación, permite la observación de un número aleatorio. Sin embargo, este objeto matemático función, utilizado para definir el objeto variable aleatoria, no sólo es prescindible para la formación de pensamiento estadístico; si agregado a esto, se opta por construir el concepto de variable aleatoria directamente de la realidad, esta doble estrategia podría contribuir sinérgicamente a hacer más efectivo el aprendizaje de la Estadística.

Como señala Rice (ver [8], página 35), "una variable aleatoria es esencialmente un número aleatorio". Por tanto, si la definición del experimento se extiende hasta incluir la transformación del espacio muestral a los números reales que define a la variable aleatoria, entonces los resultados del experimento son números y el experimento en sí se constituye en un número aleatorio factible de ser representado por medio de una variable aleatoria. Así, el concepto de variable aleatoria se transporta al mundo de las experiencias como número aleatorio y se constituye en objeto susceptible de ser aprehendido en el mundo real. Procediendo de esta manera, la variable aleatoria representa un número aleatorio, el cual se experimenta en la realidad, al igual que se experimentan en la realidad, los números. De esta forma, el objeto variable aleatoria se constituye en un modelo de primera generación. Citando a Guzmán y Hevia [5], "… los modelos de primera generación pueden contribuir de manera importante en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, siempre que los objetos representados pertenezcan al ámbito de la experiencia del estudiante". En este caso, los objetos representados son los experimentos aleatorios cuyos resultados son números. La concordancia con la construcción cognitiva de Bruner es evidente; estos experimentos aleatorios permitirán la construcción de representaciones enactivas e icónicas, que potenciarán el aprendizaje significativo del objeto variable aleatoria.

Hay varios aspectos que se deben destacar; quizás, el más importante, es que un número aleatorio no es un número. Otro aspecto se refiere a la poca utilidad para el aprendizaje que tiene la definición de variable aleatoria como una función, si el experimento aleatorio arroja resultados que son, en sí, números; como ocurre en el caso del clásico experimento del lanzamiento de un dado. Un tercer aspecto, se refiere a la elección de una distribución de probabilidad para la variable aleatoria de interés. Si la variable aleatoria se ha definido como una función y siendo la distribución de probabilidad otra función cuyo dominio es el rango de valores que asume la variable aleatoria (cuyo recorrido son los reales), parece posible que la construcción cognitiva que se pretende producir, quede interferida por la presencia cercana de dos objetos matemáticos de la misma naturaleza. Esta situación, más que apoyar la construcción del conocimiento, podría dificultarla desviando el enfoque a aspectos secundarios no relacionados con el objeto de conocimiento. Hay estudios que dejan en evidencia la existencia de confusión en los estudiantes, entre estos dos objetos matemáticos de la misma naturaleza que coexisten en la presentación usual de variable aleatoria. Por otro lado, se ha observado que cuando hay claridad respecto a las diferencias entre estos dos objetos matemáticos, el estudiante no es capaz de reconocer en un número aleatorio, la existencia de una variable aleatoria. Ver [2].

3. El problema que conduce al concepto de ajuste de un modelo a una población

El objetivo de la Estadística es obtener información de los datos disponibles, que sea relevante para la situación de interés que se estudia. Etimológicamente, el término "datos" proviene de "datum": lo que es dado; donado a través del acto de conocer, de la intencionalidad de la conciencia. Los datos se organizan por medio de principios explicativos que operan en base a supuestos. En particular, si aceptamos el supuesto de existencia de una distribución de probabilidad para un número aleatorio de interés, con seguridad habrá más de una distribución que se ajuste en forma significativa a los datos. Y la elección final siempre será dubitable.

Cada función que satisface los requisitos de una función de distribución de probabilidad se constituye en un posible modelo de probabilidad teórico para ciertos números aleatorios. En particular, la asignación teórica de probabilidad bajo ciertas condiciones experimentales (o supuestos), conduce unívocamente a una distribución de probabilidad teórica que refuerza la idea de existencia de una única distribución para los datos que se estudian. Considérese, por ejemplo, la distribución binomial, la distribución hipergeométrica, la distribución de Poisson, etc. De aquí, la importancia de distinguir entre una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad aunque existente es desconocida y una variable aleatoria teórica cuya distribución de probabilidad es conocida (y, por tanto, única). Esto explica la necesidad existente en el pensamiento estadístico de mantener representaciones independientes para la variable aleatoria y para su distribución de probabilidad. Dado un número aleatorio que se quiere estudiar, la variable aleatoria es única; sin embargo, la distribución de probabilidad podría estar lejos de ser determinada y cualquier distri-

bución de probabilidad que se ajuste razonablemente a los datos observados será de valor para el estudio.

A diferencia de lo señalado anteriormente, es frecuente encontrar en la literatura, listados preeminentes y exhaustivos de estos modelos teóricos junto a una ausencia de reconocimiento explícito a la exigencia cognitiva, propia del conocimiento estadístico, de mantener autonomía entre la variable aleatoria y su distribución de probabilidad, la que siendo desconocida podría quedar aproximada por varios modelos. Esta simplificación teórica que se presenta frecuentemente en la literatura podría ser atribuible a un enfoque eminentemente teoricista (ver [4]) que minimiza el rol de los números aleatorios observables en la realidad. Estos números aleatorios, por emerger de la realidad, exigen de una representación autónoma como variables aleatorias, independientemente del grado de definición que adquieran sus distribuciones aproximadas, si existen.

4. El Teorema de Bayes

Otra simplificación teoricista, aparece en la enseñanza y aprendizaje del Teorema de Bayes. El recálculo de las probabilidades a priori, tiene valor práctico en la medida que hay nueva información que se agrega; por ejemplo, a través de una muestra ad hoc. Si la estructura de probabilidades es conocida a priori, poca o ninguna información agrega este teorema a lo que ya se conoce; más allá de reconocer las relaciones teóricas existentes entre las diferentes probabilidades en juego. Precisamente, la riqueza de aplicaciones de este teorema proviene de la inexistencia de conocimiento acabado de la estructura de probabilidades que es de interés, y de su cruce con otras fuentes de información.

5. La definición de evento

Otro obstáculo que tiene su origen en la predominancia del paradigma axiomático (ver Gascon [4]), toma lugar en la definición de eventos de un espacio muestral. Dado un experimento E, resulta matemáticamente simple definir los eventos (o sucesos) como subconjuntos del espacio muestral S del experimento E, y así se procede en la práctica, en la totalidad de la literatura disponible. Sin embargo, existe una manera simple de definir eventos a través del lenguaje natural referido a los resultados del experimento que se estudia (ver [6]). Si un evento se define como un atributo o propiedad de los resultados del experimento E, entonces, estamos en la realidad misma hablando de hechos que permiten la formación de representaciones enactivas, cada una de ellas definiendo un subconjunto del espacio muestral, cuando se consideran como especificaciones para los elementos del espacio muestral. Presentada la definición de eventos de esta manera, se inducen representaciones tanto enactivas como icónicas que conviven con las simbólicas otorgando significado a los objetos matemáticos que representan simbólicamente a los eventos.

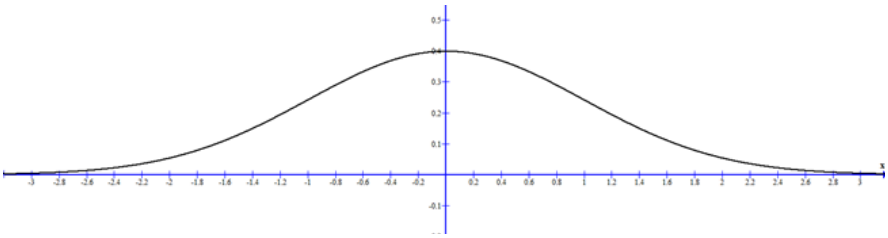
A diferencia de los puntos anteriores, en los dos puntos que siguen, se destaca la necesidad de un mayor enfoque matemático en la situación de enseñanza y aprendizaje de la Estadística que se indica.

6. La (desconocida) densidad normal

Estudiemos la siguiente ecuación que define una distribución normal con media μ y varianza σ^2.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Observe que el punto estacionario de la campana de Gauss se encuentra en x=μ; por tanto, la altura de la campana es igual a $1/(\sqrt{2\pi}\,\sigma)\approx 0{,}4/\sigma$. Dado que aproximadamente 100% del área bajo la curva se encuentra en el intervalo $[\mu-3\sigma;\mu+3\sigma]$, se concluye que el área de la campana se encuentra, prácticamente en su totalidad, en el interior de un rectángulo cuya base tiene longitud 6σ y altura igual a $0{,}4/\sigma$; denominado "rectángulo de la forma" en [6]. (En particular, la curva de la distribución normal estandarizada se encuentra en un rectángulo cuya base tiene longitud 6 y altura 0,4.)



Recordemos que si la población se distribuye normal $N(\mu;\sigma^2)$, la distribución de muestreo de los promedios de muestras independientes de tamaño n se distribuye normal $N(\mu;\sigma^2/n)$, con desviación estándar $\sigma/\sqrt{n}$. Esta última curva normal se encuentra en un rectángulo de forma cuya base tiene como punto medio el parámetro μ, posiblemente desconocido. Observe que si el tamaño n de la muestra es grande, entonces la base de este rectángulo cuya longitud es $6\,\sigma/\sqrt{n}$ tiende a 0 y, por tanto, cualquier observación del promedio muestral para este tamaño de muestra, acertará razonablemente en estimar el promedio
desconocido μ.

Lo anterior, podría anticipar o confirmar en un registro visual, la denominada Ley de los Grandes Números y la noción más sofisticada de convergencia en probabilidad de un estimador al parámetro que se estima.

7. Las tablas normales y la omisión de la función de distribución acumulativa $\Phi(z)$

La omisión de la función de distribución acumulativa $\Phi(z)$ de la distribución normal estandarizada en el cálculo de probabilidades normales produce un punto ciego dentro de la construcción del pensamiento estadístico. Se enseña a operar con estas tablas desconociendo la existencia de un objeto matemático cuyo realce permitiría completar, al menos en este aspecto, la construcción de pensamiento estadístico. El valor de las distribuciones acumulativas se hace innegable cuando se enfrenta el problema de la generación de números aleatorios que siguen una particular distribución de probabilidad.

Referencias

[1] Bruner, J. S. (2006): The course of cognitive growth, en In Search of Pedagogy, Volume I. Routledge.
[2] Contreras, L. (2017): Dificultades en la comprensión del concepto de Variable Aleatoria. Trabajo final para optar al grado de Magíster en Didáctica de la Matemática, Facultad de Educación, Universidad Alberto Hurtado.
[3] Devore, J. L. (2010): Probability & Statistics for Engineering and the Sciences, eighth edition. Cengage Learning.
[4] Gascón J. (2001): Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre el modelo docente. RELIME, Vol.4 Num. 2, 129-159.
[5] Guzmán, I y Hevia, H. (2008): Modelos Matemáticos y su Incidencia en el Aprendizaje de las Matemáticas. Informe Técnico CIDIC, Universidad Adolfo Ibáñez.
[6] Hevia, H. (2013): Didáctica Fenomenológica de la Modelación Estadística de los Datos; micro curso dictado en el Primer Congreso Internacional de Estadística, Universidad Nacional de Trujillo, Perú.
[7] Martín-Pliego López, F. J. (2004): Introducción a la Estadística Económica y Empresarial, tercera edición. Thomson.
[8] Rice, J. A. (2007): Mathematical Statistics and Data Analysis, third edition. Thomson.

CE 010

LA VISUALIZACIÓN EN GEOMETRÍA ACTIVIDADES HEURÍSTICAS CON LAS FIGURAS

Ismenia Guzmán R.
Ismenia.guzman@ulagos.cl
Universidad de Los Lagos de Osorno

RESUMEN

La geometría es un dominio que exige la articulación cognitiva de dos registros de representación, la visualización de formas para representar el espacio y el lenguaje para enunciar propiedades y deducir nuevas. La manera de ver las figuras depende de la manera en que esta manera se pone en juego, Hay una manera de ver icónica y otra muy diferente que funciona de manera no icónica. La visualización no icónica implica deconstrucción de las formas visualmente ya conocidas. Se distinguen la deconstrucción de formas, la deconstrucción dimensional de figuras y la deconstrucción heurística puzles). La deconstrucción dimensional es el proceso cognitivo central de la manera de ver en Geometría.

Palabras claves: acto de ver, visualización icónica, visualización no icónica, deconstrucción de formas, deconstrucción dimensional, deconstrucción heurística

El Acto de Ver

El acto de ver es una actividad cognitiva que se presenta de diferentes maneras, Duval señala cuatro, la manera de ver del Botanista, del Topógrafo geométrico, del Constructor, del Inventor Artesano, ellas son clásicas y diferentes a la manera de ver en Geometría.

-El Botanista reconoce formas a partir de cualidades visuales: el contorno de una forma particular (típica) sin relación con propiedades.

-El Topógrafo mide los bordes de una superficie en un terreno o en un dibujo. Elige una escala y procedimientos para medir según las propiedades elige criterios de medida o fórmulas que le permita realizar cálculos.

-El constructor descompone una forma en trazos para luego reconstruirla con instrumentos, y a veces recurre a trazos auxiliares (que no pertenecen a la figura final) él sigue un orden de construcción.

-El inventor artesano transforma una forma inicial en otra, para ello agrega trazos reorganizadores para obtener otra, figura final. Implícitamente ella pertenece a una red de rectas en D2 (o intersección de planos en D3).

La mirada del Botanista es inmediata, él reconoce y le da nombres a las formas simples de la geometría plana: tipos de cuadriláteros, triángulos, pero su actividad no es propiamente geométrica, Piaget proponía copiar estas formas a mano alzada.

La mirada del Topógrafo es la histórica, mide longitudes en un terreno o distancias entre dos estacas, para llevarlas a un dibujo. Esta actividad no es natural, medir distancias en un terreno y medir longitudes en un dibujo. Su objetivo es pasar de una escala de tamaño a otra y luego ponerlas en correspondencia. Esta actividad si bien favorece la lectura de un plano o de un mapa geográfico, no es pertinente para la representación de figuras geométricas, pues las propiedades geométricas que se movilizan son solamente para medir.

La mirada del constructor es la que se necesitaría para estudiar las figuras geométricas euclidianas elementales, realizar configuraciones a partir de esas formas, el construirlas con instrumentos. Un instrumento permite dibujar una forma visual que tiene una propiedad geométrica, el instrumento impone una regularidad al trazado y entonces una invariancia visual. El instrumento también permite verificar una propiedad de la figura y tomar conciencia de que las propiedades de las figuras no son perceptivas, sino que estas propiedades implican restricciones para la construcción.

La mirada del inventor artesano, se centra en la transformación de una figura en otra., ella la describen los siguientes problemas clásicos:

1. Dado un triángulo, ¿cómo dividirlo con un solo corte de tijera para transformarlo en un paralelogramo, después poder rearmar el triángulo dado?

2. ¿Cómo construir a partir de un cuadrado dado otro cuadrado dos veces más grande (que el área sea el doble?. Se sugiere utilizar papel cuadriculado para reducir las operaciones de medida a un conteo.

Estos problemas exigen una deconstrucción visual de las formas perceptivas elementales impuestas a primera vista, para lograr obtener la configuración pedida.

Estas cuatro maneras de ver las figuras son clásicas.

Existe una gran complejidad en los procesos en juego en el acto de ver, puesto que en él se realizan dos operaciones

diferentes e independientes que a veces actúan en sinergia en un mismo acto de ver. Estas operaciones son el reconocimiento discriminativo de formas y la identificación de los objetos correspondientes a esas formas reconocidas.

El problema cognitivo está en cómo hacer el pasaje del reconocimiento de formas a la identificación de los objetos que hay que ver, sobre todo cuando estas operaciones son simultáneas, ya que la percepción del objeto por su forma es inmediata y permite distinguirlo. Pero no es la percepción no es la misma para representaciones construidas por segmentos. El pasaje se apoya en la semejanza entre las formas percibidas visualmente y la forma típica del objeto representado (imagen). Las representaciones icónicas se distinguen de aquellas representadas por símbolos o índices. Cuando se miran dibujos animados no se necesita saber leer para entender la historia que cuentan. No obstante a veces es necesario recurrir a un enunciado verbal que aporte y se integre a la imagen como leyenda

El pasaje en las diferentes maneras de ver que se exige en actividades geométricas.

Para las miradas del Botanista y Topógrafo este pasaje funciona como para cualquier representación visual fuera de la Geometría, lo que no ocurre para las miradas del Constructor e Inventor Artesano, para ellos el pasaje no está asegurado y no basta un aporte verbal de informaciones, este pasaje permite el descubrimiento de invariancias en una secuencia de transformaciones visuales realizadas con o sin instrumentos. Por otra parte, toda figura genera otra por prolongaciones en el procedimiento de construcción o por reorganización visual de las formas inmediatamente reconocidas. La aprehensión operatoria se fundamente en este proceso y favorece la intuición sobre las figuras.

Son actividades de entrada en el aprendizaje de la geometría, la descomposición de ellas de modo que se recupere la forma de partida. Esta descomposición se llama descomposición mereológica, el tangram es un ejemplo y los puzles (de formas geométricas). Notar que hablamos de una geometría cuyos objetos son del mundo real, también lo son los puzles.

Dos mecanismos de identificación de objetos a partir de formas visuales

VISUALIZACION ICONICA	VISUALIZACION NO ICONICA
Esta se asemeja al perfil de un objeto real o desplazamiento sobre un terreno o a un modelo tipo.	Es una secuencia de operaciones que permite reconocer propiedades geométricas en una configuración
La figura queda como un objeto independiente de las operaciones que se efectúen sobre ella.	La figura es una configuración contextualmente desprendida de una red u organización más compleja.
Botanista y Topógrafo	Constructor e Inventor Artesano

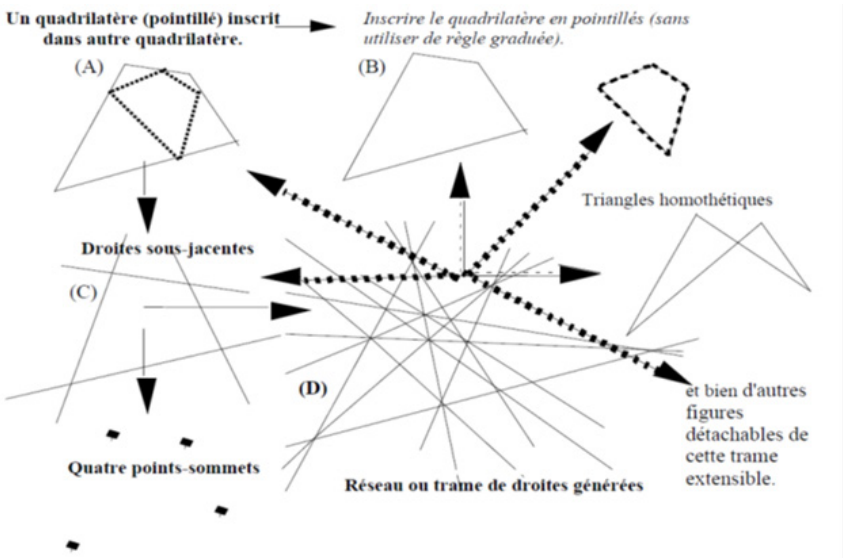
Obstáculos de la visualización icónica para el aprendizaje de la Geometría

La visualización icónica se apoya en la semejanza entre una forma (en un trazado) y la forma del objeto a identificar. Una representación de una forma tipo, está asociada a un nombre que la evoca y le da estatus de objeto. Pero hay restricciones, por ejemplo la forma tipo de rectángulo (excluye diferencias entre largo y ancho) y la forma tipo de un triángulo requiere que las alturas estén al interior del triángulo.

Algunos obstáculos al acto de ver

1)El reconocimiento está centrado: una forma 2D es percibida como un perfil y centrada en su superficie así, las propiedades no relacionadas con el contorno (las diagonales de un cuadrilátero) quedan fuera del campo visual, a menos que sean explícitas. Centrarse en el contorno cerrado no favorece la idea de prolongaciones.

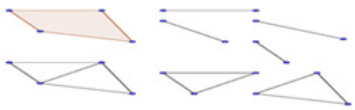
2)Las formas aparecen como estables, lo que no favorece la idea de transformarlas en otras formas semejantes o diferentes. Así, es difícil descubrir una superposición de paralelogramos en una red de rectas, de donde se puede también ver a primera una yuxtaposición de triángulos.



A, B, C, D resulta ser un circuito de visualización

3) La disociación entre las operaciones es necesaria puesto que puede ocurrir un conflicto entre el reconocimiento por semejanza de las formas con un ejemplo tipo y la identificación con el objeto al que corresponde la forma. Porque las relaciones constitutivas de los objetos no son propiedades que se perciban a simple vista.

Estas características de la visualización icónica van en contra del desarrollo característico de una actividad geométrica; esto es, descomponer cualquier forma reconocida a primera vista en un conjunto de segmentos; también cualquier figura de partida se puede descomponer en una configuración en unidades figurales de la misma dimensión o inferior. Como muestra la figura siguiente:



Visualización No icónica o la deconstrucción de formas

Existen al menos dos maneras diferentes de descomponer una figura dada en unidades figurales: una, utilizar una figura de partida con un enunciado y dos, construirla según ese enunciado. La introducción de trazos suplementarios, se encuentra en estos modos de visualización no icónica. En el primer caso la descomposición esta impuesta, se realiza con instrumentos. En el otro caso, la descomposición debe ser “imaginada” porque el trazo suplementario elegido permite ver un procedimiento de resolución. Esto renvía a dos tipos de funcionamientos cognitivos total-

mente diferentes.

DESCOMPOSICIÓN de una figura dada en unidades figurales

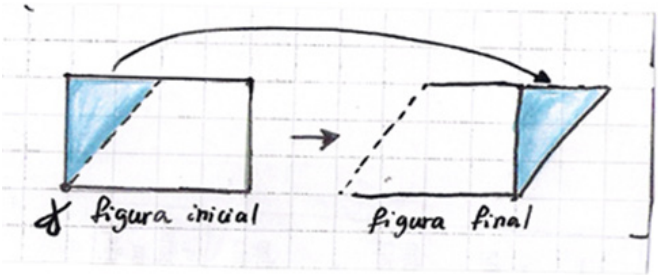
Por introducción de TRAZOS SUPLEMENTRAIOS	SIN introducción (aún implícita o mental) de trazos suplementarios
AUXILIARES Para construir una figura	REORGANIZADORES para resolver un problema

La característica de las figuras geométricas en relación a otros tipos de figuras es que ellas se construyen con instrumentos (regla, compás…). Cada trazo corresponde a una instrucción comunicable (por teléfono) o formulada en un menú de un software) y también a la movilización de una propiedad pertinente y se apoya en su deconstrucción dimensional (1D/2D y 0D/2D.

La deconstrucción dimensional 2D/2D es automática pero la actividad de reconstrucción de una figura o configuración exige un orden en las instrucciones, una secuencia de pasos.

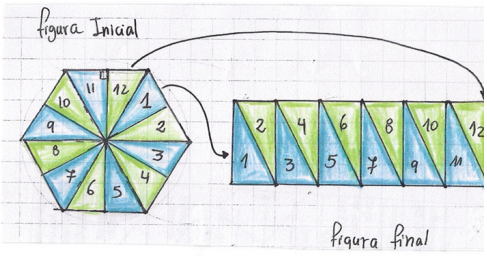
Pero en esta actividad es necesario dibujar trazos que no pertenecen a la figura a construir, por ejemplo los intermediarios o las rectas soportes de los lados de un cuadrado que desbordan su contorno, estos son los trazos auxiliares que en general se borran una vez obtenida la figura. Veamos el problema

Transformar un rectángulo en un paralelogramo



Aquí se trata de dividir una figura para resolver el problema de manera de unir después las partes y recuperar la figura inicial. Para resolver el problema hay que recurrir a un trazo suplementario. Y este trazo es fácil de encontrar. No es el caso de la transformación de un triángulo en un paralelogramo. La cuestión en este caso es dónde dibujar el trazo intermedio en el triángulo para que resulte la reconfiguración del paralelogramo. Notar que la elección del trazo es independiente del triángulo y no es un trazo suplementario sino se trata más bien de un “trazo reorganizador”, que permite hacer una reorganización para obtener la figura pedida que no es visualmente reconocible en la figura inicial.

Otro ejemplo: Transformar un hexágono regular una en un rectángulo.



De la utilización heurística de una figura depende de la capacidad de “VER” los trazos organizadores posibles.

Conclusión

Un punto fundamental para comprender la importancia y especificidad del acto de ver en el fin de favorecer el aprendizaje de la geometría: la visualización no icónica, es totalmente independiente de todo enunciado, explícito o implícito. La visualización no icónica no está subordinada a un conocimiento de propiedades geométricas, puesto que en las actividades de construcción de figuras con utilización de instrumentos, son estos los que comandan o controlan la descomposición visual de formas.

Es habitual dar un rol director al conocimiento de las propiedades geométricas para la exploración de figuras, como si ver no pudiera permitir descubrir o encontrar una propiedad, no lo es en las actividades heurística de las figuras.

¿Es necesario conocer el teorema de los puntos medios para resolver el problema de la reconfiguración de un triángulo en un paralelogramo para resolver el problema?

¿Una exploración heurística de reconfiguraciones no sería una vía de resolución?

Dar espacio a las actividades heurísticas en la enseñanza favorece la intuición y el descubrimiento de propiedades geométricas, las que posteriormente se institucionalizarán y se irá edificando un cuerpo de propiedades y un lenguaje sobre las figuras geométricas.

Referencias

Duval (2005). Les conditions cognitives de l´apprentissage de la géométrie. Annales de didactique et sciences cognitives, volume 10, p. 5 - 53. IREM de Strasbourg.
Duval (2005).Les changements de regard nécessaire sur les figures. Grand No.76, pp. 7-27. Grenoble
Godin M., 2004, De trois regards possibles sur une figure au regard «géométrique»,
Actes du séminaire national de didactique. ARDM.

COMUNICACIONES BREVES

CB 001

FORMAS DE COLABORACIÓN HUMANA EN LA ELABORACIÓN DE SIMULADORES CON GEOGEBRA. EL ROL DEL PROFESOR

Luis Andrés Castillo B.1, Juan Luis Prieto G.2
1Mestrado em Educação Matemática e Ciências, UFPA (Brasil), 2Doctorando en Educación Matemática, ULA (Chile), 1,2Asociación Aprender en Red, 2Universidad del Zulia (Venezuela)

juanl.prietog@gmail.com

RESUMEN

Esta comunicación muestra evidencias del modo en que unos profesores de matemática promueven formas de colaboración humana en alumnos de Educación Media (12-16 años) que participan en la elaboración de simuladores con GeoGebra (ESG). Desde la Teoría de la Objetivación se asume que la producción de subjetividades es una parte consustancial del aprendizaje matemático. Empleando un análisis interpretativo del momento en que estos sujetos se involucran en la comunicación de una técnica de construcción con GeoGebra, se logró identificar el modo en que un profesor promueve la responsabilidad y el cuidado del otro entre los alumnos. Las conclusiones sugieren que es posible promover estas formas de participación durante la ESG y alertan de lo complicado que puede ser esta promoción con alumnos que se han expuesto por tanto tiempo a una enseñanza individualista.

Palabras clave: Subjetividad, Simuladores con software dinámico, Análisis interpretativo, GeoGebra.

INTRODUCCIÓN

La influencia de la perspectiva cognitiva en la educación matemática ha hecho que las personas piensen que el aprendizaje es un proceso guiado por "mecanismos intelectuales de pensamiento y/o razonamiento" que median el encuentro del sujeto con el saber matemático (Radford, 2006). Sin embargo, las críticas alrededor de esta creencia, hechas por educadores matemáticos a finales de los ochenta, dieron origen al surgimiento de las teorías educativas socioculturales actuales, que se han dedicado a repensar la relación individuo-sociedad, produciendo estudios que conceptualizan el aprendizaje de las matemáticas como un fenómeno social, cultural e histórico (Bartolini-Bussi, 1991; Lerman, 1992; Boero et al., 1995).

Desde esta perspectiva, cobran relevancia los estudios centrados en modos histórico-culturales de interactuar y colaborar durante la actividad matemática, ya que tales modos constituyen instancias sociales de posicionamiento crítico ante el mundo. Pese a ello, algunas investigaciones que se apoyan en la noción de "interacción social", dan cuenta de un aprendizaje matemático que encubre la intención de domesticar la conciencia y alienar a nuestros jóvenes (Radford, 2013).

Aunque la alienación no ha sido la finalidad de la elaboración de simuladores con GeoGebra (ESG), vemos necesario constatar mediante estudios empíricos que desde esta actividad es posible promover en los alumnos nuevas formas de colaboración no alienantes, que favorezcan el aprendizaje a la vez que les permitan constituirse como sujetos reflexivos y éticos. Esta comunicación presenta evidencias del modo en que un profesor de matemáticas promueve ciertas formas de colaboración humana en un grupo de alumnos de Educación Media (14-16 años) que han participado en experiencias de ESG, y se posicionan críticamente ante la comunicación de una técnica de construcción geométrica.

ELABORACIÓN DE SIMULADORES CON GEOGEBRA (ESG)

Durante la ESG los alumnos se involucran en una dinámica de trabajo que gira en torno a unas tareas de simulación (Rubio, Prieto y Ortiz, 2016). La resolución de una tarea de simulación comienza con la producción de un boceto (dibujo a mano alzada) que se convierte en un modelo real del correspondiente objeto a simular. Un cambio en la interpretación del boceto, el cual llega a ser visto desde una perspectiva geométrica, permite vincular las formas, dimensiones y movimientos presentes en el modelo real con ciertos objetos geométricos. Llamamos modelo matemático al conjunto de objetos geométricos que son evocados como "idealidades" con la capacidad de representar el modelo real con el software.

A partir de este momento, los alumnos transitan por un proceso de trabajo matemático que comienza con la formulación de unas tareas de construcción con GeoGebra; una por cada objeto geométrico evocado en el modelo matemático. La resolución de estas nuevas tareas da lugar al surgimiento de procedimientos o técnicas que son mediadas principalmente por las herramientas del software (Sánchez y Prieto, 2017). Cada técnica se basa en el establecimiento de relaciones entre las propiedades espaciales del dibujo en papel (el boceto) y las propiedades geométricas del objeto que este dibujo intenta modelar (Laborde, 1997). El producto obtenido al emplear una técnica de construcción es un dibujo dinámico, esto es, un dibujo creado en un ambiente de geometría dinámica, de manera que "[...] conserve ciertas propiedades espaciales impuestas cuando se desplace por uno de los puntos básicos del dibujo." (Laborde, 1997, p. 42).

Una vez que los alumnos resuelven todas las tareas de construcción derivadas de un mismo modelo matemático, el trabajo matemático se da por concluido y este proceso se vuelve a retomar para el resto de tareas de construcción relacionadas con las demás tareas de simulación.

FORMAS DE COLABORACIÓN HUMANA EN LA ESG

Según Radford (2014), las formas de colaboración humana mediatizan las interacciones entre los individuos inmersos en una actividad. Si dicha actividad está dominada por la lógica capitalista, las formas de colaboración quedan supeditadas por actividades de corte individualistas que reducen al alumno a lo que este es capaz de producir para sí mismo y para otros. Por esta razón, no basta con mostrar las contradicciones del sistema capitalista en el campo educativo, lo que hace necesario promover nuevas relaciones sociales en la actividad matemática que favorezcan el surgimiento de una ética de cooperación distinta a la de la lógica capitalista, una que propicie "la creación de nuevos individuos capaces de reflexionar críticamente de manera matemática sobre las cuestiones urgentes de sus comunidades y su mundo" (Radford, 2017, p. 141).

La ética comunitaria en clases de matemática se manifiesta en formas de colaboración como la responsabilidad, el compromiso hacia los demás y el cuidado del otro (Radford, 2017), aspectos de una subjetividad emergente que trasciende el rigor matemático de la clase, hacia una dimensión más humana de transformación del alumno (León y Lasprilla, 2018). Si bien la aparición de la nueva ética comunitaria no es algo que se dé "por arte de magia" (Radford, 2017, p. 158), es posible que durante la ESG estas formas de colaboración aparezcan sin que necesariamente sean reconocidas por profesores y alumnos. En este sentido, nos preguntamos: ¿qué acciones específicas despliegan los profesores que acompañan las experiencias de ESG en procura de la aparición entre sus alumnos de las formas de colaboración definidas en la tabla 1?

METODOLOGÍA

En esta investigación asumimos como aproximación metodológica el estudio cualitativo del caso de un alumno en situación de comunicación de una técnica de construcción con GeoGebra (Prieto y Ortiz, en prensa), siendo nuestra unidad de análisis la actividad allí desplegada. Nos referimos al caso de Santiago, quien para el momento de la investigación cursaba el tercer año de Educación Media en una institución pública de la ciudad de San Rafael de El Moján, en Venezuela. Tras la incorporación de Santiago al Club GeoGebra de su institución, el alumno decidió trabajar en la elaboración del simulador de un brazo robótico (Figura 1a) en la vista gráfica del GeoGebra, bajo la orientación de Luis, un profesor de matemática que cumplía el rol de "promotor" responsable de ese club.

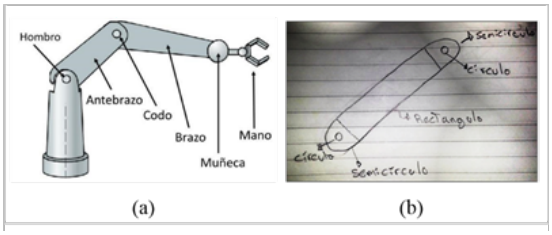


Figura 1. Objetos geométricos identificados por Santiago en el boceto del antebrazo.

El simulador de Santiago fue elaborado "por partes" y de forma progresiva, a través de sesiones de trabajo semanales, de dos horas de duración. La primera tarea de simulación del joven fue: representar el antebrazo en el GeoGebra. Sobre el boceto del antebrazo, Santiago identificó cinco figuras geométricas: dos semicírculos, dos círculos y un rectángulo (Figura 1b). En una de las sesiones del club al que pertenecía Santiago, los alumnos recibieron la visita de Juan y Rafael, dos promotores de otros clubes GeoGebra, quienes deseaban conocer las experiencias de construcción de estos jóvenes, con el propósito de ayudar a Luis en su trabajo. Para ello, cada alumno debía comunicar a estos promotores las técnicas de construcción empleadas por ellos para producir sus modelos computacionales. En el caso de Santiago, el joven explicó a los promotores las técnicas de construcción para cada uno de los objetos geométricos de la Figura 3b. Durante su explicación, Santiago encontró apoyo en Elías, Yolanda y Leonardo (tres de sus compañeros del club) y en Luis (el promotor), quienes se sumaron a la discusión para acompañarle y darle ánimos.

Los datos de la investigación provienen del modo en que interaccionan alumnos y promotores cuando Santiago intenta comunicar al grupo la técnica de construcción correspondiente a la cuarta tarea de construcción: construir un semicírculo a partir de una figura homóloga a ésta. Para recolectar los datos, se hizo un registro de toda la sesión en formato de vídeo, con el propósito de capturar la realidad natural y compleja de la actividad realizada en el momento de la comunicación de la técnica.

El análisis de los datos se realizó por etapas, siendo la última etapa crucial para la investigación. En esta etapa se aplicó un análisis interpretativo (Radford, 2015) a los datos que consistió en definir las categorías analíticas de colaboración que, en función del marco teórico, pudieran servirnos de referencia para el análisis, e interpretar lo ocurrido en cada momento de la discusión a la luz de estas categorías analíticas. Las categorías daban cuenta de indicios sobre la presencia de tal o cual forma de colaboración, lo que facilitaba la tarea de describir el papel del profesor en la manifestación de tales formas. En la cuarta etapa decidimos cómo organizar los resultados para su presentación en el próximo apartado.

RESULTADOS

Dada las limitaciones de espacio en este documento, presentamos de forma resumida los resultados referidos solo a una forma de colaboración: el cuidado del otro. El análisis mostró que Juan (uno de los promotores) realizó esfuerzos en la sesión por promover el cuidado del otro en los alumnos. En concreto, se obtuvieron evidencias del modo en que este promotor fomenta la empatía en Elías con el fin de hacerlo sensible ante los signos de incomprensión en Santiago y que se disponga a ofrecerle su ayuda. Esta forma de cuidado se manifiesta a partir de un gesto de frustración que hace Santiago al verse incapaz de responder las preguntas de Juan. El hecho sirvió para que el promotor invitara al resto de los alumnos a ver este signo de incomprensión como un llamado de auxilio del prójimo, que debía ser contestado de manera corresponsable.

Santiago: [sube las manos a la cabeza en señal de que ha cometido un error].
Juan: Aja, ¿cuál es [el eje de reflexión]? Ayayay… Ayúdenlo allí.
Elías decide atender el llamado de Juan, dirigiéndose a la pizarra con el fin de explicar aquello que Santiago no comprende. Al no mostrarse sensible frente al problema de Santiago, el promotor interviene para detener a Elías en su intento de dar la respuesta, y pedirle a este joven que tratara de comprender la situación de su compañero, actuando en correspondencia. Este llamado del promotor es apoyado por Leonardo, quien le recuerda a Elías que él no siempre estará con Santiago para darle respuestas a sus inquietudes. Como consecuencia, Elías toma a Santiago por el hombro, lo lleva a la pizarra y comienza a dialogar con él. Con este gesto, Elías le indica a Santiago que reconoce su necesidad y frustración, y que además está dispuesto a ayudarlo.
Elías: [se dirige a la pizarra a explicar aquello que Sergio no puede explicar].
Juan: Pero no le digas [dirigiéndose a Elías], ya va.
Elías: [se detiene en su intención de dar una respuesta].
Juan: Elías, vamos a ayudarlo a él [se refiere a Santiago].
Leonardo: Elías, ese día [del Encuentro de Clubes GeoGebra], lamentablemente, no vas a poder dar la respuesta por él [por Santiago].
Elías: Vamos a… [toma a Santiago por el hombro, lo acerca a la pizarra y comienza a dialogar con él sobre la construcción, pero el vídeo termina allí].
Elías: … que ellos crean que... cuando la figura esté aquí [señala el lugar que ocupa el semicírculo 2 en la pizarra] ¿Entonces por dónde sería? [se refiere a la localización del eje de reflexión].

CONCLUSIONES

En esta comunicación hemos dado cuenta del modo en que un profesor de matemáticas (promotor del club GeoGebra) promueve una forma de colaboración (el cuidado del otro) entre los alumnos, en el momento en que discuten sobre una técnica de construcción con GeoGebra. Para ello, el análisis de apoyó en la idea de subjetivación proveniente de la Teoría de la Objetivación.

Sobre esta forma de colaboración, se encontraron evidencias de la manera cómo este promotor protege a Santiago de la imposición de ideas ajenas al joven (incluyendo las del promotor de su club) y también de la forma como el mismo profesor promueve el cuidado del otro en los jóvenes al tratar de hacerlos sensibles ante los estados de frustración de Santiago, por ejemplo, cuando busca que Elías, Yolanda y Leonardo tengan alguna reacción responsable al llamado de auxilio de Santiago, expresado en sus gestos y acciones. Esto tiene que ver con el hecho de que la interacción dialógica revelada en el análisis haya sido dirigida al logro del objetivo del grupo y no al fomento del egoísmo y la competencia que imperan en las clases tradicionales.

Referencias

Bartolini-Bussi, M. (1991). Social interaction and mathematical knowledge. En F. Furinghetti (Ed.), Proceedings of the fifteenth annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 1 (p. 1–16). Assisi: PEM.

Boero, P., Dapueto, C., Ferrari, P., Ferrero, E., Garuti, R., Lemut, E., Parenti, L., y Scaliet, E. (1995). Aspects of the mathematics-culture relationship in mathematics teaching and learning in compulsory school. En Proceedings of the 19th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. PME.

Laborde, C. (1997). Cabri Geómetra o una nueva relación con la geometría. En L. Puig (Ed.), Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática (p. 33–48). Madrid: Una empresa docente.

Lerman, S. (1992). The function of language in radical constructivism: A Vygotskian perspective. En W. Geeslin y K. Graham (Eds.), Proceedings of 16th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 2 (p. 40–47). New Hampshire: PME.

León, O. L. y Lasprilla, A. (2018). Enfoques necesarios para la reflexión sobre una ética comunitaria en la educación matemática. PNA, 12(2), 81–95.

Prieto, J. L. y Ortiz, J. (en prensa). Saberes necesarios para la gestión del trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. Bolema: Boletim de Educação Matemática.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. Relime, Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, n. especial,103–129.

Radford, L. (2013). Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza: hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas. En A. Ramirez y Y. Morales (Eds.), Memorias del I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe. Santo Domingo: REDUMATE, 2013.

Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación [On the theory of objectification]. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(2), 132–150.

Radford, L. (2015). Methodological aspects of the theory of objectification. Revista Perspectivas da Educação Matemática, 8(18), 547-567.

Radford, L. (2017). Ser, subjetividad y alienación. En B. D' Amore y L. Radford (Eds.), Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y culturales (p. 139–165). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Rubio, L., Prieto, J. L. y Ortiz, J. (2016). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. Internartional Journal of Educational Research and Innovation, 2(1), 90-111.

Sánchez, I. y Prieto, J. L. (2017). Características de las prácticas matemáticas en la elaboración de simuladores con GeoGebra. Números. Revista de Didácticas de las Matemáticas, 96, 97–101.

CB 002

DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA FORMULAR Y RESOLVER PROBLEMAS: UNA MIRADA A TRAVÉS DE LA ELABORACIÓN DE TAREAS MATEMÁTICAS.

Edna Rocío Trujillo Alarcón
Johnny Fernando Alvis Puentes
Universidad Surcolombiana, Colombia.

ednnatrujillo@gmail.com
johnny.alvis@usco.edu.co

Etnomatemática y Estudios Socioculturales en Educación Matemática

RESUMEN

El propósito es reportar los resultados de una investigación que busca diseñar tareas matemáticas que propicie en los estudiantes el desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas. Teóricamente se soporta en el modelo de Kochen, Badre & Badre (1976) el cual plantea etapas para la formulación de problemas en situaciones contextualizadas. Metodológicamente adopta un enfoque cualitativo que describe, interpreta y comprende las relaciones y el significado de fenómenos sociales de la muestra escogida y a su vez da sentido a las percepciones de los estudiantes entorno a la formulación de problemas con respecto a situaciones de su entorno.

Palabras claves: Competencias matemáticas, formulación de problemas, situaciones problema, tareas matemáticas, fenómenos sociales.

INTRODUCCIÓN

La comunidad académica internacional, en particular la encargada de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, viene adelantando perspectivas teóricas, metodológicas y didácticas con el fin de relegar un aprendizaje memorístico de contenidos por parte de los estudiantes, a la formación en un aprendizaje comprensivo, significativo y situado; sustentado en el desarrollo de los procesos matemáticos y en la interacción de los estudiantes y docentes en dichos procesos. Por tal motivo, han sido muchos los esfuerzos que investigadores a nivel nacional e internacional han llevado a cabo para contribuir al mejoramiento de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas escolares, dado que han dirigido sus estudios "hacia qué matemáticas se enseñan y se aprenden en la escuela y cómo se llevan a cabo estos procesos; también se han interesado en el qué y en el cómo de las Matemáticas deberían enseñarse y aprenderse en la escuela." (Kilpatrick, Gómez, & Rico, 1998, p. 1)

Parte de estos fines los asume el enfoque por Competencia; por ejemplo, el caso de la consolidación de una escuela equitativa y comprensiva que atienda a la diversidad existente en las aulas y la formación de sujetos con autonomía para desenvolverse y participar activamente en comunidad. Su incorporación al currículo responde a las necesidades sociales existentes y, gracias a ellas, el estudiante podrá hacer frente a las exigencias que cada situación demanda. Se trata de observar cómo los estudiantes utilizan los conocimientos adquiridos cuando se enfrentan a situaciones desarrolladas en escenarios reales, considerándose una posición consciente, critica y reflexiva en el desarrollo de las mismas.

Partiendo de lo expuesto anteriormente, se reconoce que el desarrollo de la Competencia Formular y Resolver Problemas cumple un papel fundamental dentro de la Educación Matemática. Sin embargo, generalmente se aplica de manera constante el proceso de resolver situaciones problemas. Por tanto, se debe dar un sentido más profundo al proceso cognitivo de formular problemas, ya que en el aula de clase no es de gran relevancia y se considera que este proceso debe ser asumido con la misma importancia puesto que de manera directa forma parte de la resolución de problemas. En concordancia a esto, Abu–Elwan (1999, citado por Ayllón & Gómez, 2014, p.30). Sugiere: "la necesidad de potenciar la formulación de problemas en el aula, por lo que recomienda que los profesores de matemáticas provean abundantes y variadas oportunidades a sus estudiantes, tanto para aprender a resolver problemas como a inventar problemas en una gran cantidad de situaciones".

En este sentido, la construcción social del conocimiento matemático, debe partir de una educación en y para la vida, pues la matemática es considerada como una disciplina íntimamente relacionada con las demás áreas del conocimiento. Por tal motivo, se considera que al llevar este conocimiento al aula de clase permite establecer una relación amplia, desde lo conceptual y lo funcional. Sin embargo, se evidencia que metodológicamente no es así, pues en su mayoría los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas llevados a cabo son descontextualizados, debido a que el aula esta desligada de la realidad: se responde a unas matemáticas procedimentales y no a unas matemáticas funcionales, lo cual rompe el lazo que hay entre la escuela y la vida diaria.

Por tanto, es necesario que los profesores adopten nuevas estrategias en el aula que permitan a los estudiantes la construcción del conocimiento matemático de forma social y cultural, lo cual permitirá estar en concordancia con los planteamientos del enfoque por competencias pues estas están asociadas a la capacidad de afrontar problemas en actividades significativas y complejas por parte del estudiante.

MARCO TEÓRICO

Para esta investigación se asume la competencia matemática formular y resolver problemas desde PISA (2015), como la capacidad que implica un conjunto de procesos de control fundamentales que guían a la persona para que reconozca, formule y resuelva problemas eficazmente. Se caracteriza por la selección o diseño de un plan o estrategia cuyo fin es utilizar las Matemáticas para resolver los problemas derivados de una tarea, además de guiar su implementación. De este modo, Solar (2009) asume por tarea matemática a los propósitos matemáticos que

se encuentran en una situación a resolver, problema, o actividad matemática. Es decir "las tareas tienen tanto un carácter específico relativo a un contenido como unas actuaciones del estudiante sobre un contenido matemático concreto" (Solar, 2009, p. 15).

Un aspecto fundamental que comporta esta noción es la aptitud para formular, resolver e interpretar problemas a través de las matemáticas en diferentes situaciones y contextos, en donde las actitudes y emociones relacionadas con las matemáticas, tales como la confianza en uno mismo, la curiosidad, la percepción de su interés e importancia y el deseo de hacer o comprender las cosas, forman parte activa de la misma. En otras palabras, se centra en las habilidades cognitivas necesarias para formular y resolver problemas desconocidos que son encontrados en la vida y que se encuentran fuera de los dominios curriculares tradicionales.

A medida del tiempo la resolución de problemas en la Educación Matemática se ha considerado de gran importancia para el proceso de formación de los estudiantes en cuanto a poner en práctica estrategias que les brinde la oportunidad de resolver situaciones problemas poniendo en conocimiento sus saberes y percepciones acerca de la matemática. Sin embargo, se reconoce que el formular problemas en clase en cada uno de los niveles escolares es de gran importancia para los estudiantes, puesto que tiene un gran valor educativo dentro de su experiencia matemática (Freudethal, 1973).

De acuerdo a lo anterior, el proceso de formular problemas permite a los estudiantes reconocer la resolución de los mismos, ya que pueden partir de allí para su invención. Por otra parte, este procedimiento también puede surgir a partir de situaciones o experiencias propias de los estudiantes sin necesidad de haber dado una solución de manera previa. Además, les brinda la oportunidad de desarrollar y presentar ciertos aspectos positivos en relación al aumento del conocimiento matemático, la motivación, la reducción de la ansiedad, la superación de los errores matemáticos, la creatividad y a la tarea evaluadora del profesorado (Ayllón & Gómez, 2014).

Por esta razón, la formulación de problemas puede ser vista desde dos escenarios: un primer escenario, el cual no tenga ninguna conexión a la resolución de problemas, es decir que sea propuesta de una manera desvinculada. Y un segundo escenario, que sea a partir de la resolución de problemas, teniendo una relación con esta.

Atendiendo a estas consideraciones, Kochen, Badre & Badre (1976), crearon un modelo con el que explicaban cómo son aplicables las matemáticas cuando los individuos se enfrentan a situaciones de su diario vivir y dichas situaciones requieren la formulación de un problema. Por lo tanto, el modelo propuesto consta de tres etapas:

- Situación difícil de la vida real, lo cual conlleva a la persona a generar un enunciado de problema que puede ser representado de forma escrita u oral evidenciado a través de un comportamiento.
- El sujeto convierte la situación en un problema matemático que puede ser resuelto mediante sus conocimientos.
- División del problema en subproblemas, lo cual facilita y puede llegar a ser la resolución más inmediata del mismo.

Con base a esto, se resalta nuevamente que la formulación de problemas se puede generar a partir de diversos contextos, ya sean del mundo real o desde el ambiente escolar mediante los cuales el estudiante puede reinterpretar situaciones problemas empleando su conocimiento matemático.

Dicho lo anterior, se puede reconocer una situación problema como un espacio pedagógico en el que tanto el estudiante como el profesor de forma conjunta, tienen la oportunidad de abordar realidades empleando el conocimiento matemático para formular y resolver problemas. Por ende, es necesario tener en cuenta el debido proceso que se requiere para generar una situación problema. Para ello, Mesa (1998, citado por Bedoya, Álvarez, Mesa, Saldarriaga & Rúa, 2007) propone que el docente debe tener en cuenta a la hora de formular un problema o en el momento de establecer el camino para que los estudiantes formulen el problema, los siguientes elementos: Definición de

una red conceptual, escoger un motivo, fijar varios estados de complejidad, proponer una estrategia, ejercitación, ampliación, cualificación y desarrollo de los conceptos tratados, e implementar una estrategia de evaluación de las competencias.

Todos estos componentes descritos por Mesa (1998), dan una estructura a la situación problema, lo que permite el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, con el propósito de que tengan un aprendizaje autónomo, siendo ellos capaces de poner en tela de juicio cada paso que compone el procedimiento de una situación problema para lograr así, resultados exitosos. Para ello, el docente cumple un papel fundamental en cuanto a la planeación y el proceso de seguimiento a sus estudiantes en el cual, debe ser un guía en su formación para la construcción del conocimiento social matemático.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Los objetivos de esta investigación adoptan un enfoque cualitativo, ya que está ligado a describir, interpretar y comprender las relaciones y el significado de los fenómenos sociales de la muestra escogida y a su vez da sentido a las percepciones de los estudiantes entorno al diseño de las tareas matemáticas en la formulación de problemas, atribuyendo sus propios significados con respecto a situaciones de su entorno.

Por tanto, el reconocer a profundidad el contexto del estudiante, la interpretación de las actuaciones de los individuos y los procesos que surgen en la relación con su entorno ofrece la posibilidad de conectar con una gama más amplia posible de intereses personales y el abanico de situaciones en las que los estudiantes desplieguen sus actuaciones en el desarrollo de Competencias Matemáticas.

En este sentido, luego del reconocimiento de los contextos, el investigador elaboró la ruta adecuada proponiendo enunciados con base a alguna experiencia del propio contexto de los estudiantes para que formularan la tarea. Para ello, se tuvo en cuenta los modelos anteriormente mencionados, lo que permitió que los estudiantes utilizaran de manera general las fases de formular problemas dando paso al desarrollo de la competencia que implica este proceso cognitivo.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Considerando el propósito de la investigación, el cual busca diseñar tareas matemáticas mediante una ruta de aprendizaje que propicie en los estudiantes el desarrollo la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas. En un primer momento, se realizó a través de una observación participante el reconocimiento amplio y profundo del aula y de los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa José Hilario López del municipio de Campoalegre Huila. Para ello, se realizaron diferentes sesiones de trabajo en las cuales se pudo comprender los significados y usos que les atribuyen a las matemáticas escolares.

Posterior a ello y producto de un enfoque diferente desde la enseñanza de las matemáticas escolares, se permeo la cristalización de enunciados con base a alguna experiencia del propio contexto de los estudiantes, teniendo en cuenta el modelo propuesto por Kochen, Badre & Badre, (1976) y el modelo que plantea Mesa (1998), con el fin de los estudiantes formularan la tarea matemática contextualizada. Producto de ello se consolida la siguiente tarea:

El profesor Félix, director de grupo del grado noveno y los 30 estudiantes, van a realizar actividades desde el primer fin de semana del mes de Mayo hasta el primer fin de semana del mes de noviembre del presente año, con el fin de recolectar dinero para una excursión en el mes de Noviembre a un determinado sitio turístico. Entre algunas de las actividades propuestas está la relacionada con la producción y venta de empanadas cada quince días de manera consecutiva. Se proyecta que la venta de empanadas debe generar una ganancia de $70.000 por cada persona con el fin de contribuir a conseguir la totalidad del dinero para la excursión por cada estudiante. Para ello, requieren conocer los costos de producción de cierta cantidad de empanadas. Se con-

sulta a doña Martha, madre de familia y mamá de Juan estudiante del grado noveno, quien manifiesta que el costo total (ingredientes necesarios) de producir 100 empanadas para la venta es de $50.000.

CONCLUSIONES

Dado los procesos que se llevaron a cabo para el desarrollo de esta investigación, es necesario mencionar que los datos suministrados en relación a las características, significados, formas de trabajo y aceptación de las matemáticas escolares han permitido establecer el trabajo que se ejecutó en cada una de las sesiones, en la cuales la participación activa de los estudiantes logró consolidar la tarea matemática anteriormente expuesta.

Así, se puede mencionar que al estar inmersos en el contexto mismo en donde se desenvuelven los estudiantes, se logra un acercamiento con sentido de las matemáticas escolares, debido a que la experiencia que se planeó y ejecutó, permito romper con la costumbre de pensar que los contenidos están solo en los libros y no en la propia vida, quitando un poco la tradicionalidad, pues esto puso en juego el reconocimiento del sujeto (biológico, psicológico y social) como protagonista de su aprendizaje. En este sentido, se generó la construcción de conocimiento matemático ligado a la formulación de problemas en la vida cotidiana, estableciendo una propuesta fundamentada en la vida del sujeto, como una oportunidad de reconocer el contexto y generar el conocimiento matemático social.

Referencias

Ayllón, M., & Gómez, I., (2014). La Invención de Problemas con Tarea Escolar. Universidad de Granada, España.

Ayllón, M. (2012). Invención – Resolución de Problemas por Alumnos de Educación Primaria. (Tesis de Doctorado), Universidad de Granada. España.

Bedoya, J., Álvarez, R., Mesa, O., Saldarriaga, G., & Rúa, J. (2007). Modelos de Situaciones Problema para la Movilización de Competencias Matemáticas en la Formación Básica en la Universidad de Medellín. Universidad de Medellín, Medellín.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. Dordrecht: Reidel.

Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia: una empresa docente.

Kochen, M., Badre, A. y Badre, B. (1976). On recognizing and formulating mathematical problems. Instructional Science, 5, 115-131.

OECD. (2016). PISA 2015 Assessment and Analytical Framework In: OECD Publishing.

Solar, H. (2009). Competencias de modelización y Argumentación en Interpretación de Gráficas Funcionales: Propuesta de un modelo de Competencia Aplicado a un Estudio de un Caso. (Tesis de Doctorado), Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona.

CB 003

ESTRATEGIAS UTILIZADAS POR ESTUDIANTES DE 7° BÁSICO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE DIVISIÓN MEDIDA

Maximina Márquez Torres
Universidad de los Lagos, Chile

maximina.marquez@ulagos.cl

RESUMEN

En esta investigación se presentan evidencias de cómo los estudiantes de 7° curso del Ciclo Básico en Chile resuelven tres problemas de estructura multiplicativa de "división medida" que requieren de la interpretación precisa del resto en la división. Utilizando la categorización de problemas de isomorfismo de medidas propuesta por Vergnaud (1997), nos centramos en problemas de estructura multiplicativa, específicamente. En total, participaron 100 estudiantes de dicho ciclo con una edad media de 13 años. Los resultados muestran que más del 50% de los estudiantes tuvieron dificultades para resolver los problemas. Sin embargo, aquellos que lograron resolver correctamente los problemas emplearon estrategias que incluyen la modelización y la división.

Palabras clave: Resolución de problemas, División-medida, Estrategias de resolución, Nivel Básico

INTRODUCCIÓN

Actualmente, la resolución de problemas es considerada una competencia fundamental del Ciclo Básico en Chile. Al respecto, las Bases Curriculares del 2013 sugieren a los profesores brindar oportunidades a sus estudiantes para desarrollar esta competencia, poniendo en práctica estrategias de resolución que apoyen la comprensión, planificación, acción y comprobación de resultados, y puedan ser usadas en situaciones diversas (MINIEDUC, 2013). Para ello, es necesario que los docentes del Ciclo Básico reciban una formación que les permita enfrentar eficientemente esta demanda de una enseñanza basada la resolución de problemas y, en este sentido, consideramos necesario que para tal formación se incluyan contenidos referidos a las estrategias usadas por niños chilenos para resolver determinados tipos de problemas. Al respecto, los estudios sobre esta temática en otros países han mostrado que los niños (10-12 años) se resisten a usar estrategias alternativas para resolver problemas de estructura multiplicativa, alcanzando un nivel de éxito que puede considerarse de dificultad alta (Ivars y Fernández, 2016). El presente reporte sirve de preámbulo al diseño de una formación para futuros docentes del Ciclo Básico en la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, centrada en diferentes estrategias usadas por estudiantes.

MARCO TEÓRICO

La investigación sobre resolución de problemas en los últimos años se ha interesado en comprender tanto la estructura semántica en sus enunciados, como las estrategias empleadas para resolverlos (Carpenter et al., 1983). En situaciones que involucran productos o cocientes, Vergnaud (1997) identifica tres tipos de problemas de estructura multiplicativa: isomorfismo de medidas (IM), un solo espacio de medidas y producto de medidas. Los problemas de IM consisten en una proporción entre dos espacios de medidas M1 y M2, cuya relación entre cantidades dan lugar a cuatro tipos de problemas: multiplicación, división partitiva, división medida y reglas de tres (Figura 1).

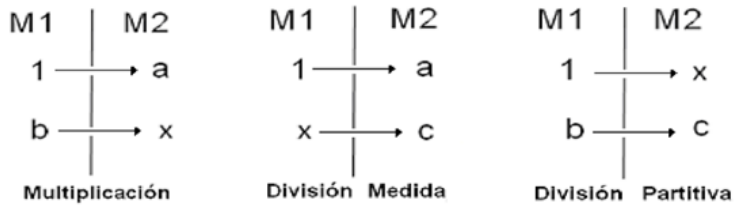


Figura 1. Tabla de correspondencia entre magnitudes en problemas de isomorfismos de medidas, Vergnaud (1991).

Las investigaciones relacionadas con problemas de IM han mostrado las dificultades que tienen los niños para comprender el significado de la división en los problemas, e interpretar el significado del resto en la resolución. Al respecto, Ivars y Fernández (2016) han reportado el bajo nivel de éxito en la resolución de problemas de estructura multiplicativa por estudiantes de 5° y 6° de Educación Primaria, quienes además tienden a utilizar algoritmos de forma casi exclusiva, como estrategia para resolver los problemas, dejando de lado las estrategias alternativas.

Otros investigadores han centrado sus estudios en los procedimientos de los estudiantes al resolver problemas de estructura multiplicativa (Gómez y Contreras, 2009; Espinoza, Barbé y Gálvez, 2011; Llinares y Sánchez, 1997), tratando de indagar sobre las actuaciones cognitivas de estos sujetos ante un problema expresado en representación verbal, sobre las limitaciones en el desarrollo de un problema, entre otras cuestiones. Los resultados de estas investigaciones muestran errores, obstáculos y niveles de complejidad analizados desde las producciones de los niños de diferentes grados de escolaridad.

Otras investigaciones aportan información sobre estrategias usadas por los estudiantes en problemas muy particulares. Por ejemplo, Neuman (1999) en problemas de división medida y división partitiva con alumnos de 2° a 6° curso (7 a 12 años). También, Lima y Carvalho (2013), identificaron 5 estrategias de resolución de 4 problemas de división medida y división partitiva en 103 niños con edades comprendidas entre 8 y 13 años. Las principales estrategias usadas por los niños son: 1) algoritmo de la división, 2) estrategias combinadas, 3) algoritmo de la

multiplicación, 4) estrategia personal (repetición aditiva, repetición sustractiva, hacer un dibujo o una simulación), 5) lengua materna.

En esta investigación exploramos las estrategias usadas por estudiantes del 7° Ciclo Básico chileno para resolver problemas de estructura multiplicativa, específicamente problemas de isomorfismo de medidas.

MÉTODO

Los participantes fueron 100 estudiantes del Ciclo Básico de la Región de los Lagos, Chile, con edades de 12 a 15 años, quienes a finales de año escolar de 2017 respondieron un cuestionario con tres problemas de Isomorfismo de Medida (división medida) con diferentes características (Callejo y Vila, 2001). Los problemas presentan situaciones que requieren de dividir dos enteros (Postes de Luz y Albergue) o un entero y una fracción (Pasteles). En los dos primeros es necesario añadir una unidad al cociente de la división para responder a la pregunta, mientras que en el tercero es necesario interpretar el significado de la fracción que resulta de la división.

Los datos provienen de las respuestas a estos problemas, las cuales fueron analizadas considerando el éxito en la resolución y las estrategias empleadas. En el análisis, se consideraban respuestas correctas cuando el procedimiento y el resultado eran correctos, regular si realizaban el procedimiento correcto pero no consideraba el resto para dar respuesta o no tenía precisión en la respuesta (p. ej., “le puedo dar a 6 niños y sobran 2”). En cuanto a las estrategias, se generaron descriptores de las estrategias en cada tipo de problema a partir del análisis de una muestra, que luego fueron refinados según aparecían nuevas respuestas De Lima y Carvalho (2013).

RESULTADOS

De manera, general los estudiantes tuvieron dificultades para resolver los problemas, en especial “Pasteles” y “Albergue”. La Tabla 1 muestra que el problema “Postes de luz” tuvo el mejor éxito de resolución (46%), sin embargo, el porcentaje de éxito a nivel general no superó el 50%, lo que evidencia las dificultades en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.
Todos estudiantes que respondieron de manera regular los problemas Postes de Luz (29%) y albergue (16%), no lograron identificar que se debía considerar el resto para dar respuesta. Algunos de ellos expresaron la respuesta en números decimales. Otros se limitaron a indicar que la respuesta es el cociente como, por ejemplo, el estudiante E10 en el problema Albergue, quien responde: “Ocupa 5,15 mesas”. En el problema Pasteles, de los estudiantes que respondieron de manera regular (25%), algunos estudiantes no lograron responder la segunda pregunta ¿Qué me sobra?, otros no lograron expresar lo que le sobra en función de la parte del todo (quintos) como, por ejemplo, el estudiante E34, quien responde: “puedo dar a 6 niños y me sobran dos”.

Problemas/Éxito	Correcto	Regular	Incorrecto	No realizó
Postes de luz	46%	29%	24%	1%
Albergue	42%	16%	36%	6%
Pasteles	39%	25%	33%	3%

abla 1. Éxito en la resolución de los problemas Postes de Luz, Albergue y Pasteles.

En cuanto a las estrategias utilizadas en la resolución de los problemas, el algoritmo de la división es el más utilizado en los problemas Postes de luz y Albergue. Sin embargo, no todos lograron aplicarlo de manera correcta o tuvieron problemas para saber qué hacer con lo que le sobraba. De los que utilizaron la estrategia de modelización, más del 50% lograron realizar los problemas de manera correcta, los que utilizaron dos estrategias (alternativa + algoritmo) lograron mejor efectividad en la resolución correcta del problema. En cuanto al problema "Pasteles", la estrategia más usada fue la modelización. Aunque ésta sólo logró el éxito en un 33%, tuvo mejores resultados que los que utilizaron algún algoritmo.

Estrategia/Problema	Postes de luz	Albergue	Pasteles
División	45(15)*	32(17)	8(3)
Multiplicación	11(5)	14(3)	1(1)
Suma-Restas repetidas	0	4(2)	5(2)
Conteo a saltos	1(1)	7(6)	0
Regla de tres	1(1)	0	0
Modelización	24(14)	15(8)	77(33)
Algoritmo + Alternativa	12(10)	7(6)	1(0)
Otras	6(0)	15(0)	5(0)

Tabla 2. Estrategias utilizadas por los estudiantes en la resolución de problemas.

* El número que aparece entre paréntesis se refiere al número de estudiantes que dio una respuesta correcta.

CONCLUSIONES

Dado que la investigación está en curso, solo presentamos datos preliminares sobre algunas estrategias de resolución. Los resultados evidencian las dificultades de los estudiantes chilenos al resolver problemas de estructura multiplicativa de "división Medida" y las diferentes estrategias empleadas por ellos.

Por otra parte, aunque las estrategias más utilizadas son el algoritmo de la división seguido de la modelización, en el caso de los problemas Postes de Luz y Albergue y en el caso de Pasteles la más utilizada es la modelización, no son las únicas. En los resultados se muestra una variedad de estrategias utilizadas por los estudiantes (Incluso combinación de estrategias) desde conteo a saltos hasta sumas-restas repetidas. Este resultado difiere de lo evidenciado en Ivars y Fernández (2016) donde los estudiantes en sus primeros años de estudio disponen de un repertorio amplio de estrategias que les permiten solucionar con cierta solvencia problemas de estructura multiplicativa, pero a medida que avanzan los cursos (en nuestro caso 7° Básico), van abandonando estas estrategias y se utiliza, casi exclusivamente, la aplicación del algoritmo de manera mecánica. En el caso del problema Pasteles, se evidencia con mayor claridad el uso de estrategias alternativas más que la de algoritmos. Sería conveniente analizar con detenimiento por qué los estudiantes no han sustituido el uso de diversas estrategias y den como prioritario el uso del algoritmo, siendo este visto en los últimos 4 cursos.

Esta información nos será útil para una futura formación de los docentes del Ciclo Básico, en cuanto a la resolución de problemas de este estilo.

Referencias

Carpenter, T.P.; Lindquist, M.; Matthews, W. y Silver E.A. (1983). Result of the third NAEP Mathematics Assessment: Secondary School. Mathematics Teacher, 76 (9), 652-659.
Callejo, M.L. y Vila, A. (2009). Approach to mathematical problem solving and students' belief systems: two case studies. Educational Studies in Mathematics, 72(1), 11-126.
Espinoza, Barbé, J., y Gálvez, G., (2011) Limitaciones en el desarrollo de la actividad matemática en la escuela básica: el caso de la aritmética escolar. Estudios Pedagógicos. 37(1) pp105-125.
Gómez, B. y Contreras, M. (2009). Sobre problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones. PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 3(4), 169– 183.
Ivars P. y Fernández C., (2016). Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito estrategias en estudiantes de 6 a 12 años. Educación Matemática, 28(1), 12-38.
Lima, R. R. y Carvalho, M. (2013). Algumas estratégias de resolução de problemas de divisão. Boletim GEPEM, 62(Jan/Jul), 87–100.
Llinares, S., y Sánchez, V. (1998). Aprender a enseñar, modos de representación y número racional. In L. Rico & M. Sierra (Eds.), Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (pp. 15–26). Granada, Spain: SEIEM.
MINIEDUC, (2013). Bases curriculares en Educación Básica. Decreto Supremo de Educación Nº 433. Santiago de Chile: Autor.
Neuman, D. (1999). "Early learning and awareness of division: A phenomenographic approach". Educational Studies in Mathematics, 40 (2), pp. 101-128.
Vergnaud, G. (1997). El niño, la matemática y la realidad. México: Trillas

CB 005

CREACIÓN DE PROBLEMAS EN INGENIERÍA: DESARROLLANDO RESULTADOS DE APRENDIZAJE EN CURSOS DE ESTADÍSTICA

Lidia Retamal Pérez
Hugo Alvarado Martínez
Universidad Católica de la Santísima Concepción

lretamal@ucsc.cl
alvaradomartinez@ucsc.cl
Didáctica de Estadística y Probabilidades

RESUMEN

Se evalúa la implementación de la estrategia basada en la creación de problemas en un curso de estadística. Se analiza los conceptos y procedimientos estadísticos descriptivos mediante informes contextualizados por un grupo de 101 estudiantes de ingeniería. Se presentaron 50 problemas creados por grupos de estudiantes de cincos especialidades de la ingeniería. La metodológica utilizada aumentó el interés, autonomía y aplicación de recursos informáticos para el análisis de los datos en la solución de creación de problemas reales. Sin embargo, hubo dificultades en la declaración de hipótesis en los problemas y en el análisis de relaciones de dos variables estadísticas.

Palabras clave:Estadística descriptiva, creación de problemas, educación superior, ingeniería.

INTRODUCCIÓN

En situaciones-problemas de ingeniería la estadística descriptiva es la primera fase de exploración de los datos, proporcionando una metodología para analizar la variabilidad y determinar relaciones entre las variables estadísticas. Es un tópico de la estadística que conjuga muchos conceptos asociados, diversos tipos de lenguaje y representaciones, propiedades, procedimientos y argumentos. Sin embargo, se reporta una comprensión superficial de conceptos estadísticos básicos; sobre representaciones gráficas y medidas estadísticas (Juárez e Inzunsa, 2014), la mediana (Mayén, Batanero y Díaz, 2009), interpretación de los coeficientes de correlación y determinación (Inzunza, 2016) y procesos estadísticos (Chance, delMas y Garfield, 2004; Ben-Zvi y Garfield, 2004).

El objetivo de este trabajo es evaluar la implementación de la metodología de enseñanza innovadora creación de problemas sobre estadística descriptiva por un grupo de estudiantes de ingeniería. Se utiliza esta estrategia como un medio para potenciar competencias y conocimientos estadísticos en la Escuela de Ingeniería.

MARCO DE REFERENCIA

Creación de problemas

La creación de problemas se define como un proceso mediante el cual se obtiene un nuevo problema a partir de un problema conocido (variación de un problema dado) o a partir de una situación dada (elaboración de un problema). La literatura pone en evidencia hoy en día su alcance y potencial desarrollo en los planes de estudio (Ellerton, 2013; Bonotto, 2013; Malaspina, 2017).

Consideramos que la actividad de analizar y resolver problemas creados individual o grupalmente por los estudiantes fortalece los procesos de aprendizaje y produce actitud positiva hacia el desarrollo del pensamiento estadístico. Las razones de la importancia de la creación de problemas, y su impacto tanto para los profesores que enseñan estadística como para los estudiantes de ingeniería, son:

En la enseñanza (creación de problemas por los profesores) contribuye a proponer problemas que sean cercanos a las motivaciones de los estudiantes y al contexto de las ciencias de la ingeniería y proponer problemas que recojan las inquietudes e intereses de los jóvenes.

En el aprendizaje (creación de problemas por los estudiantes) contribuye a identificar problemas y de investigar, enunciar preguntas, ampliar la visión de la estadística y adquirir una formación estadística más sólida.

En la iniciación científica contribuye a estimular la capacidad de formularse preguntas (esencial en la investigación), estimular la capacidad de identificar problemas y formular modelos estadísticos; estimular y desarrollar la creatividad; estas habilidades forman parte de las competencias del futuro ingeniero.

Por lo anterior, el diseño e implementación de creación de problemas en el aula de Estadística, esperamos contribuya al interés, motivación y apropiación de ideas estadística fundamentales de los futuros profesionales ingenieros sobre las múltiples aplicaciones de la Probabilidad y Estadística en la Ciencias de la Ingeniería, y por cierto aumentar el porcentaje de aprobación y disminuir la deserción a mitad del proceso de estudio en la asignatura.

Estadística en la ingeniería

En ciencias de la ingeniería son importantes las aplicaciones de la estadística y los alcances del riesgo y toma de decisiones en contextos tales como el estudio de caudales de ríos para la construcción de puentes, estudio de olas para el diseño de un puerto marítimo y el análisis del procesamiento de grandes volúmenes de datos en constante crecimiento. En la Educación Superior se presenta una mayor variedad y cantidad de conceptos y procedimientos,

y se debe enfatizar todo el proceso de razonamiento estadístico. No obstante, en asignaturas de estadísticas se presentan a los estudiantes un listado de ejercicios por unidad a desarrollar donde muchos son descontextualizados. Surge la interrogante ¿Por qué aprender y enseñar estadística resolviendo sólo problemas que otros crearon?

Las experiencias de innovación educativa en la enseñanza y aprendizaje de la matemática son escasas en las Escuelas de Ingeniería; situando la enseñanza de la Estadística en el aula mediante procedimientos de cálculo y convencionalismos simbólicos, en lugar de resolver situaciones problemas creados por ellos mismos. En este ámbito los profesores requieren también evaluar críticamente la calidad de una actividad estadística en relación a la solución de un problema propuesto y tener la capacidad de modificarlo adecuadamente para posibilitar actividades estadísticas más enriquecedoras y desafiantes para los estudiantes, que es lo que se pretende analizar en esta investigación. Es así que el docente juega un rol importante, que obviamente requiere tener competencias estadísticas y didácticas para estimular a los estudiantes en cada etapa;

Este trabajo considera dos resultados de aprendizaje RA1: Utilizar los elementos metodológicos de la estadística descriptiva en una y dos variables en la descripción e interpretación de datos y elaboración de informes relacionada con la ciencia de la ingeniería, RA2: Uso de recursos informáticos en el análisis de información estadística para la elaboración de informes orientados a proyectos.

METODOLOGÍA

Participantes

Participaron en la investigación 101 estudiantes universitarios de ingeniería (19-21 años), de las especialidades de ingeniería civil 21 (20,8%), civil industrial 24 (23,8%) civil geológica 25 (24,6%), civil informática 8 (7,9 %) y civil eléctrica 23 (22,8%). De los 101 estudiantes 28 (27,7%) son mujeres. De acuerdo al plan de estudios los estudiantes les correspondía iniciar la asignatura semestral de probabilidades y estadística. Los 101 estudiantes estaban cursando segundo y tercer año de su malla curricular.

El programa de actividad curricular comprendía a la semana tres horas de cátedra, una hora de práctica y una hora de laboratorio de computación en la que utilizaron la planilla Excel y el programa R. El curso lo componían cuatro profesores de cátedra, quienes tienen más de una década de experiencia en la enseñanza de la Estadística en el nivel universitario. También, las actividades de aprendizaje prácticas fueron apoyadas por otros cuatro profesores con formación estadística en las sesiones de ayudantía y laboratorio de computación.

La inscripción de los estudiantes en las secciones disponibles del curso la realizaron por internet (requisito es haber aprobado el curso de cálculo II), de manera que una vez completada una sección debe incorporarse a la que está con cupos disponibles. En consecuencia, el curso contempló tres secciones de 26, 27 y 48 estudiantes de las cinco especialidades.

Planificación de la enseñanza

Autores como Ellerton (2013) y Malaspina (2017) sugieren que una buena forma de ayudar a los estudiantes en el aprendizaje de la matemática es mediante el trabajo guiado de la creación de problemas, escogidos libremente por los estudiantes.

La secuencia de aprendizaje de la estadística orientada a la creación de problemas incluía la primera unidad del curso, estadística descriptiva en una y dos variables, la que se realizó con actividades diferenciadas y desarrolladas en grupos de al menos dos estudiantes fuera clase en un tiempo de cuatro semanas. La planificación consideró las siguientes actividades asociadas según los resultados de aprendizaje:

a. Revisión del programa de actividad curricular y elaboración del Syllabus de la asignatura.
b. Presentación al equipo de profesores de lo que significa la creación de problemas. Se enfatiza la importancia de crear problemas que favorezcan el aprendizaje y el pensamiento estadístico situada a la ingeniería.
c. Elaboración de ejemplos de problemas creados por profesores.
d. Selección de contenidos fundamentales en las unidades de la asignatura: en nuestro caso discusión en el aula sobre el uso de la estadística descriptiva en situaciones propias de la ingeniería (RA1), y tutorías de uso de la planilla Excel y del software estadístico programa R para el análisis de datos y solución de pequeñas investigaciones en el contexto de la ingeniería (RA2).
e. Organización de la presentación a los estudiantes del curso un problema elaborado, en el marco de un episodio concreto en la clase del profesor.
f. Elaboración de Problemas con el propósito de que los estudiantes - individualmente y luego en grupos de dos o tres - resuelven el problema encomendado donde su solución facilite la solución del problema.

RESULTADOS

A partir de la experiencia guiada anterior, los estudiantes propusieron problemas retadores y desafiantes más allá de la obtención de una solución correcta del problema del episodio. Hubo planificación de sesiones de trabajo de los profesores con sus estudiantes de apoyo y aclaración de ideas con el objeto que los estudiantes elaboren problemas creados en grupo y lo resuelvan.

Creación de problemas en el contexto de la ingeniería

Se presentaron 50 trabajos; entre un 28% desarrollados por estudiantes de ingeniería civil industrial y 8% por estudiantes de ingeniería civil informática. La Tabla 1 muestra los resultados en frecuencias y porcentajes sobre los procedimientos de creación de problemas en los trabajos presentados por los estudiantes. Muchos de los trabajos fueron situados al área (82%) con temas tales como: Estudio de uso de tecnologías de internet y Smartphone, tiempo de espera en casino, biblioteca, patios de comida, transporte. distribución de ingresos del personal de una empresa, análisis de hormigón H30 a compresión, estudios de terremotos en Chile, resistencia de materiales de viviendas, estudio de contaminación ambiental, variación de tamaños de olas en un sector costero, estudio de elementos químicos en un suelo de una ciudad, consumo eléctrico en viviendas de una ciudad, y efecto térmico en los transformadores. Hay que observar que un 70% de estos trabajos fueron fundamentados, aunque sólo un 46% presentó citas bibliográficas. Cabe señalar, que los enunciados de los objetivos específicos y declaración de las hipótesis fueron las actividades que presentaron dificultades, en la versión final con la guía de los docentes un 65% y 63% alcanzaron su correcta formulación respectivamente.

	Puntaje ideal	Promedio	Porcentaje
Defina contexto de estudio	1	0.82	82
Exposición problema y fundamentos	4	2.78	70
Objetivos general y específicos	2	1.30	65
Hipótesis de trabajo	2	1.26	63
Declaración de variables	3	2.52	84
Señale el método utilizado	3	2.28	76
Aplicar estadística descriptiva una variable	5	3.52	70
Aplicar estadística descriptiva dos variables	5	2.08	42

Interpretación de gráficos	2	1.04	52
Utilización de recursos informáticos	2	1.96	98
Conclusiones	4	1.88	47
Bibliografía consultada	2	0.92	46
Total	35		

Tabla 1: Pauta de evaluación sobre la creación de problemas

La mayoría de los estudiantes utilizaron las tecnologías en el procedimiento estadístico en sus problemas, como consecuencia del trabajo guiado en el laboratorio sobre el consumo de agua, actividad creada por los docentes. No obstante, hubo dificultades en la interpretación de gráficos y su construcción, un 52% realizó comentarios adecuados a las representaciones gráficas elaboradas. Este conflicto ha sido expresado por Juárez e Inzunsa (2014). Además, un 70% de los participantes aplicaron resúmenes estadísticos por variables, en cambio sólo un 42% de los estudiantes lograron construir e interpretar información de datos bidimensionales ya sea a través de tablas de doble entrada o la regresión lineal simple, dificultad también encontrada por Inzunza (2016).

CONCLUSIONES

Por lo general, en el nivel superior se pone poco énfasis en desarrollar la creación de problemas; no se tiene en cuenta la estrecha relación que hay entre los aspectos formativos de creación de problemas y algunos desafíos fundamentales que los futuros profesionales ingenieros tienen que afrontar en las ciencias de la ingeniería, como identificar problemas, plantear(se) las preguntas adecuadas, seleccionar convenientemente la información, hacer preguntas innovadoras, buscar soluciones óptimas y replantear los problemas.

La propuesta de enseñanza a través de la estrategia de creación de problemas favoreció en los estudiantes una actitud positiva hacia el aprendizaje de conocimientos estadísticos, logrando buscar un tema de su especialidad y desarrollarlo, además de ampliar el lenguaje, la argumentación y establecer la institucionalización de las soluciones en las múltiples situaciones de la ingeniería. También, pensamos que esta estrategia aporta con mayor énfasis al razonamiento estadístico en cohesión con ideas iniciales de planteamiento de objetivos e hipótesis estadísticas necesarias en el desarrollo de la inferencia estadística.

Este trabajo - Proyecto Fondo de Apoyo a la Docencia FAD 14/2018 UCSC- de diseño e implementación sobre estadística descriptiva por creación de problemas puede contribuir para estudios más amplios, según nivel educativo, con mayor duración de tiempo y considerando tópicos de inferencia estadística.

Referencias

Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking (pp. 3-15), Amsterdam, The Netherlands: Kluwer.

Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. Educational Studies in Mathematics, 83(1), 37-55

Chance, B., delMas, R., y Garfield, J. (2004). Reasoning about Sampling Distributions. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking (pp. 295-323), Amsterdam, The Netherlands: Kluwer.

Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. Educational Studies in Mathematics, 83(1), 87-101

Inzunza, S. (2016) Análisis de datos bivariados en un ambiente basado en applets y software dinámico. Educación Matemática, 28(3), 61-89.

Juárez, J., e Inzunsa, S. (2014). Comprensión y razonamiento de profesores de matemáticas de Bachillerato sobre conceptos estadísticos básicos. Perfiles Educativos, XXXV (146), 14-29.

Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Mayén, S., Batanero, C., y Díaz, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes mexicanos en un problema de comparación de datos ordinales. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 12(2), 151-178.

CB 006

GENERALIZACIÓN DE ESTUDIANTES DE TERCERO Y QUINTO DE PRIMARIA. UNA APROXIMACIÓN DESDE EL PENSAMIENTO FUNCIONAL

Eder Pinto y María C. Cañadas
Universidad de Granada, España

pinto.eder@gmail.com
mconsu@ugr.es
Didáctica del álgebra

RESUMEN

En este trabajo analizamos la generalización de 24 estudiantes de tercero (8-9 años) y 24 estudiantes de quinto de primaria (10-11 años) al responder a un problema que involucra una función lineal. En el contexto del pensamiento algebraico de los primeros cursos, analizamos las respuestas escritas y orales de los estudiantes al participar de un experimento de enseñanza. Describimos sus respuestas, considerando el tipo de relación funcional que evidencian y la representación empleada. Los principales resultados muestran que tres estudiantes de tercero generalizaron, empleando exclusivamente el lenguaje natural, mientras que 19 estudiantes de quinto generalizaron, apareciendo el uso espontáneo de la notación algebraica. Los estudiantes de ambos cursos generalizaron la relación funcional de correspondencia.

Palabras claves: generalización, representaciones, pensamiento funcional

GENERALIZACIÓN EN LOS PRIMEROS CURSOS DE PRIMARIA

El pensamiento algebraico en los primeros cursos (early algebra, de aquí en adelante) adquiere un rol central en la investigación sobre álgebra escolar y su incorporación favorece que los estudiantes identifiquen las relaciones y estructuras matemáticas en una determinada situación, alejándose de enfoques puramente procedimentales (Cai y Knuth, 2005). Esta investigación se centra en la generalización, la cual es destacada como un elemento central del early algebra (Blanton y Kaput, 2011). Diversos autores resaltan el rol de la generalización como un elemento que permite que los estudiantes se alejen de las particularidades que trae consigo el cálculo aritmético, que conecten las nuevas ideas con el conocimiento existente o que extraigan conclusiones mediante la generalización de ideas matemáticas (Blanton, Brizuela y Stephens, 2016).

Las representaciones tienen un rol crucial al analizar las generalizaciones de los estudiantes, pues estas expresan conceptos y procedimientos construidos por ellos, dando cuenta de sus características y propiedades matemáticas relevantes (Castro y Castro, 1997). Por otra parte, las representaciones desempeñan un papel crítico en la determinación de la estructura de los procesos de pensamiento de una persona (Kaput, 1991). Si bien el simbolismo algebraico es una representación característica de la generalización, hay otras maneras de representarla, como puede ser el uso del lenguaje natural, gestos, dibujos, tablas, entre otros (Radford, 2003; Pinto y Cañadas, 2018). Algunos autores reconocen que un camino para introducir el álgebra en los primeros cursos es mediante el estudio de las funciones, relaciones y variaciones conjuntas (Kaput, 2008). Es así como surge la idea de pensamiento funcional, la cual tiene a la función como elemento central. Dentro de los elementos claves que permiten desarrollar este tipo de pensamiento en la Educación Primaria se destacan "las cantidades variables, sus relaciones, la recursividad, la correspondencia entre valores de las variables o la utilización de diferentes sistemas de representación en un contexto de resolución de problemas" (Cañadas y Molina, 2016 p. 212). Con base en estas ideas y la propuesta de Smith (2008), consideramos dos tipos de relaciones funcionales que involucran valores de ambas variables: (a) correspondencia, en la que el foco está en la relación entre parejas de valores (a, f(a)); y (b) covariación, donde el foco está en el análisis de cómo dos cantidades varían al mismo tiempo y cómo los cambios que se producen en una afectan a la otra.

Nuestro objetivo es describir la generalización de estudiantes de tercero y quinto de primaria al resolver un problema que involucra una función lineal. Analizaremos las respuestas de los estudiantes (orales y escritas), describiendo la generalización con base en: (a) las relaciones funcionales evidenciadas y (b) las representaciones empleadas.

Diferentes investigaciones permiten justificar la pertinencia e interés de nuestro estudio. De manera general, una parte de los estudios sobre el pensamiento funcional están centrados en los primeros cursos de la Educación Primaria, o en la evolución del trabajo de los estudiantes en todos los cursos de dicho nivel educativo (e.g, Morales, Cañadas, Brizuela y Gómez, en prensa; Blanton y Kaput, 2011). Esto hace que sea relevante indagar sobre la generalización en los cursos intermedios de Educación Primaria, como es tercero (8-9 años), y de los últimos cursos de primaria, como es quinto (10-11 años), pues los estudiantes de los últimos cursos (quinto, por ejemplo) están más cerca la introducción formal al álgebra.

MÉTODO

Este estudio forma parte de una investigación más amplia, centrada en explorar diferentes aspectos del pensamiento funcional de estudiantes de Educación Primaria en España.

Estudiantes

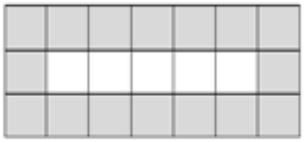
Trabajamos con dos cursos de un colegio del sur de España. El primer grupo está compuesto por 24 estudiantes de tercero (8-9 años) y sus conocimientos previos incluían estrategias de conteo y las cuatro operaciones básicas con números naturales, con énfasis en suma y resta. El segundo grupo está compuesto por los 24 estudiantes de quinto (10-11 años), quienes habían trabajado las cuatro operaciones aritméticas con números naturales y racionales.

En este artículo nos centramos en la cuarta y última sesión de trabajo que tuvimos en ambos cursos, cuando trabajaron el mismo problema y los estudiantes ya estaban familiarizados con varios problemas que involucraban funciones lineales aditivas y/o multiplicativas.

Recogida de información

El equipo de investigación que entró a cada aula estaba conformado por tres investigadores; una de ellas dirigió la sesión en tercero y otro profesor-investigador en quinto. La sesión se organizó en tres partes: (a) presentación de un problema a los estudiantes, (b) cumplimentación individual de una hoja de trabajo que contenía el enunciado del problema y diferentes preguntas referentes a casos particulares y al caso general; y (c) discusión con el grupo completo sobre algunas preguntas del cuestionario. La figura 1 presenta el enunciado del problema, en el que la función implicada es $f(x)=2x+6$.

Un colegio quiere reformar el suelo de todos sus pasillos porque está ya muy estropeado. El equipo directivo decide enlosar los pasillos con baldosas blancas y con baldosas grises. Todas las baldosas son cuadradas y tienen el mismo tamaño. Las baldosas se van a colocar en cada pasillo de la manera que ves en la siguiente imagen.



El colegio contrata a una empresa para que reforme los pasillos de las tres plantas del colegio. Te pedimos que ayudes a los albañiles a contestar algunas preguntas que necesitan responder para hacer este trabajo.

Figura 1: El problema de las baldosas

A partir del enunciado (ver figura 1), diseñamos un conjunto de preguntas que involucran: (a) el cálculo del número de baldosas grises necesarias para un número de baldosas blancas determinado (5, 8, 10 y 100, en preguntas 1 – 4) y (b) la relación general (pregunta 5). Las fuentes de información fueron tres: (a) transcripción de la sesión grabada, (b) notas de los investigadores; y (c) hojas de trabajo de los estudiantes. En esta comunicación analizamos las respuestas escritas y orales de los estudiantes.

Organización y análisis de datos

Organizamos el análisis en dos partes. La primera parte tiene por objetivo analizar las respuestas escritas de los estudiantes. Específicamente, identificamos las respuestas en las cuales los alumnos generalizan, analizando: (a) las relaciones funcionales evidenciadas (correspondencia o covariación) y (b) las representaciones empleadas (pictórica, manipulativa, lenguaje natural, simbólico-numérica, simbólico-algebraica). En la segunda parte del análisis, identificamos aquellos estudiantes que participaron de la puesta en común y complementamos estas respuestas con las que los estudiantes brindaron a la hoja de trabajo. Por tanto, consideramos las respuestas orales de los estudiantes como una forma de complementar los hallazgos obtenidos en las hojas de trabajo.

RESULTADOS

En esta sección presentamos los resultados y evidencias de generalización en ambos cursos.

Tercero

De manera general, tres estudiantes generalizaron la relación involucrada en el problema de las baldosas. Del resto de estudiantes, 13 no evidenciaron relaciones entre las cantidades involucradas en el problema y 8 evidenciaron

relaciones funcionales solo para casos particulares.

Los tres estudiantes que generalizaron lo hicieron exclusivamente en su hoja de trabajo, de manera escrita. Por ejemplo, al responder a P5 (referida al caso general), José escribió que para determinar la cantidad de baldosas grises dados cualquier número de baldosas blancas "el número de baldosas blancas se suma dos veces y se le añaden 6". En la respuesta del estudiante evidenciamos la relación funcional de correspondencia (pues ha identificado la relación entre parejas de valores) mediante una expresión verbal. Los otros dos estudiantes también generalizaron usando lenguaje natural escrito, identificando solo la parte que se mantiene constante (siempre debes sumarle 6), sin explicitar más información.

Quinto

A diferencia de las respuestas de los estudiantes de tercero, en este curso 19 estudiantes generalizaron. De este grupo de estudiantes, tres lo hicieron cuando se les preguntaba por casos particulares; hablamos así de generalización espontánea (Pinto y Cañadas, 2018). Por ejemplo, Lucía, responde a P1 (cuántas baldosas grises se necesitan para 5 blancas): "Se necesitan 16 baldosas. Lo he sabido con esta fórmula = (X x 2) +6 = 16. X = número de baldosas blancas". Esta estudiante, al igual que los otros dos estudiantes generalizaron antes que fuera preguntada la relación funcional; dos de ellos lo hicieron mediante el uso espontáneo de simbolismo algebraico y el otro estudiante mediante lenguaje natural. Los tres estudiantes descritos generalizaron la relación funcional de correspondencia.

Por otra parte, 16 estudiantes expresaron la relación general al responder a la quinta pregunta. Estos estudiantes expresaron la relación general entre los pares de valores (correspondencia) mediante lenguaje natural. A continuación, presentamos algunos ejemplos de respuestas: (a) "tu obtienes la respuesta mediante la multiplicación del número de baldosas blancas dos veces y luego agregas 6" (Mario); (b) "multiplicando las baldosas blancas por dos y agregar tres del principio y tres del final" (Rosa); y (c) "Tu necesitas usar 2x baldosas blancas + 6" (Pedro). Complementando la respuesta escrita de Pedro (P), durante la sesión se produjo el siguiente diálogo con el profesor-investigador (I), el cual clarifica la relación general encontrada por el estudiante.

1. I: Acuérdate que la pregunta [número cinco] dice: ¿Cómo puede saberse cuántas baldosas grises si ya han colocado las baldosas blancas?
2. P: Eh… ¿cómo puedo saber yo eso?
3. I: Sí.
4. P: Vale. Yo puedo saber eso porque, si eh… por ejemplo, sería dos por las baldosas blancas que haya más seis que son los bordes. Por ejemplo, si hay 30 baldosas blancas pues 30 por dos más seis que son los bordes. Entonces, pues ya está, eso.
5. I: Muy bien.
6. P: Mi teoría es dos por equis más seis.

Luego de que el estudiante ejemplificó la relación encontrada para un caso particular (línea 4), establece la relación general haciendo alusión verbal al uso del simbolismo algebraico (línea 6).

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Este estudio contribuye en una comprensión de cómo estudiantes de tercero y quinto de primaria generalizan la relación funcional de un problema que involucra una función lineal. Los principales hallazgos nos permiten resaltar que los estudiantes de ambos cursos usan, mayoritariamente, el lenguaje natural para expresar sus generalizaciones (aún cuando en quinto aparece espontáneamente el uso del simbolismo algebraico). Estos resultados, referidos al uso del lenguaje natural, se encuentran relacionados con las ideas de algunos autores, los cuales indican que el lenguaje natural puede convertirse en un andamio útil para el desarrollo de una representación más simbólica (Radford, 2003). Si bien los estudiantes conocían diferentes tipos de representaciones, conjeturamos que el uso exclusivo del lenguaje natural tiene relación con la dificultad que supone generalizar, por lo que este tipo

de representación puede ser la manera más natural que tienen ellos de articular sus ideas. Si bien reconocemos que el proceso de generalización no es fácil y requiere de tiempo (Dienes, 1961), es fundamental diseñar secuencias de aprendizaje en las cuales los estudiantes puedan encontrar una regla general que sea válida para diferentes casos particulares.

Por otra parte, todos los estudiantes que generalizaron (3 de tercero y 19 de quinto) evidenciaron la relación funcional de correspondencia, lo que relacionamos con la forma en la cual se plantearon las preguntas que acompañaban al enunciado del problema (encontrar relaciones para casos particulares y la regla general). Una línea abierta de esta investigación es investigar cómo estos grupos de estudiantes generalizan al trabajar con diferentes tipos de problemas, los cuales involucran diferentes tipos de funciones lineales.

Agradecimientos
Proyecto I+D EDU2016-75771-P, financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España. El primer autor es becario del Gobierno de Chile - CONICYT, folio 72160307-2015.

Referencias

Blanton, M. L., Brizuela, B. M. y Stephens, A. (2016). Elementary children's algebraic thinking. Documento presentado al 13th Annual Conference of the International Congress on Mathematical Education, Hamburg, Alemania.

Blanton, M. y Kaput, J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), Early algebraization (pp. 5-23). Berlín, Alemania: Springer.

Cai, J. y Knuth, E. (2005). Introduction: The development of students' algebraic thinking in earlier grades from curricular, instructional and learning perspectives. ZDM, 37(1), 1-4.

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruiz y M. Torralbo (Eds.), Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico (pp. 209-218). Granada, España: Comares.

Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Ed.), La Educación Matemática en la enseñanza secundaria (pp. 95-124). Barcelona, España: Horsori.

Dienes, Z. P. (1961). On abstraction and generalization. Harvard Educational Review, 31(3), 281-301.

Kaput, J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. En E. V. Glasersfeld (Ed.), Radical constructivism in mathematics education (pp. 53-74). Dordrecht, Holanda: Springer.

Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. Kaput, D. Carraher y M. Blanton (Eds.), Algebra in the early grades (pp. 5-17). Nueva York, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Gómez, P. (en prensa). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de educación primaria en un contexto funcional. Enseñanza de las Ciencias.

Pinto, E. y Cañadas, M. C. (2018). Generalization in fifth graders within a functional approach. PNA, 12(3), 173-184.

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic–cultural approach to students' types of generalization. Mathematical Thinking and Learning, 5(1), 37-70.

Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), Algebra in the early grades (pp. 133-163). Nueva York, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

CB 007

CONOCIMIENTO DE LOS ESTUDIANTES COMO RESOLUTORES DE PROBLEMAS MANIFESTADO POR FUTUROS PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Juan Luis Piñeiro, Elena Castro-Rodríguez y Enrique Castro
Universidad de Granada

Juanluis.pineiro@gmail.com
elenacastro@ugr.es
ecastro@ugr.es
Formación de Profesores e Investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

En este trabajo presentamos un análisis del conocimiento sobre el aprendizaje de la resolución de problemas, específicamente sobre el conocimiento de los estudiantes como resolutores, manifestado por 81 futuros profesores de educación primaria al terminar su formación. A través de un cuestionario los sujetos manifestaron un mayor conocimiento sobre caracteristicas de resolutores exitosos. Por ejemplo, reconocen que los buenos resolutores presentan una mejor organización de su conocimiento y un adecuado manejo de las emociones. Sin embargo, muestran respuestas dudosas al pedirles identificar caracteristicas de resolutores novatos como la identificación de información importante o el uso de estrategias inadecuadas.

Palabras claves: Resolución de problemas, educación primaria, formación de profesores, conocimiento del profesor.

CONOCIMIENTO PROFESIONAL SOBRE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Enseñar a resolver problemas requiere que el profesor tenga una competencia pedagógica para escuchar las soluciones de sus estudiantes, un conocimiento del contenido para reconocer las ideas matemáticas inesperadas de estos y un conocimiento del contenido pedagógico para guiarlos cuando buscan, formulan y comunican sus ideas (Laine, Näveri, Pehkonen, Ahtee y Hannula, 2018). Uno de estos conocimientos necesarios se concreta en los estudiantes como resolutores, sin embargo, se ha mostrado la poca relevancia que tiene para los docentes la consideración del resolutor en la enseñanza de la resolución de problemas (RP) (Felmer, Perdomo-Díaz, Cisterna, Cea, Randolph y Medel, 2015). Carpenter, Fennema, Peterson y Carey (1988) hacen notar la escasa preparación de los docentes para identificar el pensamiento de sus estudiantes cuando resuelven problemas aritmético verbales. Según los autores, los profesores tienen conocimientos relativos al aprendizaje de la RP, pero estos están desorganizados y poco conectados entre ellos.

Estas consideraciones nos llevan a plantearnos la pregunta de investigación que guía este trabajo: ¿qué conocimiento manifiestan los futuros profesores de primaria sobre los estudiantes como resolutores de problemas una vez completada su formación universitaria? Debido a que los sujetos presentan diferencias en su formación universitaria en educación matemática, hemos analizado y descrito su conocimiento considerando dos grupos, dado el impacto que podría tener en sus respuestas.

Conocimiento sobre los estudiantes como resolutores de problemas

Para desarrollar y reinterpretar la dimensión didáctica del conocimiento del profesor sobre RP, partimos del modelo planteado por Chapman (2015) y de un análisis curricular (Piñeiro, Castro y Castro-Rodríguez, 2016). Además, recurrimos al triángulo didáctico adaptado al proceso de RP. Este hace emerger interacciones, la primeras son dobles (profesor/estudiante, estudiante/RP y profesor/RP) y han atraído la atención de la mayoría de la investigación en este campo. No obstante, la interacción estudiante/RP/profesor, no ha recibido la misma atención y ha sido señalada como central, si el propósito es mejorar el desempeño de los estudiantes al resolver problemas (Lester y Cai, 2016).

Estas relaciones permiten identificar y organizar elementos del conocimiento didáctico del profesor sobre la RP tan importantes como: a) el estudiante como resolutor, b) la RP como tarea escolar, c) factores no cognitivos que afectan la RP, y c) gestión de la enseñanza de la RP. Los tres primeros componentes tienen relación con el aprendizaje de la RP, mientras que el cuarto es relativo a su enseñanza. En este trabajo profundizamos en el primero de ellos, el conocimiento sobre el estudiante como resolutor y que contempla ideas sobre las características de los resolutores exitosos y las posibles dificultades.

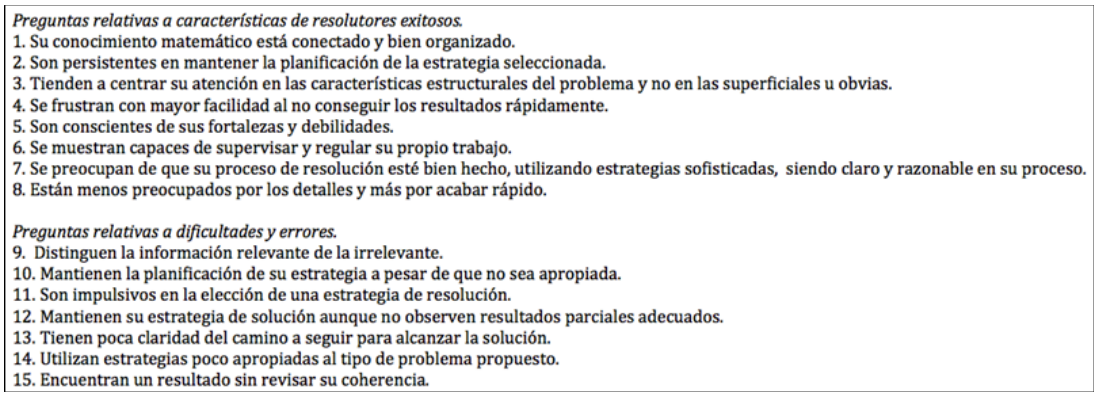
MÉTODO

Para responder a nuestra pregunta de investigación, hemos aplicado un cuestionario a 81 estudiantes del grado de Educación Primaria de la Universidad de Granada, España. Los hemos agrupado de acuerdo a la formación recibida (Grupo A = 56 estudiantes; Grupo B = 25 estudiantes).

Contexto

Ambos grupos habían cursado a lo largo de sus estudios tres asignaturas del área de matemáticas. La primera centrada en el estudio del contenido de las matemáticas escolares. La segunda relativa a la enseñanza y aprendizaje de los distintos núcleos temáticos de las matemáticas escolares concretada en aspectos cognitivos y didácticos. La tercera orientada al estudio del currículo y al diseño e implementación de unidades didácticas para la Educación Primaria. En estas tres asignaturas la RP es tratada como un contenido transversal.
El grupo B, además había cursado una asignatura optativa, de la cual uno de sus contenidos es la RP de manera explícita. Específicamente, los estudiantes trabajan estrategias y heurísticos, invención de problemas y estrategias

docentes para enseñanza de la RP.


Preguntas relativas a características de resolutores exitosos.
1. Su conocimiento matemático está conectado y bien organizado.
2. Son persistentes en mantener la planificación de la estrategia seleccionada.
3. Tienden a centrar su atención en las características estructurales del problema y no en las superficiales u obvias.
4. Se frustran con mayor facilidad al no conseguir los resultados rápidamente.
5. Son conscientes de sus fortalezas y debilidades.
6. Se muestran capaces de supervisar y regular su propio trabajo.
7. Se preocupan de que su proceso de resolución esté bien hecho, utilizando estrategias sofisticadas, siendo claro y razonable en su proceso.
8. Están menos preocupados por los detalles y más por acabar rápido.

Preguntas relativas a dificultades y errores.
9. Distinguen la información relevante de la irrelevante.
10. Mantienen la planificación de su estrategia a pesar de que no sea apropiada.
11. Son impulsivos en la elección de una estrategia de resolución.
12. Mantienen su estrategia de solución aunque no observen resultados parciales adecuados.
13. Tienen poca claridad del camino a seguir para alcanzar la solución.
14. Utilizan estrategias poco apropiadas al tipo de problema propuesto.
15. Encuentran un resultado sin revisar su coherencia.

Figura 1: Preguntas del cuestionario relativas al conocimiento de los estudiantes como resolutores
Instrumento

Para el desarrollo del cuestionario hemos seguido una serie de fases (ver Piñeiro, Castro-Rodríguez y Castro, 2018). Estas originan un cuestionario con 5 secciones y un total de 66 preguntas. El cuestionario es cerrado y de carácter dicotómico, debido a que esperamos ciertas respuestas que nos muestren presencia o ausencia de un determinado conocimiento (Fink, 2003). La figura 1 muestra las preguntas de la sección referida al conocimiento de los estudiantes como resolutores

Procedimiento

El cuestionario fue aplicado al finalizar el curso académico 2017/2018 y fue respondido individualmente en una duración de aproximadamente 20 minutos. Uno de los investigadores estuvo presente durante todo el proceso.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Hemos realizado dos análisis a los datos obtenidos. En primer lugar, se realizaron agrupamientos de las respuestas, mediante un análisis multivariante a través de un escalamiento multidimensional ALSCAL (SPSS), siguiendo las recomendaciones de Bisquerra (1989). En él hemos interpretado como dimensiones acuerdos, duda y contradicción. Es decir, respuestas en las que la mayoría de los participantes coinciden afirmativa o negativamente, respuestas en las que no lo hacen y respuestas que al ser analizadas conjuntamente con otras, presentan tensiones en lo expresado. Posteriormente, realizamos un análisis descriptivo de sus respuestas. En este trabajo mostramos los resultados más relevantes del segundo análisis, organizados de acuerdo a nuestro análisis teórico previo y las dos dimensiones obtenidas en el escalamiento multidimensional.

Características de resolutores exitosos

El grupo A aglutina sus respuestas cuando se trata de identificar algunas características de resolutores exitosos. Por ejemplo, este grupo está de acuerdo en que el conocimiento de este tipo de estudiantes está conectado y bien organizado (SÍ=53, NO=3), en que son capaces de supervisar y regular su propio trabajo (SÍ=54, NO=2), que son conscientes de sus fortalezas y debilidades (SÍ=48, NO=8) y que se preocupan de resolver los problemas, usando estrategias sofisticadas que luego pueden explicar claramente. Así mismo, identifican que estos estudiantes no se frustran al no conseguir los resultados esperados (SÍ=12, NO=44) o que están preocupados por los detalles aunque tome más tiempo (SÍ=5, NO=51). Sin embargo sus respuestas se polarizan cuando se trata de identificar si estos estudiantes son persistentes en la planificación realizada (SÍ=40, NO=16). Así mismo, encontramos que al preguntarles si los buenos resolutores centran su atención en características estructurales y no en las superficiales, emerge la dimensión denominada contradicción. Al analizar las respuestas a esta pregunta encontramos que los

que se encuentran de acuerdo positivamente (SÍ=42, NO=14), luego 9 de ellos también responden de forma positiva a si los resolutores principiantes identifican información relevante de la irrelevante.

Las respuestas del grupo B se han manifestado en torno a solo dos dimensiones en este conocimiento. La primera dimensión que emerge es la de acuerdo, respondiendo positivamente a que los buenos resolutores tienen un conocimiento organizado y conectado (SÍ=25, NO=0), se automonitorean efectivamente (SÍ=21, NO=4), conocen tanto sus puntos fuertes como los débiles (SÍ=23, NO=2) y están preocupados de resolver elegantemente los problemas (SÍ=21, NO=4). También están de acuerdo en que controlan mejor su frustración (SÍ=17, NO=8) y que se preocupan por los detalles del proceso (SÍ=21, NO=4). La dimensión de duda emerge al preguntarles si son persistentes en mantener una estrategia seleccionada previamente (SÍ=14 / NO=11). Una segunda pregunta que presenta respuestas en esta dimensión es la referida a si los buenos resolutores centran la atención en lo importante (SÍ=16, NO=9).

Dificultades y errores

El grupo A presenta respuestas mayoritariamente en las dimensiones de duda y solo una en la dimensión de acuerdo. Encontramos que las respuestas se polarizan al preguntarles si distinguen información relevante de la irrelevante (SÍ=17, NO=39), que mantienen la planificación de una estrategia a pesar de no ser apropiada (SÍ=39, NO=17) o incluso al encontrar una respuesta incorrecta (SÍ=42, NO=14). Así mismo, encontramos respuestas a preguntas como que los resolutores novatos tienen poca claridad del camino a seguir para encontrar la respuesta a un problema (SÍ=43, NO=13), que utilizan estrategia poco apropiadas al problema propuesto (SÍ=37, NO=19) o que cuando encuentran un resultado no verifican su coherencia (SÍ=43, NO=13). Respecto al acuerdo, encontramos que este grupo responde afirmativamente a que una de las mayores dificultades de estos estudiantes es que son impulsivos en la elección de estrategias de resolución (SÍ=50, NO=6).

Por su parte el grupo B manifiesta respuestas en las dimensiones de duda y contradicción. Entre las respuestas que encontramos en la dimensión de duda se encuentran las referidas a si los resolutores novatos son capaces de distinguir información relevante de la irrelevante (SÍ=7, NO=18), tienen poca claridad del camino a seguir para encontrar la respuesta a un problema (SÍ=20, NO=5), que utilizan estrategia poco apropiadas al problema propuesto (SÍ=17, NO=8) o que cuando encuentran un resultado no verifican su coherencia (SÍ=16, NO=9). Por otro lado, entre las preguntas que se ubican en la dimensión de contradicción encontramos las relativas a si los resolutores novatos mantienen su estrategia de solución aunque no encuentren resultados favorables, son impulsivos al escoger una estrategia y que mantienen la estrategia aunque no observen resultados favorables. Por ejemplo, los estudiantes que contestan positivamente a que mantienen estrategias incluso cuando no se observan avances (SÍ=18, NO=7), luego 6 de ellos responde que estos mismos estudiantes utilizan estrategias adecuadas según el tipo de problema al que se enfrentan.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Chapman (2015) señala que el conocimiento de las características de resolutores exitoso y posibles dificultades es un activo que deberían conocer los profesores. En este sentido nuestro trabajo aporta información sobre este aspecto. En general, encontramos respuestas que muestran un conocimiento sobre características de resolutores exitosos. Sin embargo, las preguntas relativas a indagar en dificultades y errores, a través de la etiqueta resolutores novatos, arrojan que los conocimiento de los futuros profesores presentan dudas e incluso algunas contradicciones, especialmente en el grupo sin formación adicional.

Laine y colaboradores (2018) muestran que una mediación activa por parte de los profesores produce buenos resultados en el desarrollo de su competencia para resolver problemas. Estos autores plantean la importancia de que los profesores sean capaces de identificar los puntos críticos en las soluciones de los estudiantes y basen su mediación en ellos. En este sentido, nuestro trabajo complementa estos hallazgos pues la identificación de características y dificultades de los estudiantes como resolutores ayudaría a tomar buenas decisiones a los futuros profesores. No

obstante, su bajo nivel de competencia para resolver problemas (Nortes y Nortes, 2016) podría provocar que este conocimiento no sea de utilidad, pues el conocimiento que se tenga de las matemáticas implicadas en los problemas los haría conscientes de las ideas claves presentes.

Los resultados de este estudio son interesantes, pues al contrario de lo que podría creerse, los futuros profesores manifiestan un conocimiento teórico sobre la RP que contrasta con su competencia para resolver problemas expuesta en otras investigaciones (Nortes y Nortes, 2016). Este hecho nos conecta con que generalmente se ha planteado que un conocimiento sobre los conceptos matemáticos está relacionado con un conocimiento didáctico del contenido. Sin embargo, nuestro resultados sugieren que esta relación que se ha manifestado cuándo se analiza el conocimiento desde la perspectiva de los conceptos (e.g. Carrillo, 2014) puede darse de una manera diferente cuando nos situamos desde la perspectiva de un proceso como la RP.

Agradecimientos
Este trabajo se enmarca dentro del Proyecto EDU2015-70565-P (MICIN) del Gobierno Español; y gracias CONICYT Chile y una Beca de Doctorado en el Extranjero, folio 72170314.

Referencias

Bisquerra, R. (1989). Introducción conceptual al análisis multivariable: un enfoque informático con los paquetes SPSS-X, BMDP, LISTEL y SPAD. Barcelona, España: PPU.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L. y Carey, D. A. (1988). Teachers' pedagogical content knowledge of students' problem solving in elementary arithmetic. Journal for Research in Mathematics Education, 19(5), 385-401.

Carrillo, J. (2014). El conocimiento de los estudiantes para maestro (TEDS-M España) desde la perspectiva de su especialización. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVIII (pp. 115-123). Salamanca, España: SEIEM.

Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. LUMAT, 3(1), 19–36.

Felmer, P., Perdomo-Díaz, J., Cisterna, T., Cea, F., Randolph, V. y Medel, L. (2015). La resolución de problemas en la matemática escolar y en la formación inicial docente. Estudios de Política Educativa, 1(1), 64-105.

Fink, A. (2003). How to ask survey questions (2a ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Laine, A., Näveri, L., Pehkonen, E., Ahtee, M. y Hannula, M. (2018). Connections of primary teachers' actions and pupils' solutions to an open problem. International Journal of Science and Mathematics Education, 16, 967-983.

Lester, F. K. y Cai, J. (2016). Can Mathematical Problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds.), Posing and solving mathematical problems (pp. 117-135). Nueva York, NY: Springer.

Nortes, R. y Nortes, A. (2016). Resolución de problemas, errores y dificultades en el grado de maestro de primaria. Revista de Investigación Educativa, 34(1), 103-117.

Piñeiro, J. L., Castro-Rodríguez, E. y Castro, E. (2018). Prospective primary teachers' conceptual understanding of mathematical problems and problem solving. En E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg y L. Sumpter (Eds.), Proceedings of the 42nd PME International Conference (Vol. 3, pp. 465-472). Umeå, Suecia: PME.

Piñeiro, J. L., Castro, E. y Castro-Rodríguez, E. (2016). Conocimiento profesional para la enseñanza de la resolución de problemas en primaria: una perspectiva curricular. En J. A. Macías et al. (Eds.), Investigación en Educación Matemática XX (pp. 427-436). Málaga, España: SEIEM.

CB 008

GESTION DE TAREAS MATEMATICAS PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA A TRAVÉS DE LA FUNCIÓN LINEAL.

Karina Tello Oviedo
Johnny Fernando Alvis Puentes
Universidad Surcolombiana, Colombia.

karinatello15@gmail.com
johnny.alvis@usco.edu.co
Etnomatemática y Estudios socioculturales en Educación Matemática.

RESUMEN

El propósito de este documento es reportar una de las etapas del proyecto de investigación que consiste en implementar una situación problema, compuesta de tareas matematicas que contribuya al desarrollo de la competencia matematica formular y resolver, para ello contamos con dos objetivos: el primero consiste en analizar las características que debe tener una tarea matematica, para que sea considerada una buena oportunidad de desarrollo de competencias matematicas para los estudiantes y la segunda analizar los resultados del trabajo de los estudiantes.El trabajo de los estudiantes se clasificó a partir de las semejanzas en los procedimientos utilizados.

Palabras claves: Gestión de tareas matematicas, Competencia matemática formular y resolver problemas, función lineal.

INTRODUCCIÓN

En los últimos años del siglo XX y la primera década del siglo XXI se han caracterizado por una creciente preocupación, por dar solución a diversos problemas mundiales, como lo son la contaminación ambiental, el hambre en el mundo, la disminución alarmante de agua potable, agotamiento de los recursos naturales, extinción de algunas especies de la flora y la fauna, aumento de la pobreza y los conflictos sociales, economicos y politicos que que se encuentran vigentes en el mundo. Ante este panorama, García & Benítez (2013) afirman que los paises deben desarrollar políticas de crecimiento que garanticen la satisfacción de las necesidades fundamentales de las personas a la educación, vivienda y trabajo, sin poner en riesgo las oportunidades para las próximas generaciones. Ante este panorama, una de las principales alternativas es el enfoque por Competencia cuyo proposito se radica en la formación de un aprendizaje comprensivo, significativo y situado; sustentado en el desarrollo de los procesos matemáticos y en la interacción de los estudiantes y docente en dichos procesos.

Para el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas, es necesario vincular el contenido matemático en términos de tareas; los procesos organizadores del currículo en términos de competencias específicas; y el progreso de la competencia en términos de niveles de complejidad (Solar, 2009), para ello es necesario que los profesores proporcionen oportunidades de aprendizaje, situaciones problemas que pongan en juego el modelo de solar.

El proceso inicia desde el momento en que se selecciona la situaciones problemas, la cual se encuentra relacionada con el contexto social en el cual se involucran los estudiantes, en este caso los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Eugenio Ferro Falla del municipio de Campoalegre, La situación problema que se expone en este documento fue diseñada en el semillero de investigación COMAT, adscrito al grupo de investigación E.MAT.H del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana, dicha situación se construye despues de un proceso de inmersión en el contexto en el que viven los estudiantes, pues segun PISA (2012) el reconocer a profundidad el contexto del estudiante, la interpretación de las actuaciones de los individuos y los procesos que surgen en la relación con su entorno permite que el estudiante desarrolle su potencial como ciudadano constructivo y reflexivo, generando una oportunidad de educación integra.

Durante el proceso de solución de un problema se evidencia dos proceso, el primero consiste en la capacidad del individuo para participar en el procesamiento cognitivo para comprender y resolver situaciones problemáticas y el segundo consiste en las estrategias didáctica implementadas por el docente que permiten guir y orientar el proceos realizado por losestudiantes. Según Torres, Reyes & Barrera (2011) reportan que la formulación constante de preguntas a los estudiantes y la atención que se brinda a las respuestas de los estudiantes, orientan las acciones de los estudiantes hacia la búsqueda de relaciones, significados o explicaciones y fomentan la discusión con lo que se mantiene un alto nivel en la demanda cognitiva de una tarea que permite el desarrollo de la competencia matematica. conpetencia matemática.

MARCO TEÓRICO

Para este trabajo se asume el modelo de competencias matemáticas establecido por Solar (2009), el cual converge aspectos fundamentales para el desarrollo de una competencia en específico; el modelo de competencias matemáticas se centra en tres componentes a saber: las tareas, los procesos y los niveles de complejidad. Aquí los contenidos se desarrollan y son expresados a partir de tareas; estas tareas deben desarrollar los procesos, entendidos estos como competencias matemáticas; finalmente los niveles de complejidad en función de las tareas y los procesos, conforma la complejidad de la competencia matemática.

Con el propósito de establecer la perspectiva teórica del trabajo se hará referencia a algunos conceptos considerados para el análisis: Las tarea matemática las nociones matemáticas que se tratan en una actividad. Es decir las tareas matemáticas son los propósitos matemáticos que se encuentran en una situación a resolver, problema,

o actividad matemática. Una colección de tareas matemáticas puede caracterizar un tópico matemático, o visto inversamente, un tópico matemático se puede caracterizar como un conjunto de tareas matemáticas. Es decir "las tareas tienen tanto un carácter específico relativo a un contenido como unas actuaciones del estudiante sobre un contenido matemático concreto" (Solar, 2009, p. 15).

Por otra parte los procesos matemáticos que están presentes de forma transversal a los contenidos matemáticos. Por tanto, los procesos matemáticos son un aspecto fundamental dentro del desarrollo de competencia en la educación matemática. Estos procesos son consustanciales con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y han estado siempre en los currículos de matemáticas.

Por último los niveles de complejidad que permiten caracterizar el avance en el desarrollo de las competencias, articuladas a su vez con los contenidos. A medida que transcurre y avanza la actividad matemática escolar, el desarrollo de las competencias matemáticas debería progresar en los estudiantes y, al estudiar dicho avance, se consideró como premisa que: por medio del tipo de actividades matemáticas que se plantean a un sujeto se puede caracterizar el desarrollo de una determinada competencia.

Podemos decir, que los niveles de complejidad de la actividad matemática están articulados a la complejidad creciente de las tareas propuestas y se expresan, finalmente, en los niveles de complejidad de los procesos matemáticos que deben desarrollar los estudiantes.

Esta investigación se basa en el modelo expuesto anteriormente, para el desarrollo de la Competencia Formular y Resolver Problemas, debido al papel fundamental que cumple dentro de la Educación Matemática. Desde la década de los 60 se aprecia una preocupación creciente por incorporar la Resolución de Problemas en el currículo de las Matemáticas escolares y un esfuerzo por sustentar las innovaciones curriculares provenientes de los trabajos de investigación educativa. Este interés a su vez, se vincula cada vez más con la noción de Competencia. Por ejemplo PISA en sus diferentes marcos teóricos ha establecido conceptualmente ésta Competencia. Así en PISA (2012) se señala que la Competencia en Resolución de Problemas se entiende como la capacidad de un individuo para participar en el procesamiento cognitivo para comprender y resolver situaciones problemáticas en las que un método de solución no es inmediatamente obvio. La Competencia Formular y Resolver Problemas se caracteriza por la selección o diseño de un plan o estrategia cuyo fin es utilizar las Matemáticas para resolver los problemas derivados de una tarea o contexto, además de guiar su implementación.

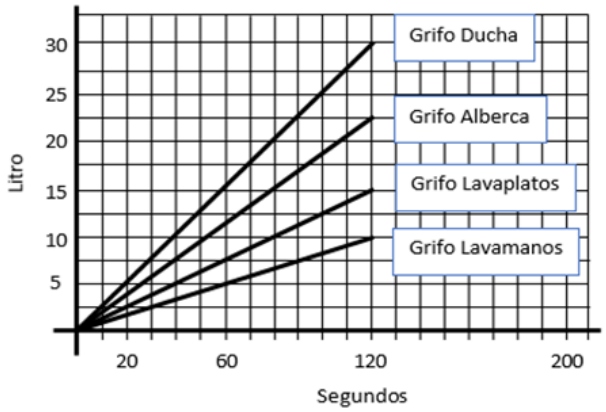
ASPECTOS METODOLÓGICOS

Los objetivos de una investigación determinan la estrategia o paradigma que se adopte (Husén 1988; Bericat 1988). De ahí, teniendo en cuenta que el objetivo de esta investigación se orienta principalmente al diseño, implementación y evaluación de Tareas Matemáticas que permitan mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas, se considera pertinente adoptar un enfoque cualitativo que permitió documentar y analizar el tipo de razonamiento que los estudiantes ejecutan a la hora de resolver una tarea matematica desde una situación problema contextualizada, a su vez el trabajo está ligado a describir, interpretar y comprender las relaciones y el significado de los fenómenos sociales, intentando darle sentido desde el significado que los estudiantes les atribuyen a dichos fenómenos.

El contenido matemático de la situación problema incluye ideas matemáticas que se consideran importantes para analizar la variación de una función, generando una idea global del comportamiento de la función lineal, analizando el cambio de la variable dependiente y su relación con el cambio de la variable independiente, permitiendo tomar sentido a la gráfica que modela la situación problema y generando diferentes relaciones entre las variables presentes en el problema.

La situación problema se desarrolló con un grupo de 35 estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa

Eugenio Ferro Falla del municipio de Campoalegre. Para la recolección de los datos se centró en el trabajo de los estudiantes, los cuales fueron recogidos a través de audios y grabaciones de video. En relación a la dinámica implementada, se enmarca tres etapas, la primera etapa trabajo individual y la segunda etapa trabajo en pareja y la tercera fue una etapa de discusión con el grupo completo, para el cumplimiento de las etapas anteriores se realizaron una sesión de 2 horas



RESULTADOS Y ANÁLISIS

La situación problema gestionada parte de un contexto real. Dicha situación se describe a continuación: "Al señor Ernesto, padre de Carlos (estudiante de grado noveno de un colegio de Campoalegre) cuando compró la casa donde actualmente viven con su familia (en un barrio estrato socioeconómico 3), le entregaron un documento que muestra la siguiente información relacionada con el consumo de agua en determinado tiempo, de acuerdo al grifo puesto en uso.

Cantidad de agua potable que sale de los grifos cuando la llave está abierta en su totalidad
El señor Ernesto acude a su hijo Carlos para que le responda algunas inquietudes que le surgen respecto a los datos presentados en el gráfico: sin embargo si usted fuese Carlos que le diría respecto a:

1. ¿La relación que existe entre el tiempo transcurrido y la cantidad de litros vertidos desde los grifos?

Despues del analisis de los datos recolectados a partir de las diferentes funentes de información, se clasificaron los trabajos de los estudiantes a partir de las semejanzas en los procedimientos. Los aspectos valorados fueron los siguientes: el uso de procedimientos conocidos, interpretación de la información, conjeturas y justificación de la información, asi como la difusión de los resultados.

En la realización de la situación problema los estudiantes iniciaron la exploración del problema con una lectura mental del mismo. Luego cada estudiante selecciono un tiempo fijo y un grafo especifico. Con estos dato determinaron la cantidad de litros de agua potable que sale del grifo seleccionado, en el tiempo establecido. Un ejemplo de esta forma de trabajo lo observamos en el documento de Felipe, quién estudio la cantidad de agua potable que sale de los 4 grifos (grifo de lavamanos, grifo alberca, grifo lavaplatos y el grifo lavamanos) en 2 minuto. Felipe realizo una lectura de grafica para determinar los valores en cada caso.

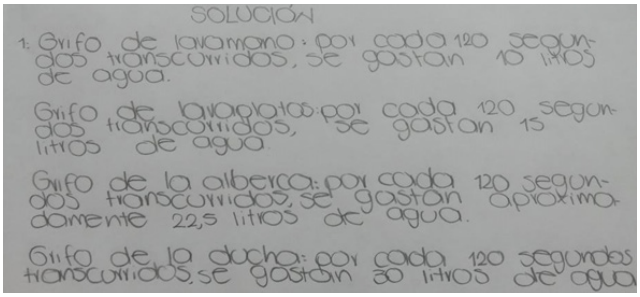

SOLUCIÓN
1. Grifo de lavamano: por cada 120 segundos transcurridos, se gastan 10 litros de agua.
Grifo de lavaplatos: por cada 120 segundos transcurridos, se gastan 15 litros de agua.
Grifo de la alberca: por cada 120 segundos transcurridos, se gastan aproximadamente 22,5 litros de agua.
Grifo de la ducha: por cada 120 segundos transcurridos, se gastan 30 litros de agua

Fig. 1. Trabajo realizado por Felipe

Esta forma de trabajo fue común en los estudiantes al iniciar la exploración de la tarea y se debe a los antecedentes académicos de los estudiantes; lo que hace suponer que en esta fase no habían comprendido el significado de la variación de la variable dependiente a partir de la variación de la variable independiente, por lo que recurrieron a la lectura de gráficas.

Después de la interacción entre parejas, las concepciones iniciales se modificaron (variación lineal) y procedieron a ensayar diferentes relaciones entre las variables presentes en la tarea. De tal manera que a hora de realizar la discusión con el grupo completo los estudiantes comprendían y justificaban la variación existente entre el tiempo y la cantidad de agua que sale por un grifo.

CONCLUSIONES

- Dado los procesos que se llevaron a cabo para el desarrollo de la primera etapa de la investigación, es necesario mencionar que los profesores deben realizar una labor importante es que reflexionan acerca de las características de las tareas que proponen a sus estudiantes en clase. Estas se encuentran relacionadas estrechamente con el nivel de demanda cognitiva que cada situación problema requiere de los estudiantes y las habilidades, conocimientos y actitudes que los estudiantes ponen en práctica cuando trabajan en ellas.

- Así, se puede mostrar evidencia de la estrecha relación entre el razonamiento que los estudiantes realizan al trabajar en una situación problema y la forma de presentar la tarea, las instrucciones implícitas que en ella se encuentren, los conocimientos anteriores del estudiante y los conceptos que se pretenden desarrollar. De manera puntual, el análisis de los datos permite concluir que la situación problema explorada a través de múltiples tareas (Razonamiento, deducción, inducción), favorecen el razonamiento de los estudiantes y potencia el desarrollo de competencias matemáticas.

Referencias

García, M. L., & Benítez, A. A. (2013). Diseño e Implementación de Tareas para Apoyar el Aprendizaje de las Matemáticas. Formación universitaria, 6(1), 13-20.

Solar, H. (2009). Competencias de modelización y Argumentación en Interpretación de Gráficas Funcionales: Propuesta de un modelo de Competencia Aplicado a un Estudio de un Caso. (Tesis de Doctorado), Universitat Autónoma de Barcelona, Barcelona.

OCDE. (30 de November de 2010). PISA 2012 Mathematics Framework. OECD Publishing. Obtenido de http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en

Torres, A., Reyes, A. y Barrera, F. Procesos de diseño e implementación de tareas de aprendizaje matemático con alta demanda cognitiva, Memorias del Tercer Congreso Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas, Trabajo 203 (en línea), Estado de México, México, 4,5 y 6 de mayo 2011

Husén, T. (1988). Paradigmas de la investigación en Educación: Un informe del estado de la cuestión. Madrid: Narcea.

CB 009

UNA PRIMERA APROXIMACIÓN AL PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO EN NIÑOS DE EDUCACIÓN INFANTIL

Claudia Vásquez Ortiz, Ángel Alsina
Pontificia Universidad Católica de Chile, Universidad de Girona

cavasque@uc.cl
angel.alsina@udg.edu
Educación matemática en pre-escolar

RESUMEN

El propósito de este estudio es indagar en el pensamiento probabilístico en niños de Educación Infantil (4 a 6 años de edad). Para ello, se ha realizado un estudio exploratorio de un proceso de instrucción con 23 alumnos de pre-kindergarten y kindergarten que no han recibido instrucción previa sobre el tema. Los resultados muestran que los alumnos usan comprensivamente lenguaje probabilístico elemental y poseen un primer conocimiento informal acerca de otras nociones como por ejemplo espacio muestral, posibilidad de ocurrencia y comparación de probabilidades. Se concluye que estos conocimientos dependen, en gran medida, del apoyo visual y de estrategias de conteo.

Palabras clave: Pensamiento probabilístico, Educación Infantil, Alfabetización probabilística.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas diversos autores han aportado recomendaciones para que el profesorado pueda llevar a cabo una enseñanza eficaz de la probabilidad en el aula (e.g. GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1987; NCTM, 2003; BATANERO; GODINO, 2004). En este artículo se asume que una enseñanza eficaz es aquella que requiere conocer lo que los estudiantes saben y lo que necesitan aprender, para luego estimularlos y ayudarlos para que lo aprendan bien (NCTM, 2003). Esto implica, por parte del profesorado: a) conocer y comprender en profundidad los conocimientos matemáticos que enseñan; b) conocer y comprender en profundidad a los estudiantes y, en especial, sus necesidades y posibilidades de aprendizaje; c) conocer y comprender en profundidad los recursos y estrategias docentes más adecuadas para llevar a cabo la enseñanza; y d) conocer y comprender en profundidad las formas de evaluar los conocimientos más acordes con los recursos y estrategias docentes usadas para llevar a cabo la enseñanza. En resumen, para una enseñanza eficaz es preciso que el profesorado disponga de un amplio abanico de conocimientos (disciplinares y didácticos), que permitan alfabetizar a los estudiantes, en el sentido que puedan usar de forma comprensiva y eficaz los conocimientos que aprenden en la escuela en todas las situaciones de la vida cotidiana en las que dichos conocimientos son necesarios (ALSINA, 2016).

Desde esta perspectiva, la enseñanza de la probabilidad requiere considerar que el inicio de su enseñanza debería partir de situaciones de incertidumbre cercanas a la realidad de los estudiantes. A través de estas situaciones se debería empezar a introducir lenguaje específico para designar la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso (imposible, probable, seguro, etc.), considerando de esta forma el significado intuitivo de la probabilidad (VÁSQUEZ et al., 2018). Con ello se estará contribuyendo al desarrollo de ciudadanos alfabetizados probabilísticamente "capaces de hacer frente a una amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones" (GAL, 2005, p.40). Para conseguir este propósito, es fundamental el desarrollo de nociones básicas de probabilidad, de manera informal desde las primeras edades. En definitiva, se trata de ofrecer a los estudiantes herramientas para contestar a preguntas cuyas respuestas no son inmediatas, a la vez que les faciliten la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. Con este propósito en mente, el NCTM (2003) propone que a partir de los 3 años y durante toda la escolarización el proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad se realice de manera gradual y continua, en torno a: desarrollar y evaluar inferencias y predicciones que estén basadas en datos; y entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.

Desde este prisma, en este trabajo se realiza, en primer lugar, una revisión de las orientaciones curriculares nacionales e internacionales para la enseñanza de la probabilidad en las primeras edades, a la luz del modelo de alfabetización probabilística propuesto por Gal (2005). En segundo lugar nos centramos en indagar, en una primera instancia, en el pensamiento probabilístico de niños de 4 a 6 años de edad. Finalmente, se exponen algunas implicaciones y orientaciones que pueden servir de apoyo al profesorado de Educación Infantil para fomentar la alfabetización probabilística de los estudiantes desde las primeras edades de escolarización.

primeras edades de escolarización.

ALFABETIZACIÓN PROBABILISTICA

Gal (2005), caracteriza la alfabetización probabilística como la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real. Presentando un conjunto de componentes cognitivos y de disposición para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Aun cuando estos componentes son presentados por separado, todos ellos interactúan entre sí de manera compleja durante el aprendizaje real (GAL, 2005). Esto significa que una instrucción que se centre sólo en uno o dos elementos no será suficiente para desarrollar un "comportamiento alfabetizado de probabilidad", por lo que es esencial que "se vayan adquiriendo a lo largo de la escolarización, a través de una planificación que considere los conocimientos que se deberían enseñar y una gestión que tenga presente las formas más eficaces de enseñarlos" (ALSINA, 2017, p. 29).

En respuesta a dicho planteamiento, en las actuales Bases Curriculares de la Educación Parvularia (MINEDUC, 2018), si bien no se señalan de manera explícita contenidos vinculados al estudio de la estadística y probabilidad, se observan en el núcleo de pensamiento matemático (cuyo propósito es potenciar en los niños las habilidades, actitudes y conocimientos relacionados con el pensamiento lógico y los números, que les posibiliten comunicar y resolver situaciones prácticas cotidianas) diversos objetivos de aprendizaje que de una u otra manera se relacionan con nociones básicas de la estadística y la probabilidad .

Segundo Nivel (Medio de 2 a 4 años)

-Emplear cuantificadores, tales como: más/menos, mucho/poco, todo/ninguno, al comparar cantidades de objetos en situaciones cotidianas.
-Emplear progresivamente los números, para contar, identificar, cuantificar y comparar cantidades, hasta el 10 e indicar orden o posición de algunos elementos en situaciones cotidianas o juegos.
-Representar progresivamente, números y cantidades en forma concreta y pictórica hasta el 10.
-Resolver progresivamente problemas simples, de manera concreta y pictórica, agregando o quitando hasta 5 elementos.
-Identificar algunas acciones que se llevaron a cabo para resolver problemas.
Tercer Nivel (Transición de 4 a 6 años)
-Emplear cuantificadores, tales como: “más que”, “menos que”, “igual que”, al comparar cantidades de objetos en situaciones cotidianas.
-Orientarse temporalmente en situaciones cotidianas, empleando nociones y relaciones de secuencia (antes/ahora/después/al mismo tiempo, día/noche), frecuencia (siempre/a veces/nunca) y duración (larga/corta).
-Emplear los números, para contar, identificar, cuantificar y comparar cantidades hasta el 20 e indicar orden o posición de algunos elementos en situaciones cotidianas o juegos.
-Representar números y cantidades hasta el 10, en forma concreta, pictórica y simbólica.
-Resolver problemas simples de manera concreta y pictórica agregando o quitando hasta 10 elementos, comunicando las acciones llevadas a cabo.
-Emplear medidas no estandarizadas, para determinar longitud de objetos, registrando datos, en diversas situaciones lúdicas o actividades cotidianas.
-Comunicar el proceso desarrollado en la resolución de problemas concretos, identificando la pregunta, acciones y posibles respuestas.

A partir de las orientaciones curriculares nacionales se observa que en lo que respecta a la alfabetización probabilística, el aprendizaje en las primeras edades se inicia de manera informal introduciendo vocabulario vinculado a las nociones de probabilidad por medio de actividades o situaciones problemas centradas en sus propias experiencias (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1987), llevándoles a responder preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de sucesos y que consideren el empleo de términos tales como: seguro, probable o imposible, entre otros. Por tanto, el lenguaje asociado a lo cotidiano constituye un elemento clave para alcanzar una progresión hacia un y avanzar así en la construcción del conocimiento probabilístico (VÁSQUEZ; ALSINA, 2017). En consecuencia, durante las primeras edades es fundamental proporcionar actividades que brinden oportunidades a los estudiantes de desarrollar un pensamiento crítico (AIZIKOVITSCH-UDI; KUNTZE, 2014), por lo que es preciso motivar el aprendizaje de la probabilidad a partir de problemas provenientes de contextos de vida cotidiana, incentivando una actitud crítica frente a afirmaciones erróneas y abusos que a menudo aparecen en los medios de comunicación (FRANKLIN et al., 2005).

MÉTODO

Este estudio corresponde a un estudio exploratorio bajo un enfoque de investigación cualitativo, en el cual utilizamos el estudio de caso como diseño de investigación, pues este “implica un proceso de indagación caracterizado por el examen sistemático y en profundidad de casos de un fenómeno” (BISQUERRA, 2009, p. 309). Desde la perspectiva

de la investigación en Educación Matemática, se asume que este enfoque se centra en la descripción del significado personal de los hechos, así como los aspectos cognitivos y actitudinales de los participantes (VOLLSTEDT, 2015). Se ha optado por esta metodología ya que permite indagar en la comprensión del azar y la probabilidad a partir del análisis de aspectos relacionados al desarrollo del pensamiento probabilístico en niños de Educación Infantil.

Los datos de esta investigación se han recogido por medio de videograbación de dos lecciones de clase consecutivas, de 35 minutos de duración aproximada cada una, en las que la maestra a cargo presenta a ambos grupos una tarea probabilística, es decir, actividades de aprendizaje cuyo propósito es promover la construcción de nuevo conocimiento asociado al azar y la probabilidad. La tarea fue diseñada y planificada de manera conjunta entre la maestra de infantil y el investigador a cargo y se fundamentan en el marco para el desarrollo del pensamiento probabilístico propuesto por Jones et al. (1997).

Figura 1: Alumnos de infantil desarrollando actividad vinculada al pensamiento probabilístico.

RESULTADOS

Los resultados obtenidos evidencian, a través de las diferentes tareas planteadas, que muchos alumnos poseen un pensamiento probabilístico vinculado a la comprensión y conocimiento informal necesarios para explorar nociones probabilísticas e ideas clave asociadas al azar y la probabilidad, tales como espacio muestral, posibilidad de ocurrencia, probabilidad, y comparación de probabilidades, y escala cualitativa de grados de posibilidad de ocurrencia. Asimismo cuentan con un pensamiento probabilístico inicial que les permite distinguir entre un suceso posible de uno imposible.

A través del análisis realizado se ha puesto de manifiesto que la adquisición de este tipo de logros es debido, principalmente, a una planificación y gestión de las tareas que ha partido del planteamiento de retos; a la formulación de buenas preguntas que invitan a los alumnos a razonar, argumentar y justificar sus acciones e ideas matemáticas; o bien a un ambiente de comunicación matemática en el aula, en el que la interacción, la negociación, el diálogo y el uso de lenguaje probabilístico cada vez más preciso han estado presentes. Se trata, en definitiva, de tener muy presente, como ya ha señalado Alsina (2017), el trabajo sistemático de los contenidos de matemáticas en general y los de probabilidad en particular a través de los procesos matemáticos de resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación (NCTM, 2003).

Agradecimientos
Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT Nº 11150412 financiado por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile.

Referencias

Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. Épsilon, Revista de Educación Matemática, 92, 7-29.

Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. Épsilon, Revista de Educación Matemática, 95, 25-48.

Batanero, C. y Godino, J. D. (2004). VI. Estocástica: estadística y probabilidad. En J.D. Godino (Ed.), Didáctica de las matemáticas para maestros (pp. 405-455). Departamento de Didáctica de las Matemáticas: Universidad de Granada.

Bisquerra, R. (2009). Metodología de la investigación educativa. Madrid: La Muralla.

Gal, I. (2005): Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.): Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning (pp. 43-71). Nueva York: Kluwer.

Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M.J. (1987). Azar y probabilidad. Fundamentos teóricos y propuestas curriculares. Madrid: Editorial Síntesis.

Jones, G., Langrall, C., Thornton, C., y Mogill, T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. Educational Studies in Mathematics, 32, 101-125.

Ministerio de Educación. Bases Curriculares para la Educación Parvularia. Unidad de Curriculum y Evaluación: Santiago de Chile, 2018.

NCTM (2003). Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: SAEM Thales.

Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C. y Alsina, Á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. Cadernos Cenpec, 8(1),154-179.

Vollstedt, M. (2015). To See the Wood for the Trees: The Development of Theory from Empirical Interview Data Using Grounded Theory. En A. Bikner-Ahsbashs, C. Knipping, y N. Presmeg (Eds.), Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education (pp. 23-48). Dordrecht: Springer Netherlands.

CB 010

DECISIONES DE PROFESORES AL DISEÑAR RECURSOS, EL CASO DE LOS SISTEMAS DE EVALUACIÓN EN LÍNEA EN MATEMÁTICAS

Jorge Gaona
Laboratorio LDAR, Universidad Paris Diderot, Francia

jorge.gaona@etu.univ-paris-diderot.fr

Uso de los recursos y de las TIC en la enseñanza y el aprendizajes de las matemáticas

RESUMEN

En esta contribución, se muestran algunos de los resultados de un trabajo de tesis en proceso de término en el cual se analiza el impacto de la participación de los profesores como diseñadores de un sistema de evaluación en línea; particularmente se estudian las tareas sobre funciones afín y cuadrática para un curso de nivelación de matemáticas en INACAP. Se muestran algunos de los resultados respecto al impacto sobre los recursos creados y se analiza el valor epistémico de las tareas mediadas por la plataforma utilizando como marco los Espacio de Trabajo Matemático (ETM) y la cercanía con ETM idóneo de los profesores.

Palabras claves: professor diseñador, recursos curriculares digitales, Espacio de Trabajo Matemático, evaluación en línea en matemáticas, funciones.

INTRODUCCIÓN

De acuerdo a múltiples investigaciones, el docente se presenta como un actor clave en el proceso de integración de recursos tecnológicos (Abboud-Blanchard, 2014; Drijvers, 2015; Ruthven, 2007). Todas coinciden en que esta integración depende de varios factores , algunos de los cuales están directamente ligados con la dupla (tecnología, tarea(s)), como son el aporte que pueden tener estos recursos al aprendizaje estudiados a través del valor epistémico y pragmático (Artigue, 2002), la distancia de estos recursos con el curriculum efectivo y su flexibilidad (Ruthven, 2007). Por otra parte, hay factores que están más ligados a la relación entre las condiciones de trabajo de los profesores y los recursos, como son la participación en la validación, selección o creación de los recursos (Pepin, Gueudet, & Trouche, 2017) y los costos tantos temporales e instrumentales asociados a estos procesos (Abboud-Blanchard, 2014; Lagrange, Dedeoglu, & Erdogan, 2005). A su vez, estos factores pueden influir en los factores directamente relacionados con los recursos. Finalmente, estos factores están condicionados por el apoyo (Hoyles, Noss, Vahey, & Roschelle, 2013). Todos estos factores se esquematizan en la figura 1.

De este esquema hemos excluido las creencias de los profesores sobre la tecnología, pues como lo indica Ertmer (2005) las creencias son un factor decisivo para la integración de los recursos, pero al mismo tiempo, no es posible cambiarlas antes de trabajar con tecnología, por lo que intentar alcanzar el óptimo de todos los factores (salvo el costo) permitirá cambiar las creencias acerca de la tecnología.

En esta contribución, queremos mostrar los avances del trabajo de tesis en el que se estudia cómo la participación de los profesores en el diseño de recursos impacta sobre su valor epistémico, tomando como referencia de comparación las tareas habituales que proponen a sus estudiantes. Para estudiar esto, utilizaremos el caso de un proyecto cuyo objetivo es el desarrollo e implementación de un sistema de evaluación en línea para un curso de nivelación de matemáticas para estudiantes de primer año de una institución de educación superior en Chile. La particularidad de este proyecto es que son los profesores de la misma institución quienes han sido invitados a participar como diseñadores. Estudiaremos específicamente las tareas diseñadas sobre la funciones afín y cuadrática.

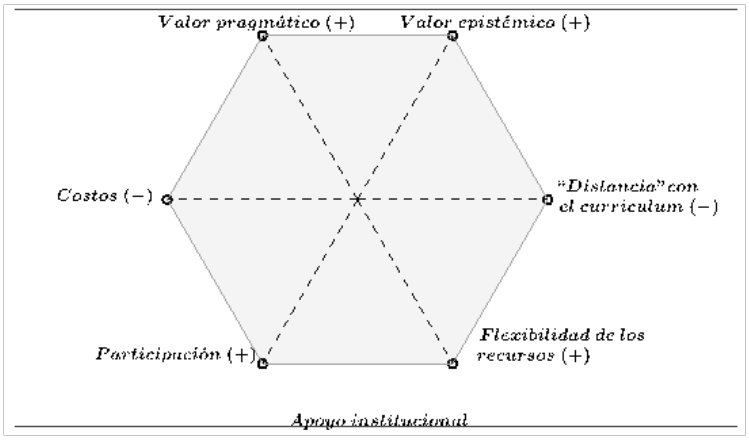


Figura 1: Factores que influencias la integración de la tecnología

Contexto, marco teórico y metodología

Esta investigación se enmarca dentro de un proyecto de desarrollo e implementación de un sistema de evaluación en línea para un curso de nivelación de matemáticas en la Universidad Tecnológica de Chile INACAP. En el 2017 se implementó con 8.500 estudiantes de cinco campus y en el 2018 se espera trabajar con 13.000 de 8 campus (de un total de 26 campus). En la etapa de diseño de las tareas, se han conformado equipos de 3 o 4 profesores por sede, quienes hasta el momento han creado 306 tareas para 13 temas distintos, de las que se analizaron las 29 tareas relacionadas con funciones afín y cuadrática diseñadas por dos de estos equipos.

Estas tareas fueron diseñadas en una plataforma institucional Moodle integrada con el software matemático Wiris,

lo que permite la creación de preguntas con parámetros aleatorios en el enunciado y con una retroalimentación paso a paso en función de estos parámetros (que son definidos por el profesor en un algoritmo). Para las respuestas de los estudiantes se puede utilizar un editor matemático que les permite escribir objetos matemáticos específicos. Además se utiliza un CAS (computer algebra system) que puede reconocer respuestas matemáticamente equivalentes.

Los enunciados de las tareas de la plataforma así como los algoritmos de programación que las definen son los datos utilizados para el análisis. Para caracterizar las tareas habituales de los profesores se grabaron y analizaron las clases sobre funciones afín y cuadrática de 3 de los 6 diseñadores (mayo y junio del 2017). Además, a partir del análisis de las tareas en la plataforma y de las grabaciones de clases, se realizaron entrevistas cuyo foco estuvo en el diseño de las tareas de la plataforma y el uso de esta en clases.

Las tareas tanto de la plataforma como las habituales fueron analizadas utilizando como marco el Espacio de Trabajo Matemático (ETM,) identificando las diferentes génesis, planos y circulaciones que activaban.

El Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak, Tanguay, & Elia, 2016; Montoya & Vivier, 2016) es utilizado para estudiar el valor pragmático y epistémico de las tareas diseñadas por los profesores y su cercanía con el currículum . Además, como estamos estudiando el proceso de diseño en un ambiente digital utilizaremos la noción de génesis instrumental ligada al diseño (Rabardel, 1995).

El ya mencionado ETM se articula alrededor de dos planos, uno cognitivo y otro epistemológico. El plano epistemológico está compuesto por tres polos: signos, artefactos materiales o simbólicos y referencial teórico. El plano cognitivo está compuesto por tres procesos: visualización, construcción y argumentación. Estos a su vez se articulan mediante tres génesis: semiótica, instrumental y discursiva, y planos verticales que conectan dos de estas génesis. Es importante señalar que distinguimos la génesis instrumental ligada al diseño y la que está ligada al trabajo matemático de los estudiantes.

En una institución educativa se distinguen tres ETM: de referencia, idóneo y personal. Nosotros trabajaremos principalmente con la noción de ETM idóneo, que se define como el espacio de trabajo organizado por el profesor para el trabajo de sus estudiantes.

En términos del marco teórico, en este artículo proponemos la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es el ETM potencial de las tareas diseñadas en la plataforma en comparación al ETM idóneo de los profesores diseñadores?

RESULTADOS

El análisis de las tareas ha mostrado ciertos fenómenos que se repiten en varios profesores: concentración de algunos tipos de tareas, utilización de contextos artificiales y ciertos fenómenos ligados con las características de las funciones que aparecen en los enunciados, las representaciones semióticas o los tipos de números involucrados. En esta contribución, nos centraremos en solo uno de los fenómenos que es el uso casi exclusivo de números enteros tanto en los coeficientes de las funciones como en los números del enunciado y en la respuesta que se espera del estudiante.

Como ejemplo, veremos una tarea en la que se pide la velocidad de una persona cuyo movimiento es modelizado por una función afín representada de forma gráfica (ver figura 2). La tarea activa la génesis semiótica-discursiva ya que solicita la velocidad y establece una relación entre esta y la pendiente de la función. Luego, para calcular la pendiente de la función, el estudiante debe visualizar dos puntos de la recta, activándose la génesis semiótica; sin embargo, el ambiente digital impone ciertas restricciones que no aparecen en un soporte lápiz-papel.
Una vez identificados y obtenidos los puntos para calcular la pendiente, el alumno podría utilizar al menos dos estrategias: 1) utilizar la fórmula de la pendiente de una recta o 2) utilizar el mismo gráfico para dibujar un triángulo a

partir de la identificación de dos puntos para luego calcular la razón entre los catetos. En el primer caso, la fórmula actuaría como artefacto simbólico activando la génesis instrumental y en el segundo caso sería un trabajo más bien semiótico-instrumental, donde el triángulo sería el artefacto simbólico. En la retroalimentación diseñada por la profesora (que po espacio no se muestran en este documento) se observa que privilegia la estrategia 1.

Observamos además que la pendiente, las imágenes y pre-imágenes son números enteros. Al analizar el algoritmo observamos que esto ocurre independiente de la iteración, ya que la función fue definida de la forma f(x)=ax+b, donde a y b son valores enteros aleatorios entre 1 y 3 y entre 0 y 5 respectivamente. Como podemos constatar la variabilidad de los parámetros es reducida, la razón puede ser que la profesora fijó el ancho, largo y centro del plano cartesiano sobre el que grafica la función en vez de que este se ajustase según los coeficientes de la función.

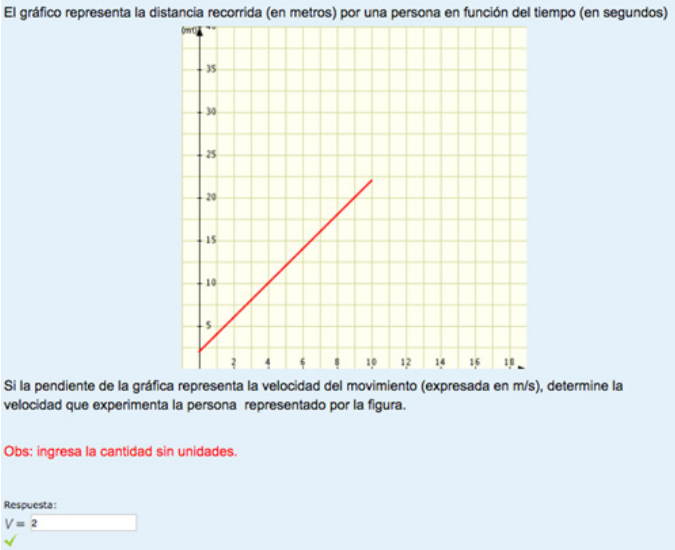


Figura 2: Ejemplo tarea sobre cálculo de pendiente, profesora B, campus I

Una de las interrogantes que surgió a partir de estos análisis fue si las decisiones, como por ejemplo, en este caso la decisión de utilizar números enteros, están influenciadas por factores de tipo instrumental- como por ejemplo, limitaciones del software o conocimientos en programación- o más bien está influenciada por el ETM idóneo de la profesora.

Mediante el análisis de las clases se ha observado que el uso casi exclusivo de números enteros es un rasgo del ETM idóneo de los profesores y, al complementar este análisis con las entrevistas, los profesores declararon ser conscientes de la limitación que esto provoca en el trabajo potencial de los alumnos. Sin embargo, lo justifican sosteniéndose en la poca capacidad de los estudiantes para trabajar con otro tipo de números como las fracciones. En el caso particular de esta profesora y de las preguntas que realizó sobre gráficos, el uso de números enteros se debe además por cómo ella concibe los gráficos, pues según sus palabras:

Profesora: Le podría preguntar a los dos coma uno o a los dos coma siete, pero no van a dar una respuesta correcta exacta, podrían estimar.
Entrevistador: Y eso te causa un poco de ruido parece.
Profesora: Sí, porque el concepto no es que más o menos esté cerca de, está a diez metros o no está a los diez metros…
Como se puede observar, la profesora considera que el registro gráfico es una representación de la cual se puede obtener información de forma exacta y esto influye en las decisiones que toma como diseñadora de tareas y por ende en el trabajo potencial de los estudiantes.

CONCLUSIONES

De forma preliminar, podemos concluir que la participación de los profesores en el diseño impacta de forma directa en el valor epistémico de las tareas concebidas en un ambiente digital, y esta influencia a su vez depende de varios factores donde parece ser más preponderante el ETM idóneo de los profesores que el factor instrumental ligado al diseño.

El ejemplo analizado, la entrevista y el análisis de clases muestran que un mejor manejo de la herramienta no necesariamente enriquecerá el trabajo matemático potencial de los estudiantes, puesto que las decisiones de diseño de la profesora están más influenciadas por cómo ella concibe los objetos matemáticos y el aprendizaje de los estudiantes.

Sin embargo, el hecho de que las tareas sean parametrizadas permite observar de forma más clara algunos fenómenos que en tareas fijas pasan desapercibidas; esto permitirá eventualmente trabajar con los profesores para enriquecer su ETM idóneo y también para hacer evolucionar los recursos.

Referencias

Abboud-Blanchard, M. (2014). Teachers and Technologies : Shared Constraints, Common Responses. In A. Clark-Wilson, O. Robutti, & N. Sinclair (Eds.), The Mathematics Teacher in the Digital Era (pp. 297–317). Dordrecht: Springer Netherlands.

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 7(3), 245–274.

Ertmer, P. A. (2005). Teacher pedagogical beliefs: The final frontier in our quest for technology integration? Educational Technology Research and Development, 53(4), 25–39.

Hoyles, C., Noss, R., Vahey, P., & Roschelle, J. (2013). Cornerstone Mathematics: Designing digital technology for teacher adaptation and scaling. ZDM - Mathematics Education, 45(7), 1057–1070.

Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. ZDM - Mathematics Education, 48(6), 721–737.

Lagrange, J.-B., Dedeoglu, N., & Erdogan, E. (2005). Teachers using technology: models of the complexity of practice. In Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 1505–1515).

Montoya, E., & Vivier, L. (2016). Mathematical working space and paradigms as an analysis tool for the teaching and learning of analysis. ZDM - Mathematics Education, 48(6), 1689–1699.

Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources. ZDM - Mathematics Education, 49(5), 799–812.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains. Armand Colin.

Ruthven, K. (2007). Teachers, technologies and the structures of schooling. In D. Pitta-Pantazi & C. Philippou (Eds.), Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (Vol. 5, pp. 52–67). Larnaca: Department of Education - University of Cyprus.

CB 011

CONSTRUCCIÓN DE UNA ESTREVISTA PARA CONOCER LA PRÁCTICA PEDADAGÓGICA DE LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN, UNA INVESTIGACIÓN EN CURSO

Ximena Oyarzo, Sandra Burgos
Montserrat Prat.
Universidad Austral de Chile, Sede Puerto Montt, Chile
Universidad Ramon Llull, España.

Xmena.oyarzo@uach.cl; sandraburgos@uach.cl
montserratprat@gmail.com
Matemática, inclusión y género. Nivel educativo: Básica (7-12 años)

RESUMEN

Presentamos parte de un estudio en curso, que tiene como objetivo determinar si las prácticas pedagógicas que emplean los docentes de tercero básico para la enseñanza de la multiplicación, responden a la diversidad en el aula. En concreto, expondremos el proceso de elaboración de un instrumento cuyo objetivo es caracterizar las prácticas pedagógicas que realizan los profesores de matemáticas en torno a 4 dimensiones: (1) Concepción de la matemática, (2) Metodología de la enseñanza de la multiplicación, (3) Dificultades en la multiplicación y (4) Percepción del profesor, destinadas a conocer las estrategias que utilizan los profesores para diversificar la enseñanza.

Palabras claves: Prácticas pedagógicas, profesores de enseñanza básica, multiplicación, inclusión.

INTRODUCCIÓN

El Gobierno de Chile, a través de la Ley General de Educación, ha enfatizado su compromiso con la educación para todos y todas, garantizando el derecho de los y las estudiantes a una educación de calidad y equidad, independientemente de las condiciones personales, sociales y culturales que presentan los y las estudiantes (MINEDUC, 2016). Este compromiso se traduce en acciones focalizadas hacia la eliminación de barreras al aprendizaje y a la participación, que se manifiesta en prácticas pedagógicas en el contexto educativo. Bajo este contexto se han producido diversos debates en el ámbito educativo, con el fin de generar conciencia sobre los procesos pedagógicos que deben realizar en las escuelas para promover una educación inclusiva. La inclusión significa que los centros escolares deben analizar las respuestas educativas que otorgan, permitiendo el progreso de todos los estudiantes que están en el aula.

En el ámbito del mejoramiento educativo, la educación se presenta como una tarea de todos los miembros de la comunidad educativa, lo que implica la necesidad de que todos sus integrantes aporten desde su mirada, para constuir un sistema inclusivo que responda a la diversidad de necesidades de aprendizaje. En este contexto, se hace necesario investigar los procesos de enseñanza-aprendizaje, tal como ocurre dentro de la sala de clases, para comprender los procesos pedagógicos que subyacen a los resultados alcanzados por los estudiantes (Galton, Hargreaves, Comber, Wall & Pell, 1999).

ENSEÑANZA DE LA MULTIPICACIÓN EN EL CONTEXTO CURRICULAR

En los últimos años se han realizado varias investigaciones centradas en la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación, así Starepravo (2010), expresa que: para muchos profesores, la enseñanza de la multiplicación pretende básicamente el dominio del algoritmo convencional y su posterior aplicación para resolver problemas. En las salas de clases de enseñanza básica se dedica una cantidad de tiempo considerable a la enseñanza del algoritmo de la multiplicación, a pesar de lo cual una buena parte de los alumnos, tienen dificultades y cometen errores cada vez que utilizan este método del cálculo (Dickson, Brown y Gibson, 1991; Kamii, 1995). Hoy sabemos que enseñar explicando y pidiendo a los alumnos que repitan una serie de procedimientos con el fin de que sean capaces de reproducirlos, no se traduce en una comprensión real de ideas y procedimientos matemáticos. En tercero básico la organización curricular de matemática, determina uno de los Ejes, denominado Números y Operaciones donde abarca el desarrollo del concepto de número como la destreza en el cálculo mental y el uso de algoritmo. Podemos señalar que la comprensión de la multiplicación comienza su proceso en segundo año de enseñanza básica, como lo señala el Objetivo de Aprendizaje 11 (OA11) que dice “demostrar que comprenden la multiplicación”, concluye en tercero básico con el OA8 que señala que los alumnos deben “demostrar que comprenden las tablas de multiplicar hasta el 10 de manera progresiva” (MINEDUC 2012, Bases Curriculares).

METODOLOGÍA

El presente estudio se enmarca en una investigación de tipo cualitativo, pues busca obtener datos (que se convertirán en información) de personas, comunidades o situaciones en profundidad; en las propias “formas de expresión” de cada uno de ellos (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). Para recoger los datos, el equipo de investigación elaboró, en una primera instancia, una entrevista, la cual, según King y Horrocks (2009) es íntima, flexible y abierta (citado en Hernández et al, 2010).

Dicho instrumento tiene como objetivo identificar las estrategias pedagógicas de enseñanza y aprendizaje de la multiplicación que permiten responder a la diversidad y descubrir las concepciones que los profesores de tercero básico tienen sobre la multiplicación. La entrevista está conformado por 28 preguntas de tipo abiertas, distribuidas en 4 dimensiones: (1) Concepción de la matemática: esta dimensión apunta al conocimiento que tienen los profesores sobre la utilización de los materiales educativos que son necesarios para el aprendizaje de las matemáticas, con 6 preguntas; (2) Metodología de la enseñanza de la multiplicación: esta dimensión apunta a conocer la metodología

que emplean los profesores para la enseñanza de la multiplicación, reconociendo la forma particular y didáctica que tiene para lograr la comprensión de la multiplicación, con 8 preguntas; (3) Dificultades en la multiplicación: esta dimensión apunta a conocer las dificultades de comprensión que presentan los estudiantes en el proceso de aprendizaje de la multiplicación, con 11 preguntas; y (4) Percepción del profesor: esta dimensión apunta a conocer la percepción que poseen los docentes sobre la enseñanza de las matemáticas en su experiencia docente, con 4 preguntas.

Dimensión	Descripción	Ejemplo de pregunta.
Concepción de la didáctica de la matemática	El estudio del conocimiento matemático del profesor sobre las características del aprendizaje de las matemáticas es relevante dado que permite comprender cómo el profesor anticipa las formas de pensar de los estudiantes, cómo interpreta sus producciones y lenguaje matemático utilizado, cómo identifica y aprovecha las fortalezas y dificultades en el aprendizaje de los contenidos matemáticos (Aguilar, Aragón y Navarro, 2015). Así mismo, según Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Muñoz-Catalán, M. C. (2013), el estudio del conocimiento de la enseñanza de las matemáticas permite comprender las decisiones del profesor a la hora de usar estrategias, ejemplos potentes, analogías y recursos didácticos, entre otros (citado en Zakaryan, Estrella, Espinoza-Vásquez, Morales y Olfos, 2018)	¿Utiliza material concreto en el aula de matemática? Puede explicarme ¿Cómo utiliza el material concreto?
Metodología para la enseñanza de la multiplicación	La multiplicación, al ser una de las operaciones básicas de las matemáticas, es enseñada en los diferentes sistemas educativos desde la primaria, y su aprendizaje es preponderante a la hora de evaluar el nivel de lógica matemática que tiene un niño. Para Orton (2003), la enseñanza de esta disciplina ha consistido principalmente en el funcionamiento y repetición de una dinámica que contempla la exposición, por parte del maestro, de “un método, un proceso, una rutina o un algoritmo empleados en circunstancia específicas” (p.209)	¿Cómo introduce el tema de la multiplicación? Puede explicarme ¿Cómo continúa el proceso de aprendizaje hasta lograr la comprensión de la multiplicación?

Dificultades en el proceso de aprendizaje de la multiplicación	Sin duda, los errores forman parte del proceso de conformación de los seres humanos, en la escuela, los docentes tienen como propósito detectar, corregir y retroalimentar los errores, académicos o actitudinales, en sus estudiantes, ya sea de forma oral o escrita. Ésto con dos fines totalmente contradictorios; por una parte, erradicar el error de los estudiantes y, por otra, utilizar estos errores como instrumento de aprendizaje. En Chile, actualmente los errores parecen inmensamente importante, ya que se consideran síntomas de fracasos, y a su vez éste es interpretado como un símbolo de insuficiencia. Según Maturana y Pörksen, (2007) las escuelas están centradas en el entrenamiento para evitar el error, castigando la equivocación y las respuestas falsas (citado en Campos y Pérez, 2015). Múltiples investigaciones, entre ellas, Baleghizadeh y Dadashi, (2011), Hamouda, (2011) y Chandler, (2003), detallan el tratamiento que debe darse al error una vez detectado, el cual consiste en una retroalimentación que debe ser vista como un diálogo entre docente y el estudiante (citado en Campos y Pérez, 2015)	Frente a las dificultades en la comprensión de la multiplicación ¿Puede describirnos que materiales y/o estrategias utiliza? ¿A qué atribuye los fracasos en la comprensión de la multiplicación? ¿Qué estrategia utiliza para combatir el error?
Percepción docente sobre la enseñanza de las matemáticas	En este sentido, Ponte y Chapman (2008) sostienen que los profesores se enfrentan a la práctica profesional no sólo con su conocimiento matemático y didáctico, si no también con lo “que son”, es decir, quiénes son, cómo se ven a sí mismos como maestros en su relación con sus estudiantes y frente a los problemas (citado en Rivera, Soto y Salas, 2017)	¿Cómo se siente, enseñando matemática? ¿Cuál cree que son sus competencias para enseñar la multiplicación?

Tabla 1: Dimensiones de la entrevista. Fuente: propia

El proceso de validación de la Entrevista fue realizada por juicio de experto, profesionales con grado académico de Doctor en Didáctica de la Matemática, quienes realizaron algunas observaciones:

Agregar	En la dimensión 1, que tiene relación con la concepción de la matemática, agregar una pregunta "para saber de dónde obtienen la información del material que utiliza" por ejemplo: ¿Dónde conoció el material que utiliza? ¿en algún curso de capacitación, compañeros de trabajo u otras fuentes?
Eliminar	La nota al entrevistador que está contenida en la pregunta 10, que tiene relación con definir los materiales que se utilizan para lograr la comprensión, "no se comprende muy bien", ya que la alusión a los materiales ya está contenida en la pregunta 2.
Agregar	Se sugiere añadir una pregunta que "conecte las dificultades que se observan en los estudiantes y los materiales/estrategias concretas que usan para resolverlo". Se agrega la pregunta 18 que dice: Frente a las dificultades que observa en los estudiantes respectos a la multiplicación. ¿Puede describirnos los materiales y/o estrategias que utiliza en cada caso?

COMENTARIOS FINALES

Identificar si las prácticas pedagógicas de la enseñanza de la multiplicación en estudiantes de tercero básico responden a la diversificación de la enseñanza es un elemento de análisis permanente, ya que el sistema educacional chileno busca promover las prácticas inclusivas para responder a las diferencias individuales del aprendizaje de los estudiantes que presentan barreras para el aprendizaje y participación (MINEDUC, 2015, Decreto 83).

Explorar el desarrollo docente en su práctica pedagógica implica indagar aspectos metodológicos y didácticos que promuevan efectivamente una educación integral de calidad apuntando a construir un sistema inclusivo.

Coincidimos con Valencia y Gómez (2010), citado en Quintero, Mejía y Bezerra (2015), que la multiplicación en la escuela, en la mayoría de los casos, ha sido tratada exclusivamente como una suma de sumandos iguales, dejando de lado otros significado de la multiplicación. Nuestro estudio y en particular el instrumento presentado investigan las estrategias pedagógicas de enseñanza y aprendizaje de la multiplicación presenten en las aulas de Tercero básico observadas. A su vez, permite observar cómo se da respuesta a la diversidad en el aula y describir las concepciones que los profesores de Tercero básico tienen acerca de la multiplicación.

El estudio tiene sentido en la nueva realidad escolar, debido a factores que han ido cambiando como la motivación, el clima de convivencia escolar, o la inclusión escolar, por lo cual, todas estas situaciones requieren un nuevo planteamiento docente que precisan de un proceso profundo de reflexión sobre la práctica pedagógica, que permita dar respuesta a la diversidad en el aula.

Referencias

Aguilar, M., Aragón, E., Navarro, J. I. (2015). Las dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM). Estado del arte. Revista de Psicología y Educación, 10(2), 13-42.

Campos, D. R., Pérez, C. P., (2015). Efecto de la retroalimentación del error en el aprendizaje y emociones de estudiantes de enseñanza básica. Paideia, 56, 11-42.

Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). El aprendizaje de las matemáticas. La Rioja. España. Recuperado de https://biblioteca.unirioja.es/biba/mas_info.php?-titn=186

Galton, M., Hargreaves, L., Comber, C., Wall,D., & Pell,T. (1999). Changes in patterns of teacher interaction in primary classrooms: 1976-96. Bristish Educational Research Journal, 25(1), 23-37.

Hernández, R., Fernández, C., Basptista, M. (2010). Metodología de Investigación (5ª ed). México: McGraw-Hill.

Kamii, K. C. (1995). Reinventando la aritmética III. Madrid: Visor

MINEDUC. (2012). Bases Curriculares para la Educación Básica. Ministerio de Educación. Santiago. Chile.

MINEDUC. (2015). Diversificación de la enseñanza. Decreto n°83/2015. Santiago: Gobierno de Chile.

Orton, A. (2003). Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula (Cuarta ed.). Madrid: Ediciones Morata, S.L.

Quintero, L., Mejía, S., Bezerra, F., B. (2015). La enseñanza de la multiplicación: una propuesta a partir de tareas de proporcionalidad directa. Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.

CB 012

POESÍA MATEMÁTICA: FOMENTANDO LA RELACIÓN ENTRE LA MATEMÁTICA Y LA CREATIVIDAD LITERARIA

María Isabel Gazmuri
Milca Obregon
Constanza Quiroz-Vega
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

mariaisabelgazmuri@gmail.com,
milca.obregon.v@gmail.com
constanza.quiroz.vega@gmail.com
Matemática en otras disciplinas

RESUMEN

Este trabajo presenta resultados de implementación de una propuesta que busca fomentar la relación entre la Matemática y la Lengua y literatura a través de la divulgación y creación de poesía matemática, utilizando como referencia el método de Quenau del movimiento 'The Ouvroir de Litérature Potentielle' (OuLiPo). Con este fin, se diseñó una actividad basada en la operación del producto de matrices, implementada durante el VI Festival de Matemática en varias localidades de la Isla de Chiloé, con participantes de distintas edades. Los resultados obtenidos presentan una diversidad de creaciones de poesía matemática, permitiendo a los participantes involucrarse en la actividad y evidenciar la conexión entre ambas disciplinas desde una perspectiva diferente.

Palabras claves: Poesía matemática, matrices, Lengua y literatura, OuLiPo.

INTRODUCCIÓN

En el proceso educativo de un estudiante, tanto la Matemática como la Lengua son dos asignaturas que forman los pilares centrales de su educación (Rodríguez y Zuaza, 2002), sin embargo, se observa que en la enseñanza de estas hay una distancia muy amplia (Servais, 1980). Según el autor, existen diversas causas para la existencia de esta desconexión, una de ellas es el hecho de que tradicionalmente la matemática ha sido objeto de una enseñanza que podría clasificarse como deshumanizada, en las que se la muestra como una disciplina fría y cerrada, sin ninguna relación con otras áreas de conocimiento. Por otra parte, existe un claro objetivo de "acercar la matemática a la comunidad desde un punto de vista lúdico e interactivo, intentando cambiar el paradigma de que la matemática es un área del conocimiento técnica y árida" (SOMACHI, 2017), para el cual se han generado diversas instancias en nuestro país.

Actualmente en Chile se fomenta el trabajo interdisciplinario de las diversas asignaturas, el cual se evidencia en los planes y programas presentes por el MINEDUC (2018), pues busca que los estudiantes pongan en juego los conocimientos, habilidades y actitudes matemáticas para enfrentar diversos desafíos tanto en el contexto del aula como al desenvolverse en su entorno o vida cotidiana, promoviendo la relación de la Matemática con otras áreas relacionadas a las ciencias, como lo son la Biología, Química y Física. No obstante, esta relación no es explícita con ciencias humanistas, como la Historia, geografía y ciencias sociales; Lengua y literatura; Filosofía y psicología, e Inglés, más bien la idea que suele tenerse, es que son ciencias opuestas, que en efecto deben aislarse y que no existe ningún punto de relación entre estas (Peralta, 1998).

De acuerdo con Macho (2010), "en la educación de una persona tanto las ciencias como las letras deben compartir un espacio de manera natural y sin prejuicios, pues es de vital importancia comprender qué es lo que se lee, saber razonar, desarrollar la creatividad y adquirir un pensamiento crítico, siendo estas tareas en las que la ciencia y la lengua aportan de manera conjunta". La autora, matemática y docente de la Universidad del País Vasco, es una de los divulgadores de la poesía experimental 'The Ouvroir de Litérature Potentielle' (OuLiPo) en español. El OuLiPo es un movimiento francés conformado por escritores y matemáticos, quienes exploran una conexión entre la literatura y la matemática, creado por Raymund Queneau y Francois Le Lionnais en noviembre de 1960, centrándose principalmente en dos propósitos: inventar nuevas estructuras y retos mediante la combinación de literatura y matemática, y examinar obras literarias antiguas con el objetivo de encontrar rastros del uso de estructuras, formas o restricciones matemáticas (Macho, 2012). Siguiendo esta línea, este trabajo tiene como objetivo fomentar la relación entre la Matemática y la Lengua y literatura a través de la divulgación y creación de poesía matemática, utilizando como referencia el método de Quenau de la poesía experimental OuLiPo.

CONTEXTO Y MÉTODO

Con el fin de alcanzar nuestro objetivo, se diseñó una actividad de divulgación y creación de poesía utilizando el método de Quenau, el cual consiste en utilizar las reglas de producto de dos matrices para generar poemas, donde el producto de ellas se define de la siguiente manera (Lang, 1976, p. 46):

A continuación, presentamos cómo se utiliza esta operación para la creación de poemas.

Sea $A \in M_{n,m}(\mathbb{K}), B \in M_{m,s}(\mathbb{K})$ se define el producto AB como la matriz de $n \times s$ cuya coordenada ik es:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{kj} = a_{i1} b_{1k} + \cdots + a_{in} b_{nk}$$

$$AB = \begin{pmatrix} A_1 B^1 & \cdots & A_1 B^s \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_n B^1 & \cdots & A_n B^s \end{pmatrix}$$

ACTIVIDAD

En este trabajo utilizamos dos matrices, la matriz A de 1 ×n y la matriz B de n ×4, n∈N-{0}. Los elementos de la matriz A están conformados por artículos, conectores, pronombres y verbos, sin embargo se especifica que al momento de construir la matriz A se evite utilizar verbos, para no tener que realizar elipsis, es decir, la supresión de una o más palabras de una frase que, desde un punto de vista gramatical, deberían estar presentes pero sin las cuales se comprende perfectamente el sentido de la frase; además los conectores deben tener solo un significado (ver Ejemplo 2), para mantener la unicidad de los componentes. Los elementos de la matriz B, están conformados por verbos, sustantivos, conectores y adjetivos.

Al realizar la multiplicación entre A y B, se obtiene la matriz AB, de dimensión 1 ×4, no obstante para que el poema tenga la estructura de cuarteto, se debe calcular la traspuesta de la AB, AB^T, una matriz de dimensión 4 ×1, generando poemas de 4 versos y una estrofa (ver Ejemplo 1).
Ejemplo 1:

$$(Es \quad La)\begin{pmatrix} roja & azul & hermosa & complicda \\ rosa, & violeta, & vida, & meta. \end{pmatrix}$$

Sea la matriz A = $(Es \quad La)$ y la matriz B = $\begin{pmatrix} roja & azul & hermosa & complicda \\ rosa, & violeta, & vida, & meta. \end{pmatrix}$. Luego, el producto de la multiplicación es la matriz AB:

$$(Es\ rosa\ la\ roja \quad Es\ azul\ la\ violeta \quad Es\ hermosa\ la\ vista \quad Es\ complicada\ la\ meta)$$

Y al aplicar la traspuesta al producto se obtiene AB^T:

$$\begin{pmatrix} Es\ roja\ la\ rosa, \\ Es\ azul\ la\ violeta, \\ Es\ hermosa\ la\ vida, \\ Es\ complicada\ la\ meta. \end{pmatrix}$$

De forma similar, este método se aplica en el siguiente ejemplo con la matriz A de 1 ×4 y B de 4 ×4:

Ejemplo 2:

$$(Tu \quad es \quad \mathbf{que} \quad tan)\begin{pmatrix} pelo & boca & 0 & 0 \\ rizado, & pequeña, & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sonrisa & estoy \\ 0 & 0 & bella, & enamorado. \end{pmatrix}$$

En el Ejemplo 2, podemos evidenciar el problema de colocar un conector que tiene doble significado, pues en la oración qué sonrisa tan bella actúa como un adverbio que introduce una exclamación y en la oración que estoy tan enamorado, es un pronombre relativo que se refiere a lo anteriormente dicho. Además, en ese mismo ejemplo se añadieron 0 en la matriz B, el cual respeta la propiedad de multiplicación por cero en los números reales: todo número multiplicado por cero es cero, por tanto, al realizar esta operación entre 0 y una palabra, ésta se anula. Asimismo, se puede añadir 1 a cualquiera de las dos matrices (A o B), respetando la axiomática de los números reales: todo número multiplicado por 1 resulta el mismo número, es decir si una palabra es multiplicada por 1 se mantiene la misma palabra.

IMPLEMENTACIÓN

La actividad se implementó en 5 localidades de la Isla de Chiloé: Quemchi, Achao, Queilén, Quellón y Castro, a participantes de distintas edades durante el VI Festival de Matemática, en el presente mes de octubre. La actividad se presentó a los asistentes mediante un stand "Poesía Matemática", invitándolos a conocer la relación entre la matemática y la lengua, además de generar instancias para la creación de poemas con el método de Quenau. Para ello, en una primera instancia, se explicó a los participantes cómo funcionaba dicho método con algunos ejemplos (Ejemplo 1), luego, se les solicitó que leyeran otro poema utilizando la multiplicación de matrices y se les incentivó a crear sus propios poemas. Al finalizar la actividad se les pidió que expresaran su opinión por escrito respecto a la experiencia vivida.

Resultados

A continuación, se muestran los resultados obtenidos de la implementación de la actividad, específicamente los relacionados a la creación de poesía matemática.

Creación de poesía con el método de Quenau

El Festival de Matemática, realizado en diferentes localidades y momentos, permitió duvulgar la actividad y despertar el interés de los participantes de crear sus propios poemas utilizando dicho método (un total de 30 creaciones). A modo de ejemplo, las producciones que siguen se han realizado por dos participantes: una ha sido creada por una estudiante de 2o Medio de una escuela de Castro (Figura 1) y otra por una estudiante de 8o Básico de Quemchi (Figura 2).

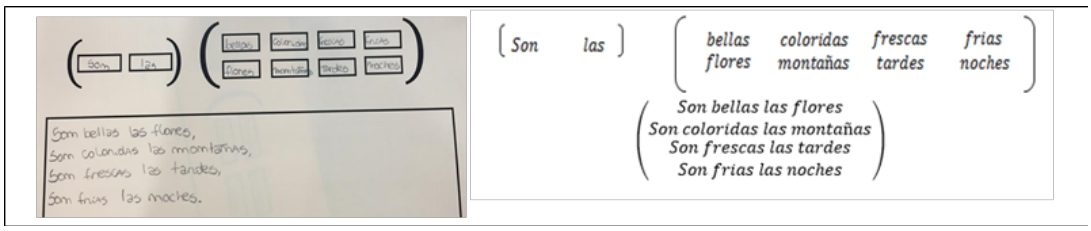


Figura 1: Creación poesía matemática V., Castro, Chiloé.

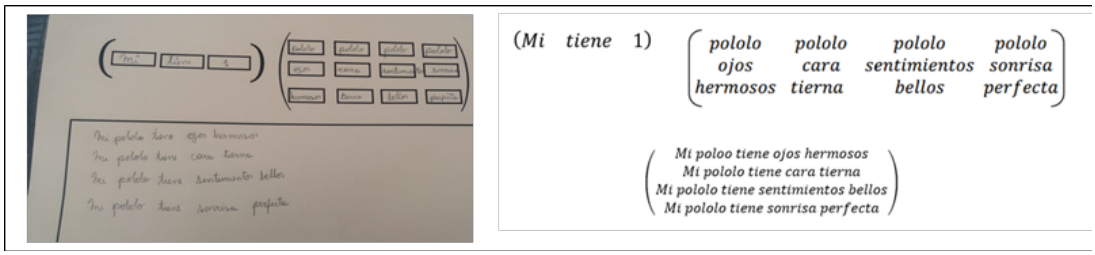


Figura 2: Creación poesía matemática N., Quemchi, Chiloé.

En ambas producciones se evidencia que se mantiene la estructura de cuarteto, con la diferencia de que cuando se tiene una matriz A de dimensión 1×2, los versos que se forman son de arte menor (de menos de 8 sílabas). En cambio, en la Figura 2 se tiene una matriz A de dimensión 1 ×n, con n>2, los versos que se forman son de arte mayor (de más de 8 sílabas).

La siguiente producción es realizada por una estudiante de 6o básico de una escuela de Quicavi (Figura 3).
Figura 3: Creación poesía matemática F., Quicavi, Chiloé.

Es interesante observar que esta creación es el único caso en que un participante logra generar un cuarteto de d os estrofas.

Las producciones en general respetan las propiedades matemáticas de la multiplicación de matrices y las características lingüísticas propias de un poema, que tenga cohesión y coherencia, y en algunas ocasiones rimas asonantes o consonantes al final de cada sílaba.

Conclusiones

A modo de conclusión, mediante la actividad implementada se ha evidenciado el impacto que puede tener en participantes el hecho de experimentar las relaciones que se dan de manera natural entre la matemática y la lengua. Como la actividad se llevó a cabo en el Festival de Matemática, la divulgación vino dada por el objetivo propio de este, el cual nos otorgó el espacio para dar a conocer este método y evidenciar la conexión entre ambas disciplinas desde una perspectiva diferente. Además, como se evidenció en los resultados de este trabajo, varios participantes crearon sus propias obras utilizando este método, permitiendo que se involucraran en la creación, despertando el interés y la creatividad.

A modo de proyección consideramos que, si bien las matrices es un contenido propio de matemática avanzada, y por tanto, solo podría darse en cursos electivos, con la actividad realizada pudimos evidenciar que el método de Quenau sirve como herramienta para aprender la multiplicación de matrices, permitiéndole al estudiante comprender de mejor manera algunas propiedades de las matrices, por ejemplo, la conmutatividad.

Por último, la creación de la poesía matemática utilizando el método mencionado anteriormente podría fomentar tanto la creación de la poesía, como el aprendizaje del objeto matemático matrices, potenciando, de esta manera, el trabajo interdisciplinario de los estudiantes.

Referencias

Lang, S. (1976). Algebra Lineal. México: Fondo Educativo Interamericano.

Macho, M. (2010). Aprendiendo Matemática a través de la literatura. Revista de Didáctica, 6. Recuperado de http://www.ehu.eus/ikastorratza/6_alea/literatura.pdf

Macho, M. (2012). OuLiPos: Juegos matemáticos en la literatura. En J. L. Retolaza Avalos y M. R. Roqueñi (Coor.), Biskaia Bilbao Arte Eta Kultura UDA Ikastaroak – cursos de verano. Ponencia llevada a cabo en Bilbao, España.

Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC] (2018). Currículum en Línea, Recursos para el aprendizaje MINEDUC: Matemática. Recuperado de: https://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-propertyvalue-49395.html

Peralta, J. (1998). Las matemáticas en el arte, la música y la literatura. Revista Universidad Autónoma de Madrid. 2, 235 – 244.

Servais, W. (1989). Humanizar la enseñanza de la Matemática. Revista de Bachillerato (M.E.C), cuaderno monográfico, 5. Recuperado de http://redined.mecd.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/73126/00820073007994.pdf?sequence=1

Sociedad de Matemática de Chile [SOMACHI]. (2017). Festival de Matemáticas. Recuperado de: http://somachi.cl/festival-de-matematicas/

CB 013

CONCEPCIONES SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PRESENTES EN EL CURRÍCULO PRESCRITO DE 4°AÑO BÁSICO

Daniela Olivares
Isidoro Segovia
Universidad de Granada

danielaod@correo.ugr.es
isegovia@ugr.es
Habilidades escolares en Ed. Matemática

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es analizar las concepciones que se transmiten sobre la resolución de problemas en el currículo prescrito de cuarto básico. El marco teórico que guía el trabajo son las tres concepciones de Schroeder & Lester. El método utilizado es el análisis cualitativo de contenido. Se concluye en las Bases Curriculares se declara otorgar una relevancia central a la resolución de problemas como foco de la matemática y como método para el aprendizaje de los contenidos, pero no siempre se mantiene esta concepción tanto en las mismas Bases como en el Programa de Estudio.

Palabras claves: Resolución de problemas, roles, análisis, normativa curricular

INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas es un aspecto que se ha puesto en un lugar de relevancia en el actual currículo de Matemática de la educación básica, especialmente desde la aparición de las nuevas Bases Curriculares del año 2012. Sin embargo, la importancia declarada no se refleja luego en resultados como los obtenidos en la evaluación SIMCE. Cabe preguntarse entonces cuál es el papel que se le está otorgando a la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática. De acuerdo a la literatura, existen distintas concepciones o roles que puede tomar en la matemática escolar. El presente estudio analiza cuáles roles se están manifestando, abordando el primer nivel de concreción del currículo, el cual configura cómo se llevará la enseñanza de la matemática a la práctica. Este nivel corresponde a la normativa que es prescrita por el Ministerio de Educación a través de dos de las herramientas curriculares principales, las Bases Curriculares y Programas de Estudio. Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es analizar la presencia de distintas concepciones sobre la resolución de problemas en el currículo prescrito de la educación básica, en este caso centrado en el cuarto año básico.

ANTECEDENTES

Según Stacey (2005), junto con el interés por el uso de problemas abiertos en la escuela desde la publicación de la Agenda para la Acción (NCTM, 1980), se comenzó a poner la atención en el rol que cumple la resolución de problemas en la enseñanza. Una de estas distinciones, que es ampliamente usada, es la que difunden Schroeder & Lester (1989): enseñar 'para' resolver problemas, enseñar 'sobre' la resolución de problemas y enseñar 'a través' de la resolución de problemas.

La primera concepción es como tradicionalmente se enseña matemática. Primero se enseña un contenido y luego se proponen problemas para poner estos contenidos en práctica (Blanco y Cárdenas, 2013). En este sentido la resolución de problemas sirve como contexto para algo más (aplicación útil a los contenidos aprendidos).
La segunda concepción coincide con lo que Stanic & Kilpatrick (1989) llaman resolución de problemas como habilidad. Según los autores, se aprecia esta concepción en el currículo cuando se establecen diferencias entre problemas rutinarios y no rutinarios, en donde se considera a estos últimos de un alto nivel, y son enseñados luego de los rutinarios, en que se necesita de unas técnicas y conocimientos previos para poder abordarlos. Para desarrollar la habilidad, o conjunto de habilidades, los estudiantes son entrenados en estrategias específicas, usualmente en un espacio aparte del desarrollo normal del currículo.

La tercera concepción corresponde a lo que Stanic & Kilpatrick (1989) denominan la 'resolución de problemas como un arte', en donde se utilizan los problemas como metodología de enseñanza para hacer matemáticas.

Schoenfeld (1992) plantea los diferentes roles de la resolución de problemas de una forma similar. El autor toma un conjunto de objetivos que ha tenido la resolución de problemas, y los clasifica de acuerdo a dos acepciones del diccionario Webster para el término problema. Según esto, hay un grupo de objetivos que obedece a la acepción que indica que, en matemáticas, un problema es cualquier cosa que requiera hacer algo. En esta acepción cabrían las concepciones de enseñar 'para' y 'sobre' la resolución de problemas (es decir, como contexto y como habilidad). El segundo grupo obedece a la comprensión de un problema como una pregunta desconcertante o difícil. La concepción de Schroeder & Lester (1989) que tomaría este último sentido es la enseñanza de la matemática 'a través' de la resolución de problemas, ya que es donde se utilizan problemas no rutinarios para descubrir y aprender nuevos contenidos, usando problemas cuyo método de solución los estudiantes no conocen de antemano (NCTM, 1980). Stacey y otros autores consideran a esta última como aquella que hoy domina como recomendación para la enseñanza de la matemática.

Estudios recientes

Leong et al. (2016) utilizan las tres concepciones de Schroeder & Lester (1989) en el diseño de una propuesta de

'infusión' de la resolución de problemas en la enseñanza regular de la matemática. El objetivo es la incorporación efectiva de la resolución de problemas, en una configuración que sea sostenible dentro de las restricciones que impone el sistema y el currículo.

Bingolbali & Bingolbali (2018) analizaron la presencia de las tres concepciones en dos libros de texto y el curriculo de 6to grado en Turquía. El estudio se centró en el análisis de 4 objetivos de aprendizaje. Encontraron que ninguna de las tres tiene una presencia definida, tanto en los textos como en el currículo, y señalan que aún son necesarios más estudios comparativos que den cuenta del estado actual del tratamiento de la resolución de problemas en la enseñanza.

Lester & Cai (2016) analizan el estado de los avances en cuanto a la enseñanza de la resolución de problemas en los últimos 30 años. Conluyen que esta no debe ser un tema separado dentro del currículo habitual de matemáticas. También que enseñar explícitamente el uso de estrategias generales para resolver problemas tiene un mínimo efecto en el éxito de los resolutores, y que se debe integrar la resolución de problemas como método de enseñanza en todos los tópicos matemáticos, seleccionando y planificando las clases de manera estratégica y cuidadosa.

METODOLOGÍA

Este trabajo tiene un enfoque cualitativo, interpretativo, de tipo descriptivo. El fenómeno investigado es la presencia de las tres concepciones sobre la resolución de problemas en el currículo chileno de Matemática de 4° año básico, que resulta ser un curso clave tanto por la rendición de la prueba SIMCE como por representar el final de un primer ciclo dentro de la enseñanza básica.

Los documentos analizados fueron las Bases Curriculares y el Programa de Estudio. El método de análisis fue el análisis de contenido. Para analizarlos se aplicó una estrategia de construcción de las categorías a priori. Las categorías corresponden a las 3 concepciones de Schroeder & Lester (1989). Estas se organizaron en un instrumento que incluyó indicadores y ejemplos obtenidos de una revisión de la literatura.
Como unidad de análisis se consideraron los textos que incluyeran las expresiones 'resolver problemas', 'resuelven problemas', 'problemas', etc., y su contexto (párrafo, idea general).

Ya que se trata de una investigación cualitativa, en lugar de la validez y confiabilidad se apela al concepto de rigor, el cual es preferido por algunos autores al referirse a este tipo de investigaciones (Hernández-Sampieri, Fernández y Baptista, 2014). Uno de los procedimientos usados para resguardar el rigor fue el chequeo cruzado ("codificaciones del mismo material por dos investigadores", Hernández-Sampieri et al., 2014, pág. 455). Otro procedimiento fue la obtención de las categorías y sus indicadores a partir de la literatura.

ANÁLISIS

En el documento curricular principal del sistema educativo chileno, las Bases Curriculares, se encontraron evidencias de las tres concepciones de la resolución de problemas, cumpliendo distintos roles a lo largo del documento. En la introducción se le otorga una relevancia central al señalar, por ejemplo, que

> *La resolución de problemas es el foco de la enseñana de la Matemática. Se busca promover el desarrollo de formas de pensamiento y de acción que posibiliten a los estudiantes procesar información proveniente de la realidad y así profundizar su comprensión acerca de ella y de los conceptos aprendidos (MINEDUC, 2012, pág. 87).*

Además de eso se promueve su uso como una metodología de enseñanza que permitiría, entre otras cosas, facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos fundamentales, percibir el pensamiento de los estudiantes por parte del profesor, experimentar distintas estrategias de resolución, comparar vías de solución y usarla tanto como un medio

como un fin para lograr una buena educación matemática. De manera explícita, en este documento la resolución de problemas es definida de la siguiente forma: “Se habla de resolver problemas, en lugar de simples ejercicios, cuando el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir” (MINEDUC, 2012 pág. 89).

Sin embargo, en el resto del documento también es posible encontrar referencias a la resolución de problemas como contexto o como habilidad. Sobre la concepción enseñar ‘sobre’ la resolución de problemas (resolución de problemas como habilidad), esta se evidencia en la estructura de objetivos de aprendizaje. Independientemente de lo señalado en la presentación, en la práctica la resolución de problemas se presenta como una de las 4 habilidades a desarrollar, cada una con objetivos de aprendizaje específicos, aparte de los ejes de contenido. Los objetivos de la habilidad resolver problemas son: usar estrategias para resolver problemas, comprobar enunciados, usando distintos tipos de materiales y expresar un problema usando sus propias palabras (MINEDUC, 2012).

Finalmente, sobre la concepción enseñar ‘para’ resolver problemas, esta queda de manifiesto exposición de los objetivos de aprendizaje por eje de contenido. Específicamente en contenidos del eje de Números y Operaciones, que tienen que ver con el demostrar la comprensión de ciertos contenidos aprendidos resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios, como por ejemplo en el Objetivo de Aprendizaje 7, donde se señala que los estudiantes deben ser capaces de “Resolver problemas rutinarios y no rutinarios en contextos cotidianos que incluyen dinero, seleccionando y utilizando la operación apropiada” (MINEDUC, 2012, pág. 114), pero sólo después de haber comprendido la adición y sustracción de números hasta 1.000, aplicar las propiedades del 0 y 1 para la multiplicación y la del 1 para la división, comprender la multiplicación de números de 3 dígitos por números de un dígito y la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito. Esto demuestra dos cosas. Por un lado, se está indicando que primero los estudiantes deben aprender un concepto o un procedimiento, y solo después de eso pueden aplicar los contenidos resolviendo problemas. En segundo lugar, que la normativa curricular en sus prescripciones enfatiza el uso de problemas no rutinarios así como el de los rutinarios, es decir, que los ejercicios de práctica, en donde ya se ha enseñado el procedimiento de resolución, también son tipificados como problemas.

En cuanto al Programa de Estudio, se aprecia más fácilmente un predominio de la concepción enseñar ‘sobre’ la resolución de problemas. Esto debido a que, por su formato, constantemente se releva su papel como habilidad o conjunto de habilidades al desarrollar. Esto es así ya que para cada objetivo de aprendizaje y sus correspondientes ejemplos de actividades, el Programa señala la habilidad relacionada con esos contenidos.

La concepción de enseñar ‘para’ resolver probemas, en corcondancia con las Bases Curriculares, se ve reflejada en algunos objetivos de aprendizaje, y también en ejemplos de actividades. Analizando los ejemplos de actividades para cada objetivo, se encontró que de los 27 objetivos de aprendizaje, en solo 4 secuencias de actividades se da comienzo con un problema. En 6 objetivos algún problema, identificado como tal por el Programa, aparece en segundo o en tercer lugar. Y en las sugerencias de 10 objetivos algún problema aparece en cuarto lugar o más (para 7 objetivos no se sugieren problemas para resolver). De esto se desprende que en las sugerencias entregadas por el Programa se da preferencia a la enseñanza de los contenidos en primer lugar, a través de ejercicios y diversas actividades, y luego se promueve poner en práctica los contenidos y técnicas con algunos problemas. Cabe destacar que en este análisis no se encontraron problemas en el eje de Datos y probabilidades señalados como tales por el Programa.

Y acerca de la enseñanza de la matemática ‘a través’ de la resolución de problemas, por un lado el análisis del lugar temporal de los problemas en los ejemplos de actividades da señas de que en las prescripciones no predomina este aspecto, que sí es ampliamente recomendado en la presentación de la asignatura en las Bases Curriculares. Además, la cantidad de problemas abiertos, los cuales según diversos autores como Stacey (2005), favorecerían el descubrimiento y desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes, es muy menor con respecto a los problemas cerrados que se pueden encontrar en los ejemplos de actividades.

CONCLUSIONES

La resolución de problemas es un tema del que se declara dar relevancia en los documentos curriculares correspondientes a la reforma del año 2012. Especialmente en la introducción de las Bases Curriculares de Matemática se le presenta como la manera en que los estudiantes debieran construir el conocimiento matemático y abordar los contenidos del currículo. A pesar de esto, la resolución de problemas sigue teniendo una implementación limitada en la práctica en el aula.

El análisis llevado a cabo ayuda a comprender de qué forma se entiende en el currículo el papel que toma la resolución de problemas. Se declara tener como fundamento una concepción cercana a la segunda acepción de Schoenfeld (1992), un problema como una prgunta desconcertante, difícil, para el que no se tiene conocimiento inmediato de su forma de solución. Sin embargo en lo estructural, tanto en las Bases Curriculares como en el Programa de Estudio se le posiciona como una habilidad, o conjunto de habilidades a desarrollar. Esto se ve reforzado con la importancia que se le da al uso de problemas rutinarios y no rutinarios. Según el marco teórico de esta investigación, los rutinarios ni siquiera corresponderían a verdaderos problemas, ya que la estrategia de solución ya ha sido enseñada.

El análisis también deja en evidencia que las sugerencias del Programa privilegian la enseñanza de contenidos antes de enfrentar a los estudiantes a problemas no rutinarios.

Se concluye que la resolución de problemas no tiene una única concepción definida en estos documentos, al menos en lo analizado, correspondiente al 4° año de educación básica. Los docentes deben ser cuidadosos al momento de interpretar y llevar a la práctica estas prescripciones curriculares, intentando problematizar objetivos y contenidos que no lo han sido en el Programa, como es el caso del eje de Datos y probabilidades. También se sugiere incorporar a la docencia mayor cantidad de problemas abiertos, y darle preferencia a la resolución de problemas como metodología de enseñanza de la asignatura de Matemática. De esta forma se podrá acercar al ambicioso objetivo propuesto en las Bases Curriculares de convertir a la resolución de problemas en el foco de la Matemática.

Referencias

Bingolbali, F., & Bingolbali, E. (2018). One curriculum and two textbooks: opportunity to learn in terms of mathematical problem solving. Mathematics Education Research Journal, 1-21.

Blanco, L. y Cárdenas, J. (2013). La resolución de problemas como contenido en el currículo de Matemáticas de primaria y secundaria. Campo abierto, vol 32, 137-156.

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación (Sexta edición). México: McGraw Hill.

Leong, Y. H., Tay, E., Toh, P., Quek, K. S., & Dindyal, J. (2016). Infusing Mathematical Problem Solving in the Mathematics Curriculum: Replacement Units. En Felmer, P. et al. (eds), Posing and Solving Mathematical Problems (págs. 309-325). Springer, Cham.

Lester, F., & Cai, J. (2016). Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. En P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick, Posing and solving mathematical problems. Advances and new perspectives (págs. 117-135). Springer, Cham.

MINEDUC. (2012). Bases Curriculares para la educación básica. Santiago: MINEDUC.

NCTM. (1980). An agenda for action: recommendations for school mathematics of the l980s. United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense of Mathematics. En Grows, D. (Ed.), Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning (págs. 334-370). New York: Macmillan.

Schroeder, T. L., & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. New directions for elementary school mathematics, 31–42.

Stacey, K. (2005). The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents. Journal of Mathematical Behavior 24, 341–350.

Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. En R. Charles, & E. Silver, The teaching and assessing of mathematical problem solving (págs. 1-22). Reston, VA: National Council of Theachers of Mathematics.

CB 014

UNA APROXIMACIÓN AL PERFIL MOTIVACIONAL DE INGRESANTES A CARRERAS DE INGENIERÍA EN URUGUAY

Malena Domínguez,
Consejo de Formación en Educación (CFE)

Eduardo Lacués
Clara Messano
Magdalena Pagano
Alejandra Pollio
Universidad Católica del Uruguay (UCU)

malenado60@gmail.com, elacues@ucu.edu.uy
clara.messano@ucu.edu.uy, mapagano@ucu.edu.uy
alejandra.pollio@ucu.edu.uy
Etnomatemática y Estudios socioculturales en Educación Matemática.

RESUMEN

Este trabajo aborda aspectos motivacionales relacionados con Matemática en carreras de Ingeniería. Con la finalidad de reconocer concepciones y actitudes de los alumnos, por un lado, y las percepciones que de ellos tienen sus profesores, por otro, se propusieron un cuestionario a estudiantes ingresados a la Universidad Católica del Uruguay (UCU) y otro, adaptado del primero, a sus profesores. Se constató que existen diferencias significativas entre las respuestas de estudiantes y profesores: los alumnos se ven a sí mismos como más motivados y valoran la importancia de la Matemática en mayor medida que la que sus docentes perciben.

Palabras claves: Motivación, Concepciones de profesores, Ingresantes a la universidad, Aprendizaje y enseñanza de Matemática

NECESIDAD DE UN PERFIL DE ESTUDIANTES INGRESANTES A LA UNIVERSIDAD

En Uruguay se han llevado adelante dos procesos de reforma curricular en la enseñanza media, en 2006 y 2010, afectando la orientación de la enseñanza, los contenidos y la evaluación. Por eso, es razonable preguntarse cuáles son las características de los estudiantes que ingresan a la universidad luego de haber transitado todo el ciclo secundario en esta nueva organización.

Las características de los estudiantes (conocimientos previos, actitudes o creencias sobre el aprendizaje y la enseñanza, motivación) condicionan el éxito académico.

En la Facultad de Ingeniería y Tecnologías (FIT) de la Universidad Católica del Uruguay (UCU) se está desarrollando una investigación que tiene como objetivo determinar el grado de desarrollo en competencias de razonamiento (inductivo, deductivo, por analogía) que tienen estudiantes ingresantes a carreras de la FIT (Electrónica, Telecomunicaciones, Informática, Industrial, Alimentos, Sistemas Electrónicos de Potencia) y cuál es su evolución en estos aspectos a lo largo del primer año.

En forma complementaria, como señalan Rinaudo, Chiecher y Donolo (2003), desde diversas investigaciones se ha resaltado la pertinencia de considerar tanto los aspectos cognitivos como los aspectos afectivos y motivacionales implicados en el aprendizaje.

Sin embargo, adelantan que no se sabe aún con precisión cómo interactúan estos dos componentes y cómo correspondería intervenir desde la enseñanza para promover procesos exitosos de aprendizaje.

De acuerdo con Smart y Linder (2017), los estudiantes altamente motivados pueden presentar conductas que mejoran el rendimiento académico además de estar más predispuestos a ver las tareas académicas como valiosas e importantes. También pueden utilizar estrategias metacognitivas más efectivas, planificar cómo abordar una nueva tarea de aprendizaje, evaluar el progreso y monitorear la comprensión del nuevo material.

Estos elementos son de particular importancia al ingreso a la universidad, dado que el fracaso en primer año es una de las principales causas de abandono. El conocimiento de estas características puede ser utilizado para diseñar la enseñanza de manera que facilite la inducción de los alumnos al medio universitario.

Por estos motivos, es importante disponer de un perfil de los ingresantes que informe, entre otros elementos, acerca de cuál es su grado de motivación o cuáles son sus percepciones personales frente a la Matemática y su enseñanza. Este estudio aborda un aspecto de la construcción de este perfil, el de la motivación en relación con Matemática de ingresantes a carreras de Ingenierías.

METODOLOGÍA

Para la construcción del perfil se aplicó un cuestionario a los estudiantes ingresantes a FIT en el año 2017, y otro a sus profesores. Ambos fueron adaptados del usado por Casis, Castro y Rico (2017), quienes consideran a la actitud como la variable que condiciona el comportamiento de los individuos hacia la Matemática.

La actitud es descrita como un constructo complejo con componentes afectivos, cognitivos y conativos. La motivación está fuertemente vinculada con la actitud de los estudiantes hacia la Matemática y tiene dimensiones personales y sociales. En particular, los autores consideran la motivación, la autoconfianza y la ansiedad como descriptores de la actitud hacia la Matemática.

Casis, Castro y Rico (2017) aplicaron dicho cuestionario a futuros profesores de Educación Básica de Chile. El mismo está constituido por treinta y seis ítems, organizados en tres categorías de la dimensión personal y cuatro

categorías de la dimensión social. La escala de respuestas es de 1 al 5.

El proceso de adaptación, así como el de aplicación, se describen más adelante. Posteriormente, se realizaron estudios estadísticos, tanto en cada cuestionario por separado, como comparando los resultados de ambos. Estos estudios se presentan en la sección de análisis e interpretación de resultados.

CONSTRUCCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

La adaptación del cuestionario de Casis, Castro y Rico (2017) tuvo varias etapas.
En la primera, los cambios se hicieron con base en dos criterios fundamentales: adecuación a la población de estudiantes de Ingeniería y adaptación a las expresiones lingüísticas empleadas en Uruguay. Por tanto, se realizaron cambios en la redacción de algunos ítems y se sustituyeron vocablos.

En cuanto a la estructura del cuestionario, en esta misma etapa, se tomaron en cuenta las tres categorías de la dimensión personal del cuestionario original (auto-confianza, motivación y ansiedad) y, de la dimensión social, se extrajeron tres de cuatro categorías (interés familiar, relaciones profesionales y estereotipos sociales). Además, se elaboró una nueva categoría para la dimensión social: importancia de la matemática en Ingeniería.

El resultado de esta etapa fue un cuestionario que también tiene treinta y seis ítems. Respecto a la escala empleada para responder a los ítems, se modificó y se utilizó la escala de 1 al 6, donde 1 indica total desacuerdo y 6 total acuerdo.

Una vez concluida la formulación preliminar del cuestionario, en la segunda etapa se realizaron entrevistas cognitivas para comprobar si las preguntas lograban recoger la información buscada (Beatty y Willis, 2007). Los resultados permitieron corregir problemas de los ítems.

En la tercera etapa, se realizó una adaptación del cuestionario suministrado a los estudiantes para que pudiera ser administrada a los profesores. La intención de este cambio fue que los docentes respondieran con base en la percepción que tienen sobre sus estudiantes. Cada pregunta hecha a los profesores interroga acerca de la misma cuestión que se planteó a los estudiantes, pero con una formulación que hace énfasis en que la respuesta refleje la visión de los docentes.

A modo de ejemplo, el ítem que en la encuesta a estudiantes estaba formulado “Cuando resuelvo un problema de Matemáticas suelo dudar si el resultado es correcto”, se incluyó en la de profesores con la formulación “Sus estudiantes suelen dudar si el resultado es correcto cuando resuelven un problema de Matemáticas.”

Se excluyó la categoría “interés familiar” de la dimensión social porque se asumió que los docentes no tienen suficiente información para responder a las preguntas que la integran. También se suprimió un ítem de la categoría “relación con los profesores”. En total, el cuestionario cuenta con treinta y un ítems y se utilizó la escala de 1 al 6, donde 1 indica total desacuerdo y 6 total acuerdo.

Posteriormente, se procedió a la administración de los cuestionarios. En ambos casos, esta aplicación fue a través de una página web habilitada especialmente. En la sección siguiente se analizan los resultados recogidos.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Se solicitó a todos los estudiantes ingresantes respondieran el cuestionario y se recogieron 73 respuestas. Al cuestionario de docentes respondieron 19 profesores, 11 de matemática y 8 de otras asignaturas.

Para estudiar la fiabilidad de las encuestas, se usó como instrumento alfa de Cronbach. Se obtuvo un coeficiente de

0,84 para la encuesta a estudiantes, y de 0,7 para la de profesores, lo que de acuerdo con George y Mallery (2003) permite calificar de bueno y aceptable, respectivamente, el grado de coherencia interna de los cuestionarios.

Por otro lado, en la tabla siguiente se muestran las medias de las categorías en las que fueron agrupados los ítems de cada encuesta.

Categoría	Encuesta a estudiantes	Encuesta a profesores
Autoconfianza	3,8	3
Motivación	4,5	2,7
Ansiedad	3	3,8
Interés familiar	3,9	
Relación profesional	4,2	3,2
Estereotipo social	3,5	3,1
Importancia de Matemática	4,3	3

Tabla 1: Media de las categorías de agrupamiento de los ítems

Se aplicó a estos conjuntos de medias una prueba t de Student que permitió establecer que existieron diferencias significativas entre los resultados de las encuestas ($p<0,05$).

En dos dimensiones (Motivación, Importancia de Matemática), la diferencia entre las medias fue mayor que 1. Además, sólo en un caso (Ansiedad) la media de los profesores superó a la de los estudiantes.
Estos resultados marcan interesantes diferencias entre las percepciones de estudiantes y profesores, que pueden tener implicaciones en la enseñanza.

Los estudiantes se ven a sí mismos muy motivados, mientras que los profesores los perciben como medianamente motivados. Esta diferencia puede incidir en las expectativas de los docentes, en el sentido de ver en la clase un ambiente poco favorable al aprendizaje. En conjunción con este dato, el hecho de que los profesores crean que sus estudiantes valoran medianamente la importancia de Matemática, a diferencia de sus alumnos que la reconocen como muy importante, puede resultar en un aula de Matemática con visiones muy diferentes entre los distintos actores. En otro orden, los profesores notan un mayor nivel de ansiedad en sus estudiantes que el que ellos mismos se atribuyen. La importancia que los factores afectivos juegan sobre todo en las instancias de prueba podría influir en las decisiones que los docentes tomen al preparar sus consignas o al diseñar los sistemas de evaluación.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los resultados recogidos permiten establecer que existen diferentes visiones de estudiantes y profesores acerca de características motivacionales o actitudinales de los alumnos ingresantes a la universidad, que pueden conducir a que existan diferencias en las expectativas que cada grupo tiene acerca de la enseñanza, el aprendizaje y el éxito académico.

Para la planificación de la enseñanza resulta importante que los profesores sepan que sus alumnos se autoperciben con una motivación mayor que la que ellos les asignan.

Esto podría influir en el tipo de tareas que se proponen: estudiantes motivados pueden enfrentar tareas de gran demanda, como proyectos que requieran búsquedas personales, elaboración de informes y resolución de consignas complejas.

Por otro lado, saber que los alumnos se sienten menos afectados por factores relacionados con la ansiedad que lo que suponen los docentes, puede tener implicaciones en los formatos de pruebas de evaluación como exámenes

parciales o finales (tiempo total asignado a la prueba, número de ejercicios, graduación de su dificultad, entre otros aspectos).

El hecho de que los estudiantes den una mayor importancia a Matemática que la que los docentes creen, debería llevar a que los profesores reflexionen acerca de cómo aprovechar esta actitud para generar un clima de aula favorable que ayude a cada alumno a comprometerse con su propio aprendizaje.

Una cuestión abierta es estudiar en qué medida el perfil de los ingresantes se modifica como resultado de su participación en los primeros cursos universitarios, en particular, los de Matemática.

Referencias

Beatty, P. C., & Willis, G. (2007). Research synthesis: the practice of cognitive interviewing. Public Opinion Quarterly, 2 (2) 287-311. doi: https://doi.org/10.1093/poq/nfm006

Casis, M., Rico, N., & Castro, E. (2017). Motivación, autoconfianza y ansiedad como descriptores de la actitud hacia las matemáticas de los futuros profesores de eduacación básica de Chile. PNA, 11(3), 181-203.

George, D., & Mallery, P. (2003). SPSS for Windows step by step: A Simple Guide and Reference. 11.0 Update (4.ª ed.). Boston: Allyn & Bacon.

Rinaudo, M., Chiecher, A., & Donolo, D. (2003). Motivación y uso de estrategias en estudiantes universitarios. Su evaluación a partir del Motivated Strategies Learning Questionnaire. Anales de psicología. Vol. 19, nº 1 (junio), 107-119

Smart, J., & Linder, S. (2017). Development, Validation and Implementation of the Elementary Mathematics Motivation Inventory (EMMI): Examining Motivational Constructs in Elementary Mathematics. Fields Mathematics Education Journal. doi:https://doi.org/10.1186/s40928-017-0005-7

CB 015

CONCEPTUALIZACIÓN DE LA NOCIÓN DE FRACCIÓN EN ESTUDIANTES DE OCTAVO BÁSICO: UN ESTUDIO DE CASO EN CONTEXTO MULTICULTURAL

Gisselle Avendaño
Fanny Cerda
Jerson Leguá
Jonathan Guzmán
Yocelyn Parra
Universidad San Sebastián

gavendanob@correo.uss.cl; fcerdav@correo.uss.cl;
jersonleguasm@gmail.com; jaguzmanmena@gmail.com;
Yocelyn.parra@uss.cl

Errores, obstáculos y dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

RESUMEN

Este trabajo tiene por objetivo identificar la conceptualización que estudiantes chilenos e inmigrantes de octavo básico tienen sobre la noción de fracción. En los últimos años ha aumentado la cantidad de inmigrantes MINEDUC (2015) provocando la necesidad de reflexionar sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje (Poblete, 2018). Se realizó un estudio cualitativo cuyo análisis está sustentado en las herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico (EOS). A partir de ello, concluimos que mayoritariamente los estudiantes están familiarizados con dos de las acepciones de la noción de fracción, esto es, cociente y parte-todo. Además, evidenciamos similitudes en los errores provenientes de procesos algorítmicos.

Palabras claves: Fracciones, multiculturalidad, significados, enfoque ontosemiótico.

ANTECEDENTES

Esta investigación está centrada en la conceptualización, específicamente en los significados, procedimientos y argumentos que estudiantes de octavo año básico presentan cuando afrontan la enseñanza de fracciones. Actualmente, los establecimientos educacionales chilenos presentan una gran cantidad de estudiantes extranjeros, provenientes en su mayoría de los países del continente Sudamericano (Poblete, 2018). Es por esto, que el objetivo de nuestro estudio es indagar sobre la conceptualización de la noción de fracción en un contexto multicultural. Entenderemos por multicultural: "fenómeno que señala la existencia y convivencia de varios grupos culturales en un territorio o en una situación o bien dentro de un mismo estado" (Hernández-Reyna, 2007, p. 431).

Según Quispe y Gallardo (2009), los cinco significados de la fracción usualmente constatados en los libros de textos son los siguientes:
- Parte-todo. [...] relación existente entre dos cantidades específicas: un "todo" [...], y una "parte"
- Cociente. [...] dividir un número natural por otro no nulo.
- Medida. [...] dividir la unidad de medida en b subunidades iguales y de tomar a de ellas hasta completar la cantidad exacta deseada.
- Razón. [...] comparación bidireccional entre los valores a y b, siendo esencial el orden en el que se citan las magnitudes comparadas
- Operador. [...] es el número que modifica un valor particular n multiplicándolo por a y dividiéndolo por b. (p. 391).

Llinares y Sánchez (1988) citado en González (2015) proponen en su estudio cuatro tipos de errores vinculados a la noción de fracción. Sin embargo, en este trabajo nos enfocaremos solo en aquellos relacionados a la aplicación errónea de procedimientos algorítmicos. De acuerdo con González (2015) comúnmente los estudiantes utilizan métodos erróneos alternativos a los enseñados por el docente que generalmente se corresponden con el uso abusivo de la analogía (Brousseau, 1983). Este tipo de error posee subcategorías que se describen y ejemplifican en la Tabla 1 (González, 2015, p.19-20).

Sobresimplificación: $\frac{3}{8}+\frac{8}{9}=\frac{1}{1}+\frac{2}{3}$	*Error en el algoritmo de la suma:* $\frac{2}{6}+\frac{2}{5}=\frac{4}{30}$	*Error en el algoritmo de la multiplicación:* $\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{8}=\frac{2}{8}\cdot\frac{3}{8}=\frac{6}{8}$	*Multiplicación cruzada incorrecta:* $5\cdot\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$
División o multiplicación errónea: $\frac{8}{11}\cdot\frac{1}{2}=\frac{11}{16}$	*Error del común denominador incorrecto:* $\frac{5}{3}+\frac{7}{6}=\frac{12}{9}$ ó $\frac{3}{4}+\frac{1}{8}=\frac{4}{4}$		*Dividir en lugar de multiplicar:* $\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{7}=\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{8}=\frac{14}{24}$

Tabla 1: Ejemplos de los errores

MARCO TEÓRICO

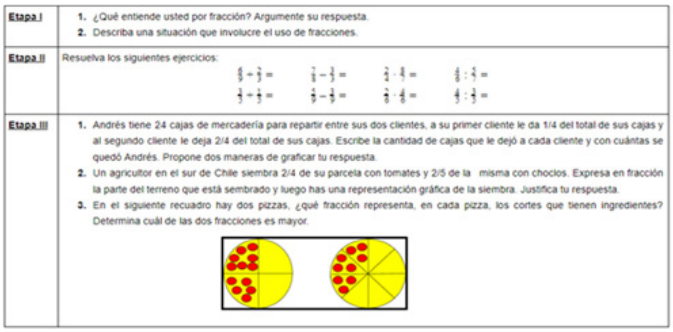
Para el desarrollo de este trabajo nos apoyaremos en las herramientas teóricas que proporciona el Enfoque Ontosemiótico (EOS). Según Godino, Batanero y Font (2007), citado en Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017): "El conjunto de nociones teóricas que, actualmente, componen el EOS, se clasifican en cinco grupos cada uno de los cuales permite analizar aspectos complementarios de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas" (p. 93).

En particular, nos enfocaremos en la configuración ontosemiótica (Godino, Batanero & Font, 2012, p.7) que proponen objetos matemáticos, denominados primarios:

Elementos lingüísticos (términos, expresiones, notaciones, gráficos, ...)
Situaciones- problemas (aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, …)
Conceptos- definición (introducidos mediante definiciones o descripciones)
Proposiciones (enunciados sobre conceptos, ...)
Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...)
Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, ...)

METODOLOGÍA

Este estudio es de tipo cualitativo, particularmente un estudio de caso, pues estamos interesados en "analizar aquellos problemas o situaciones que presentan múltiples variables y que están estrechamente vinculados al contexto en el que se desarrollan" (Cebreiro López y Fernández Morante 2004 citado en Gómez, 2012, p.4). Para lograr nuestros objetivos, se aplicó un cuestionario a estudiantes de octavo básico de un establecimiento educacional chileno, participaron siete estudiantes de los cuales dos son colombianos, dos venezolanos, dos chilenos y un haitiano. Es decir, nuestra investigación está enfocada en un contexto multicultural, que nos ha permitido identificar diferencias y similitudes entre estudiantes que han recibido diferentes procesos de instrucción matemática. A continuación, presentamos el cuestionario aplicado (ver Figura 1.)



Etapa I	**1.** ¿Qué entiende usted por fracción? Argumente su respuesta. **2.** Describa una situación que involucre el uso de fracciones.
Etapa II	Resuelva los siguientes ejercicios: $\frac{6}{9} \div \frac{2}{3} =$ $\frac{7}{8} - \frac{1}{3} =$ $\frac{2}{4} \cdot \frac{4}{5} =$ $\frac{4}{6} : \frac{4}{5} =$ $\frac{3}{3} \div \frac{1}{3} =$ $\frac{5}{9} - \frac{3}{9} =$ $\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} =$ $\frac{4}{5} : \frac{3}{5} =$
Etapa III	**1.** Andrés tiene 24 cajas de mercadería para repartir entre sus dos clientes, a su primer cliente le da 1/4 del total de sus cajas y al segundo cliente le deja 2/4 del total de sus cajas. Escribe la cantidad de cajas que le dejó a cada cliente y con cuántas se quedó Andrés. Propone dos maneras de graficar tu respuesta. **2.** Un agricultor en el sur de Chile siembra 2/4 de su parcela con tomates y 2/5 de la misma con choclos. Expresa en fracción la parte del terreno que está sembrado y luego has una representación gráfica de la siembra. Justifica tu respuesta. **3.** En el siguiente recuadro hay dos pizzas, ¿qué fracción representa, en cada pizza, los cortes que tienen ingredientes? Determina cuál de las dos fracciones es mayor.

Figura 1: Cuestionario

Cada una de las etapas del cuestionario tiene un propósito específico. La etapa 1 consiste en determinar los significados que los estudiantes atribuyen a la noción de fracción y si perciben la utilidad que tiene este objeto matemático. El objetivo de la Etapa II es identificar los procedimientos y/o heurísticas utilizadas por los estudiantes para resolver ejercicios rutinarios, además se pretende reconocer el tipo de argumentación ya sea mediante lenguaje escrito o verbal. Finalmente, la Etapa III busca determinar si los estudiantes están familiarizados con la resolución de problemas cuyo contexto no es puramente matemático, dichas situaciones involucran la representación gráfica del objeto y su acepción parte-todo.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este apartado presentamos los resultados y análisis de nuestro estudio. Sin embargo, por motivos de espacio solo nos referiremos a aquello más representativo.

Entenderemos por: CH1 y CH2 a estudiantes chilenos, V1 y V2 a estudiantes venezolanos, C1 y C2 a estudiantes colombianos y H1 al estudiante haitiano. Además, omitiremos la presentación exhaustiva del análisis de la pregunta 2 (Etapa III).

ETAPA 1

1. ¿Qué entiende usted por fracción? Argumente su respuesta.
CH1: “Es donde un número es partido por otro…”
V2: “Es una división de un número partido en otro”
C2: “Una fracción es una división por una raya fraccionaria”
H1: “Es un tipo de operación que es usado en cualquier tipo de lugar para resolver mucho más rápido”
A partir de las respuestas dadas, la acepción predominante de la noción de fracción es la de cociente, definida por Quispe y Gallardo (2009). Por otro lado, se evidencia que el estudiante H1 percibe la noción de fracción como una herramienta útil.
2. Describa una situación que involucre el uso de fracciones.
CH1: “Como cuando uno va a comprar el pan o algún producto, el vendedor pregunta si quiere ¼ …”
V2: “Cuando hay que repartir una torta”
C1: “Cuando dos números son distintos y quiero hacer una división”
H1: “…en una fila hay una fila de mujeres y una fila de hombres, y la cantidad de mujeres, si hay 5 es el número que debe ir arriba y la cantidad de hombres si hay 7 es el número que debe ir abajo, porque el número mayor debe ir abajo y el número menor arriba”

Todos los estudiantes describen una situación que involucra el uso de fracciones. La acepción que en esta oportunidad prevalece es la idea de fracción como “parte-todo”, esto es evidente en el caso de los estudiantes CH1 y V2 mientras que según lo señalado por H1 se percibe la acepción “parte-todo”, esto se refuerza cuando explicita “… porque el número mayor debe ir abajo y el número menor arriba”. Por otro lado, el estudiante C1 mantiene la idea de fracción como división y no describe una situación fuera del contexto puramente matemático que involucre el uso de fracciones.

ETAPA 2: Operaciones básicas

Subetapa: adición de fracciones

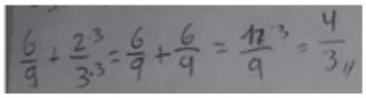


Figura 2: CH1

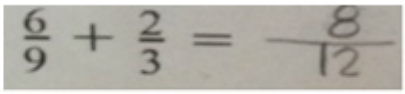


Figura 3: V1

A partir de la situación anterior, el error que surge es transversal: Sumar numerador con numerador y denominador con denominador (ver figura 3). CH1 logra un procedimiento matemáticamente correcto en ambos ejercicios (ver figura 2) y H1 sólo lo logra en la adición con igual denominador.

Subetapa: sustracción de fracciones

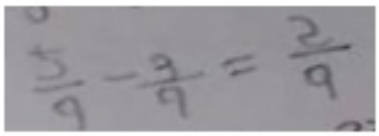


Figura 4: H1

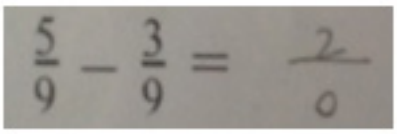


Figura 5: V1

En este caso nuevamente se percibe el error descrito para la adición de fracciones. Además, consideran posible un resultado de la forma a/0 (ver figura 5). Esto evidencia el desconocimiento de la definición de fracción. Sólo H1 logra el procedimiento matemático correcto (ver figura 4) y CH1 no realizó los ejercicios.

Subetapa: multiplicaciones de fracciones

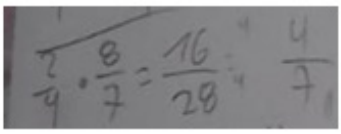


Figura 6: CH1

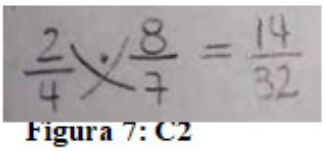


Figura 7: C2

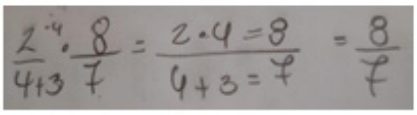


Figura 8: H1

Cuatro estudiantes utilizan correctamente el algoritmo de la multiplicación para fracciones (ver figura 6) mientras que CH2 y C2 aplican en este caso de manera incorrecta uno de los métodos de división (ver Figura 7). Se evidencia que el estudiante H1 pretende igualar la primera fracción a la segunda considerando esta última como resultado de la operación propuesta (ver Figura 8).

Subetapa: división de fracciones

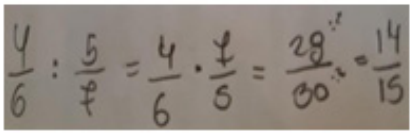


Figura 9: CH1

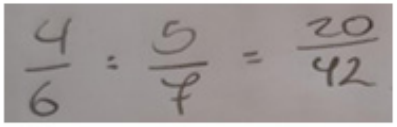


Figura 10: CH2

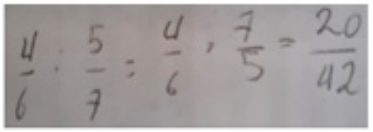


Figura 11: V1

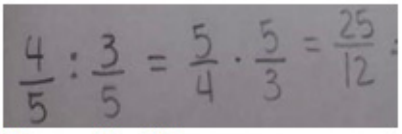


Figura 12: C2

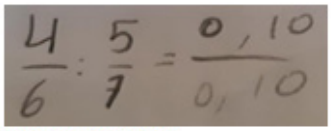


Figura 13: H1

En este caso solo dos estudiantes logran utilizar correctamente el algoritmo de la división (ver Figura 9). Los otros estudiantes cometen errores como combinar algoritmos de división de fracciones (ver Figura 10) y el algoritmo de multiplicación con el de división de fracciones (ver Figura 11 y 12). Es importante destacar que el estudiante H1 posee un desconocimiento de la definición de fracción cuando admite que el numerador y denominador sean números no enteros (ver Figura 13).

ETAPA 3: Problemas de fracciones

Pregunta 1: Sólo los estudiantes chilenos apoyados de la noción “parte-todo” logran dar respuestas matemáticamente satisfactorias. H1 resta las fracciones 1/4 y 2/4 y no logra dar una interpretación al procedimiento utilizado. El resto de estudiantes no responde la pregunta.

Pregunta 2: Los estudiantes no resuelven la actividad planteada.

Pregunta 3: Solo los estudiantes chilenos identifican la fracción vinculada a la representación icónica (pizza) y proporcionan respuestas correctas. No obstante, C2 determinan la fracción recíproca a la correcta. El estudiante H1 considera que la fracciones que representan la imagen presentada (pizzas) es 2/2 y 3/5 respectivamente, es decir,

se infiere que emerge la acepción de “razón” dado que efectúa una comparación entre los trozos de la pizza que tienen ingredientes y los que no.

CONCLUSIONES

Como resultado del análisis se evidencia que la noción de fracción predominante por parte de los estudiantes es en su acepción de cociente y parte-todo. Pese a que los estudiantes logran describir una situación que involucre el uso de fracciones tienen dificultades para precisar la definición de la noción de fracción. Esto particularmente, cuando los estudiantes H1 y V1 admiten expresiones del tipo 0,10/0,10 y 9/0 respectivamente. Es decir, existe una aprehensión poco significativa de dicho objeto matemático. A partir de la etapa II pudimos percibir diversas dificultades en el desarrollo de los procesos algorítmicos y/o procedimientos necesarios para dar respuestas matemáticamente satisfactorias. Esto se percibe en todos los estudiantes, independiente del país de donde provienen. Particularmente, se distingue uso abusivo de la analogía pues los estudiantes intentan transferir operaciones de actividades análogas. Asimismo, no se describen argumentaciones que justifiquen los procedimientos o estrategias de resolución utilizadas por los estudiantes.

Finalmente, en la etapa III, algunos estudiantes intentan mediante representaciones icónicas dar respuesta a los problemas planteados. Aquellas situaciones cuyas fracciones involucradas tenían igual denominador presentaron menor dificultad. Sin embargo, se percibe que los estudiantes inmigrantes están menos familiarizados con los problemas presentados en la etapa III. Esto dado que mayoritariamente las respuestas correctas provienen de estudiantes chilenos.

Si bien el estudiante H1 presenta diversos errores en la resolución de operaciones con fracciones, se visualiza que otorga valoración a la utilidad que tiene el objeto matemático. Además, se infiere que a diferencia de los otros estudiantes es el único cuya noción de fracción la presenta en su acepción de “razón”. Tanto estudiantes chilenos como venezolanos admiten la idea de fracción desde su acepción “parte-todo” y “cociente” y el estudiante colombiano solo se refiere a la acepción “cociente”.

El estudio del currículo de matemáticas de los países de donde provienen los estudiantes, es sin duda un desafío que nos permitiría entender las dificultades y procesos a los que recurren los estudiantes para responder a las problemáticas planteadas.

Referencias

Brousseau, G. (1983). Los obstáculos Epistemológicos y los problemas en matemáticas. Recherches en Didactique des Mathématiques, 4(2), 165-198.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2012). Un enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción
matemática. Perspectivas en la Didáctica de las Matemáticas, 47-78.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas, Bolema, Rio Claro (SP), 31,90-113

Gómez, P. (2012). La elección del estudio de caso en investigación educativa.

González, D. (2015). Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria. Cantabria: Universidad de Cantabria. Carlos Alfredo Cárdenas Solano.

Hernández-Reyna, M. (2007). Sobre los sentidos de multiculturalismo e interculturalismo. Ra Ximhai: revista científica de sociedad, cultura y desarrollo sostenible, 3(2), 429-442.

CB 016

RELACIÓN ENTRE EL CONOCIMIENTO DE LOS TEMAS Y DE LA ENSEÑANZA MEDIANTE EL USO DE UNA ANALOGÍA PARA EL CONCEPTO DE FUNCIÓN

Gonzalo Espinoza-Vásqueza, Diana Zakaryana
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

José Carrillo
Universidad de Huelva, España.

gonzalo.espinoza.v@gmail.com
diana.zakaryan@pucv.cl
carrillo@uhu.es

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

Esta comunicación aborda el conocimiento del profesor sobre el concepto de función y sobre su enseñanza identificado durante el uso de una analogía para hacer comprensible el concepto a sus estudiantes. Se trata de un estudio de casos donde se analiza un episodio de clases en búsqueda de evidencias que den cuenta de relaciones entre estos conocimientos, interpretándolas a la luz del modelo MTSK. Observamos que el uso de la analogía moviliza diferentes conocimientos y permite reconocer sus potencialidades y limitaciones en la enseñanza de las funciones, así como ayudar a comprender la estrategia de enseñanza del profesor.

Palabras claves: Conocimiento especializado del profesor, concepto de función, enseñanza, analogías.

INTRODUCCIÓN

El concepto de función está presente en todas las áreas de la Matemática, por tanto su estudio debe ser parte del conocimiento del profesor de matemáticas tanto como conocimiento disciplinar como un objeto de enseñanza y de aprendizaje. Para estudiar el conocimiento del profesor en diferentes dimensiones han surgido distintos acercamientos y modelos teóricos (e.g., Shulman, 1986; Ball, Thames & Phelps, 2008; Rowland, Turner, Thwaites & Huckstep, 2009; Carrillo-Yañez et al., 2018) desde la perspectiva del conocimiento profesional. De entre ellos, el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK- Mathematics Teacher's Specialized Knowledge) se presenta como una herramienta analizar el conocimiento del profesor de matemáticas así como para comprender su prácticas (Carrillo-Yañez et al., 2018) y propone el carácter especializado para el conocimiento como la integración e interacción de diferentes conocimiento de cara a la labor del profesor: la enseñanza. Por su parte, la analogía como estrategia de enseñanza ha sido un tema ampliamente abordado en el área de las ciencias (e.g., Duit, 1991; Oliva, 2008), sin embargo son pocos los estudios que abordan su uso en matemáticas.

En este trabajo abordaremos las relaciones que se presentan entre el conocimiento del concepto de función y el conocimiento de su enseñanza. particularmente, durante el uso de una analogía para hacer comprensible este concepto. teniendo en consideración la siguiente pregunta: ¿qué conocimiento especializado se evidencia cuando el profesor establece una analogía para enseñar el concepto de función?

MARCO TEÓRICO

De acuerdo con Carrillo-Yañez et al. (2018), el MTSK se compone de tres dominios para el conocimiento del profesor; una componente disciplinar (MK mathematical knowledge), una componente didáctica (PCK - pedagogical content knowledge) y una componente relativa a las creencias sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje al centro del modelo. En este escrito, nos focalizamos en los dos primeros: MK y PCK. El MK corresponde al conocimiento propio de la disciplina que se enseña y en este dominio se encuentran: el Conocimiento de los Temas (KoT) que considera definiciones, propiedades, procedimientos, fundamentos y los registros de representación, el Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) y el Conocimiento de la práctica matemática (KPM)

El PCK corresponde los conocimientos propios de la labor de la enseñanza de la matemática y en este dominio se encuentra: el Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), el Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) y el Conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT) que considera el conocimiento sobre teorías personales o institucionales de enseñanza, recursos materiales y virtuales y actividades, tareas, ejemplos, ayudas.

El MTSK, siguiendo el espíritu del trabajo de Shulman (1986), considera el conocimiento de las analogías como parte del conocimiento del profesor como parte del conocimiento para hacer comprensible un tema a los estudiantes. Aquí entenderemos una analogía como la relación de comparación de estructuras entre dos dominios: uno familiar (base o análogo) y uno no familiar (objetivo) de acuerdo con Treagust, Duit, Joslin y Lindauer (1992). Esta definición no es propia de la matemática, por tanto no se limite al profesor, por el contrario, es muy frecuente encontrarla en el discurso habitual de las personas. Sin embargo, su uso ha sido reportado como elemento importante en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias (Oliva, 2008). Por esta razón, se vuelve interesante estudiar cuál es el conocimiento que el profesor moviliza cuando utiliza la analogía como estrategia de enseñanza y sus potencialidades.
Además, consideramos el aporte de Curtis y Reigeluth (1984) que muestran que la relación entre los dominios base y objetivo puede ser estructural, referida al parecido físico o de construcción similar, o funcional referida a la forma de funcionamiento de ambas estructuras. Un tercer tipo combina los dos anteriores y le llama estructural-funcional. Señalan además que las analogías pueden presentarse dos formatos: el verbal y el pictórico-verbal según el uso de palabras o imágenes para plantearla.

METODOLOGÍA

Puesto que nuestra intención es abordar el conocimiento del profesor en su contexto, adoptamos un paradigma interpretativo con enfoque cualitativo. Se trata de un estudio de caso de tipo instrumental (Stake, 2007), en el que se estudia el conocimiento que manifiesta un profesor de educación media cuando enseña el concepto de función. Los datos se recolectaron mediante la grabación en video de las clases destinadas a la enseñanza del concepto de función en 1ro medio debido a que este grupo de estudiantes no lo estudió el año anterior. Las grabaciones fueron transcritas para facilitar el acceso a los datos y tratadas con análisis del contenido (Bardin, 1996). Para este reporte se ha seleccionando un episodio de clase donde el profesor explicita el uso de una analogía para la enseñanza del concepto de función.

El caso corresponde a un profesor de matemáticas (Arturo), que tiene 12 años de experiencia docente impartiendo clases desde 5to básico hasta 4to medio, también tiene 9 años de docencia universitaria en asignaturas de primer año para los futuros ingenieros y futuros profesores de matemática. Ha recibido cursos ligados a la docencia universitaria, actualización curricular en geometría, reformulación de programas de estudios y posee el grado de Magister en Matemáticas. La selección de Arturo se basa en su identificación como profesor experto y a su disponibilidad para participar de este estudio.

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

Arturo muestra la definición de función como una correspondencia entre elementos dos conjuntos no vacíos en la que a cada elemento de un conjunto de partida le corresponde un único elemento en el conjunto de llegada. El conocimiento de la definición de función en términos de conjuntos y correspondencias es parte de su conocimiento del tema (KoT) en la categoría de definiciones y refleja un significado para el concepto: la función como una correspondencia, también parte de su KoT. Arturo evidencia saber que los nuevos términos de la definición conllevan dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función, como se observa en el siguiente extracto.

Arturo: Las funciones, previo a darles más nombres, la función funciona igual que una especie de máquina. Un ejemplo podría ser la lavadora. La lavadora cumple una función, ¿cuál es la función?

Estudiante: Lavar!

Arturo: ¿Qué es lo que usted hace? Toman una prenda, está sucia, la meten en la lavadora y ¿cómo sale?

Estudiante: Limpia

Arturo: La lavadora ¿cumplió su función? si. La prenda sucia vendría a ser del conjunto de partida y la prenda limpia sería de llegada, eso es lo que hace una función. Acá [indica un diagrama] tendría la prenda sucia, hace la función, lo que le corresponda hacer, dependiendo de la máquina, y llega al otro lado, en este caso como era la lavadora, llega limpia.

Arturo enfrenta estas dificultades mediante el uso de una analogía. Ella le permite mostrar otro significado del concepto, esta vez como un proceso, también parte de su conocimiento del tema. Se observa la relación entre este conocimiento (KoT) y su enseñanza (KMT) en el momento en que Arturo selecciona la analogía como ayuda para sus estudiantes en la comprensión del concepto. El conocimiento sobre el uso de esta analogía para apoyar el aprendizaje de la función es parte de su estrategia par enseñar el concepto, esto es, su KMT. Observamos en la presentación de la analogía el uso de notaciones usuales para la función: f para la función, A y B para los conjuntos y $f(x)=y$ para la relación entre dos variables, todo parte de su KoT.

Esta relación entrada-salida en la lavadora es aprovechada por Arturo para clarificar los conceptos de imagen y pre imagen, también parte de su conocimiento del tema (KoT). Del mismo modo, la analogía da evidencias del conocimiento sobre Dominio y Recorrido de la función. En el siguiente extracto, Arturo explicita la relación entre los dominios vinculados por la analogía, de donde interpretamos su carácter estructural y funcional.

Arturo: En nuestro contexto, nuestra función era la lavadora, lavar. El conjunto A sería la ropa sucia y el conjunto B, la ropa limpia. Si aquí está nuestra lavadora que cumple su función, entra la [ropa] que está sucia y ¿cómo sale?
Estudiante: limpia!!
Arturo: Lo mismo que hicimos ahí, la función se aplicó a esta especie de polera que yo dibujé, que estaba sucia y ¿a qué sería igual?
Estudiante: Limpia, a la ropa limpia
Arturo: La misma polera, pero limpia. Estos dos elementos también reciben su nombre. Este elemento de acá se le llama imagen de lo que yo mandé. [...] Y estos elementos que están acá, se llaman "per-imagen". La polera limpia ¿qué es?
Estudiante: Imagen
Arturo: ¿La imagen de quien?
Estudiante: De la sucia

La analogía compara la lavadora, como dominio base, y la función como dominio objetivo (Treagust et al., 1991). Esta comparación se produce a nivel estructural y funcional (Curtis y Reigeluth, 1984). A nivel estructural, pues vincula los conjuntos de partida y llegada con las colecciones de ropas limpia y sucia y relaciona el proceso de lavar con la determinación de imágenes. Por otra parte, esta última relación permite ver la comparación como funcional en términos de los procesos de entrada-salida involucrados al lavar una prenda y al calcular una imagen. Además, se observa que la analogía es presentada de manera verbal y pictórica (Imagen 1) de acuerdo a la tipología de Curtis y Reigeluth (1984).

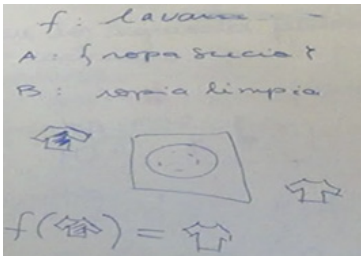


Imagen 1: Presentación pictórica-verbal de la analogía

Luego de esta intervención, Arturo introduce una función representada de forma verbal y algebraica (evidencia de representaciones en su KoT), ejemplificando con una función afín (Imagen 2).

Arturo: Con números, la función ya no va a ser lavar, va a ser que al que entre le sume 2 [escribe f(x)=x+2]. Si esta es mi máquina que hace que al que entre le sumo 2, si entra el 1, ¿cómo sale? (Estudiante: 3).
Cuando Arturo dice "con números", apunta al dominio objetivo lo que permitirá mostrar la característica funcional de la analogía y proponer la relación bidireccional para comprender la relación entre función y máquina de lavar. Arturo retoma idea de la función como máquina para diferenciar la función y el cálculo de imágenes, es decir, entre f(x) para cualquier x y f(a) para algún a del dominio de la función.
Arturo: La función es tu máquina, otra cosa son los elementos que metes a esa máquina.
Estudiante: Como es función de a [f(a)] es imagen de a.
Arturo: Claro. Hay distintos elementos; tenemos la función que dice qué es lo que hace y los elementos que pertenecen a cada conjunto [...] lo que es la función en sí, relaciónalo con lo que es la máquina.

Esta intervención apunta a comprender la función de una forma generalizada en el sentido de su estructura, lo que da cuenta de otra forma de comprender la función por parte de Arturo (su KoT) y las concepciones que selecciona para enseñar a sus estudiantes.

CONCLUSIONES

En este caso, la analogía utilizada se conecta con las experiencias previas de los estudiantes y permite dar sentido a los elementos que definen la función: dominio, recorrido, pre imagen, imagen, vinculados con elementos de un dominio base conocido (Duit, 1991).

La relación entre KoT y KMT se evidencia en la selección y uso de esta comparación junto con las representaciones que ella permite introducir. Ello da cuenta de la estrategia que usa Arturo para hacer comprensible el concepto de función en relación a su conocimiento matemático del tema.

La potencialidad de la analogía seleccionada se apreciará en cuanto ella permita superar las dificultades de los estudiantes en la comprensión de un concepto y asignar un sentido al mismo, sin embargo, ella puede limitar la comprensión del mismo solo al sentido que ella destaca. La relación entre función y máquina puede permitir a los estudiantes identificar la función en otras áreas de la matemática y en otras áreas del conocimiento.

AGRADECIMIENTOS
Beca de Doctorado año 2015 Conicyt (21151243); Beca Complementaria año 2016 Conicyt (R.E.: 5152/2016)

Referencias

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407.

Bardin, L. (1996). El análisis de contenido. Madrid: Akal Ediciones.

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, Research in Mathematics Education, DOI: 10.1080/14794802.2018.1479981

Curtis, R., & Reigeluth, C. (1984). The use of analogies in written text. Instructional Science, 13(2), 99–117.

Duit, R., (1991). On the role of analogies and metaphors in learning science. Science education, 75(6), 649–672.

Flores, E., Escudero, D., & Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. Investigación en Educación Matemática XVII (págs. 275–282). Bilbao: SEIEM.

Oliva, J. Mª. (2008). Qué conocimientos profesionales deberíamos tener los profesores de ciencias sobre el uso de analogías. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 5(1), 15-28

Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). Developing primary mathematics teaching: reflecting on practice with the knowledge quarter. London: Sage.

Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. American Educational Research Association, 15(2), 4–14

Stake, R. E. (2007). Investigación con estudio de casos. Madrid: Morata.

Treagust, D., Duit, R., Joslin, P. & Lindauer, I. (1992) Science teachers' use of analogies: observations from classroom practice, International Journal of Science Education, 14(4), 413–422, DOI: 10.1080/0950069920140404

CB 017

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA MODULAR PARA EL PRIMER SEMESTRE DE LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Estefania Dörner, Gonzalo Espinoza-Vásquez.
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

estefania.dorner@gmail.com, gonzalo.espinoza.v@gmail.com

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

El presente artículo describe la experiencia de un equipo de formadores de profesores en un proyecto de reorganización de las asignaturas de matemáticas de primer semestre de la carrera de pedagogía y licenciatura en matemática de una universidad chilena para aportar al proceso de inserción de estudiantes de primer año a la universidad. La experiencia involucra un cambio en el trabajo con los estudiantes así como una reorganización de contenidos, reformulación de evaluaciones, consideraciones para definir los integrantes del equipo docente, entre otros aspectos. Se describe tanto la estructura como los resultados del proyecto desde indicadores de retención, aprobación y percepción de los propios estudiantes, así como las complejidades, fortalezas y proyecciones en el proceso de construcción y mejora del proyecto.

Palabras claves: Formación inicial de profesores, profesores de matemáticas, diseño de cursos, primer año.

CONTEXTO

Desde un punto de vista global, la calidad de los profesores tiene un impacto directo en el desarrollo social y económico de un país (Bruns & Luke, 2014), entre otras implicancias. Debido a esto, las exigencias hacia los profesores son grandes y la formación inicial se ha puesto bajo la lupa. La beca "Vocación de profesor", la prueba INICIA, la acreditación obligatoria de las carreras de pedagogía por parte de la Comisión Nacional de Acreditación (CNA) entre otras, evidencian la preocupación del Estado de Chile en esta materia.

Ahora bien, observando pruebas internacionales como la prueba PISA, se pone de manifiesto la relevancia de las instituciones de educación superior que forman profesionales de la educación, pues la formación docente sería un factor contribuyente a estos resultados (obtenidos por parte de estudiantes en dicha prueba) y requeriría, por tanto, de seria revisión (Ávalos, 2014). No hay duda, entonces, sobre la relevancia de la formación docente en el desarrollo de las sociedades, ni del impacto de la calidad de los profesores en el aprendizaje de sus estudiantes. Así, resulta relevante trabajar en la formación profesional de los futuros docentes, pues abre un campo de estudio poco desarrollado hasta el momento, particularmente, el primer año (Silva, 2011).

Por otro lado, el ingreso de los estudiantes a carreras pedagogía involucra grandes desafíos respecto a la adaptación y generación de hábitos de estudio en pro de sus resultados académicos, pues, considerando los bajos índices de aprobación y retención de los estudiantes de primer año surge la necesidad de repensar la forma, y más tarde el fondo, en que se presentan, organizan y evalúan los cursos(Silva, 2011), en nuetro caso, de primer semestre en la carrera de Pedagogía y Licenciatura en Matemática, como un intento de combinar las exigencias insitucionales así como los desafíos nacionales referentes a la formación inicial docente.

En este trabajo se pretende mostrar cómo se ha diseñado e implementado una redefinición del primer semestre de la formación inicial de los profesores de matemática de una Universidad Chilena. Asimismo, se espera evidenciar cuáles son las principales fortalezas y dificultades que este diseño e implementación ha conllevado, junto a los resultados que los estudiantes han obtenido en términos del desarrollo de competencias profesionales que se han trazado para su formación.

DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

El proyecto se inicia el año 2013 como una propuesta que busca contribuir a la adaptación y logros de aprendizajes de los estudiantes de primer año de las carreras de pedagogía y licenciatura en matemática. La propuesta se basa en la redefinición del primer semestre en términos disciplinares, pedagógicos y administrativos. Una reorganización de los contenidos matemáticos, la planificación, la evaluación y monitoreo del curso, junto con el establecimiento de presupuestos y reuniones de trabajo por parte del equipo, son los componentes basales de la propuesta.

Aspectos Disciplinares

En primer lugar, el proyecto tiene como objetivo mostrar la Matemática desde una perspectiva global y no de forma balcanizada, a fin de que los profesores en formación logren competencias disciplinares desde esta integración. Como primera acción, se reorganizan los contenidos de las asignaturas de Álgebra I, Cálculo I y Geometría I, junto a sus respectivos talleres de profundización, en un solo curso denominado extraoficialmente como Pre-cálculo, el cual se desarrolla durante el semestre en 4 módulos de 4 semanas cada uno. Dichos módulos están centrados en los objetivos generales de cada asignatura y se especifican como objetivos semanales.

Inicialmente, la planificación utiliza el concepto de función para secuenciar los temas de las asignaturas de Cálculo y Álgebra. Aspectos administrativos, referentes a la inscripción y aprobación de asignaturas diferenciadas y la incorporación de la asignatura de Geometría al primer semestre llevan a configurar la organización modular de la siguiente manera.

El módulo I, como primera parte de Cálculo I, contempla los temas de números reales, ecuaciones, inecuaciones, valor absoluto, funciones, logaritmos, exponencial y raíz cuadrada. El módulo II, correspondiente a Geometría, incluye los temas de trigonometría, geometría analítica y geometría vectorial. El módulo III, para Álgebra, comprende los temas de números naturales, números complejos, polinomios, sistemas de ecuaciones y matrices. El modulo IV, para la segunda parte de Cálculo, incluye los temas de límite de sucesiones, límite de funciones, continuidad y derivada.

Tras cinco años de ejecución, surge como una petición por parte de los estudiantes la necesidad de tener un acercamiento a la actividad docente desde el primer semestre de la carrera. Frente a esto se diseña un espacio que incorpora el análisis de objetos matemáticos como objetos de enseñanza, sus oportunidades de enseñanza y aprendizaje y el incentivo a la reflexión, como introducción a la labor docente llamado "Introducción a la Educación Matemática" (IEM).

Como segunda acción, la planificación de cada semana es construida por el grupo de profesores considerando los objetivos y habilidades que se desea desarrollar en los estudiantes, además de una estructura coherente de los temas, permitiendo una visión general y, a la vez, profunda del tema de estudio. La planificación es discutida semanalmente e implica un alto nivel de coordinación entre los profesores del proyecto pues, como se observa en la Tabla 1, cada profesor debe continuar con la temática que el profesor del bloque horario anterior ha trabajado.
De la Tabla 1 se observa la carga horaria del estudiante, equivalente a todas sus asignaturas del semestre, pero distribuida entre cátedras y talleres, sin hacer identificar el curso o profesor que lo imparte. La ventaja de esta modalidad es que cualquier profesor involucrado en el proyecto está capacitado para asumir en cualquier horario la sesión que corresponda pues conoce, de antemano, el objetivo, actividad y contenido a trabajar en cada sesión.

Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
8.15 - 9.45	TIC	TIC	TIC	TIC	TIC
10.05 - 11.35	Cátedra Profesor 1	Cátedra Profesor 2	Cátedra Profesor 3	Cátedra Profesor 2	Cátedra Profesor 1
11.45 - 13.15	Cátedra Profesor 2	Horario protegido	Cátedra Profesor 1	Horario protegido	Cátedra Profesor 3
14.00 - 15.30	Taller Profesor 3	IEM Profesor 4	Taller Profesor 3	IEM Profesor 4	
15.40 - 17.10	Coordinación	Taller Profesor 4		Taller Profesor 4	

Tabla 1: Distribución de las sesiones clases y taller de cada grupo

Evaluación y calificación de los aprendizajes

Teniendo en cuenta la necesidad de generar hábitos de estudio y el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico, expresión oral y argumentación, fundamentales para el desempeño docente, se organizan instancias que permitan monitorear la adquisición conceptual y procedimental de los temas. El proyecto considera el desarrollo de evaluaciones diagnósticas para identificar el nivel de logro en capacidades asociadas a los contenidos escolares, pruebas parciales, evaluaciones orales donde dan cuenta de sus aprendizajes desde exposiciones grupales y certámenes globales para evidenciar el desarrollo de las competencias matemáticas.

Las evaluaciones parciales se realizan con frecuencia de dos veces por semana. Cada control comprende los objetivos y contenidos trabajados los dos días anteriores a su aplicación manteniendo un monitoreo constante de los aprendizajes de los estudiantes semana a semana.

Por otro lado, los estudiantes disponen de, al menos, dos semanas para preparar un conjunto de 30 problemas no triviales asociados a los contenidos y objetivos del módulo en curso. La preparación de esta exposición involucra

la formación de equipos para trabajar colaborativamente. La exposición de la resolución busca posicionarlos como futuros profesores frente a sus compañeros y desarrollar habilidades de expresión oral y escrita en la comunicación de ideas matemáticas.

Finalmente, la prueba de síntesis de cada módulo consta de dos partes: la primera apunta a medir las habilidades básicas como identificar, calcular, definir, comparar y aplicar los contenidos del módulo en curso; la segunda parte, evalúa habilidades de orden superior como la capacidad de demostrar, analizar y sintetizar en términos de los objetivos y contenidos del módulo y anteriores.

Para continuar con el monitoreo de aprendizajes, se ha destinado un espacio para tutorías que buscan apoyar a los estudiantes con más bajos rendimientos en los controles. De este modo, se acompaña al estudiante en su desarrollo profesional para que forme una disciplina en su trabajo personal, instancia fundamental para la retención y adaptación a la vida universitaria (Silva, 2011).

Aspectos Administrativos y características de los docentes formadores

Inicialmente, el proyecto se reciben fondos de la organización central de la Universidad para costear materiales y algunas reuniones de coordinación. Posteriormente, la dirección de la carrera asume parte del financiamiento.

La coordinación del proyecto estuvo a cargo del Jefe de Docencia de Matemáticas, quien organizaba las actividades de planificación, confección de materiales (actividades, recursos virtuales, guías, talleres, controles, pruebas de cátedra, etc.) y reuniones de coordinación técnico-pedagógica para el desarrollo del sistema modular. En los siguientes periodos de implementación, esta coordinación fue asumida por otros miembros del equipo.

Los integrantes del proyecto son 8 docentes, todos ellos con grado de Magister en Matemáticas o en proceso de graduación. De ellos, 7 son profesores de matemáticas de enseñanza media y licenciados en Educación, tres se encuentran activos en establecimientos de educación media. También hay un Doctor en Matemáticas y un Doctorando en Didáctica de la Matemática.

La importancia de estos perfiles como parte del proyecto se basa en que los estudiantes recién ingresados a la Universidad necesitan un acompañamiento especial que les permita la transición entre las dos realidades, colegio-universidad, tanto a nivel social como económico y académico, siendo un aspecto clave para la permanencia de los estudiantes en la Universidad.

Productos del proyecto

Luego de 6 implementaciones, se ha podido generar una planificación clase a clase de todo el semestre, organizada en módulos temáticos, cada uno con objetivos definidos en concordancia con las asignaturas que contempla el primer semestre tradicional.

Se dispone de una plataforma virtual proporcionada por la Universidad a la que tienen acceso todos los estudiantes y profesores involucrados. Esta plataforma actúa como un medio de comunicación y banco de información con talleres de aplicación focalizados, archivos de evaluaciones parciales y de final de módulo con sus pautas de desarrollo, desafíos, problemas y material de apoyo para el trabajo personal del estudiante.

Resultados

Desde el 2014 hemos podido constatar un aumento en las tasas de retención, así como una mejora en los porcentajes de aprobación. Ambas variaciones se pueden observar en las tablas siguientes.

Promoción	Total ingresados	Matriculados	No Matriculados	Tasa Retención	Tasa de no matriculados
2018	82	82	0	100%	0%
2017	88	57	31	64.7%	35.2%
2016	80	36	44	45%	55%
2015	93	52	41	55.9%	44%
2014	77	37	40	48%	51.9%

Tabla 2: Tasa de retención de estudiantes de primer año

En la Tabla 2 podemos observar una alza en la retención, sobretodo, en el año 2017 respecto de los años anteriores, considerando que este fue el único en que el programa se pudo llevar a cabo completo y sin interrupciones asociadas a paros estudiantiles.

	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Cálculo 1	40	75	63	55	37	68
Álgebra 1	60	76	62	70	48	69

Tabla 3: Porcentaje de aprobación en asignaturas de primer semestre

Del mismo modo, en la Tabla 3, podemos observar que la evolución de las tasas de aprobación en las asignaturas de primer semestre han presentado alzas y bajas. Las causas aún no han sido establecidas. Sospechamos que las paralizaciones prolongadas de las clases impactan negativamente en estos resultados.

COMENTARIOS FINALES

La implementación del proyecto requiere un trabajo que quizás no se dimensiona en estas páginas, sobre todo en la articulación entre los profesores. Consideramos que la organización de contenidos ha buscando promover el desarrollo de las habilidades declaradas para primer año y en la organización del programa de la carrera, sin embargo estamos siempre dispuestos a nuevas opciones para seguir perfeccionando la organización y dinámica de trabajo. El monitoreo constante de los avances mediante las evaluaciones o en tutorías, demanda que los profesores se involucren activamente en la formación de los estudiantes, requiriendo más tiempo que el puramente destinado a las preparación de las clases y materiales.

Para enfrentar las deficiencias en los logros académicos de los estudiantes ha sido clave el acompañamiento pormenorizado, se proyecta la realización de nivelaciones de contenidos básicos escolares en periodos extra programáticos, así como mantener el acompañamiento en tutorías y a través de foros y chats en aula virtual.
Asimismo, se ha avanzado en la incorporación de metodologías activas de clases como clases invertidas y el uso de plataformas como Kahoot, evidenciando gran interés y un mayor compromiso de los estudiantes en la construcción de sus aprendizajes en comparación a las clases tradicionales.

Referencias

Agencia de la Calidad de la Educación (2015). Estudios sobre la formación inicial docente (FID) en Chile. Recuperado de http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/uploads/2016/02/Formacion_inicial_docente_en_Chile.pdf

Ávalos, B. (2014). La formación inicial docente en Chile: tensiones entre políticas de apoyo y control. Estudios Pedagógicos, XL, 11-28.

Bruns, B., & Luque, J. (2014). Docentes excelentes: Cómo mejorar el aprendizaje en América Latina y el Caribe, resumen. Washington, DC: Banco Mundial.

Silva, M. (2011). El primer año universitario: Un tramo crítico para el éxito académico. Perfiles educativos, 33, 102-114.

CB 018

TAREAS SOBRE TABLAS ESTADÍSTICAS EN LOS TEXTOS ESCOLARES DE ENSEÑANZA BÁSICA EN CHILE

Pallauta, J. D., Gea, M. M., Batanero, C., y Venegas, A.
Universidad de Granada

jocelyndiaz@correo.ugr.es, mmgea@ugr.es, batanero@ugr.es, aavguerrero@correo.ugr.es

Análisis de libros de textos, Básica

RESUMEN

La tabla es un contenido matemático fundamental en estadística y probabilidad que facilita la organización y comunicación de información sobre una situación de estudio. En este trabajo se presentan resultados del análisis de la actividad matemática que se plantea al estudiante en torno a la tabla estadística, en una muestra de doce textos escolares de matemáticas en los niveles de 5º a 8º de Enseñanza Básica. En los resultados encontramos escasez de ejemplos y ejercicios resueltos, predominancia del tipo de tabla de frecuencias y mínima alusión a la tecnología en los textos analizados.

Palabras clave: Tabla estadística, Educación Básica, textos escolares.

INTRODUCCIÓN

La habilidad en la lectura crítica de datos es una necesidad en el mundo actual, donde aparecen a diario tablas y gráficos para transmitir información en diferentes medios como es la prensa o Internet, entre otros. Resulta de importancia entonces una adecuada formación en estadística, que proporcione a las personas herramientas para comprender e interpretar la información recibida y tomar mejores decisiones (Arteaga, Batanero, Cañadas, y Contreras, 2011; Batanero, 2001).

El currículum escolar de distintos países ha incorporado el estudio de la estadística y la probabilidad desde temprana edad (e.g., EE.UU., España, Chile), dando muestra de su importancia en la formación de los ciudadanos. En estos lineamientos curriculares se destaca la necesidad de que los estudiantes desarrollen habilidades en la representación e interpretación de datos, en variados contextos esenciales para la comprensión del mundo actual.
En los lineamientos curriculares chilenos, la enseñanza de la estadística y probabilidad comienza en la Educación Básica, y de manera específica la tabla estadística aparece a partir de 1º Básico, como medio de registro de datos propios del entorno cercano del estudiante, siendo en 5º curso donde se incorpora el concepto de frecuencia absoluta y tabla de doble entrada. En 7º curso se presenta la tabla estadística con distintos tipos de frecuencias (absolutas, relativas, etc.), lo que servirá, en 8º curso, para profundizar en el estudio de las medidas de posición (MINEDUC, 2012; 2015).

En este trabajo se analiza la actividad matemática que se plantea al estudiante en torno a la tabla estadística en textos escolares de matemáticas de 5º a 8º de Enseñanza Básica, centrando la atención en estos cursos por ser donde se estudia en profundidad este objeto matemático. Presentamos un avance de resultados, según la tarea que se plantea, el tipo de tabla que se propone, así como el uso que se hace de la tecnología en los textos analizados. Se trata de un trabajo de investigación más amplio, en el que se analiza, además de las anteriores variables, el tipo de actividad que se pide al estudiante (construir, leer, calcular, etc.), el nivel de complejidad de la misma, el contexto en que se plantea, y los conflictos que evidenciados en las situaciones-problema planteadas.

FUNDAMENTACIÓN

Marco teórico

Nos basamos en el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS), desarrollado por Godino y cols. (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007), que concibe la actividad matemática como un conjunto de prácticas (operativas y discursivas) que provocan el surgimiento del significado de un objeto matemático.

Para analizar el significado de un objeto matemático, el EOS plantea un enfoque sistémico del mismo, considerando aquellos objetos, de distinta naturaleza, que intervienen en su construcción, como es el lenguaje, propiedades, procedimientos, otros conceptos, argumentos y las distintas situaciones-problema que le dotan de sentido. Este trabajo está centrado en las situaciones-problema planteadas en textos escolares, que también ha sido objeto de estudio en trabajos sobre otras temáticas con el mismo marco teórico (Gea, 2014; Ortiz, 2014).
Partiendo de la dualidad personal e institucional que establece el EOS en el análisis del significado de un objeto matemático, abordamos el estudio del significado institucional pretendido (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007) de la tabla estadística, ya que nos remitimos a los textos escolares, y se corresponde al significado restringido propuesto a los estudiantes.

Antecedentes

La interpretación de información de gráficos y tablas, es fundamental en la alfabetización estadística (Gal, 2002), lo que deriva en que la tabla estadística se convierta en un contenido importante en la formación del estudiante, como

medio para representar y comunicar información, especialmente en el plano de las ciencias (Feinberg y Wainer, 2012), aunque recibe poca atención desde la investigación educativa.

Diversos investigadores reclaman una mejora en su enseñanza pues, para su construcción e interpretación, se toman decisiones sobre la elección de las filas y columnas o el tipo de número que se represente, entre otros factores, lo que constituyen un soporte fundamental en la resolución de diversidad de tareas como representar información, lectura e interpretación, traducción entre representaciones, etc. (Koschat, 2005). Estrella (2014) añade que, en su enseñanza, se enfatiza más la técnica (pautas rutinarias) que su comprensión, y se suele centrar la atención en las características que debe poseer un gráfico más que en los aspectos fundamentales para la construcción de una tabla.

Batanero (2000) advierte dificultades y errores previsibles de los estudiantes al construir o leer tablas estadísticas, en concreto, para datos agrupados en intervalos, donde los estudiantes repetidamente ignoran que tanto en la construcción como en su uso para calcular estadísticos a partir de ellas (e. g. la media), cada uno de estos intervalos puede considerar la misma o distinta amplitud; así como la diversidad de frecuencias que podemos interpretar desde una misma celda en una tabla de doble entrada (frecuencia doble, condicional, o marginal), y las relaciones entre ellas.

MÉTODO

La investigación que desarrollamos es de tipo descriptiva, en la que se emplea un análisis de contenido en una muestra de textos escolares siguiendo etapas de modo sistemático (Mayring, 2000), que permiten obtener categorías de análisis de manera cíclica e inductiva.

La muestra está constituida por doce textos escolares, publicados el año 2017, dirigidos a estudiantes de 5º a 8º curso de Educación Básica de Chile, que atienden al marco curricular vigente (MINEDUC, 2012; 2015). Por cada nivel educativo se analizó tres textos: el texto del estudiante, el cuaderno de ejercicios, y la guía didáctica para el docente. Cabe señalar, que los textos que componen la muestra son distribuidos de forma gratuita a los estudiantes del sistema público y particular subvencionado.

RESULTADOS

Tipo de tarea

Nos interesamos por el tipo de tarea que se plantea al estudiante en los textos analizados, utilizando la categorización propuesta en investigaciones sobre otras temáticas (Gea, 2014; Ortiz, 2014) en la que se distingue entre ejemplos y ejercicios, considerando los ejercicios como una situación-problema, que bien puede encontrarse resuelta o planteada para que el estudiante la resuelva. Un ejemplo muestra el significado de conceptos introducidos de manera teórica.

En la Tabla 1 se presenta la distribución de tareas, por nivel de enseñanza, donde observamos la poca presencia de ejemplos o ejercicios resueltos en los textos analizados, alcanzando sólo un 7,3% del total. En todos los niveles, el tipo de tarea se concentra en ejercicios a resolver por el estudiante.

	5º EB	6º EB	7º EB	8º EB	Total
Ejemplo	3(2)	4(3,5)	18(4)	7(2,5)	32(3,2)
Ejercicio Propuesto	138(92,6)	103(91,2)	421(92,7)	258(93,1)	920(92,6)

Ejercicio Resuelto	8(5,4)	6(5,3)	15(3,3)	12(4,3)	41(4,1)
Total	149	113	454	277	993

Tabla 1. Frecuencia (y porcentaje) de tipos de tarea, según nivel educativo

Tipo de tabla

La clasificación del tipo de tabla se realiza atendiendo a su complejidad, en cuanto a si tan sólo se plantea como registro de listado de datos o bien, viene acompañada de frecuencias, el tipo de frecuencia que se plantea y si se incluye más de una variable en la misma.

Tabla de datos (o listado) de una o más variables estadísticas. Este tipo de tabla se utiliza para registrar datos de modo estructurado (filas y columnas), sin contemplar frecuencias. No se incluye el caso de datos brutos que se organizan en modo cuadrangular.

Tabla de frecuencias absolutas de una variable estadística. En este tipo de tabla solo se representa la distribución de una variable mediante frecuencias absolutas.

Tabla de frecuencias absolutas, relativas, etc. de una variable estadística. Se distingue de la tabla anterior pues, en ella se añaden columnas (o filas) para registrar otros tipos de frecuencias, no sólo la absoluta. Este tipo de tabla facilita el desarrollo de otros conceptos (e.g., las medidas de posición).

Tabla de doble entrada o tabla bidimensional. Este tipo de tabla se estructura en filas y columnas según la distribución de dos variables estadísticas unidimensionales (X e Y) cuyas categorías se cruzan en las celdas de la tabla.

Como resultado, observamos (Tabla 2) la predominancia de tablas de frecuencias (67,7%), seguido de las tablas de datos (19,2%), siendo las tablas de doble entrada (13,1%) las que menos se plantean en la actividad al alumnado. A partir de 6º curso, aparecen las tablas estadísticas que involucran otras frecuencias, además de las absolutas, de allí que en este nivel se aprecien en menor cantidad (15,9%).

	5º EB	6º EB	7º EB	8º EB	Total
Tabla de datos	27(18,1)	9(8)	65(14,3)	90(32,5)	191(19,2)
Tabla de frecuencias Absolutas	81(54,4)	65(57,5)	129(28,4)	93(33,6)	368(37,1)
Tabla de frecuencias Absoluta, relativa,etc.		18(15,9)	220(48,5)	66(23,8)	304(30,6)
Tabla de doble entrada	41(27,5)	21(18,6)	40(8,8)	28(10,1)	130(13,1)
Total	149	113	454	277	993

Tabla 2. Frecuencia (y porcentaje) del tipo de tabla, según nivel educativo

Uso de la tecnología

En la literatura de investigación se ha destacado la importancia de proponer al estudiante situaciones que involucran el uso de tecnología para promover el aprendizaje de la estadística, entre ellos, Excel, calculadoras, applets, software dinámico y estadístico. Asimismo, la utilización de tecnología en la enseñanza de la matemática es una recomendación fundamental en el currículo chileno.

En nuestro estudio encontramos que la presencia de la tecnología en la actividad planteada al estudiante, a propósito del uso de la tabla estadística, es escasa y mayoritariamente se propone el uso de Excel entre el 1% y 3% de tareas, situación que se desmarca de las recomendaciones realizadas por el currículo chileno. En 8º curso se plantea el uso de Geogebra en un 8,7% de tareas.

CONCLUSIONES

Este trabajo aporta resultados respecto a la actividad matemática planteada al estudiante en torno al estudio de las tablas estadísticas en textos educativos chilenos, por medio de la caracterización de la demanda cognitiva requerida, así como el tipo de tabla estadística propuesta o el uso de la tecnología.
Se presenta una abundancia de tablas de frecuencias, donde se identifica un nivel gradual de complejidad en su enseñanza pues, en los niveles superiores de Enseñanza Básica, pudimos observar que se incorporan más de un tipo de frecuencias como es la relativas o acumulada. Este tipo de tablas promueven la comprensión de otros conceptos estadísticos, como la probabilidad o las medidas de posición. Destacamos la escasa presencia de tablas de doble entrada en los textos analizados, a pesar de que investigaciones alertan de la dificultad de su comprensión para los estudiantes (Gea, 2014).

En relación al uso de la tecnología, los textos escolares no adaptan los lineamientos curriculares, donde se indica que: “las bases de la asignatura promueven el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) fundamentalmente como un apoyo para la comprensión del conocimiento matemático, […] para organizar la información y comunicar resultados” (MINEDUC, 2015, p.95). Hoy en día, existe una gran variedad de recursos tecnológicos, que pueden facilitar la realización de cálculos y gráficos (Pratt, Davies y Connor, 2011) siendo una ventajosa herramienta para la transnumeración (Wild y Pfannkuch, 1999) pues, potencia el análisis de los datos y responde a problemas que involucran el tránsito en diferentes tipos de representaciones.

Agradecimientos
Proyecto EDU2016-74848-P (AEI, FEDER), Beca CONICYT PFCHA 77170121 y Grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias

Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. Números 76, 55-67.

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 25, 41-58.

Batanero, C. (2001). Didáctica de la estadística. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. España.

Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. Revista Actualidades Investigativas en Educación, 14(2), 1-23.

Feinberg, R., y Wainer, H. (2012) Extracting sunbeams from cucumbers. Journal of Computational and Graphical Statistics, 20(4), 793-810.

Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. International statistical review, 70(1), 1-25.

Gea, M. M. (2014). La correlación y regresión en bachillerato: Análisis de libros de texto y del conocimiento de los futuros profesores (Tesis doctoral). Universidad de Granada.

Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherches en Didactique des Mathématiques, 14(3), 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.

Koschat, M. (2005). A case for simple tables. The American Statistician, 59(1), 31-40.

Mayring, P. (2000). Qualitative content analysis. Forum qualitative social research, 1(2).

MINEDUC (2012). Matemática Educación Básica. Bases curriculares. Santiago: Autor.

MINEDUC (2015). Bases curriculares 7º básico a 2° medio. Santiago, Chile: Autor.

Ortiz, J. J. (2014). Estudio de las situaciones problemas de probabilidad en libros de texto de bachillerato. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVIII (pp. 503-511). Salamanca: SEIEM.

Pratt, D., Davies, N., y Connor, D. (2011). The role of technology in teaching and learning statistics. En Batanero, C., Burrill, G., y Reading, C. (Ed.). Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education (pp. 97-107). New York: Springer.

Wild, C., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. International Statistical Review, 67(3), 223-248.

CB 019

TAREAS MATEMÁTICAS ESCOLARES SOBRE DIVISIÓN DE FRACCIONES PROPUESTAS POR FUTUROS PROFESORES

Macarena Valenzuela Molina, Elisabeth Ramos Rodríguez
Universidad Alberto Hurtado, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

mvalenzuelamolina@gmail.com, elisabeth.ramos@pucv.cl
Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

El estudio de las tareas matemáticas escolares que se proponen en el diseño de una clase de matemática por estudiantes de educación primaria, son analizadas cualitativamente desde el MTSK y desde su coherencia con el propósito de la clase. Este análisis nos permite evidenciar el conocimiento que ponen en juego estos futuros profesores y a la vez, enfrentarnos a nuevos desafíos para mejorar la formación inicial docente.

Palabras clave: Tareas matemáticas escolares, división de fracciones, formación inicial docente.

INTRODUCCIÓN

Nuestro interés por estudiar la formación inicial de profesores de educación primaria que hacen matemática, recae en la relevancia que esta ha tenido tanto a nivel internacional en los diversos Handbook de Educación (Lester, 2007; Tirosh y Wood, 2008), y a las evaluaciones internacionales como TEDS-M (Estudio internacional sobre formación inicial en matemáticas de los maestros) que manifiestan la importancia de estudiar la matemática y su didáctica (Sanz y Martín, 2014).

A nivel nacional Varas et al. (2018), pone de manifiesto la insuficiencia en el tiempo de dedicación en la formación para la enseñanza de las matemáticas y las debilidades en la preparación de la enseñanza elemental de la matemática. Otros estudios (Blömeke, Suhl y Kaiser, 2011; Valenzuela y Ramos, 2018) expresan las deficiencias en el conocimiento matemático y didáctico matemático de futuros profesores en Chile.

DESARROLLO

Antecedentes

En la formación inicial de profesores, un aspecto relevante que evidencia el conocimiento matemático y didáctico que ponen de manifiesto, es el diseño de clases, secuencias y unidades didácticas, competencia que está poco desarrollada en los programas de formación docente (Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2008). Este problema no es trivial, ya que promueve el desarrollo de capacidades de interpretación y organización del conocimiento de las matemáticas escolares.

Frente a esta debilidad en la preparación de la enseñanza de la matemática en la formación inicial docente, se nos hace imprescindible estudiar la forma en que los futuros docentes van desarrollando este conocimiento del contenido matemático y didáctico matemático durante su formación, el cual les debe permitir ir potenciando la toma de decisiones respecto del diseño y selección de tareas. Esto conlleva un conocimiento global, que le permite calcular tiempos, desarrollar estrategias, incorporar los estilos de aprendizaje de sus alumnos, considerar los errores y dificultades que pueden presentar en diferentes contenidos y hasta resolver imprevistos durante sus clases.
A partir de esas problemáticas presentes en nuestro contexto educativo, nos hemos planteado como objetivo de investigación: identificar y describir el conocimiento especializado de las matemáticas de futuros profesores de primaria , durante el diseño de tareas matemáticas escolares. Esto nos permitirá reconocer elementos relevantes y significativos para considerar en la formación docente.

Marco de referencia

A partir del objetivo de este estudio, nuestros referentes teóricos son el Modelo de Conocimiento Especializado de la Matemáticas (MTSK siglas en inglés) y la definición de Tareas Matemáticas Escolares. El MTSK nos permite estudiar el conocimiento especializado del profesor que enseña matemática.

Figura 1: Modelo del MTSK

Las tareas matemáticas escolares (TME), son entendidas como aquellas propuestas del profesor a las cuales el estudiante responde con una acción (Moreno & Ramírez-Uclés, 2016), para lograr los aprendizajes pretendidos. A partir de esta definición, el conocimiento del profesor es fundamental a la hora de seleccionar o diseñar las tareas apropiadas de acuerdo al contexto y a los factores que interfieren en su desarrollo.

Por otro lado, desde la formulación y coherencia entre la tarea matemática escolar propuesta y el propósito que se pretende alcanzar, hablaremos que una tarea tiene o no tiene coherencia dependiendo del grado en que el propósito se hace presente al analizar la tarea (Flores, Gómez y Marín, 2013).

Metodología

Desde el paradigma cualitativo-interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010) hemos estudiado las producciones de un grupo de tres estudiantes, quienes están en el séptimo semestre de formación inicial docente, grupo seleccionado de acuerdo a las posibilidades de trabajar con ellos en un curso de formación impartida por la investigadora principal de este estudio. Hemos observando las tareas matemáticas escolares que plantean en el diseño y rediseño de una clase para estudiantes de 7° año de educación primaria (entre 12 y 13 años aproximadamente) sobre división de fracciones. Los datos fueron estudiados a partir del análisis de contenido (Fick, 2004), considerando las categorías de análisis del MTSK y la coherencia entre la tarea propuesta y el propósito de la clase. Para esta comunicación, mostramos el análisis de una propuesta de TME, en las cual se trabaja el Objetivo de Aprendizaje de acuerdo a los programas de estudio (MINEDUC, 2014), el cual corresponde al OA 2 de 7° año de enseñanza primaria: Explicar la multiplicación y división de fracciones positivas, utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.

Resultados

En el diseño de la clase, el grupo de futuros docentes plantean una situación didáctica y les piden a los estudiantes que den una hipótesis de su solución. La situación que se propone se enuncia en la tabla 1, junto con el propósito de la clase.

Situación	Propósito de la clase
Pablo tiene 3/4 de frambuesas para rellenar panqueques. Él sabe que cada panqueque necesita 3/2 de las frambuesas que tiene ¿Cuántos panqueques logra rellenar con las frambuesas?	Comprender la división de fracciones por medio del inverso multiplicativo, de manera pictórica y simbólica, mediante la resolución de problemas cotidianos.

Tabla 1: Situación problema presentada en la planificación de las alumnas

Se puede identificar la falta de coherencia entre la tarea y el propósito de la clase, ya que si sólo consideramos el contenido propuesto división de fracciones, los futuros docentes no proponen una división de fracciones, sino más bien proponen una situación en la cual se expresa el significado de operador de la fracción. Hay que determinar 3/2 de 3/4, es decir, obtener una fracción de otra fracción, cálculo que se logra multiplicando ambas fracciones.

Desde el análisis del MTSK, podríamos mencionar que no es posible evidenciar una tarea coherente de la división de fracciones, lo que decae en una manifestación deficitaria del KMT, sobre estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza de un contenido matemático, ya que la tarea propuesta para la enseñanza no es coherente al contenido que se pretende desarrollar.

Luego, en la planificación se plantea entregar una hoja blanca para que los alumnos escriban sus desarrollos y compartan con sus compañeros sus respuestas. Una vez que los estudiantes comunican sus soluciones de la situación

problema, los futuros docentes pretenden preguntar ¿cuáles son las variables que se ponen en juego? Terminando con la explicación que se muestra en la figura 1.

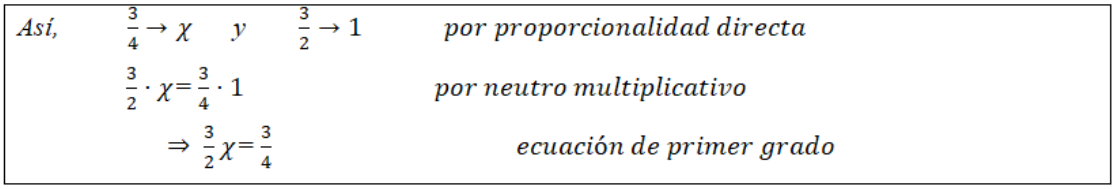


Figura 1: Explicación de resolución de situación problema por medio de una ecuación

Un primer análisis de la propuesta de tareas nos lleva a identificar el conocimiento especializado del profesor como muestra la (figura 1).

Categoría MTSK	Argumentos
Manifiesta un KoT sobre procedimientos matemáticos y representaciones, del subdominio MK	Muestra paso por paso un procedimiento matemático para formular una ecuación de 1° grado, en la cual identifica que si el divisor 3/2 se multiplica por un x, se obtiene el dividendo, de la cual desprende el inverso multiplicativo. También manifiesta conocimiento sobre la representación simbólica de una ecuación.
Manifiesta un KSM sobre conexiones de contenidos transversales, del subdominio MK	Relaciona la división de fracciones con una ecuación, de tal manera de fundamentar el inverso multiplicativo en la división de fracciones.
Manifiesta un KMLS sobre lenguaje matemático del subdominio PCK	Utiliza elementos del lenguaje matemático como el símbolo de implicancia, sin embargo no es usado adecuadamente. Utiliza el símbolo de igualdad en la ecuación.

Tabla 2: Análisis de la tarea 2 a partir del MTSK

Avances

Al analizar la TME desde el conocimiento especializado del grupo de futuros profesores que se forma en la enseñanza de las matemáticas, se pueden desprender las siguientes conclusiones:

Conocimiento. El conocimiento manifestado por el grupo de futuros docentes contiene elementos del MK tales como KoT sobre procedimientos y representaciones; presenta KSM sobre conexiones de transversalidad entre la ecuación de 1° grado, la división de fracciones y el inverso multiplicativo; y se observan elementos del KPM como KMLS sobre lenguaje matemático en el uso de ciertos símbolos, que, sin embargo, no son bien utilizados.
Coherencia. Hay una falta de coherencia entre la situación problemática presentada como la tarea principal de la clase, ya que el contenido que se pretende trabajar y el propósito de clase no tienen relación. Esto muestra falta de conocimiento del KMT sobre estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza de un contenido matemático, en este caso división de fracciones.

CONCLUSIONES

A partir de los análisis podemos concluir que la tarea propuesta por los futuros profesores no permiten trabajar el objeto en estudio, en este caso, la división de fracciones, pues no hay coherencia entre el propósito de la clase y la situación problema planteada.

De acuerdo con lo planteado por Rico et al. (2008), es relevante el desarrollo de las competencias de diseño y planificación de clases, sin embargo es un aspecto poco desarrollado en la formación inicial docente, evidenciando con esto la falta conocimiento que le permita organizar y seleccionar el contenido y tareas escolares para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Esto nos lleva a cuestionarnos cómo afrontar la formación de futuros profesores, de manera de que estos puedan contar con mayores herramientas para la planificación y diseño de clases, tales como la profundización del KoT, del KSM que aparecen débiles en este caso, y de las otras categorías del MTSK que no se manifestaron en esta oportunidad. Desafío permanente que nos impulsa a seguir investigando sobre formación inicial docente.

Referencias

Blömeke, S., Suhl, U., & Kaiser, G. (2011). Teacher education effectiveness: Quality and equity of future primary teachers' mathematics and mathematics pedagogical content knowledge. Journal of Teacher Education, 62, 154-171. doi:10.1177/0022487110386798

Flick, U. (2004). Introducción a la investigación cualitativa. Madrid: Morata.

Flores, P., Gómez, P. y Marín, A. (2013). Apuntes sobre análisis de instrucción. Módulo 4 de MAD. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/2061/.

Hernández, R., Fernández, C., y Batista, P., (2010). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill.

Lester, F. K. (Ed.) (2007). Second handbook of research on mathematics teaching and learning. Greenwich, CT: Information Age Publishing.

MINEDUC. (2014). Programa 7°básico, Matemática. Currículo en línea. Recuperado el 5 de mayo de 2018, de http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-propertyvalue-49395.html

Moreno, A. y Ramírez-Uclés, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas. En L. Rico y A. Moreno (Org.), Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria (pp. 243-254). Madrid: Pirámide.

Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. Suma, (58), 7-23.

Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. Bolema, 29(51), 143-166.

Sanz, I., & Martín, R. (2014). El estudio TEDS-M de la IEA en el marco del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE). En González, M. T., Codes, M., Arnau, D., & Ortega, T. (eds.). Investigación en Educación Matemática XVIII (pp. 67-81). Salamanca: SEIEM

Tirosh, D. y Wood, T. (2008). Tools and processes in Mathematics Teachers Education. Rotterdam: Sense Publisehrs.

Valenzuela, M. y Ramos, E. (2018). Modelización de división de fracciones. XXI Jornadas Nacionales de Educación Matemática, Universidad de Tarapacá, Ciudad de Arica, Chile.

Varas, L., Felmer, P., Gálvez, G., Lewin, R., Martínez, C., Navarro, S., Ortiz, A., y Schwarze, G. (2018). Oportunidades de preparación para enseñar matemáticas de futuros profesores de educación general básica en Chile.. Calidad en la Educación, (29), 64-88. doi:https://doi.org/10.31619/caledu.n29.188

CB 020

RAZONAMIENTO COMBINATORIO EN UNA TAREA DE VISUALIZACIÓN ESPACIAL POR PROFESORES EN FORMACIÓN

Alex Venegas, María M. Gea, Rafael Roa y Jocelyn D. Pallauta
Universidad de Granada

a.venegas.guerrero@gmail.com, mmgea@ugr.es, rroa@ugr.es, jocelyndiazpallauta16@gmail.com

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

En esta comunicación se presenta un avance de resultados de un estudio que da cuenta del razonamiento combinatorio de una muestra de 62 futuros profesores de Educación Primaria en España. Se describe el tipo de lenguaje y estrategias que utilizan para resolver un problema de visualización espacial, donde la estrategia de enumeración sistemática resulta exitosa. El estudio muestra que los participantes tienen dificultades considerables para resolver la tarea, principalmente, por su limitado uso de lenguaje gráfico y de técnicas de conteo sistemáticas, como la enumeración.

Palabras clave: Razonamiento combinatorio, resolución de problemas, formación de profesores.

INTRODUCCIÓN

Las recomendaciones curriculares de muchos países (e.g. España, EEUU, Chile, etc.) enfatizan la necesidad de que la enseñanza de las matemáticas se desarrolle, de modo transversal, mediante la resolución de problemas. Así es que, hacer matemáticas se plantea desde la perspectiva de ofrecer problemas a los estudiantes en los que se haga pensar, reflexionar e investigar, permitiendo mostrar el sentido y la utilidad práctica de las matemáticas (Gaulin, 2001); en definitiva: matemáticas para la vida, otorgando a las matemáticas un rol más importante que meros símbolos, como es, un rol de herramientas que permiten resolver problemas en contextos sociales-reales, situaciones de la vida cotidiana (Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, 1994). Bajo esta perspectiva, el razonamiento combinatorio juega un papel fundamental en la resolución de problemas, lo cual no implica solo técnicas de conteo o estrategias de enumeración sino que, el razonamiento combinatorio desarrolla y fortalece habilidades como el razonamiento hipotético-deductivo, entre otras (Roa, Batanero, Godino y Cañizares: 1997). Como manifiesta Fischbein:

El Análisis Combinatorio, con sus conceptos y métodos no representa, por tanto, solamente un dominio definido de la matemática. Expresa, como he dicho, un esquema operacional, (en la terminología Piagetiana), ¡un prerrequisito estructural importante para la dinámica y potencia creativa del razonamiento lógico en general!". (Fischbein, 1994, p.11).

MARCO TEÓRICO

En el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico (EOS), la actividad matemática es considerada un quehacer humano, ya que el significado de un contenido matemático cobra vida cuando un individuo resuelve situaciones problemáticas sobre dicho contenido, ya sea del mundo real o de la propia matemática (Godino y Batanero, 1994). En este sentido, consideramos el razonamiento combinatorio como modo de pensamiento e instrumento de resolución de problemas (Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, 1994), que juega un papel esencial en el dominio de la estructura aritmética. Por otra parte, el lenguaje matemático ocupa un rol fundamental en el Enfoque Onto-semiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007), pues los objetos matemáticos emergen de las prácticas de un sujeto (persona o institución) al resolver problemas, siendo estas prácticas mediadas por el lenguaje, que es, a la vez, instrumento representacional y operativo.

En el análisis del conocimiento del profesor para la enseñanza de la matemática, el EOS propone un modelo denominado del Conocimiento Didáctico Matemático (en adelante CDM) (Godino, 2009; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017; Pino-Fan y Godino, 2015), compuesto por tres dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática (Pino-Fan y Godino, 2015). En este trabajo ponemos atención a la dimensión didáctica, en una de sus facetas, como es la faceta epistémica, ya que analizamos el conocimiento del futuro profesor sobre combinatoria, en la resolución de una situación-problema.

INVESTIGACIONES PREVIAS

Encontramos escasas investigaciones acerca del razonamiento combinatorio en futuros profesores. Tal es el caso de Mcgalliard (2012), quien realizó un estudio con futuros profesores de educación primaria centrado en el análisis del concepto de espacio muestral. Dicho estudio buscaba examinar las conexiones entre la enumeración y generalización a otros espacios muestrales similares. Entre los resultados se destaca la dificultad de relacionar las estrategias aplicadas para la determinación del espacio muestral y para su generalización, según las estrategias empleadas, donde mayoritariamente se hace uso de fórmulas sin éxito.

Un estudio más profundo sobre el tema es llevado a cabo por Navarro-Pelayo (1994), quien evaluó el razonamiento combinatorio de estudiantes de secundaria mediante un cuestionario con tareas basadas en diferentes operación combinatorias, dirigido a dos muestras de estudiantes de secundaria según hubieran o no recibido instrucción previa en el tema. Se observa que los estudiantes con instrucción tienen menor número de errores, aunque algunos

no comprendieron el significado de la operación combinatoria. Roa (2000) utiliza once de los trece problemas propuestos en la investigación de Navarro-Pelayo (1994) y propone dos nuevos problemas referidos a operaciones combinatorias compuestas a estudiantes de matemática con preparación avanzada, dando cuenta de la considerable dificultad de los estudiantes en problemas de combinatoria simples, además de que la propia operación combinatoria que otorga la solución al problema tiene una consecuencia significativa sobre la dificultad en los mismos. Los resultados de Roa son un tanto mejores que los de Navarro-Pelayo, lo que puede justificarse por el grado de madurez y preparación matemática de los estudiantes; aun así, en algunos ítems se obtienen resultados similares o incluso peores que los obtenidos por Navarro-Pelayo y se observa que ningún participante fue capaz de resolver correctamente todos los problemas (58% no fue capaz de resolver correctamente más de la mitad de los problemas).

METODOLOGÍA

El estudio se realiza en una muestra de 62 futuros profesores de Educación Primaria en España, al resolver una tarea combinatoria, a través del análisis de contenido de sus respuestas (Cook y Reichardt, 2000), donde se identifican patrones (categorías), se cuantifica su frecuencia y se presentan los resultados en tablas.

Los participantes son estudiantes del Grado de Educación Primaria de la Universidad de Granada, en su segundo curso del plan de formación correspondiente al curso 2017/18, que poseen conocimientos sobre el tema y su enseñanza. El problema aplicado se muestra en la Figura 1, que forma parte de un cuestionario más amplio que completaron los futuros profesores aunque, por motivos de espacio, en este trabajo solo describimos resultados de éste.

Encuentra el mayor número posible de cuadrados de cualquier tamaño que se pueda formar en un tablero de 4x4 como el siguiente:

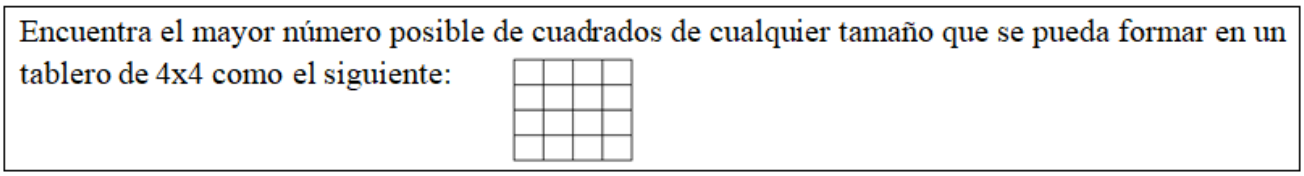


Figura 1: Problema planteado a los futuros profesores.

El problema planteado vincula la visualización y el razonamiento combinatorio, en el que podemos usar la estrategia de fijar una variable, por ejemplo, el número de cuadrados que conforman el cuadrado o la longitud del lado del cuadrado que se forma para dar la solución. También se puede enumerar todos los cuadrados posibles según su ubicación en el tablero, entre otras posibilidades.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los estudiantes responden, en su mayoría, de modo incorrecto al problema (54,8%) o parcialmente correcto (22,6%) pues no completan su respuesta debido a la estrategia utilizada.

El tipo de lenguaje utilizado por los participantes es principalmente verbal, aunque algunos participantes también utilizan representaciones simbólicas (letras o números) o representación icónicas (dibujos y descomposiciones de la imagen mediante simetría). No se encontraron tipos de respuesta utilizando lenguaje tabular ni gráfico. En la Tabla 1 se muestra el tipo de lenguaje utilizado por los futuros profesores al responder al problema, según su grado de corrección en la respuesta.

	Correcta	Incorrecta	Parcialmentecorrecta	Total
Simbólico	10(7,8)	15(11,6)	11(8,5)	36(27,9)
Icónico	9(7,0)	19(14,7)	8(6,2)	36(27,9)
Verbal	11(8,5)	33(25,6)	13(10,1)	57(44,2)
Total	14(23,3)	34(51,9)	14(24,8)	129(100)

Tabla 1: Frecuencia (Porcentaje) del tipo de lenguaje utilizado según grado de corrección

Observamos que el principal lenguaje utilizado es el verbal, bien de modo único en la respuesta o combinado, seguido del lenguaje simbólico e icónico, en igual proporción (27,9%). Además, se suelen combinar dos tipos de lenguaje o más de dos en las respuestas, siendo incorrectas principalmente aquellas respuestas en que se utilizan dos tipos de lenguaje.

En el análisis de la estrategia utilizada por los futuros profesores, encontramos la siguiente tipología:
Enumeración sistemática: Este tipo de estrategia conduce a enunciar sucesiva y ordenadamente los diversos cuadrados presentes en el tablero, bien de menor a mayor tamaño, o viceversa, que en algunos casos conlleva una generalización del proceso seguido. Algunos estudiantes trataron de realizar una enumeración sistemática pero cometieron errores o la realizaron de modo incompleto.

Enumeración no sistemática: Encontramos futuros profesores que no establecen un orden sistemático al enumerar los tipos de cuadrados y, en su mayoría, les conduce a respuestas parcialmente correctas o incorrectas. Sólo dos estudiantes ofrecen respuestas correctas con esta estrategia, donde la enumeración de los tipos de cuadrados, según la medida de su lado, es desordenada.

Descomposición del problema en partes: Es la estrategia más utilizada, puesto que se aborda el problema considerando la medida del lado de cada tipo de cuadrado o el número de cuadrados que conforman la figura considerada.
Principio aditivo: Esta estrategia fue utilizada por los participantes que sumaban la cantidad de cuadrados obtenidos o, al generalizar, sumaban los cardinales de los conjuntos considerados.

Principio multiplicativo: Esta estrategia fue implementada sólo en dos casos, de manera incorrecta, y fue utilizada para contabilizar el número de cuadrados que forman la figura (Figura 1).

Respuesta intuitiva: En algunos casos se responde sin mostrar el procedimiento, mayoritariamente de modo incorrecto, lo que consideramos que viene motivado por la intuición como estrategia.

Otras: Se presentaron casos de estrategias diversas, principalmente por entender mal el enunciado.

En la Tabla 2 se muestra el tipo de estrategia empleada por los futuros profesores al responder al problema, según su grado de corrección en la respuesta.

	Correctas	Parcialmente correctas	Incorrectas	Total
Enumeración sistemática	10(10)	10(10)	4(4)	23(24)
Enumeración no sistemática	2(2)	3(3)	9(9)	14(2)
Descomposición del problema	6(6)	14(14)	8(8)	28(28)
Principio aditivo	3(3)	4(4)	4(4)	11(11)

Principio multiplicativo			2(2)	2(2)
Respuesta intuitiva		1(1)	16(16)	17(17)
Otras			4(4)	4(4)
Total	21(21)	32(32)	47(47)	100(100)

Tabla 2: Frecuencia (Porcentaje) del tipo de estrategia utilizada según grado de corrección

Observamos que la principal estrategia empleada es la descomposición del problema en partes (28%), bien aplicada únicamente o combinada con otras; le sigue en uso la estrategia de enumeración sistemática (24%). Cabe señalar que, de la descomposición del problema en partes, la mayoría se concentra en las respuestas parcialmente correctas (14% de respuestas). Las veces que fue utilizada una enumeración sistemática, solo el 10% de respuestas fueron correctas. En contraste, cuando se aplicó la enumeración no sistemática, sorprendentemente hubo respuestas correctas (2% de las respuestas), pero la mayoría de las veces que fue utilizada, no fueron correctas (12% de las respuestas parcialmente correctas o incorrectas). Encontramos también que el uso de la estrategia de respuesta intuitiva resultó incorrecta o parcialmente correcta en todos los casos. Además, del 4% de veces que fue utilizada otro tipo de estrategias, todas fueron incorrectas.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos muestran el limitado razonamiento combinatorio de los futuros profesores que se enfrentaron a la tarea, que mostraron dificultades y errores relativos a los procedimientos y a los conceptos implicados en la tarea. Por una parte, se observa un escaso razonamiento combinatorio en cuanto a la recursividad, cuando se trata de establecer una enumeración sistemática como estrategia. Por otra parte, resultó complejo para los futuros profesores considerar que con los cuadrados de lado 1 del tablero (16 en total) se pudieran formar nuevos cuadrados más grandes, por lo que consideramos que los futuros profesores poseen otras carencias de conocimiento referidas a la geometría, en torno a la estructura y descomposición de figuras geométricas.

Por otra parte, el lenguaje utilizado es eminentemente verbal y muy pocos participantes utilizaron el lenguaje gráfico, mientras que el lenguaje icónico fue utilizado para simbolizar los cuadrados de diferentes tamaños, dibujando y asociando los cuadrados según su tamaño.

Se espera que esta investigación pueda ser de utilidad, para tomar conciencia sobre la importancia del razonamiento combinatorio en problemas de enumeración, y el buscar su desarrollo, principalmente en nuestros estudiantes desde los primeros años de Educación Primaria, mediante situaciones cotidianas, llamativas, entretenidas, e inmersas en la realidad de su propio entorno, la cual puede ser replicable mediante material concreto, ya que este problema, puede ser planteado en diversas situaciones, como proponen Hans, Muñoz, Fernández (2006).

Agradecimientos
Beca CONICYT PFCHA 77170016; Proyecto EDU2016-74848-P (AEI, FEDER) y Grupo FQM-126 (Junta de Andalucía).

Referencias

Batanero, C., Godino, J. D, y Navarro-Pelayo, V. (1994). Razonamiento combinatorio. Madrid: Síntesis.

Cook, T. D. y Reichardt, C. S. (2000). Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa. Paideia.

Fischbein, E. (1994). Prologo. En C. Batanero, J. D. Godino y V. Navarro-Pelayo (Eds.), Razonamiento combinatorio. Madrid: Síntesis.

Gaulin, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. Sigma, 19, 51-63.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, 13- 31.

Godino, J. D. y Batanero, C (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherches en Didactique des Mathématiques, 14 (3), 325-355.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. Bolema, 31(57), 90-113.

McGalliard III, W. A. (2012). Constructing sample space with combinatorial reasoning: A mixed methods study. Tesis doctoral. The University of North Carolina at Greensboro.

Pino-Fan, L. y Godino, J. D. (2015). Perpectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. Paradigma, 36(1), 87-109.

Roa, R. (2000). Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación Matemática avanzada. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Roa, R., Batanero, C., Godino, J. D., y Cañizares, M. J. (1997). Estrategias de resolución de problemas combinatorios por estudiantes con preparación matemática avanzada. Epsilon, 36, 433-446.

CB 021

CARACTERIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO-MATEMÁTICO DEL PROFESOR. EL CASO DE DOS PROFESORES DEL BACHILLERATO MEXICANO

Ana Luisa Llanes Luna
Universidad de Los Lagos

Silvia Elena Ibarra Olmos
Universidad de Sonora

Judith Alejandra Hernández Sánchez
Universidad Autónoma de Zacatecas

analuisa.llanes@alumnos.ulagos.cl; sibarra@mat.uson.mx; judith700@hotmail.com

Formación de profesores e investigadores en Educación matemática

RESUMEN

Se presentan resultados de una investigación cuyo objetivo principal fue la caracterización del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) de dos profesores de bachillerato mexicano en torno al objeto matemático "ecuación cuadrática". Dicha investigación tiene sustento en las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas, propuestas en el contexto del Enfoque Ontosemiótico (EOS). Los resultados, entre otras cosas, permiten observar que los conocimientos de los profesores en aspectos relacionados al conocimiento cognitivo, afectivo y mediacional, específicamente al uso de recursos tecnológicos digitales, son un área de oportunidad para la propuesta de tareas en el área de la formación de profesores.

Palabras claves: Conocimiento didáctico-matemático; formación de profesores; ecuación cuadrática; profesores de bachillerato.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Uno de los principales retos tras la implementación de la Reforma de la Educación Media Superior (RIEMS) en México es la evolución del perfil del profesor en torno a un conjunto de competencias (RIEMS, 2008; SEP, 2008). Esto, con la finalidad de que el profesor, tras su activación, sea capaz de generar ambientes instruccionales idóneos. Como una consecuencia a lo anterior se contemplaron acciones en el contexto de la RIEMS que permitieran contribuir a la evolución del perfil del profesor, entre ellas el diseño, producción e implementación de un diplomado con el objetivo de desarrollar competencias docentes. Sin embargo, Hernández, Sosa y López (2013) señalan que en México se carece o no existen análisis sobre el impacto de dichos programas en el desarrollo de competencias en los profesores de matemáticas. En contraparte, a nivel internacional es posible encontrar algunas propuestas y reportes del impacto que tienen másteres y diplomados para la formación de profesores en las competencias del profesorado (Breda, Font y Lima, 2016; Ferreres y Venegas, 2015; Pochulu, Font y Rodríguez, 2016).

Si bien existen propuestas teóricas para el perfil del profesor de matemáticas, por ejemplo, la expuesta en Godino, Rivas, Castro y Konic (2012), estas propuestas se han desarrollado bajo un marco referencial diferente al que actualmente rige al país y han sido planteadas para un nivel educativo diferente al del interés de los autores. Por otra parte, se observó que es necesario conocer las potencialidades, las necesidades, así como las expectativas de los profesores que permitan proponer (diseñar, desarrollar e implementar) tareas que conduzcan hacia la evolución en torno a competencias docentes. Para ello algunos modelos teóricos, específicamente el CDM, permite describir de manera pormenorizada los conocimientos del profesor. En el marco de reflexión expuesto, se planteó el diseño y ejecución de un proyecto de investigación cuya pregunta eje es: ¿Cómo es el conocimiento didáctico-matemático de dos profesores en el bachillerato mexicano?

A partir del trabajo desarrollado, se describirán a continuación los aspectos teóricos y metodológicos que guiaron la investigación referida, así como algunos resultados que permiten dar respuesta a la pregunta formulada. Se identificaron también aspectos del perfil docente de profesores en activo, que podrían permitir proponer algunos elementos básicos a integrar en programas de formación.

ASPECTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS

Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas

El estudio tiene sustento específicamente en las categorías de análisis de los Conocimientos del Profesor de Matemáticas propuestas por Godino en 2009. Dicha propuesta consiste en un modelo poliédrico de base hexagonal (Godino, 2009). Para llevar a cabo la caracterización del CDM de los profesores se consideran las seis facetas del modelo: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica. Además, se consideran los cuatro niveles de análisis: 1) Prácticas matemáticas y didácticas, 2) Configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y didácticos), 3) Normas y metanormas, 4) Idoneidad. En particular, en este trabajo los resultados se establecen en función de los niveles de análisis propuestos en el modelo. Además, es pertinente mencionar que durante la realización de esta investigación se desarrollaron una serie de ampliaciones para dichas categorías hasta convertirse en lo que actualmente se conoce como el modelo de Conocimientos Didáctico-Matemáticos del profesor, las cuales pueden consultarse en (Pino-Fan y Godino, 2015).

Acciones metodológicas

Esta investigación se ha desarrollado desde un enfoque cualitativo por medio de un estudio descriptivo de casos. Se contó con la participación de dos profesores que actualmente laboran en una institución mexicana de bachillerato (estudiantes entre 15 y 18 años). El profesor que designaremos como A, es un ingeniero en mecatrónica con una maestría en educación media superior y con menos de cinco años de experiencia docente. El profesor B es licenciado en matemáticas y cuenta con más de 15 años en servicio docente. Las técnicas empleadas para la recogida de

datos son la observación no participante y la entrevista semi-estructurada (Casanova, 1998). En el caso del profesor A se observó una sesión de 50 minutos, mientras que para el profesor B se observaron dos sesiones de 50 minutos cada una. Por otra parte, se diseñó un instrumento de análisis de la información con base en los indicadores de idoneidad (Godino, 2013) y la guía del enunciado de consignas propuestas en (Godino, 2009). Es necesario señalar que en esta investigación esas consignas se han utilizado como un "instrumento de un evaluador externo para valorar un proceso de estudio implementado" (Godino, 2009, p. 25-27).

RESULTADOS

A continuación, se presentan algunos de los elementos que permitieron describir el CDM, obtenido a través del análisis de los datos recolectados. Es necesario reportar que una revisión de los planes y programas oficiales arroja que en ellos se establece la promoción del estudio de la ecuación cuadrática como un modelo algebraico, poniendo mayor énfasis en el estudio de los métodos algebraicos para su resolución.

1. Prácticas didácticas y matemáticas

Los profesores, durante el proceso de instrucción, recurren a situaciones problemas en contextos intra-matemáticos, en ambos casos evidencian su conocimiento de los planes y programas de estudio. Sin embargo, mientras que el profesor A lo hace evidente a través de su práctica discursiva, el profesor B lo hace a través de práctica operativa. Es indiscutible, además, que los profesores enfatizan en mayor medida el lenguaje algebraico para mostrar procedimientos, argumentos, conceptos, situaciones-problemas y proposiciones. Además, ambos coinciden que los alumnos deberían poseer los que consideran son los conocimientos previos necesarios, ya que se asume que el tema ya ha sido estudiado en el nivel educativo anterior. Por otra parte, para cerciorarse de lo anterior, los profesores hacen uso de preguntas "guiadas" o ejercicios que, desde su perspectiva, les ayudan a corroborarlo.

Los ejercicios y problemas que proponen, si bien se consideran alcanzables para los estudiantes, no permiten valorar la utilidad de las matemáticas en contextos reales. En ambos casos, las sesiones no cumplen con los tiempos asignados en los planes, en el caso del profesor A lo hace en una sesión de cincuenta minutos (de dos sesiones que se tenían previstas) por distractores institucionales (reunión docente).

Los recursos tecnológicos a los que recurren son básicamente libros de texto, pizarra y marcadores; computadores, software y material didáctico, no son utilizados durante el proceso de instrucción observado. No obstante, en su práctica discursiva dicen hacer uso de éstos cuando las condiciones áulicas se los permiten o bien son necesarios para hacer algunas investigaciones referentes a los temas. Las prácticas de enseñanza son esencialmente expositivas, es decir, el profesor lleva el control del discurso, mientras que los alumnos asumen el rol de oyentes en el aula. En el caso del profesor B, en ocasiones los alumnos interactúan resolviendo problemas de manera grupal. Las interacciones alumno-alumno se notan ausentes en las sesiones del profesor B, mientras que en las del profesor A se observan como un apoyo para los alumnos al resolver la tarea.

2. Configuración de objetos y procesos didácticos y matemáticos

Se puede determinar que ambos profesores recurren al uso de una configuración epistémica formalista (Font y Godino, 2006, p.72). No obstante, éstas carecen de demostraciones formales, más bien son presentadas como proposiciones o argumentos que justifican el uso de los procedimientos promovidos. Los conceptos ya se suponen conocidos, otros en cambio son introducidos como definiciones o procedimientos, sin embargo, en el caso del profesor B son parte fundamental para la emergencia de otros objetos matemáticos, por ejemplo, de los métodos para la solución de ecuaciones cuadráticas. Los estados situacionales que predominan en el proceso instruccional del profesor A son el lingüístico y situacional, mientras que en el caso del profesor B el estado argumentativo es el predominante.

En ambos casos los procesos que se destacan son los de particularización-generalización (extensivo¬ – intensivo), descomposición – reificación (sistémico – unitario), de representación – significación (expresión – contenido).

En el caso del profesor A, las funciones docentes (Godino, Contreras y Font, 2006) que se observan en mayor medida durante el proceso son: asignación, regulación y evaluación, mientras que la función de motivación, así como planificación se notan casi ausentes. En el caso de los discentes las acciones que predominan son: demanda y recuerdo, mientras que exploración, formulación recepción, ejercitación se observan en menor medida, notando ausente la acción de evaluación. En el caso del profesor B, las funciones docentes de motivación, asignación, regulación y evaluación son las de predominan de manera uniforme durante el proceso, mientras que las funciones de planificación e investigación se notan ausentes. En el caso de las trayectorias discentes el recuerdo, recepción y demanda son las que imperan, seguidas de la argumentación, exploración, formulación y aceptación.

3. Normas y metanormas

Se pueden determinar algunas normas o reglas de tipo disciplinar (teoremas, definiciones, convenciones) o social (leyes, decretos, órdenes, resoluciones, hábitos o costumbres) que se originan dentro del aula de clase. Además, se puede observar que ambos procesos cumplen, parcialmente, con los requisitos planteados en planes y programas de estudio. Asimismo, es posible determinar algunas de las normas institucionales (que en ocasiones se pueden considerar como invisibles o pasar desapercibidas) por ejemplo, el uso del uniforme en la institución, la prohibición de consumir alimentos en el aula de clase, prohibido fumar, entre otras.

4. Idoneidad didáctica

En este último nivel, en el cual se hace una valoración de los procesos instruccionales, fue posible determinar la idoneidad en cada una de las facetas del modelo. Esto se reporta a continuación.

En el caso de las facetas epistémica y ecológica, es donde ambos profesores alcanzan una mayor idoneidad didáctica (media alta) así como una mayor coincidencia en los conocimientos evidenciados. Se reconoce como una fortaleza del conocimiento su congruencia con el programa de estudios. En este caso, ambos dan muestra del conocimiento y los alcances que se pretenden en el currículo para este tema y nivel educativo. No obstante, no se deben de perder de vista las diferencias que guardan los conocimientos que se ponen de manifiesto. Por una parte, mientras que el profesor A enfatiza la modelización a través de las situaciones problemas y la aplicación de un solo método (fórmula general), el profesor B enfatiza la ejercitación y las situaciones problemas en contexto intramatemáticos, haciendo uso de un lenguaje más riguroso.

Por otro lado, son en la faceta cognitiva, afectiva e interaccional en las que se encontraron discrepancia entre los conocimientos. Si bien ambos profesores consideran los mismos conocimientos previos en sus estudiantes, los cuales evidencian un conocimiento tanto del currículo del nivel educativo en cuestión como del nivel prevo, el profesor B obtuvo mayor idoneidad didáctica en estas facetas. En el caso de la faceta mediacional, los profesores dan indicios de conocer algunas herramientas tecnológicas digitales, no obstante, ninguno hace uso de ellas en la promoción de los aprendizajes de sus estudiantes, justifican esta ausencia con base en el tiempo y las condiciones áulicas.

REFLEXIONES FINALES

Atendiendo la pregunta de investigación, se determina que el CDM de los profesores obedece/fundamenta, principalmente, en los planes y programas de estudio propuestos para el nivel educativo, lo cual desde la perspectiva de los investigadores se considera una fortaleza. Asimismo, en las facetas en las que los profesores alcanzan una mayor idoneidad didáctica (media alta) y una mayor coincidencia en los conocimientos evidenciados son la epistémica y ecológica. No obstante, el tiempo se considera el factor principal para el desarrollo del tema, tal vez esto impide que

los profesores alcancen una idoneidad alta en estas facetas, ya que no se logra presentar una muestra articulada de situaciones problemas que permitan la contextualización en situaciones reales (valorar la utilidad de las matemáticas), ejercitación y aplicación de los diversos métodos que se establecen en los planes y programas de estudio. Se considera importante enfocar la atención a las facetas cognitiva, afectiva e interaccional para la promoción, el desarrollo e implementación de acciones que busquen la mejora de conocimientos en éstas, ya que son en estas facetas donde los profesores tienen una menor valoración de sus procesos instruccionales. Si bien se ha llevado a cabo una caracterización del CDM del profesor, una de las principales dificultades que afrontaron los investigadores al igual que los profesores fue el tiempo, debido a que éste fue muy poco (tanto de la entrevista como la observación) y no se logró incluir el aspecto de la evaluación de los aprendizajes, lo que limita la caracterización principalmente en la faceta cognitiva.

Referencias

Breda, A., Font, V. y Lima, V. M. R. (2016). Análise das propostas de inovação nos trabalhos de conclusão de curso de um programa de Mestrado Profissional em Matemática. Avances de Investigación en Educación Matemática, 10(2), 53-72.

Casanova, M. A. (1998). La evaluación educativa. Escuela básica. Editorial Muralla, México.

Ferreres, S. y Vanegas, Y. (2015). Uso de criterios de calidad en la reflexión sobre la práctica de los futuros profesores de secundaria de matemáticas. Procedia: Social and Behavioral Sciences, 196, 219-225.

Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. Educaçao Matemática Pesquisa, 8(1), 67-98.

Godino, J. D. (2009). Categorías de los Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 13-31.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11, 111-132.

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactiques des Mathematiques, 26 (1), 39-88.

Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. y Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, 7(2), 1-21.

Hernández, J., Sosa, L. y López, I. (2013). Los formadores de profesores como punto de inflexion en la educación. En R. Ibarra-Reyes, E. Bueno, R. Ibarra y J. Hernandez (Coords), Diferentes perspectivas y posibles soluciones para la crisis en América Latina (pp. 3376-3390). México: Unidad Académica de Ciencias Sociales.

Pino-Fan, L. y Godino, A. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. PARADIGMA, 36(1), 87-109.

Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME, 19(1), 71-98.

Subsecretaría de Educación Media Superior de la Secretaría de Educación Pública México. (2008). Reforma de la educación media superior en México: la creación de un sistema nacional de bachillerato en un marco de diversidad. Educación Media Superior, México, SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2008). Acuerdo Secretarial No. 447, por el que se establecen las competencias docentes para quienes impartan educación media superior en la modalidad escolarizada. México: SEP, DOF 29/10/2008.

CB 022

USO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO: ERRORES Y/O DIFICULTADES EN UNA TAREA ALGEBRAICA

Elissette Novoa Contreras, Eugenio Chandía Muñoz
Universidad de Concepción

elissettenovoa@udec.cl,
echandia@udec.cl

Pensamiento matemático

RESUMEN

Esta investigación tiene como propósito comprender mejor las nociones que se tiene sobre el pensamiento algebraico temprano de estudiantes permitiendo explicar su desempeño en tareas algebraicas. Aportando a la identificación de errores y/o dificultades y relacionando cómo las creencias sobre la asignatura de matemática inciden en el pensamiento de estudiantes que cursan cuarto de enseñanza básica. El estudio arroja que los estudiantes reconocen una expresión de desigualdad, logran conjeturar sobre el valor del siguiente término, pero no logran aplicar propiedades de las operaciones concordando con la actitud desfavorable que tienen al reactivo “cualquier tarea del colegio con números me gusta”.

Palabras claves: Pensamiento algebraico, tarea algebraica, errores y/o dificultades, creencias matemáticas.

INTRODUCCIÓN

En el sistema educativo chileno se observa una abrupta y compleja transición algebraica, revelando errores y dificultades en los estudiantes de todos los niveles, los cuales aún persisten. Las investigaciones desarrolladas en la iniciación al álgebra, como en mi experiencia profesional docente, se evidencian, con gran inquietud, que la transición de "la aritmética al álgebra es un paso crucial para llegar a ideas más complejas y abstractas dentro de las matemáticas escolares" (Butto y Rojano, 2010, p.56.). Respecto a la iniciación al algebra en los Planes y programas propuestos por el Ministerio de Educación, se observa que esta transición es más notoria en cuarto básico, de modo que se hace necesario analizar la trayectoria de una tarea algebraica en este nivel para aportar a la identificación de errores y/o dificultades relacionando y cómo las creencias sobre la asignatura de matemática inciden en el pensamiento de los estudiantes. Por consiguiente, se establecen las siguientes interrogantes de investigación ¿Cuál es el pensamiento algebraico utilizado por los estudiantes de cuarto de enseñanza básica al enfrentarse a una tarea algebraica? ¿Qué dificultades y/o errores presentan los estudiantes de este nivel al utilizar el pensamiento algebraico? ¿Qué creencias sobre la matemática predomina en estudiantes y cómo éstas se encuentran relacionadas al pensamiento de los estudiantes?

MARCO DE REFERENCIA

Noción y dimensiones básicas del Pensamiento Algebraico

Definir de manera simple qué es el Pensamiento Algebraico es complejo, debido a que presenta numerosas características matemáticas. Para su conceptualización Kieran (2007) fue uno de los primeros en dar a conocer aspectos fundamentales para definir el álgebra como una actividad multidimensional en el contexto de la educación, y de esta forma acercarnos al pensamiento algebraico. Kaput (2008) propuso tres contenidos centrales que aborda el álgebra los cuales corresponden a Aritmética Generalizada, Pensamiento Funcional y Modelamiento del lenguaje algebraico. La Aritmética Generalizada se describe como las relaciones entre los números, la manipulación de las operaciones y sus propiedades, la conversión del lenguaje algebraico en ecuaciones y su solución. Respecto al Pensamiento Funcional, éste se entiende como la generalización de las relaciones entre cantidades que son co-variables, donde los estudiantes deben expresar patrones numéricos y de figuras como funciones y expresiones algebraicas. Por último el modelamiento del lenguaje corresponde al tercer concepto central que presenta el álgebra de acuerdo a lo propuesto por Kaput (2008) mencionando que la generalización de regularidades se presenta de manera implícita en diferentes problemas contextualizados. Cada uno de estos contenidos centrales presenta diferentes contenidos involucrados, por ejemplo, signo igual, igualdad, ecuaciones, propiedades de números y operaciones, cantidades desconocidas, entre otros. En relación a los procesos involucrados en el desarrollo del pensamiento algebraico, se encuentran de acuerdo a los ejemplos propuestos por Blanton, Levi, Crites & Dougherty (2011) conjeturar, representar, generalizar, justificar y validar, los cuales son propios de los conceptos algebraicos anteriormente mencionados. Autores como Radford (2000), Jeannotte & Kieran (2017) mencionan que este tipo de procesos se encuentran relacionados con determinar similitudes y diferencias al momento de validar, esto depende del proceso de generalización presente al momento de desarrollar las tareas algebraicas involucradas. Cabe destacar que el contenido central no puede separarse de los conceptos y procesos presentes, las formas básicas de razonamiento están fuertemente ligados, pues Jeannotte & Kieran (2017) dan a conocer que las tareas algebraicas que desarrollen los estudiantes dependen de las formas de razonamiento que ellos utilicen. Dichas formas mencionadas, según Rivera y Becker (2007) demostraron que el razonamiento abductivo es fundamental para que los estudiantes desarrollen una predicción para establecer una generalización, el razonamiento inductivo permite identificar elementos y extraer generalizaciones, y el razonamiento deductivo permite pasar de generalizaciones limitadas a otras más precisas.

En correlación a todo lo anterior expuesto, se expone las Cuatro dimensiones básicas del Pensamiento Algebraico, que permiten definir a dicho Pensamiento de una manera más coherente. La primera dimensión apunta al contenido central conformado por Aritmética Generalizada, Pensamiento Funcional y Modelamiento del lenguaje. En segundo lugar, permite comprender conceptos algebraicos que son esenciales para el desarrollo de una tarea algebraica,

la tercera dimensión básica presentada se refiere a la aplicación de los procesos que utilizan los estudiantes para determinar semejanzas y diferencias en las estructuras al validar por ejemplo una generalización, y para finalizar la dimensión de las formas de razonamiento que conducen al estudiante a generar conclusiones respecto a lo desarrollado como tarea algebraica (figura 1).

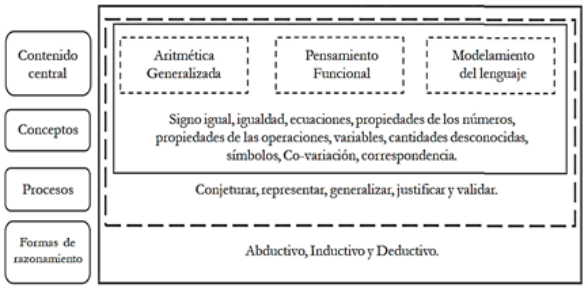


Figura 1. Dimensiones básicas que describen el Pensamiento Algebraico.

Errores y/o Dificultades en la trayectoria de una tarea algebraica

Debido a la complejidad de la transición algebraica las investigaciones dan a conocer que este tópico ha sido abordado durante años, manifestando que en los estudiantes persisten las dificultades y errores de dicha transición. En concordancia, Socas (1997) afirmó que "las dificultades pueden ser agrupadas en cinco grandes categorías: asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas; los procesos de pensamiento matemático; los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas; los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos y las actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas", asimismo, las evidencias mencionan que "algunas de las dificultades que presentan los estudiantes en el estudio del aprendizaje del álgebra, son el significado de las letras; las concepciones erróneas en la notación y en el uso de las convenciones; la escritura de declaraciones generales; y comprensión de las ecuaciones y del signo igual" (Moreno, 2016, p.26.).

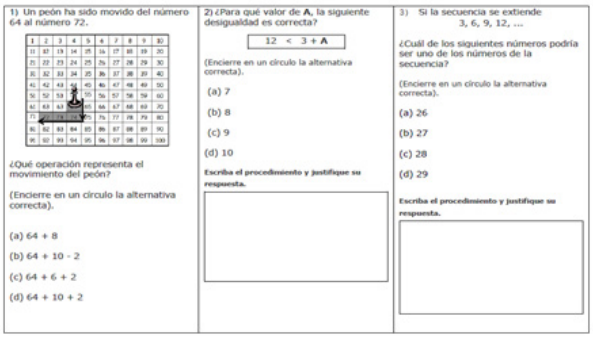
Creencias matemáticas relacionadas al pensamiento de los estudiantes.

Las creencias que presentan los estudiantes frente a la clase de matemática y el pensamiento utilizado en el desarrollo de las tareas propuestas para su aprendizaje se encuentran altamente relacionadas. Aguilar (2003) afirma que una creencia corresponden a "una disposición para actuar de cierta forma y no de otra; por lo que el objeto de una creencia circunscribe, delimita, determina en cada circunstancia particular el ámbito de respuestas posibles" (p.75). Las investigaciones dan a conocer que las creencias de los estudiantes sobre la matemática y cómo la aprenden tienen un impacto en el proceso educativo para ello McLeod (1989, 1992; citados por McLeod &McLeod, 2002) menciona que existen dos categorías de creencias: la primera de ellas corresponden a las creencias sobre las Matemáticas como disciplina y la segunda son las creencias que tiene el estudiante de sí mismo y su relación con las Matemáticas, es decir, el estudiante de acuerdo a su actitud favorable o desfavorable, si el estudiante disfruta o no aprendiendo matemática, considerando que la matemática es interesante, es una de sus asignaturas preferidas, le gusta todo relacionado con números o resolver problemas; dichas actitudes inciden en la respuesta de su tarea.

METODOLOGÍA

Esta investigación se enmarca en un diseño de investigación no experimental, tipo descriptivo, enfocado en el método Mixto, en el cual de manera cuantitativa se identificaron los grupos de estudiantes con diferente desempeño de pensamiento algebraico y las creencias de los estudiantes en la asignatura de matemática, y cualitativamente se ilustraron mejor cuales son las características del pensamiento de los estudiantes de cada grupo. Para la recolección de datos se aplicó un cuestionario a una muestra de 73 estudiantes de cuarto básico. La primera parte del cuestionario correspondió a las creencias sobre la matemática que tienen estos estudiantes, basándose en la Escala Likert para la recolección de datos "en el cual hay una selección de ítem de acuerdo a niveles de respuesta" (Vidal,

2005) respondiendo hasta qué punto están de acuerdo con nueve afirmaciones sobre aprender matemática. La segunda parte del cuestionario se centró en tres tareas algebraicas de tipo cerrado, en dos de éstas el estudiante debió escribir el procedimiento y justificar su respuesta. Las tareas algebraicas 1 y 2 se encuentran enfocadas al concepto central de Aritmética Generalizada, en la cual la tarea 1 involucra el concepto de propiedades de las operaciones, donde se presentó los movimientos de un peón en la tabla del 100, esperando que los estudiantes tradujeran los movimientos en expresiones matemáticas de acuerdo a la estructura de la tabla. En la tarea 2 involucra los conceptos de desigualdad, el estudiante debería identificar los valores posibles para la letra A, de esta manera indicando la comprensión del uso de símbolos que representan varios valores y no uno solo. La tarea algebraica 3 se encuentra enfocada en el Pensamiento Funcional como contenido central de las dimensiones del pensamiento algebraico, presentando como concepto el patrón numérico, requiriendo que los estudiantes identificaran los términos que aparecían al extender un patrón numérico (figura 2). Posterior, se corrobora el tipo de pensamiento de acuerdo a la bibliografía analizada, finalizando con las descripciones de los errores y/o dificultades presentes en los estudiantes de acuerdo a la trayectoria del pensamiento algebraico al enfrentar una tarea algebraica, permitiendo determinar relaciones sobre creencias de la matemática de los estudiantes de este nivel y los errores en su pensamiento algebraico.


1) Un peón ha sido movido del número 64 al número 72.

¿Qué operación representa el movimiento del peón?

(Encierre en un círculo la alternativa correcta).

(a) 64 + 8
(b) 64 + 10 - 2
(c) 64 + 6 + 2
(d) 64 + 10 + 2

2) ¿Para qué valor de **A**, la siguiente desigualdad es correcta?

12 < 3 + **A**

(Encierre en un círculo la alternativa correcta).

(a) 7
(b) 8
(c) 9
(d) 10

Escriba el procedimiento y justifique su respuesta.

3) Si la secuencia se extiende
3, 6, 9, 12, ...

¿Cuál de los siguientes números podría ser uno de los números de la secuencia?

(Encierre en un círculo la alternativa correcta).

(a) 26
(b) 27
(c) 28
(d) 29

Escriba el procedimiento y justifique su respuesta.

Figura 2. Tareas algebraicas aplicadas en el cuestionario.

RESULTADOS

La información recopilada a partir del cuestionario aplicado permitió describir el comportamiento de los datos, obteniéndose:

Primera parte del cuestionario correspondiente a las creencias sobre matemática: Los estudiantes de la muestra analizada presentan un puntaje promedio de 3,095, con una media de 4, interpretándose que están muy de acuerdo a que aprenden muchas cosas interesantes en matemática. Además, presentan un puntaje promedio de 2,068, con una media de 2, interpretándose una actitud desfavorable, arrojando que no están de acuerdo el estar deseando que llegue la clase de matemática, al igual que les desagrada trabajar con números.

Segunda parte del cuestionario correspondiente a las tareas algebraicas: Las respuestas de la pregunta 1 enfocada al contenido central de aritmética generalizada donde involucra el concepto de propiedades de las operaciones los estudiantes de cuarto año obtuvieron un puntaje promedio de -0,287, con una media de 0, por lo que su interpretación corresponde al no logro de notar movimientos con expresiones matemáticas basadas en estructuras de la tabla del 100. Las respuestas de la pregunta 2 enfocada al contenido central de aritmética generalizada obtuvieron un puntaje promedio de 1,219, con una media de 1, por lo que su interpretación corresponde al logro de notar expresiones de desigualdad. Las respuestas de la pregunta 3 enfocada al pensamiento funcional obtuvieron un puntaje promedio de 1,438, con una media de 2, interpretándose al logro de notar de qué manera cambia, aumenta el valor de una secuencia de números, además lograron el conjeturar sobre el valor del siguientes término de la secuencia; procurando expresar ese término, los dos o tres términos siguientes.

CONCLUSIONES

De acuerdo a la información recopilada y analizada en esta investigación se concluye que los estudiantes presentan una tendencia de desarrollo específica de las tareas algebraicas involucradas, los estudiantes parecían estar restringidos a contextos aritméticos, donde presentaron la dificultad de no poder notar la estructura o relaciones de las propiedades de las operaciones que implican notar movimientos con expresiones matemáticas basadas en estructuras de la tabla del 100. Los estudiantes de cuarto año muestran haber notado expresiones de desigualdad, aunque la dificultad fue el no poder operar con cantidades desconocidas, no parecían haber entendido realmente el significado de los símbolos, donde el mismo símbolo representa el mismo número y cometían el error de ver un símbolo como un número fijo desconocido que se puede elegir arbitrariamente, utilizando el signo igual operacionalmente. Los estudiantes utilizaron un pensamiento funcional donde parecían notar similitudes entre términos de patrones numéricos, notaron de qué manera cambia la secuencia, conceptualizando los procesos de conjetura basado en estrategias aritméticas, como el conteo. En relación al análisis de los resultados sobre las creencias que presentan los estudiantes en la clase de matemática y las respuestas proporcionadas en las tareas algebraicas, se puede mencionar que presentan una actitud favorable reconociendo estar de acuerdo con el reactivo “aprenden muchas cosas interesantes en la clase de matemática”, sin embargo, les disgusta trabajar con números demostrado en la tarea que implica las propiedades de las operaciones ya que no lograron desarrollarlo e incluso una gran cantidad de estudiantes omitieron su respuesta.

Referencias

Aguilar, J. (2003). Aproximación a las creencias del profesorado sobre el papel de la educación formal, la escuela y el trabajo docente. Recuperado el 2 de octubre del 2007 en http://lanic.utexas.edu/project/etext/colson/26/3aguilar.pdf

Blanton, M., Levi, L., Crites, T., & Dougherty, B. (2011). Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5. In B. J. Dougherty & R. M. Zbieck (Eds.), Essential understandings series. Reston: National Council of Teachers of mathematics.

Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. Educational Studies in Mathematics, 96(1), 1–16. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8

Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. En F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 707-62). Charlotte, NC: Information Age Publishing

Kieran, C. (2007). Research on the learning and teaching of algebra. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), Handbook of research on the psychology of mathematics education (pp. 11–50). Rotterdam: Sense.

McLeod, B. & McLeod, S. (2002). Synthesis- Beliefs and Mathematics Education: implications for learning, teaching, and approach. In Leder, G.; Pehkonen, E. &Törner, G. (Eds.) Beliefs: A hidden variable in Mathematics Education? 115-123 Kluwer Academic Plublishers. Netherlands.

Moreno Giraldo, G. A. (2016). Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos (Doctoral dissertation).

Radford, L. (2000). Sings and meanings in students' emergent algebraic thinking. Educational Studies in Mathematics, 42(3), 237–268. https://doi.org/10.1023/A:1017530828058

Rivera, F., & Becker, J. (2007). Abduction—Induction (generalization) processes of elementary majors on figural patterns of algebra. Journal of Mathematical Behavior, 26(2), 140–155. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.05.00

Socas. Martín M, Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el Enfoque Lógico Semiótico Universidad de La Laguna. 1996

Vidal, J. (2005). Manual de trabajo de campo en la encuesta (p.125, 197) (1° Edición). Madrid: Centro de Investigaciones Sociológicas.

CB 024

LA ELABORACIÓN DE SIMULADORES CON GEOGEBRA COMO UNA ACTIVIDAD MATEMÁTICA ESCOLAR. REFLEXIONES A PARTIR DE UNA EXPERIENCIA CONCRETA

Irene V., Sánchez N.
E. T. C. Hermágoras Chávez, Asociación Aprender en Red, Venezuela

irenorono@gmail.com

RESUMEN

Esta comunicación presenta nuestras reflexiones sobre la elaboración de simuladores con GeoGebra (ESG) como una actividad matemática escolar (AME), a partir de una experiencia concreta de ESG producida en el marco del proyecto “Club GeoGebra. Por una nueva cultura científica” en Venezuela. Para ello, hemos asumido algunas ideas provenientes de la Teoría de la Objetivación (Radford, 2006), en particular la noción de actividad matemática. A lo largo del trabajo damos cuenta de cómo el software GeoGebra y la actividad de ESG dejan huellas en la forma en que la alumna participa de la experiencia y toma consciencia de los objetos matemáticos.

Palabras Clave: Simuladores computacionales, Actividad matemática, GeoGebra.

ELABORACIÓN DE SIMULADORES CON GEOGEBRA

Diversas investigaciones (Artigue, 2014; Honey y Hilton, 2011) han mostrado las bondades de usar tecnologías digitales en clases de matemáticas y de ciencias naturales. Sin embargo, la integración permanente y estable de estas tecnologías en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas sigue siendo un tema controvertido, debido al poco impacto que han tenido en el currículo escolar. A pesar de ello, debemos reconocer la existencia de hechos y experiencias educativas concretas que se muestran provechosas para estos propósitos. Por ejemplo, una experiencia mediada por tecnologías digitales (y también no convencional) que ha resultado útil para la promoción del aprendizaje matemáticos en alumnos de educación media en Venezuela es la elaboración de simuladores computacionales con GeoGebra, una actividad que viene implementándose desde el 2013 como parte del proyecto "Club GeoGebra para la diversidad".

En el proceso de elaboración de simuladores con GeoGebra (ESG), los alumnos se enfrentan a situaciones vistas como "tareas" matemáticas y no matemáticas cuya resolución resulta en la representación (total o parcialmente) con GeoGebra de una determinada realidad (Prieto, 2017). La resolución de estas tareas permite que los alumnos produzcan significados geométricos al modelar las formas, dimensiones y movimientos característicos de estos fenómenos, tal como puede verse reflejado en la sistematización de sus propias experiencias (Prieto y Gutiérrez, 2015; 2016; 2017). Debido al impacto que han tenido estas experiencias en los clubes, consideramos importante reflexionar sobre la actividad matemática escolar que puede estar ligada a la ESG. Con ese propósito, presentamos nuestras reflexiones al respecto, tratando de describir los aspectos de la ESG que le otorgan un estatus de actividad matemática escolar (AME).

ACTIVIDAD MATEMÁTICA ESCOLAR Y ELABORACIÓN DE SIMULADORES

En el campo de la Educación Matemática (EM), las posturas teóricas que hacen mención explícita de la AME (dentro y/o fuera del aula) suelen destacar aspectos de ésta como: la función que cumplen, sus elementos, los roles de los involucrados, entre otros. Sin embargo, una postura que presenta la AME en relación al proceso de enseñanza-aprendizaje es la Teoría de la Objetivación (TO) (Radford, 2006;2015), la cual considera la actividad como el medio social a través del cual los sujetos toman consciencia del significado de los objetos matemáticos. El papel mediador de la actividad hace que ésta deje su huella en la forma que se instancia el saber, lo que implica que los medios empleados (artefactos, palabras, gestos, y otros) sean considerados parte consustancial de la actividad y no simples elementos que facilitan o contribuyen a la amplificación de la percepción de los sujetos (Radford, 2006; Villareal, 2012).

Figura 1. Actividad como medio entre el saber y conocimiento. Fuente: Radford (2015)

Precisamente, cuando los alumnos se disponen a elaborar su simulador ellos hacen uso de las herramientas y/o funcionalidades dinámicas del GeoGebra, las cuales inciden en la forma como los sujetos se hacen conscientes de la matemática que se utiliza para la representación de cierto aspecto del fenómeno (Sánchez, 2017), mostrando el uso más allá de lo funcional o instrumental del GeoGebra.

UN EJEMPLO DE ACTIVIDAD MATEMÁTICA ESCOLAR EN LA ESG

Como ejemplo, hemos tomado el caso de una alumna de 5to año (16 años) de educación media, participante del club GeoGebra que funcionaba en una institución pública de la ciudad de Cabimas, Venezuela, para el año escolar 205-2016. La alumna logró representar dos partes del mecanismo "marcadora de Air Soft" (el fenómeno), en cinco

(05) sesiones de trabajo, en las cuales estuvo acompañada de su profesora (promotora responsable del club). Para ello, la joven realizó un total de once (11) construcciones geométricas. Para la descripción del ejemplo tomamos la información proveniente de las grabaciones en vídeo de las sesiones, el cuaderno de trabajo de la alumna, el archivo GeoGebra (.ggb) donde reposan las construcciones realizadas y la sistematización de su experiencia.

Los primeros hallazgos que se pueden comentar en esta comunicación son que la actividad de ESG permite que la alumna se relacione con formas culturalmente codificadas de trabajar matemáticamente al momento de iniciar la construcción de formas geométricas, ya que el programa tiene una memoria histórico cultural grabada en su procesador con unas demandas que guían parte del trabajo matemático. Eso ocurre, cuando la alumna se encuentra por primera vez en la experiencia con un "saber" en particular suelen ser formas geométricas que emergen de la actividad, éstas son reconocidas por la joven debido a su experiencia escolar. Un caso puede ser un rectángulo que a priori la alumna tiene un conocimiento limitado por el dibujo del rectángulo. Que, al momento de realizar la construcción del objeto en el GeoGebra, comienzan a manifestarse las propiedades que debe cumplir el rectángulo, es decir, formas histórico culturales, lo que con lleva a un conocimiento del objeto. A su vez, cuando la alumna reflexiona sobre cómo realizó determinadas construcciones geométricas es capaz de hacerse consciente de la matemática socialmente constituida que abordó.

REFLEXIONES FINALES

La ESG es una actividad que ofrece la oportunidad de aprender geometría con la ayuda del GeoGebra, y de comprender tal aprendizaje como profesores e investigadores. A través de nuestras reflexiones nos hemos aproximado a una caracterización de la ESG como una AME. Un aspecto fundamental de la AME en la TO es que la actividad debe permitir que los jóvenes tomen consciencia de los objetos matemáticos que son parte de su cultura escolar y que son movilizados en sus acciones y formas de pensar. En el caso de la ESG, ésta permitió que la alumna se hiciera consciente de los objetos geométricos que emplea para lograr construcciones con consistencia que modelen el fenómeno seleccionado por ella.

Vale mencionar que el modo en que la alumna se hace consciente de ciertos objetos geométricos está influenciado por el programa y la actividad. En cuanto a lo primero, el software impone condiciones y/o demandas de funcionamiento de sus herramientas a través de "ayudas" que constituyen una guía para el trabajo matemático. En ese momento, la promotora cumple un rol muy importante al mostrar la potencialidad del contenido en la actividad. Con respecto a lo otro, la matemática lleva una marca de la actividad, es decir, la forma como se comprende el objeto matemático está relacionada a su abordaje y uso en la actividad.

Referencias

Artigue, Michèle. (2014). "¿Qué pilares fundamentales deberían orientar la educación científica en primaria y secundaria?" En G. Caetano (Coord.), Formar Ciudadanos del Conocimiento: El Desafío de una Educación Científica para Todos. Seminario – Taller realizado en Montevideo, Uruguay.

Honey, Margaret., & Hilton, Margaret. (2011). "Learning science through computer games and simulations". Washington, DC: The National Academies Press.

Prieto, J. L. (2017). Proyectos de simulación con GeoGebra: una estrategia del desarrollo del pensamiento científico desde el servicio comunitario. Trabajo de ascenso, Facultad de Humanidades y Educación, Universidad del Zulia, Maracaibo.

Prieto, J. L., y Gutiérrez, R. E., (Comps.). (2015). Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia. Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red.

Prieto, J. L., y Gutiérrez, R. E., (Comps.). (2016). Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia. Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red.

Prieto, J. L., y Gutiérrez, R. E., (Comps.). (2017). Memorias del III Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia. Zulia, Venezuela: A.C. Aprender en Red.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. Revista latinoamericana de Investigación en Matemática educativa, (Esp).

Radford, L. (2015). Methodological aspects of the theory of objectification. Perspectivas da Educação Matemática, 8(18).

Sánchez, I. (2017). Las Prácticas Matemáticas en la Elaboración de Simuladores con GeoGebra. (Tesis de maestría). Universidad del Zulia. Maracaibo Venezuela.

Villarreal, M. (2012). Tecnologías y Educación Matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. Virtualidad, Educación y Ciencia (VEsC). 3(5), 73-94.

CB 025

IMPLEMENTACIÓN DE LA METODOLOGÍA TEAM BASED LEARNING (TBL) EN LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, EN LA CARRERA DE TÉCNICO UNIVERSITARIO EN CONSTRUCCIÓN DE LA UTFSM

Karina Montecinos Vergara
Universidad de Concepción

kmonteci@udec.cl

Experiencias de Aula

RESUMEN

Este trabajo muestra la implementación de la metodología Aprendizaje Basado en Equipos con las tarjetas IF-AT como técnica de evaluación y retroalimentación inmediata en las asignaturas de Matemática I y Matemática II, en la carrera de Técnico Universitario en Construcción, Universidad Técnica Federico Santa María, sede Concepción. Se consideró la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, y contempló tres etapas: La elaboración de apuntes, tareas, test y actividades matemáticas; la aplicación y desarrollo en el aula y la evaluación de la implementación, a través, de una encuesta de percepción para los estudiantes y un análisis de los resultados académicos obtenidos.

Palabras claves: Educación Matemática, Aprendizaje Basado en Equipos, Retroalimentación Inmediata, Socioepistemología.

INTRODUCCIÓN

A la luz de los cambios sociales, políticos y pedagógicos, de los procesos de autoevaluación y acreditación Institucional, la Universidad Técnica Federico Santa María desarrolla un Modelo Educativo para la formación profesional desde un Enfoque Curricular Basado en Competencias, que propone desarrollar un proceso académico-formativo que se adapte tanto a las demandas cambiantes del mundo de trabajo, como a las necesidades diversas de sujetos con características, intereses, atributos y puntos de partida heterogéneos. El Modelo Educativo Institucional fue actualizado el año 2015, por lo cual la Universidad dictó el "Diplomado en docencia universitaria para la formación técnica de la UTFSM", con el objetivo de perfeccionar a sus Docentes, dando a conocer algunas metodologías de Enseñanza-Aprendizaje innovadoras que promueven el protagonismo y compromiso del estudiante con su aprendizaje, como lo es la metodología de Team Based Learning con el uso de IF-AT, cuyo desafío fue planteado para implementarlo en el aula, como metodología que genera aprendizaje activo y proceso por el cual los estudiantes desarrollan habilidades de comunicación efectiva, argumentación, resolución de problemas y trabajo colaborativo.
Marco Teórico

La metodología TBL o Aprendizaje Basado en Equipos fue desarrollado durante el año 1970 por el Profesor Larry Michaelsen, de la Universidad de Oklahoma, cuyo objetivo fue cambiar la forma de aprendizaje pasiva por una más activa, trabajando en conjunto e interactuado. Esta estrategia se fundamenta en la teoría de aprendizaje experiencial de Kolb (1984). Permite optimizar los tiempos en el aula, y a su vez orienta la docencia hacia el aprendizaje activo centrado en el estudiante.

El proceso de TBL está bien descrito por Michaelsen y Sweet (2008), quienes indican que la creación e implementación comienza con estudio fuera del aula, antes de la clase, luego al llegar a la clase cada unidad comienza con el Proceso de Aprendizaje Inicial: RAP (Readiness Assurance Process) consiste de un examen corto sobre ideas claves de la lectura, el cual se aplica en forma individual; luego los estudiantes contestan el mismo examen pero en forma grupal, debiendo consensuar las respuestas grupales. A continuación, los estudiantes reciben retroalimentación inmediata sobre el examen grupal y tienen la oportunidad de escribir apelaciones basadas en evidencia si ellos sienten que pueden argumentar en forma válida sobre sus respuestas erróneas. El paso final del RAP, es una clase (usualmente muy corta y siempre muy específica) lo cual permite al profesor clarificar cualquier duda que haya resultado aparente durante el examen grupal y las apelaciones.
Retroalimentación inmediata

Nicol y Macfarlane-Dick (2000), exploran cómo las instituciones de educación superior pueden utilizar la evaluación de forma más eficaz, para promover el aprendizaje de los estudiantes. Proporcionando retroalimentación inmediata y constante durante el proceso que permite identificar las brechas que el estudiante debe solucionar en su preceso de aprendizaje.

Martín (2014), hace referencia al feedback inmediato como herramienta de impulso y evaluación del aprendizaje, en particular se refiere a la efectividad de los métodos de evaluación del aprendizaje. El documento presenta los resultados de la experiencia del trabajo con la Técnica de Inmediate Feedback Assesment (IF-AT), basada en plantillas de respuestas cubiertas que el estudiante debe raspar en busca de la opción correcta. Martín, menciona que dicho formato contribuye a mejorar la predisposición de los estudiantes hacia la evaluación. Asimismo, se indica que esta técnica ofrece una oportunidad de retroalimentación inmediata que afianza el aprendizaje y permite garantizar que la instancia evaluativa contribuye a su formación aportando respuestas y no solo incógnitas.
Socioepistemología de la Matemática Educativa

La Teoría Socioepistemológica nace en la escuela mexicana de Matemática Educativa hacia fines de los años ochenta y se extiende hacia otras latitudes durante los 90's del siglo XX para atender colectivamente a un cuestionamiento mayor.

Ricardo Cantoral (2013) describe la Socioepistemología, como marco teórico para la investigación en Matemática Educativa, se ocupa del problema de la conformación del saber matemático en el ámbito didáctico asumiendo la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues se considera que ellas, en su conjunto, constituyen la sabiduría humana.

Los procesos educativos en Matemáticas proponen tres grandes cambios: aula extendida, valor de uso del saber matemático y la formación ciudadana para una sociedad del conocimiento.

Figura 1: El triángulo didáctico en la Socioepistemología (Cantoral, 2013).

En este modelo una idea de aprendizaje, como práctica intencional normada, coloca en interacción al aprendiz con el entorno reglado, se suple la idea de aprendizaje como adquisición, para dar lugar a otra más cercana a la noción de práctica que modifica al individuo en colectividad ante tareas concretas de sus vivencias: el aula extendida es fundamental para entender esta idea de aprendizaje.

Desarrollo

La implementación de la metodología TBL con las tarjetas IF-AT se realizó con estudiantes de primer y segundo semestre consecutivamente, en las asignaturas de Matemática I y Matemática II, en la carrrera de Técnico Universitario en Construcción, cuyas carreras tienen una duración de 5 semestres, de la UTFSM, sede Concepción. Estos estudiantes provienen aproximadamente un 60% de Liceos con Educación Técnico Profesional, un 30% de Liceos Científico Humanista y un 10% de haber cursado algún semestre en otra carrera universitaria. Para utilizar esta metodología es necesario explicar previamente a los estudiantes su aplicación y objetivo dentro de la asignatura. Se utilizó en tres instancias en la asignatura de Matemática I y en dos instancias en Matemática II.
La implementación de la metodología TBL, consiste en la siguiente secuencia de actividades instruccionales (Michaelsen et al., 2008):

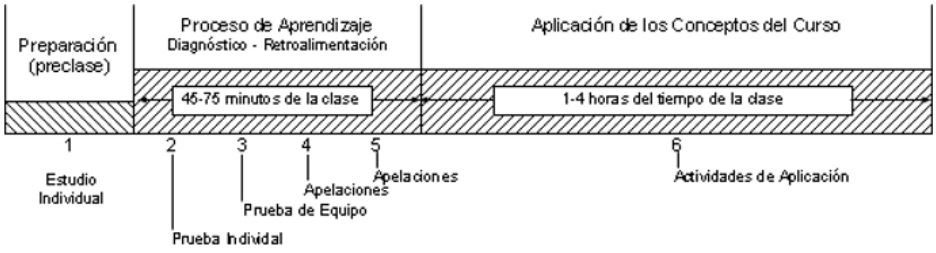


Figura 2: Secuencia de actividades instruccionales basada en equipos.

Cada actividad de TBL comienza con el Proceso de Aseguramiento de Aprendizaje Inicial (RAP: Readiness Assurance Process), que es la base para la responsabilidad individual y grupal y tiene cinco componentes principales: (1) Fase de preparación, (2) examen individual, (3) examen grupal, (4) el proceso de apelación, y (5) la retroalimentación del profesor.

Fase de preparación. Antes del comienzo de cada unidad pedagógica, los estudiantes reciben apuntes como material de lectura, revisan material audiovisual seleccionado y/o elaborado por el profesor y otras tareas que debería contener información de los conceptos e ideas que debe entender para poder resolver los problemas que se han

elaborado para cada unidad (todo este material es publicado en la Plataforma virtual AULA de la USM).
Examen individual y/o Test Diagnóstico. La primera actividad del TBL consiste en una Prueba Individual del Proceso de Aprendizaje Inicial (iRAT: "Individual Readiness Assurance Test") que mide la profundidad del estudio y manejo del material requerido previo a la clase. Los exámenes típicamente consisten en una prueba de opción múltiple que le permiten al profesor determinar si los estudiantes tienen un buen conocimiento de los conceptos claves de las lecturas. Y debe estimular la discusión.

Examen grupal. Cuando los estudiantes han terminando con el iRAT, entregan sus respuestas al profesor, que usualmente corrige durante la actividad grupal, e inmediatamente proceden a la tercera fase del proceso, la Prueba de Equipo del Proceso de Aprendizaje Inicial (tRAT: "Team Readiness Assurance Test). Durante esta fase, los estudiantes toman el examen nuevamente pero esta vez como un equipo, y los integrantes de cada equipo deben llegar a un acuerdo, los estudiantes comparan sus respuestas y presentan los argumentos por los cuales optaron por determinada opción, esto permite enriquecer sus análisis iniciales. Inmediatamente verifican si la respuesta elegida es correcta utilizando las tarjetas IF-AT como Técnica de Retroalimentación y Evaluación Inmediata (Inmediate Feedback Assessment Technique), que consiste en una hoja con respuestas que permiten la autoevaluación (Figura 3) y proporciona inmediata retroalimentación a la decisión de los equipos. En las hojas de respuestas IF-AT, los estudiantes raspan la cobertura de una de las cuatro (o cinco) alternativas en búsqueda de una marca (*) que les indica si han encontrado la respuesta correcta. Si encuentran la marca (*) en el primer ensayo, reciben la totalidad de la nota para esa respuesta. Si no lo hacen, tienen una segunda opción para dar una nueva respuesta raspando la cobertura de las distintas opciones, pero la nota disminuye a la mitad. Esto permite que el equipo reciba una nota parcial por conocimiento aproximado al esperado.

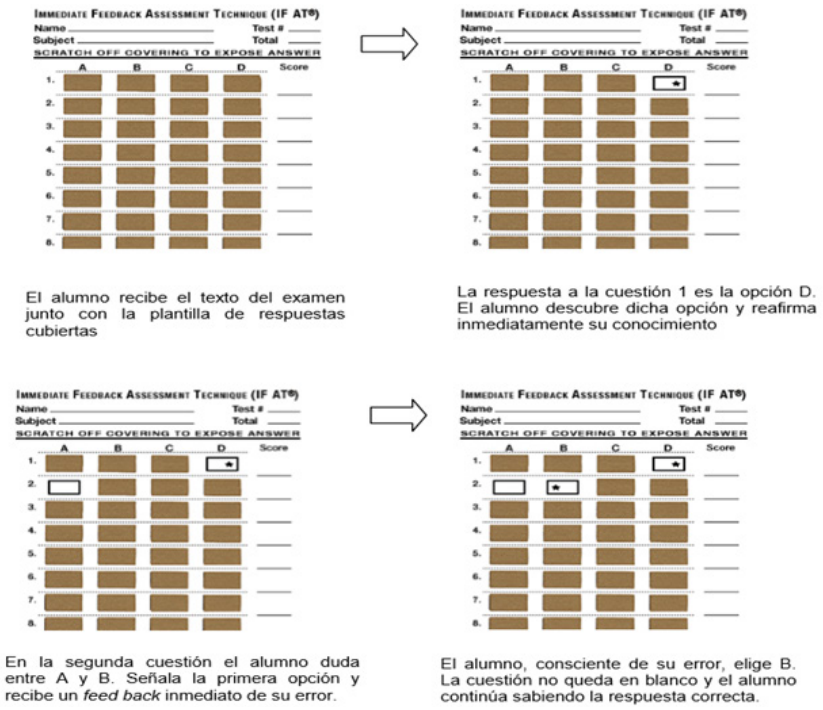


Figura 3: Funcionamiento del sistema IF-AT.

Resultados

Se utilizaron dos estrategias de recogida de información: aplicación de una Encuesta de percepción a los estudiantes, que evaluo tres dimensiones: motivación, facilidad de uso y la entrega de retroalimentación inmediata. Y por otro lado, el análisis de comparar los resultados académicos obtenidos al implemtar la Metodología durante el año 2017, y el año anterior 2016 donde no se utilizó.

Respecto de la encuesta, los estudiantes manifestaron que el proceso de corrección de las respuestas es entretenido, de fácil uso para registrar las respuestas y valoran poder tener la corrección de sus test de forma casi instantánea. Los estudiantes donde se implementó la Metodología obtuvieron mejores resultados académicos que aquellos donde se realizó clase tradicional.

La nota obtenida como Trabajo en Equipo siempre fue más alta que la obtenida Individualmente.

Conclusiones

En terminos generales la metodología aporta en el desarrollo y aplicación de los contenidos matemáticos, proporcionando instancias que generan discusión matemática grupal, permite que el estudiante reciba una continua e inmediata retroalimentación para guíar sus aprendizajes. Se observó un incremento en la asistencia a clases de Matemática donde se implementó la metodología, y estos estudiantes demuestran una mejora en su comunicación entre pares y hacia el profesor; cuando trabajan la Matemática II con TBL manifiestan avance en sus argumentaciones matemáticas para explicar el desarrollo de los ejercicios y/o problemas justificando paso a paso. Y efectivamente son los estudiantes los que están trabajando de forma activa durante casi todas las clases y el profesor pasa a ser el ente pasivo y moderador del proceso, ya que su trabajo principal está en la elaboración de buenas tareas y actividades matemáticas que permitan un aprendizaje significativo para el estudiante y futuro profesional.

Referencias

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento. España: Gedisa.

Martín, J., et al. (2014). El Feed-Back Inmediato como Herramienta de Impulso y Evaluación del Aprendizaje. Sevilla: Universidad Pablo de Olavide.

Michaelsen, L., Knight, A., & Fink, D. (2002). Team-Based Learning: A Transformative Use of Small Groups for Large and Small Classes. Westport, Conn: Bergin & Garvey.

Michaelsen, L., Sweet, M., & Parmelee, D. (2008). Team-based learning: Small-group learning's next big step. New Directions for Teaching and Learning, 116, p.1-104.

Moraga, D. (2016). TBL - Aprendizaje Basado en equipos. Chile: Estudios Pedagógicos, p437-447.

Nicol D., Macfarlane-Dick D. (2000) Rethinking Formative Assessment in HE: a theoretical model and seven principles of good feedback practice.

CB 026

DIAGNÓSTICO DE LOS NIVELES DE ANÁLISIS GRÁFICO EN ALUMNOS DE 8°AÑO BÁSICO

Karina Fernanda Pavez Figueroa
Luisa Rivas Calabrán

Universidad de Concepción

karinpavez@udec.cl, lrivas@udec.cl

Didáctica de la Estadística y probabilidades

RESUMEN

El presente documento se enmarca en el desarrollo del trabajo final de magíster y surge como resultado del proceso de diagnóstico a través del diseño e implementación de un cuestionario aplicado a estudiantes de octavo año básico, en un establecimiento de la comuna de Cañete, con el propósito de clasificarlos en los diferentes niveles de comprensión gráfica que ha establecido Kazuhiro Aoyama (2006). Los resultados obtenidos por los estudiantes los categorizan en el Nivel 1, Idiosincrático, nivel en el cual los estudiantes no son capaces de leer los valores o tendencias dentro de un gráfico.

Palabras clave: Gráficos, Niveles de Análisis de gráficos

INTRODUCCIÓN

Diversos autores tales como Batanero (2001); Gal (2002) y Del Pino y Estrella (2012) han expuesto que existe una necesidad de formar estudiantes y futuros ciudadanos, estadísticamente cultos, con la capacidad de evaluar de manera crítica la información que reciben de diferentes fuentes de la vida cotidiana, además se postula que los gráficos estadísticos deben ser tratados como elemento central de la cultura estadística, por su presencia en los medios de comunicación y su relevancia en actividades profesionales (Díaz-Levicoy, D. y Arteaga, 2014). En este sentido, se busca alfabetizar estadísticamente a los ciudadanos para que puedan informarse adecuadamente. Entenderemos por alfabetización estadística, la habilidad de entender y evaluar críticamente los resultados estadísticos con los que nos enfrentamos en la cotidianeidad, es decir, un estudiante que está alfabetizado estadísticamente es capaz de interpretar y evaluar críticamente a partir de los datos. Lamentablemente, se ha detectado analfabetismo estadístico relacionado con la interpretación y análisis de gráficos, (Mateus, 2011)

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Resultados de estudios en diversos aspectos relacionados con la alfabetización estadística en Chile muestran que los niveles son preocupantes, Arteaga (2009) descubrió que los profesores en ejercicio y los que se encuentran en formación evidencian falencias graves en torno al eje de Estadística y Probabilidad, precisamente en el análisis de gráficos, a pesar de usar un software como instrumento de apoyo e incluso se encontró que muchos futuros docentes tienen dificultades al leer información presentada en gráficos tomados de la prensa. De hecho, tanto en profesores en formación, como en los que ejercen ya la profesión, se observa que los sujetos esgrimen argumentos poco plausibles, como así también incoherentes con los conceptos estadísticos tales como muestra, representatividad, estadígrafos y parámetros y su relación con la inferencia estadística, (Rodriguez-Alveal, 2017). Estrella, Olfos y Mena-Lorca, (2015) establecieron que "los bajos desempeños de profesores y sus alumnos confirman lo señalado en estudios anteriores sobre las dificultades de adultos y de niños respecto a la estadística". Además, afirman que son esperables estos resultados descendidos o menores a los esperados, ya que recientemente se ha incluido la enseñanza y aprendizaje de la Estadística como un eje transversal en todos los niveles de enseñanza, sin embargo, plantean que:

"construir, leer e interpretar gráficos y tablas es parte de la alfabetización estadística que se consigue en la escolarización, y estos contenidos están declarados en el currículo, pero no han ingresado aún en las aulas".

Hay deficiencias también en los textos de estudio utilizados en el país, ya que el enfoque está en el cálculo y la construcción de gráficos, más que en la lectura implícita y análisis de ellos y más aún entre los diversos textos que están disponibles para los estudiantes, no se observa una estructura similar de trabajo, sino que tienen enfoques y contenidos diferentes. (Díaz-Levicoy, D. y Arteaga, P. 2014). Esta situación fue investigada previamente por Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga, López-Martín (2015) quienes analizaron los textos de estudio más utilizados en el país, específicamente, los que distribuye el Ministerio de Educación, y los de editorial Santillana, ellos postulan que se ha hecho evidente que las actividades planteadas, sólo favorecen la lectura literal de los gráficos, en donde los estudiantes leen información explícita y a lo más se les pide realizar algún cálculo o comparación entre los datos.
Por lo anteriormente expuesto, se ha establecido como objetivo de investigación "Identificar el nivel de análisis gráfico que realizan los estudiantes de 8°año básico" para poder determinar las características, errores y aciertos que presentan los estudiantes mientras analizan gráficos de manera que la información recopilada sea útil para posteriormente gestionar una mejora en estos análisis y de esta forma, constribuir a la alfabetización estadística, a través del análisis de gráficos que forma una parte importante de ésta.

REFERENTE TEÓRICO

Para identificar el nivel en el que se encuentran los estudiantes entorno a la comprensión y análisis que pueden realizar de las gráficas, se consideraron en este trabajo, los aportes de Kazuhiro Aoyama (2006) donde se categoriza la

comprensión y el análisis que el estudiante puede realizar en cinco niveles distintos, que se detallan a continuación.

Nivel 1: Idiosincrático: Los estudiantes que se encuentran en este nivel no son capaces de leer valores o tendencias en gráficos. Cometen errores para conectar características extraídas de gráficos y suelen basar sus respuestas en su experiencia individual.

Nivel 2: Lectura gráfica básica: Los estudiantes en este nivel, pueden leer valores y tendencias de gráficos, sin embargo, no pueden explicar el significado contextual de las tendencias o características que se podrían establecer de la observación del gráfico. No son capaces de contextualizar los eventos presentados.

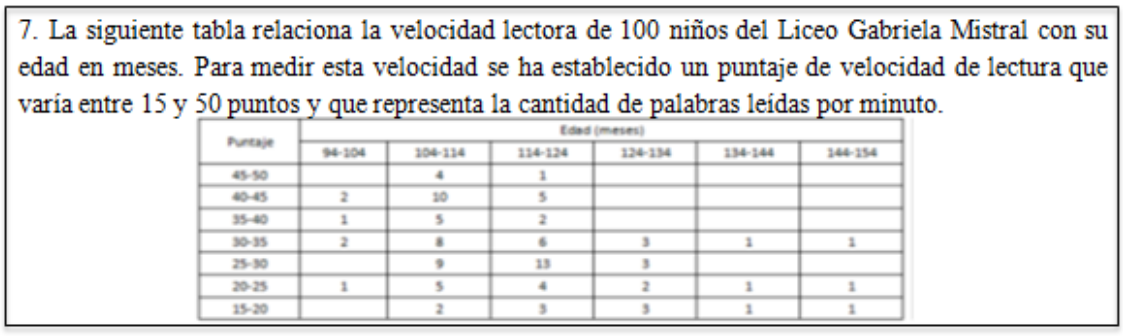
Nivel 3: Lectura Racional/Literal: Los estudiantes en estre nivel, al igual que los del nivel anterior, son capaces de leer valores y tendencias en gráficos y además son capaces de contextualizar significados literales que se muestran en los gráficos, no obstante, no sugieren interpretaciones alternativas, ni cuestionan la confiabilidad de la información.

Nivel 4: Crítico: Los estudiantes en nivel crítico, son capaces de realizar lecturas de valores y tendencias en los gráficos, contextualizan los significados de estos y más aún pueden evaluar la confiabilidad de los datos a través de la información presentada.

Nivel 5: Hipótesis o Modelado: Los estudiantes en este último nivel, pueden leer los gráficos y evaluar la información presentada, además forman sus propias hipótesis o modelos explicativos, en este nivel los estudiantes se convierten en investigadores activos, no sólo consumidores de información.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

En este estudio participaron 39 estudiantes del curso 8° Neruda del Liceo Gabriela Mistral, compuesto por 40 estudiantes. A través del uso de la categorización expuesta por Aoyama (2006) se elaboró un cuestionario que consiste en un conjunto de preguntas cerradas y abiertas respecto a información que se presenta a través de un gráfico, las preguntas se construyen siguiendo ejemplos de preguntas pertenecientes a los instrumentos elaborados por Aoyama (2006) para poder determinar el nivel de análisis gráfico de los estudiantes. El cuestionario está constituido por 8 ítems y antes de ser aplicado fue sometido a validación por expertos en el área. Para cada uno de los ítems, se consideró una propuesta de posibles respuestas (rúbrica) en los 5 niveles presentados, que permiten evidenciar el nivel de lectura en la que se encuentran los estudiantes. A continuación, se describe a grandes rasgos un ítem:
7. La siguiente tabla relaciona la velocidad lectora de 100 niños del Liceo Gabriela Mistral con su edad en meses. Para medir esta velocidad se ha establecido un puntaje de velocidad de lectura que varía entre 15 y 50 puntos y que representa la cantidad de palabras leídas por minuto.


7. La siguiente tabla relaciona la velocidad lectora de 100 niños del Liceo Gabriela Mistral con su edad en meses. Para medir esta velocidad se ha establecido un puntaje de velocidad de lectura que varía entre 15 y 50 puntos y que representa la cantidad de palabras leídas por minuto.

Puntaje	Edad (meses)					
	94-104	104-114	114-124	124-134	134-144	144-154
45-50		4	1			
40-45	2	10	5			
35-40	1	5	2			
30-35	2	8	6	3	1	1
25-30		9	13	3		
20-25	1	5	4	2	1	1
15-20		2	3	3	1	1

Figura 1: Ítem 7, cuestionario diagnóstico

Para la información presentada en la tabla, se les pidió a la los estudiantes que eligieran de entre 4 gráficos el más adecuado para mostrar cómo se acumulan los puntajes, además se le pidió argumentar por qué habían elegido ese gráfico. A continuación, se le presentó la siguiente situación y se les pidió que respondieran a la pregunta planteada:

7.2.- Si las edades de los niños varían entre 7 y 12 años, es de esperarse que los niños de 12 años sean quienes obtengan el mayor puntaje en velocidad lectora, sin embargo, los niños de dicha edad obtuvieron como máximo 35 puntos de un total de 50. La profesora encargada de realizar la prueba cree que los niños a medida que crecen comienzan a utilizar por mucho tiempo objetos tecnológicos como celulares y Tablet, principalmente para jugar y revisar redes sociales. Ella plantea que estos aparatos no benefician la velocidad pues los estudiantes hacen clic mientras las usan sin leer, ya que el interés no está en comprender lo que están aceptando, sino en lo que está detrás del clic. **¿Consideras que la visión de la profesora tiene relación con lo que expone la información anterior? Justifica tu respuesta.**

Figura 2: Ítem 7.2, cuestionario diagnóstico

RESULTADOS PREMILINARES

Luego de aplicar el test, se analizaron los resultados de los estudiantes en el ítem anteriormente mencionado, los resultados obtenidos en la elección del gráfico adecuado para expresar cómo se acumulan los puntajes, se muestran a través del siguiente gráfico.

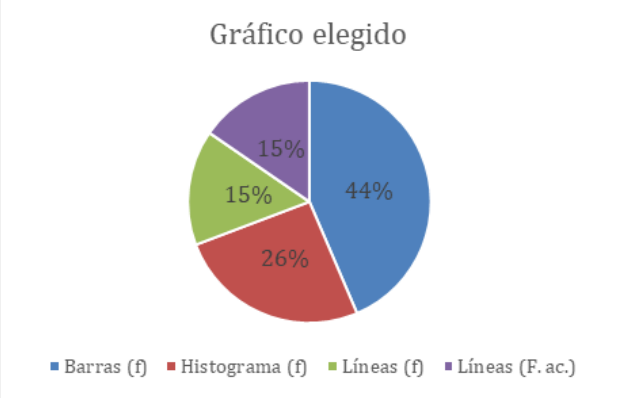


Gráfico 1: Resultados elección de gráfico adecuado

Los estudiantes eligen mayoritariamente el gráfico de barras 44%, luego el histograma 26%, y posteriormente eligen ambos gráficos de líneas con 15% cada uno, a pesar que sólo uno de ellos acumula los puntajes. Los argumentos de la elección del gráfico se basan en los que ellos consideran comprensible. Por ejemplo, quienes eligen el gráfico de barras, argumentan que es un gráfico a través del cual se puede apreciar mejor el puntaje, es más fácil de comprender ya que es práctico, completo, claro, y exacto, sin considerar que no mostraba los puntajes acumulados. Los estudiantes responden, por ejemplo: “se puede entender mejor” “muestra claramente los datos de la tabla o incluso “los gráficos de líneas son para meses o finanzas”. En cambio, los estudiantes que eligen el gráfico de línea consideran que “muestra mejor el aumento y disminución de los puntajes”, o “los otros se ven más difíciles”. Quienes eligen como gráfico correcto el gráfico de líneas que muestra los puntajes acumulados, argumentan que “al ser acumulado debe ir aumentando” “la clave es acumular los puntajes”, pero también algunos, a pesar que es la respuesta correcta esgrimen argumentos incorrectos basados en lo que ellos pueden comprender, por ejemplo, responden: “es el gráfico más claro, el menos amontonado”, “se expresa mejor” o, “es más fácil de entender en ese orden de puntaje”.

Con respecto a la pregunta abierta, los resultados, son similares, el 97,4 % que corresponden a 38 estudiantes, se encuentran en Nivel 1 Idiosincrático, pues no demuestran a través de sus respuestas que leen la tabla de valores dada, ya que en su mayoría dan argumentos que tienen que ver con su experiencia personal, ignorando la información que está dada en la tabla. Los estudiantes responden, por ejemplo: “la profesora está en lo correcto porque a medida que los niños crecen no les interesa leer”, “el interés en la lectura se está perdiendo” o “a los niños les interesa sólo jugar”.

Sólo un estudiante fue capaz de relacionar la opinión de la profesora con la información mostrada en la tabla, como una posible explicación a los resultados deficientes de los estudiantes de 12 años, sin embargo, no es capaz de explicarlo, sólo lo relaciona.

A MODO DE CONCLUSIÓN

Con los resultados expuestos anteriormente, se puede afirmar que la comprensión gráfica en los estudiantes no está en los niveles esperados, se establece como una de las dificultades que ellos poseen y que causan una alfabetización estadística deficiente y por lo cual los resultados a nivel nacional son preocupantes.

A nuestro modo de ver, sería interesante, buscar una estrategia metodológica a través de una secuencia de actividades, que ayude a los estudiantes a transitar a un nivel de comprensión gráfica más alto, para que realicen lecturas y análisis críticos, sean capaces de cuestionar la fiabilidad de la información presentada, y de esta forma, en su vida adulta sean ciudadanos críticos y participativos, y puedan acceder a información que sea presentada a través del uso de gráficos.

Referencias

Aoyama K. (2006). Investigating a hierarchy of students´ graph interpretation. In A. Rossman & B. Chance (Eds.). Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics. Salvador, Brazil: International Statistical Institute.

Arteaga P. (2009). Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos. Tesis de Máster. Universidad de Granada.

Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Córboda, J. (2012). Propuesta para la enseñanza de la estadística en el grado décimo trabajada por proyectos.

Gal, I. (2002). Adult´s statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. International Statistical Review, 70(1), 1-25.

Del Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. Pensamiento educativo, 49(1), 53-64.

Díaz-Levicoy, D. y Arteaga, P. (2014). Análisis de gráficos estadísticos en textos escolares de séptimo básico en Chile. Diálogos Educativos, 14(28), 89–112

Díaz-Levicoy D., Batanero C., Arteaga P. y López-Martín M., (2015). Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de educación primaria chilena. Educaçao

Estrella S., Olfos R. La taxonomía de comprensión gráfica de Curcio a través del gráfico de Minard: una clase en séptimo grado. Revista Educación Matemática, México, DF, v. 24, n. 2, p. 123-134, ago. 2012
.

Mateus, L. (2011). Encuentro Colombiano de Educación Estocástica, (1999).

Rodriguez-Alveal, F. E., & Rodriguez-Alveal, F. E. (2017). Alfabetizacion Estadistica en Profesores de Distintos Niveles Formativos. Educação & Realidade, 42(4), 1459–1477.

CB 027

CONCEPCIONES DE PROFESORES Y PERCEPCIONES DE LOS ESTUDIANTES SOBRE LOS PROCESOS DE RETROALIMENTACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICA

Marioly Vera Valdebenito, Verónica Yáñez Monje.
Universidad de Concepción.

maverav@udec.cl, veyanez@udec.cl

Evaluación en Ed. Matemática

RESUMEN

Esta investigación explora las concepciones y prácticas sobre retroalimentación, promulgadas por tres profesores de matemática, pertenecientes a un establecimiento particular subvencionado de la provincia de Concepción. El estudio busca profundizar también en las percepciones de sus estudiantes sobre la retroalimentación recibida. Desde un planteamiento metodológico de Estudio de Caso, se diseñan entrevistas semi-estructuradas, las que serán contrastadas con eventos de aula, en el caso de los docentes; como así también, se contempla aplicar grupos focales con los estudiantes. Se espera que este trabajo contribuya a la discusión en tanto desafíos y posibilidades para abordar una retroalimentación efectiva en matemática.

Palabras clave: Retroalimentación, evaluación formativa, profesores, estudiantes.

INTRODUCCIÓN

En un enfoque tradicional la evaluación es entendida como la verificación del logro de objetivos de aprendizaje a través de mediciones realizadas por instrumentos los cuales evidencian la expresión del aprendizaje (Prieto, 2008). Esta perspectiva se vincula con la tradición psicométrica, centrada en el resultado, que dista en su concepto de las propuestas e innovaciones surgidas desde teorías socio-culturales del aprendizaje y enfoques comunicativos de la evaluación (Yáñez, 2004, 2007, 2008). No obstante, la evaluación centrada en el producto, parece ser una práctica que persiste en las aulas de nuestro país (Ministerio de Educación, 2006). Es decir, la aplicación de instrumentos de evaluación para alcanzar una calificación acorde a una escala de conversión. Se trata entonces de procedimientos cuya finalidad es certificar aprendizajes, no se busca focalizar la atención en el proceso, de modo de recoger información que pueda ser usada para promover y ayudar al aprendizaje.

Lo expresado en líneas precedentes, implica orientar la evaluación hacia un propósito distinto, se conceptualiza más bien como una herramienta central para el aprendizaje, integrada en los procesos de enseñanza (Black y Wiliam, 1998, 2006, 2009, 2012).

Esta nueva orientación ha sido denominada Enfoque de evaluación para el aprendizaje o evaluación formativa (Black et al, 2003; Swafield, 2011). Esta perspectiva otorga un lugar trascendental a los procesos de retroalimentación para promover la motivación, la autorregulación y auto eficacia, permitiendo a los estudiantes acortar la brecha entre su desempeño actual y la meta de aprendizaje (Black y Wiliam, 1998; Sadler, 1989). Sin embargo, diversas contribuciones sostienen que la relación entre la implementación de estos procesos o estrategias y la mejora del aprendizaje no es consustancial. La retroalimentación debe contemplar ciertas características o condiciones para ayudar al estudiante a fortalecer sus procesos de autonomía y que le permitan, no sólo identificar que le falta para lograr aprendizaje, sino también que desarrolle la capacidad de generar los mecanismos de mejora pertinentes a partir de la autoevaluación de su propio desempeño (Sadler, 1989, 2007, 2010). Lo anterior exige una necesaria interrelación con los conocimientos de los criterios de calidad de las tareas evaluativas, por parte de los estudiantes, y con los procesos de interacción en el aula desde una perspectiva dialógica (Alexander, 2004). Esto implica, que la retroalimentación se ve favorecida si (a) se cuenta con criterios y estándares de evaluación previamente establecidos y comunicados a los estudiantes; (b) se diseña e implementa un sistema pertinente para recoger la información sobre el aprendizaje, y (c) se elaboran estrategias para comunicar esa información y usarla para que los estudiantes aprendan mejor (Contreras y Zúñiga, 2017).

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Contreras y Zúñiga (2017), agrupan concepciones docentes sobre retroalimentación en tres grupos: a) Retroalimentación entendida como corrección, la cual es principalmente escrita donde el estudiante puede identificar sus aciertos y errores mediante símbolos, marcas o puntaje, siendo esta una modalidad correctiva, específica y retroactiva pues se basa en una tarea ya realizada. b) Retroalimentación entendida como elogio, cuya finalidad es promover sentimientos positivos y compromiso con el estudio, especialmente en aquellos estudiantes a quienes les cuesta más obtener buenos resultados. c) Retroalimentación entendida como mejoría proyectiva, pueden ser comentarios orales, escritos o virtuales a través de alguna plataforma web, se le otorga un sentido formativo y proyectivo con la finalidad que los estudiantes mejoren sus trabajos futuros.

De los tipos de concepciones sobre retroalimentación identificados por las autoras antes mencionadas, el que más se acerca a la definición presentada por el Ministerio de Educación (2006) descrita como “información oral u escrita que pretende ayudar al alumno y alumna a mejorar su aprendizaje” (p. 306), es el que ellas denominan “mejoría proyectiva”. Desde la perspectiva de evaluación para el aprendizaje la retroalimentación retrospectiva centrada en la corrección tiende a dañar la autoestima de los estudiantes, puesto que los lleva a centrarse en su capacidad y habilidades y no en el esfuerzo que invirtieron para llevar a cabo la tarea, pues carece de comentarios sobre el desarrollo de la misma. Sería apropiado que la retroalimentación percibida como elogio esté acompañada de comentarios

sobre el siguiente paso respecto al desarrollo de la tarea valorando el esfuerzo y, al mismo tiempo, promoviendo el aprendizaje.

Otras contribuciones caracterizan la retroalimentación como un elemento determinante, durante el proceso de aprendizaje, en la disposición hacia el desarrollo de la tarea y en los productos de la enseñanza (Viciana, Cervelló, Ramírez, San-Matías, Requena, 2003). Por otra parte, investigaciones precedentes también dan cuenta de que todavía existen muchos vacíos sobre cómo implementar los procesos de retroalimentación que favorezcan el aprendizaje centrado en el estudiante (Pérez y Salas, 2016).

En consecuencia surge el interés y la necesidad de indagar en la forma en que la retroalimentación es concebida por el docente y de qué modo esto deriva en estrategias para implementarla. Puesto que la literatura revisada da cuenta que algunos métodos están más bien vinculados al premio y al castigo, y no con foco en el aprendizaje.

Por otra parte, esta investigación aborda la perspectiva de profesores de matemática, específicamente, y explora el fenómeno en estudio en un contexto de habla hispana, se intenta profundizar en la forma en que se otorga retroalimentación para comprender qué dificultades, pero también qué posibilidades y alternativas es posible rescatar desde la experiencia docente para transformar verdaderamente la retroalimentación en una herramienta de aprendizaje, en educación matemática. Así también, este estudio intenta constituirse en un insumo para la discusión teórico-práctica entre docentes, estudiantes de pedagogía y formadores de docentes, puesto que en su diseño metodológico contempla recoger información sobre la visión de los estudiantes, es decir, cómo ellos(as) están comprendiendo los mensajes otorgados en el proceso de retroalimentación y si ésta es reconocida como tal. Se estima que los hallazgos pueden ser de relevancia pues proporcionarían una imagen, en el contexto chileno, sobre qué elementos están siendo considerados al momento de implementar, mantener, complementar o modificar él o los procesos de retroalimentación que aplican los profesores de matemática.

En función de los antecedentes mencionados, surge la interrogante principal de este trabajo de investigación:
¿Cómo conciben los profesores el proceso de retroalimentación y cómo éste es percibido por los estudiantes en el aula de matemática?

Objetivo General

•Explorar las concepciones de profesores de matemática sobre retroalimentación desde una perspectiva teórico – práctica profundizando en la manera en que este proceso es percibido por los estudiantes

Objetivos Específicos

-Comprender los significados que los docentes otorgan a la retroalimentación desde la perspectiva teórico práctica en la clase de matemática

-Establecer los enfoques que subyacen a las prácticas de retroalimentación que emplean los profesores de matemática.

-Identificar cómo se relacionan las percepciones de los estudiantes sobre la retroalimentación con la retroalimentación pretendida por sus profesores en la clase de matemática

METODOLOGÍA

Este estudio es consistente con un enfoque cualitativo, de alcance exploratorio (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), se está trabajando bajo el diseño de estudio de caso (Yin, 2009), con una población de 3 profesores de matemática y una muestra de sus estudiantes. Como se ha planteado en secciones precedentes, se intenta profun-

dizar en el fenómeno de estudio en un contexto particular explorando las perspectivas de los diferentes actores. Se espera comprender los procesos de pensamiento de los participantes desde cómo conciben la retroalimentación y cómo ello desencadena diferentes formas de accionar en al aula.

La técnicas de recogida de datos corresponde a entrevista semi estructurada (Hernández, Fernández y Baptista, 2010) en el caso de los profesores, lo cual será complementado con la selección de eventos de aula para ilustrar procesos de retroalimentación. Se aplicará además un focus group correspondiente a una muestra de estudiantes por cada profesor-paticipante.

La perspectiva de análisis de datos será fundamentalmente abductiva (Charmaz, 2006), por una parte se intenta dar sentido a la información recopilada con base en los principios téoricos desde el enfoque de Evaluación para el Aprendizaje, pero al mismo tiempo se establecerán nuevas dimensiones de análisis que se originen de los datos propiamnete tal. La información que emane de las entrevistas, como así también de los grupos focales, será codificada mediante la técnica Codificación de Significado (Kvale y Brinkmann, 2009). Los datos recogidos de los eventos de aula se estudiarán mediante la técnica análisis microetnográfico del discurso (Bloom et al., 2008). En lo global, se llevará a cabo un proceso iterativo que contempla el contraste entre estos diferentes métodos de recopilación de información.

Finalmente, en términos del avance de este proyecto de investigación, es importante mencionar, que ya ha sido aprobado en las instancias respectivas en el contexto del programa de Magister en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Concepción. Los instrumentos de recogida de datos ya han sido diseñados y han sido sometidos a validación por jueces expertos. Habiendo superado esta etapa , se desarrollaron todos los procedimeintos formales de acercamiento y acceso al campo de investigación, de este modo, el segundo semestre de 2018 corresponde al periodo de implementación del estudio propialmente tal.

Referencias

Alexander, R. (2004). Towards Dialogic Teaching. Rethinking Classroom talk . Cambridge: Dialogos.

Black, P. y Wiliam, D. (1998). Inside the Black Box: raising standards through classroom assessment. London: School of Education, King's College.

Black, P. y Wiliam, D. (2006). Developing the Theory of Formative Assessment. In John Gardner (ed.) Assessment and Learning. SAGE publications. pp. 81-100.

Black, P. y Wiliam, D. (2009). Developing a Theory of Formative Assessment, Educational Assessment Evaluation and Accountability, 21, 5–31.

Black, P. y Wiliam, D. (2012). Assessment for Learning in the Classroom. In John Gardner (ed.) Assessment and Learning (Assessment in Education). SAGE Publications. pp. 11-32.

Bloom, D., Power Carter, S., Beth Morton, C., Madrid, S., Otto, S; Shuart – Faris, N., Smith, M., (2008) On Discourse Analysis in Classrooms. Approaches to Language and Literacy Research. Teachers College Press, Columbia University New York and London.

Carr, W. (1999). Una teoría para la educación. Hacia una investigación educativa crítica. Madrid: Morata.

Contreras, G., Zúñiga, C. (2017). Concepciones de profesores sobre retroalimentación: Una revisión de la literatura. Revista Internacional de Investigación en Educación, 9(19), 69-90.

Charmaz, K. (2006) Constructing grounded theory: A practical guide through qualitative research Sage Publications Ltd, London.

Hattie, J., Timperley, H. (2014). The Power of Feedback. Review of Eductional Research, 77(1), 81-112.

Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2010). Metodología de la Investigación (5ta. ed.). D.F., México: McGraw Hill. .

Kvale, S. and Brinkmann, S. (2009). Interviews: Learning the Craft of Qualitative Research Interviewing (second ed.). SAGE.

Ministerio de Educación. (2006). Evaluación Para el Aprendizaje: Enfoque y materiales prácticos para lograr que sus estudiantes aprendan más y mejor. Santiago de Chile: Unidad de Currículum y Evaluación, Ministerio de Educación.

Pérez, J., Salas, M.(2016). Características de la Retroalimentación como parte de la Estrategia Evaluativa Durante el Proceso de Enseñanza Aprendizaje en Entornos Virtuales: Una Perspectiva Teórica. Revista Calidad en la Educación Superior, 7(1).

Prieto, M. (2008). Creencias de los profesores sobre Evaluación y Efectos Incidentales. Revista de Pedagogía, 29(84).

Quinquer, D., et al. (2000). Evaluación como ayuda al Aprendizaje (Artículo 1: Modelos y Enfoques Sobre la Evaluación: el modelo Comunicativo) (1° ed.) Barcelona: Graó, de IRIF, SL.

Sadler, D.R. (1980). Conveying the findings of evaluative inquiry. Educational Evaluation and Policy Analysis 2(2): 53-57.

Sadler, D.R. (2007). Perils in the meticulous specification of goals and assessment criteria. Assessment in education: Principles, Policy & Practice, 14(3), 387-392.

Sadler, D.R. (2010). Beyond feedback: developing student capability in complex appraisal. Assessment & Evaluation in Higher Education, 35(5), 535-550.

Swaffield, S. (2011) Getting to the heart of authentic Assessment for Learning. Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 18(4), 433-449.

Viciana, J., Cervelló, E., Ramírez, J., San-Matías, J. y Requena, B.(2003). Influencia del Feedback Positivo y Negativo en alumnos de secundaria sobre el clima ego – tarea percibido, la valoración de la EF y la preferencia en la complejidad de las tareas de la clase. Revista de Motricidad. European Journal of Human Movement. 10, 99-116

Yáñez, V. (2004). Texto de estudio: Postítulo de Especialización en Evaluación del Aprendizaje. (1ª ed.) Chile: Instituto de Investigación, Desarrollo y Capacitación.

Yáñez, V. (2007) Concepciones de la Evaluación y qué sucede en el aula. Recuperado de http://www.textosescolares.cl/usuarios/octava/File/Concepciones%20de%20la%20Evaluacion%20y%20que%20sucede%20en%20el%20aula.pdf
Yáñez, V. Castro., A. Castillo., R. Catalán., C. González., M. (2008). Prácticas evaluativas de profesores de matemáticas en enseñanza media, con énfasis en la resolución de problemas. Revista Investigaciones en Educación. VIII(1), 133-158.
Yin, R. (2009) Case Study Research: Design and Methods (Applied Social Research Methods series, Volume 5 – fourth ed.). SAGE Publications Ltda.

CB 028

REPRESENTACIÓN, SENTIDO Y ESTRUCTURA CONCEPTUAL DE ESTUDIANTES DE CUARTO DE PRIMARIA Y PRIMERO DE SECUNDARIA EN UNA SITUACIÓN DE REPARTO.

Marisel Ferreira Puchi, Elena Castro Rodríguez
Universidad de Granada, España. Universidad de Granada, España.

marfer181@gmail.com, elenacastro@ugr.es

Didáctica de la Aritmética.

RESUMEN

El propósito de este trabajo es profundizar en el significado que otorgan los estudiantes de cuarto año de primaria y primer año de secundaria a una situación de reparto. Para ello, nos basamos en el triángulo semántico compuesto por representaciones, sentido o modos de uso y estructura conceptual. A través de un análisis de contenido cualitativo, se describen la diversidad de resoluciones que manifiestan los grupos estudiados ante una misma situación problema.

Palabras clave: Reparto, fracciones, estrategias, Educación Primaria, resolución de problemas.

INTRODUCCIÓN

La fracción es un concepto que presenta dificultades para los escolares de primaria y secundaria, tanto de manera aislada como en contextos específicos (Charalambous y Pitta-Pantazi, 2007; De León, 1998; Obando, 2003). Estas dificultades han llevado a diversos investigadores en Educación Matemática, a desarrollar marcos sobre las distintas interpretaciones de las fracciones y los números racionales (Berh, Lesh, Post y Silver, 1983; Freudenthal, 1983; Kieren, 1976). Todos ellos destacan la importancia de la enseñanza y el aprendizaje de este concepto en situaciones reales como el de reparto.

Considerando que en las escuelas españolas la enseñanza de las fracciones comienza en tercero y cuarto año de primaria (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014) y se hace extensible a los cursos superiores, (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2015), en este trabajo profundizamos en el significado de reparto que ponen en juego estudiantes de estos niveles al resolver una situación problema. Para ello nos hemos basado en la terna semántica: sistemas de representación, sentidos o modos de uso y estructura conceptual, propuesta por Rico (2012).

ANTECEDENTES

Diversas investigaciones se han enfocado en la resolución de problemas de reparto con estudiantes de distintas edades (Charalambous y Pitta-Pantazzi, 2007; De León, 1998; Dávila, 1992; Flores, 2012; Lamon, 1993; Olguín y Valdemoro, 2009; Steffe 2001). Dávila (1992), enfocado en estudiantes de 1º y 2º de primaria, realiza un estudio con situaciones de reparto apoyándose de material concreto, en los resultados obtenidos de esta investigación destaca que los estudiantes comenzaban la división de las unidades siempre por mitades y que al enfrentarse al reparto entre un número impar de personas mostraban dificultades en el reparto equitativo de la unidad. Steffe (2001) realiza una investigación centrada con estudiantes de 3º año de primaria a través de herramientas informáticas. Este estudio basado en la tarea de particionamiento y en los esquemas fraccionarios, concluye que es posible trabajar con los estudiantes desde los primeros cursos de instrucción escolar. Olguín y Valdemoro (2009) se enfocan en estudiantes de 4º de primaria, determinando cómo se inicia la construcción del número fraccionario y qué estrategias son mayormente utilizadas. En sus resultados destacan que los estudiantes utilizaron 6 estrategias diferentes para el reparto equitativo, siendo la más utilizada aquella en que prevalece la visión de cada objeto como una unidad autónoma.

Los aportes de De León (1998) se enfocan en el reparto equitativo, selección del pedazo resultante de un reparto y de comparación de repartos. Este estudio fue realizado con estudiantes desde 1º a 6º año de primaria determinándose en los resultados 4 formas de organizar las situaciones de reparto. El estudio que realiza Lamon (1993) se centra en las estrategias que los estudiantes de 6º año utilizaron para resolver una situación problema de reparto con cantidades continuas y discretas, identificándose entre los resultados las estrategias within (en), between (entre) y la unitización que corresponde a una variante de la estrategia between. Flores (2012) realiza una investigación en Educación Secundaria sobre reparto, en la cual profundiza en las diferentes formas en que los estudiantes reconceptualizan la unidad en piezas de diferente tamaño. En sus resultados identificó la forma en que los estudiantes percibían la unidad, ya sea como una unidad compuesta o no. Charalambous y Pitta-Pantazzi (2007) realiza un estudio planteándose como objetivo comprender las construcciones de fracciones de grupos de estudiantes de 5º y 6º año de primaria. Este estudio revela que los estudiantes fueron más exitosos en tareas relacionadas con el subconstructo parte-todo y menos competentes en relación al subconstructo medida, además uno de los hallazgos de la investigación fue que el subconstructo parte-todo ocupa un lugar predominante tanto en el currículo como en los textos de estudio.

METODOLOGÍA

La investigación se enmarca en una metodología cualitativa-descriptiva, fundamentada desde un enfoque interpretativo. Los participantes fueron 105 estudiantes de cuarto curso de Educación Primaria y 130 estudiantes de primer curso de Educación Secundaria, durante el curso académico 2017-2018. Los estudiantes pertenecían a colegios públicos o concertados que tenían una situación socioeconómica similar. El instrumento utilizado fue un cuestionario con una tarea de reparto adaptada de Lamon (1993). Específicamente, la tarea planteada a los sujetos fue "Hay un grupo de 7 niñas que tienen 3 pizzas y un grupo de 3 niños que tienen 1 pizza, si ambas pizzas tienen el mismo tamaño ¿quién come más pizza, una chica o un chico?". Los participantes resolvieron la tarea de manera individual, durante una sesión de clase. En ningún caso los docentes les dieron indicaciones sobre cómo resolver dicha tarea. Los datos recogidos fueron sometidos a un análisis de contenido cualitativo, ya que como afirman Cohen, Manion y Morrison (2007) "define el proceso de resumir e informar los datos escritos, los principales datos y sus mensajes" (p. 475). Las categorías consideradas para determinar los sistemas de representación fueron: representación verbal, simbólica-numérica y verbal (Castro y Castro, 1997; Lupiáñez, 2016). Para las categorías de sentido y modos de uso se utilizaron las categorías establecidas por Lamon (1993) que corresponden a estrategia within (en), between (entre) y unitización, además de estrategias nuevas manifestadas por los estudiantes en la resolución de la situación problema: estrategia pre-within, between incompleta, trozos, trozos incompleta, between mínimo común múltiplo (m.c.m). Para las categorías de estructura conceptual, se consideraron los conceptos y procedimientos que los estudiantes manifestaron en el proceso de resolución.

RESULTADOS

Los resultados se presentan atendiendo a cada una de las componentes consideradas en el significado de un concepto matemático escolar (sistemas de representación, sentidos y estructura conceptual) y el nivel educativo (Educación Primaria y Educación Secundaria). Destacar que no es parte de nuestro objetivo hacer una comparación estadística entre los dos grupos considerados, ni tampoco el análisis realizado tiene un carácter evaluador.
Sistemas de representación en Educación Primaria

En relación a los sistemas de representación utilizados por el grupo de Educación Primaria, la mayoría de los estudiantes incluyeron en sus respuestas más de una representación. La representación gráfica se incluyó en 80,95% de las respuestas a través de figuras circulares acompañadas de dibujos con la cantidad de niños y niñas que intervenían en la situación. La representación simbólica-numérica aparece en 40,95% de las respuestas correspondiendo en su mayoría a números naturales, y la representación verbal aparece un 81,90%. Además, destacan las relaciones entre representaciones que establecen los estudiantes (46,66%).

Sistemas de representación en Educación Secundaria

Al igual que los sujetos de primaria, la mayoría de estudiantes de Educación Secundaria utilizaron más de un sistema de representación en sus respuestas. La representación gráfica se incluyó en un 30,76% de las respuestas, en su mayoría a través de figuras circulares, la representación simbólica-numérica es utilizada en un 50% a través de números decimales, fracciones y el uso del algoritmo de la división. La representación verbal está presente en 75,38% de las resoluciones. En este grupo existe un 40,76% de estudiantes que estable relaciones entre las representaciones utilizadas.

Sentidos o modos de uso en Educación Primaria

En relación a los sentidos o modos de uso, los estudiantes de primaria utilizaron más de una estrategia en su respuesta. De las estrategias establecidas por Lamon (1993) sólo 11,42% de los estudiantes manifestaron la estrategia between, en donde se establece una relación entre la cantidad de pizzas de los niños y la cantidad de niños, cantidad de pizzas de las niñas y la cantidad de niñas para luego comparar. La estrategia unitización sólo se incluyó

en un 7,61%, en ella los estudiantes forman nuevas unidades comparativas a partir de unidades ya establecidas, por ejemplo mencionan que si 3 niños comen 1 pizza las niñas harán lo mismo, de esta forma 3 niñas comerán 1 pizza, las siguientes 3 niñas comerán la segunda pizza y la séptima niña comerá la tercera pizza completa. 28,57% de los estudiantes se aproximaron a la estrategia within, que consiste en establecer una relación entre cantidades correspondientes, en este caso cantidad de niños con cantidad de niñas, cantidad de pizzas niños con cantidad de pizzas niñas, para luego comparar. Este porcentaje de estudiantes no llegó a completar o finalizar la estrategia, por lo que fue considerada como una estrategia pre-within. Existe un 23,80% de los estudiantes que desarrollaron una comparación between pero de forma incompleta. 18,09% de los estudiantes utilizaron la estrategia designada trozos, en la cual dividían las unidades en la misma cantidad de trozos tanto para las niñas como para los niños, obtenían el total de trozos para cada grupo y luego repartían ese total entre cada grupo a través de una división, mientras que 11,42% de los estudiantes se acercaron a la estrategia trozos pero de forma incompleta y 18,09% de los estudiantes utilizaron otra estrategia que no fue claramente identificada o no presentaron ninguna resolución.
Sentidos o modos de uso en Educación Secundaria

En Educación Secundaria el 16,15% de los estudiantes realizan procedimientos que se acercan a la estrategia within, pero sólo llegan a realizar una comparación entre los datos proporcionados en forma incompleta, por ejemplo, comparan la cantidad de pizzas de los niños y la cantidad de pizzas de las niñas y sólo con esa información llegan al resultado final, este tipo de resolución se considera estrategia pre-within. 22,30% de los estudiantes utilizan la estrategia between y el 12,30% de los estudiantes se acercan a la estrategia between pero presentándola en forma incompleta, la unitización la utiliza un 8,46% de los estudiantes. En este grupo aparece una nueva estrategia utilizada que representa la información a través de fracciones, e igualan los denominadores para luego compararlas y obtener la fracción mayor, esta estrategia que es designada between m.c.m aparece en un 8,46%. La estrategia designada trozos es utilizada por el 10% de los estudiantes y el 2,30% de los estudiantes utilizan la estrategia trozos en forma incompleta. En este grupo hay gran cantidad de estudiantes que utilizan otra estrategia no identificada o no presentan ningún tipo de respuesta, en este caso corresponden al 24,61% de los estudiantes.

Estructura conceptual en Educación Primaria

En primaria el 76,19% de los estudiantes utilizaron la relación parte-todo para resolver la situación problema y de esta cantidad, sólo el 45% realiza un reparto equitativo, ya que en su mayoría incluyen la cantidad de partes en que dividen la unidad pero no consideran que el tamaño de las partes sea igual. La división aparece en el 22,85% de las respuestas, pero gran parte de los estudiantes presenta dificultad al identificar el dividendo del divisor, ya que en vez de realizar la división 3:7 invierten las cantidades resolviendo la división como 7:3. La fracción se presenta en un 14,28% de las respuestas y en este caso los estudiantes también manifiestan dificultades con el numerador y denominador representándolos en variadas ocasiones de forma inversa, en vez de registrar 3/7 y 1/3 utilizan la expresión 7/3 y 3/1 respectivamente. En 9,52% de las respuestas los estudiantes utilizan los números decimales y así mismo en el 9,52% de las respuestas comparan cantidades tomando como referencia los números naturales.
Estructura conceptual en Educación Secundaria

La relación parte-todo a través de lo pictórico está presente en el 29,23% de las respuestas y de esta cantidad sólo un 44,73% de los estudiantes considera la división de la unidad en partes iguales. La división aparece en el 28,46% de los procesos de resolución, los números decimales aparecen en el 26,15% de los procesos de resolución mientras que la fracción es utilizada en 21,53% de las respuestas. En este nivel aparece el contenido de mínimo común multiplo para igualar los denominadores y se presenta en 8,46% de las respuestas, en 21,53% de las respuestas los estudiantes no utilizan un procedimiento matemático o responden en blanco.

CONCLUSIONES

Este trabajo tiene como objetivo profundizar en el significado de reparto que ponen en juego estudiantes de 4º curso de primaria y 1º curso de secundaria al resolver una situación problema. Para ello nos basamos en la terna semán-

tica: sistemas de representación, sentidos o modos de uso y estructura conceptual (Rico, 2012).

De acuerdo a las representaciones utilizadas por los estudiantes de primaria, destaca el uso de la representación verbal y gráfica. A través de lo pictórico, los estudiantes utilizaron figuras geométricas, en su mayoría figuras circulares para referirse a la unidad (pizza) y realizar un reparto entre la cantidad de niñas y niños, mientras que a través de lo verbal explicaban los procedimientos realizados complementando el proceso. En Educación Secundaria destaca la utilización de representación verbal y simbólica-numérica, los estudiantes en su mayoría utilizaron algún tipo de algoritmo matemático y lo complementaron con una explicación verbal. Consideramos que esta situación es debida a que los estudiantes en primaria tienen su primer acercamiento a las fracciones a través de representaciones gráficas y concretas. Mientras que en los cursos superiores, donde la matemática es más abstracta, se prescinde de representaciones gráficas y predomina lo simbólico.

De acuerdo al sentido o modos de uso puestos en juego en la resolución de la situación de reparto, a través de las distintas estrategias utilizadas, podemos afirmar que en cuarto año de primaria se utilizó un mayor porcentaje de estrategias elementales. Esto corresponde a estrategias incompletas como pre-within y between incompleta, aunque la estrategia que también destaca en este caso es la estrategia trozos. En secundaria predomina la estrategia between, que corresponde a una estrategia completa, manifiestándose en varios casos la estrategia pre-within. No obstante, el uso de las estrategias utilizadas por los dos grupos de estudiantes fue variada, aunque coincidiendo con los hallazgos de Lamon (1993), ninguno de los grupos de estudiantes realiza la estrategia within.

En relación a la estructura conceptual utilizada, en el grupo de primaria predomina la relación parte-todo a través de lo pictórico, pero destaca que más de la mitad de los estudiantes no dividen las unidades en partes iguales. Esta situación coincide con los resultados hallados en Dávila (1992), donde los estudiantes de primaria pusieron su atención en la cantidad de partes, más que en el tamaño de las partes. También, en las respuestas los contenidos utilizados por los estudiantes fueron división, fracción y en menor cantidad los números decimales. En cuanto a la división se manifiesta dificultad por parte de los estudiantes en diferenciar el dividendo del divisor, mientras que en relación a las fracciones también existe dificultad al diferenciar el númerador del denominador. En las respuestas del grupo de secundaria destaca el uso de la división, número decimal y fracción, en muchos casos las fracciones van acompañadas de la igualación del denominador a través del m.c.m. Al igual que en el grupo de primaria, aunque en menor porcentaje, en los casos que se presenta la relación parte-todo a través de representaciones gráficas, los estudiantes tuvieron dificultades en dividir la unidad en partes iguales.

Referencias

Behr, M.J., Lesh, R., Post, T.R. y Silver, E.A. (1983). Rational number concepts. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), Acquisitions of mathematics concepts and processes (pp. 91-126). New York: Academy Press.

Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y Modelización. En L. Rico (Coord.), La educación matemática en la enseñanza secundaria (pp. 95-124). Barcelona: Horsori.

Castro-Rodríguez, E. (2015). Significados de las fracciones en las matemáticas escolares y formación inicial de maestros (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.

Charalambous, C. Y. y Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. Educational Studies in Mathematics, 64(3), 293-316.

Dávila, M. (1992). El reparto y las fracciones. Educación matemática, 4(1), 32-45.

De León, H. J. (1998). Procedimientos de niños de primaria en la solución de problemas de reparto. Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 1(2), 5-28.

Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: Reidel.

Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. En R. Lesh (Ed.), Number and measurement (pp. 101-144). Columbus: ERIC-SMEAC.

Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Children's cognitive and metacognitive processes. Rational numbers: An integration of research, 131-156.

Lupiáñez, J.L. (2016). Sistemas de representación. En L. Rico y A. Moreno (Coords.), Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria (pp. 119-137) Madrid: Pirámide.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. BOE. Madrid, 1 de marzo de 2014, núm. 52.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2015). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. BOE. Madrid, 3 de enero de 2015, núm. 3.

Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. Revista Ema, 8(2), 157-182.

Olguín, E. M. y Valdemoros, M. E. (2009). Reparto con fracciones: estrategias de resolución. En P. Lestón (Ed.), Acta Latinoaméricana de Matemática Educativa (pp. 789-797). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

Rico, L. (2012). Aproximación a la Investigación en Didáctica de la Matemática. Avances de Investigación en Educación Matemática, 1, 39-63.

Steffe, L. P. (2001). A new hypothesis concerning children's fractional knowledge. The Journal of Mathematical Behavior, 20(3), 267-307.

CB 029

DESCRIPCIÓN DEL CONOCIMIENTO DE FUTUROS PROFESORES DE EDUCACIÓN BÁSICA PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS ELEMENTALES.

Nataly Pincheira Hauck, Claudia Vásquez Ortiz.
Pontificia Universidad Católica de Chile

npincheirah@.cl, cavasque@uc.cl

Formación de profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

En este trabajo se describe el conocimiento didáctico-matemático de los futuros profesores de Educación Básica para enseñar matemáticas elementales. Para ello se analizaron las prácticas matemáticas de 157 profesores en formación, a partir de la aplicación de un cuestionario compuesto por seis ítems que evalúan aspectos parciales e iniciales de dicho conocimiento.

Palabras claves: Conocimiento didáctico-matemático, matemáticas elementales, formación de profesores.

INTRODUCCIÓN

La destacada importancia de la formación inicial docente en la calidad de la educación, ha sido parte de la preocupación por mejorar la preparación de los futuros profesores, especialmente en el área de la matemática, particularmente si consideramos los bajos resultados obtenidos por nuestro país tanto en evaluaciones internacionales como nacionales que refieren sobre la calidad de los egresados de las carreras de pedagogía en Educación Básica. Un ejemplo de esto es el estudio comparativo internacional Teacher Education and Development Study in Mathematics TEDS-M (Tatto, Schwille, Ingvarson, Rowley y Peck, 2012), que evalúa la formación inicial docent|e de los maestros de primaria y secundaria en matemáticas, ubicando a Chile en penúltimo lugar. De igual manera, la evaluación nacional diagnóstica (2017) evidencia grandes vacíos en el ámbito disciplinar y pedagógico que poseen los egresados de las carreras de pedagogía en Educación Básica. Es en este contexto, que surge la necesidad de identificar y describir el conocimiento didáctico-matemático que poseen los futuros profesores de Educación Básica para enseñar matemáticas elementales.

Para el desarrollo de este estudio entenderemos la matemática elemental desde la perspectiva de Ma (1999), quien reconoce que los conocimientos del profesor son fundamentales en la tarea de enseñar matemática, destacando el concepto de comprensión profunda de las matemáticas elementales para identificar los conocimientos que debería poseer un profesor para ejercer en plenitud su tarea de enseñar matemáticas elementales a niños y niñas, en los primeros años de escolaridad. Es así, como surge la pregunta de investigación ¿Qué conocimiento didáctico-matemático para enseñar matemáticas elementales presentan los futuros profesores de Educación Básica?

Para responder a esta interrogante, se ha aplicado el cuestionario CDM-Matemáticas Elementales (Pincheira y Vásquez, 2018) a 157 futuros profesores de tres universidades del sur de Chile, esto ha permitido evaluar aspectos iniciales y parciales del conocimiento didáctico-matemático que poseen los futuros profesores de Educación Básica para la enseñanza de las matemáticas elementales y, desde esta perspectiva, poder diagnosticar y comprender las necesidades formativas tanto didácticas como disciplinares. Lo anterior, con el propósito de contar con información útil sobre la calidad de la formación inicial docente, que permita centrarse en el avance y fortalecimiento de las bases de su estructura para mejorar la futura práctica docente.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Durante los últimos años se observa, a nivel internacional y nacional, un cre¬ciente interés por las investigaciones en torno a la formación y desarrollo del profesorado, sobre todo en el área de matemáticas (e. g. Hill, Ball y Schilling, 2008; Even y Ball, 2009; Chapman, 2014; Hoover, 2014). Esto se debe a la necesidad de contar con docentes mejor preparados para la enseñanza de esta disciplina, sobre todo en los primeros niveles educativos, pues “los profesores son la clave de oportunidad de aprendizaje de las matemáticas” (Even y Ball, 2009: 1-2), por lo que finalmente la calidad de la enseñanza depen¬de de ellos, de su conocimiento y su preparación para enseñar, la cual impacta directamente en el aprendizaje y desarrollo de competencias matemáticas de sus estudiantes (Darling-Hammond y Bransford, 2005; Darling-Hammond, Wei y Johnson, 2009; Hattie, 2012). Por tanto, si se desea mejorar la formación mate¬mática de los alumnos, es necesario prestar especial atención al conocimiento del profesor. En este sentido, variadas investigaciones se han preocupado de caracterizar el conocimiento necesario para la enseñanza de las matemáticas y se ha dado origen al conocimiento didáctico-matemático (Godino, 2009; Pino-Fan y Godino, 2015). Basándose en los desarrollos teóricos del EOS y sus diversos aportes al campo de la formación de profesores, se propone un modelo que trata de articular diversas categorías de conocimientos y competencias didácticas del profesor de matemáticas, denominado “conocimientos y competencias didáctico – matemáticas” (CCDM). En la figura 1 se presenta el modelo de conocimiento didáctico-matemático:

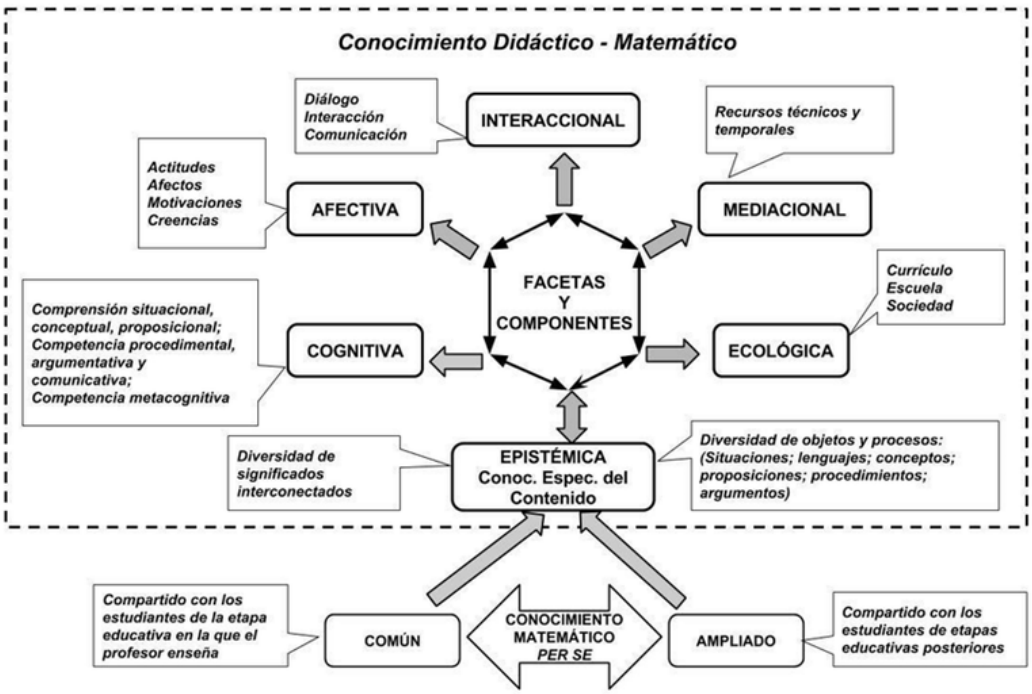


Figura 1: Facetas y componentes del conocimiento del profesor (Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016, p. 292)

El modelo se fundamenta en las siguientes facetas:

– Faceta epistémica: es el conocimiento de la pluralidad de los significados institucionales de cualquier objeto matemático, dependiendo de los diferentes contextos de uso, y el reconocimiento del sistema de prácticas, objetos y procesos implicados en cada significado parcial. Sería equivalente a lo que Ball, Lubienski y Mewborn (2002) denominan conocimiento especializado del contenido matemático, aunque en nuestro caso el EOS aporta un desglose analítico de sus elementos constituyentes.

– Faceta cognitiva: implica el conocimiento de cómo lo estudiantes aprenden, razonan y entienden las matemáticas y como progresan en su aprendizaje.

– Faceta afectiva: incluye los conocimientos sobre los aspectos afectivos, emocionales, actitudinales y creencias de los estudiantes con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.

– Faceta instruccional: conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas, organización de las tareas, resolución de dificultades de los estudiantes, e interacciones que se puede establecer en el aula.

– Faceta mediacional: conocimiento de los recursos (tecnológicos, materiales y temporales) apropiados para potenciar el aprendizaje de los estudiantes.

– Faceta ecológica: implica las relaciones del contenido matemático con otras disciplinas, y los factores curriculares, socio-profesionales, políticos, económicos que condicionan los procesos de instrucción matemática.

Todas estas facetas se relacionan entre sí y forman parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, correspondiente a la línea punteada en la Figura 1, en la medida en que tales procesos ponen en juego algún

contenido matemático, sea común o ampliado.

Para describir el conocimiento didáctico-matemático que poseen los futuros profesores de Educación Básica para enseñar matemáticas elementales, se ha decidido aplicar un instrumento que permita evaluar aspectos parciales relacionados a los componentes del modelo propuesto por Godino y colaboradores. Dicho instrumento, tiene por objetivo recoger datos sobre el conocimiento didáctico-matemático en la enseñanza de la matemática elemental por futuros profesores.

MÉTODO

Los participantes de este estudio fueron 157 futuros profesores de Educación Básica que cursaban su cuarto año de carrera, pertenecientes a tres universidades de Chile. La recolección de datos se hizo mediante la aplicación CDM-Matemáticas Elementales (Pincheira y Vásquez, 2018). Dicha aplicación se efectuó en un tiempo máximo de respuestas de 90 minutos.

Este instrumento se compone de 6 situaciones problemáticas de enseñanza, que sitúan a los futuros profesores de manera hipotética en diversos escenarios para enseñar matemáticas elementales. Cabe señalar que estas situación es problemáticas de enseñanza fueron formuladas a partir de la propuesta otorgada por los estándares orientadores para egresados de carreras de pedagogía en educación básica, disciplinarios de matemática con ejemplos (Mineduc, 2012b).
Para este estudio asumiremos que una situación hipotética de aula es aquella que ejemplifica situaciones que se dan en el proceso de enseñanza aprendizaje, considerando la diversidad de conocimientos didáctico-matemáticos que se ponen en juego cuando un profesor enseña, en este caso, matemáticas elementales (Vásquez y Alsina, 2017).
Las situaciones problemáticas de enseñanza presentes en el cuestionario, tienen estricta relación con los ejes temáticos de la matemática correspondiente al primer ciclo de enseñanza básica, presentes en el currículo nacional (Mineduc, 2012a): Números y operaciones, Patrones y álgebra, Medición, y Datos y probabilidades.

A modo de ejemplo y por cuestiones de espacio a continuación se presenta un ejemplo de ítem (Figura 2), con su respectivo análisis.

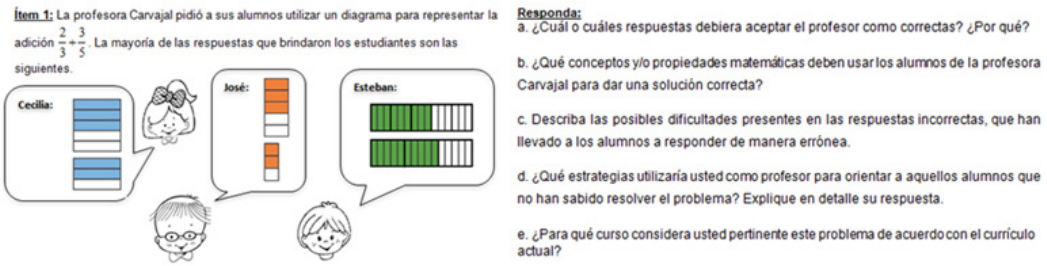


Figura 2: Ítem 1 del Cuestionario

La categoría y/o subcategoría del modelo de conocimiento didáctico-matemático que se requiere medir a través de este ítem es el conocimiento común del contenido que poseen los futuros profesores de Educación Básica en relación al trabajo con fracciones mediante la pregunta a), y el conocimiento especializado a partir de las preguntas, b), c), d) y e). Más específicamente, la faceta epistémica a través de la pregunta b), la faceta cognitiva en la pregunta c), la faceta interaccional mediante la pregunta d) y la faceta ecológica en la pregunta e).

RESULTADOS

Para acceder a aspectos parciales e iniciales de los conocimientos que poseen los futuros profesores desde la perspectiva del modelo CDM, se realizó un análisis descriptivo. Para ello, se consideró el análisis de las respuestas del

cuestionario, asignando “2” puntos a la respuesta correcta, “1” si es parcialmente correcta y “0” si responde manera incorrecta. Cabe señalar que no hubo ningún estudiante de Pedagogía en Educación General Básica alcanzó el puntaje máximo del instrumento (44 puntos). Por otra parte el 75% de ellos alcanzó un puntaje inferior a 29 puntos. A partir de los resultados obtenidos interpretamos que el conocimiento didáctico- matemático que poseen los futuros profesores de educación Básica es limitado, si bien se observa un buen manejo del conocimiento común del contenido, se evidencias ciertas dificultades en el conocimiento especializado y ampliado. Las dificultades más notorias hacen alusión a la selección de tareas, manejo deficiente de conceptos y propiedades, dominio de estrategias para orientar a los alumnos a remediar errores, planeamiento de preguntas a los estudiantes, diseño de actividades. Por último, a modo general se observa un manejo insuficiente de los contenidos de medición y estadística y probabilidad.

Referencias

Chapman. O. (2014). Overall Commentary: Understanding and Changing Mathematics Teachers. En: J. J. Lo, K. R. Leatham, L. R. Van Zoest y SpringerLink (eds.), Research Trends in Mathematics Teacher Education (pp. 295-309). Nueva York: Springer.

Darling-Hammond, L. y Bransford, J. (2005). Preparing Teachers for a Changing World: What Teachers Should Learn and Be Able to Do. San Francisco: Jossey-Bass.

Darling-Hammond, L., Wei, R. C. y Johnson, C. M. (2009). Teacher Preparation and Teacher Learning: A Changing Policy Landscape. En: G. Sykes, B. L. Schneider y D. N. Plank (eds.), Handbook of Education Policy Research (pp. 613-636). Nueva York: American Educational Research Association and Routledge.

Even, R. y Ball, D. L. (eds.) (2009). The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics – The 15th ICMI Study. Nueva York: Springer.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemá¬ticas. UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, 13-31.

Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-specific Knowledge of Students. Jour¬nal for Research in Mathematics Education, 39, 372-400.

Hoover, M. (2014). Commentary on Section 1: Mounting Progress on Understanding Mathe-matics Teacher Content Knowledge. En: J. J. Lo, K. R. Leatham y L. R. Van Zoest (eds.), Research Trends in Mathematics Teacher Education (pp. 83-90). Nueva York: Springer.

Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Ministerio de Educación (2012a). Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática. Unidad de Currículo y Evaluación: Santiago de Chile, 2012.

Ministerio de Educación (2012b). Estándares Orientadores para la formación Inicial Docente. Unidad de Currículo y Evaluación: Santiago de Chile, 2012.

Ministerio de Educación, (2018). Resultados Evaluación Diagnóstica Nacional 2017. Santiago, Chile.

Pincheira, N. y Vásquez, C. (2018). Conocimiento Didáctico-Matemático para la enseñanza de la matemática elemental en futuros profesores de educación básica: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. Revista Estudios Pedagógicos 44, n. 1, p. 25-48.

Pino-Fan, L. y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didácti-co-matemático del profesor. Paradigma, 36(1), 87-109.

Tatto, M.; J. Schwille; L. Ingvarson; G. Rowley y R. Peck, (2012). Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M). International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.

Vásquez, C. y Alsina, A. (2017). Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático. Educación Matemática, v. 29, n. 3, p. 79-108.

CB 031

FRACTIO: PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA COMPRENSIÓN DEL USO DE LAS FRACCIONES EN DISTINTAS ACEPCIONES.

Benjamín De Filippi, Patricio Delgado, Francisco Moraga y Francisca Vera
Universidad San Sebastián.

Benjamindefilippi11@gmail.com, pdelgadod1@gmail.com, francisco.m17@gmail.com, francisca.vera.f@gmail.com

Didáctica de la aritmética.

RESUMEN

Las dificultades en el aprendizaje de las fracciones, y las diversas acepciones que éstas poseen, dieron origen a esta propuesta didáctica, basada en la Teoría de las Situaciones Didácticas y diseñada para estudiantes de primer año medio, que permite comprender y relacionar el uso de las fracciones en distintos significados. Proponiendo un juego de cartas, donde los estudiantes pasen por fases de acción, formulación, validación, y finalmente, con una actividad, pasar a la fase de institucionalización. Finalmente, se cumple el objetivo promoviendo el aprendizaje holístico de las fracciones con sus respectivas acepciones.

Palabras clave: Fracciones, TSD, Acepciones, Propuesta Didáctica.

ANTECEDENTES

Distintas acepciones de las fracciones.
Actualmente, las fracciones se utilizan en diversos contextos, teniendo así diferentes significados o acepciones, las cuales Silva (2005) y Gallardo (2008) las clasifican en cinco acepciones distintas: Parte-todo; Cociente; Medida; Razón y Operador.

Dificultades en el Aprendizaje de las Fracciones.

Silva (2005), reconoce que las dificultades en el aprendizaje de las fracciones están ligadas a las diversas acepciones que éstas poseen. Por ende se puede afirmar que las fracciones, son uno de los conocimientos más complejos de enseñar, pues son saberes con muchos significados. Dentro de este contexto también afirma que los profesores trabajan con una de las acepciones de las fracciones (Parte-todo), entregando así menor importancia a las otras.
El aprendizaje de las fracciones, requiere de un dominio en diversas situaciones, las cuales demandan una variedad de procesos necesarios para la comprensión de conceptos y representaciones simbólicas, que se interrelacionan entre sí. En este contexto, Pineda (2012) realiza un análisis acerca de las posibles dificultades en el aprendizaje de las fracciones y las clasifica en las siguientes categorías: La idea de fracción; La relación de orden; El lenguaje en general y el lenguaje simbólico particular de las matemáticas; Las representaciones; Las partes en la que se divide el todo deben ser partes iguales; El reconocimiento de otro tipo de representaciones; El trabajo con las representaciones diferentes a las establecidas; La construcción del todo a partir de las partes; El tratamiento de la noción de equivalencia y Realización de operaciones.

MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

Marco teórico:

La propuesta didáctica tiene un enfoque teórico a partir de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) basada en diversos trabajos realizados por Brousseau en los años 70. La cual se ve reflejada a lo largo del diseño didáctico de la propuesta, detallándose así, las situaciones didácticas presentes juntos con las fases que ésta contiene y sus elementos.

Metodología:

Las investigaciones presentadas en los antecedentes, han permitido identificar las diversas dificultades en la comprensión del concepto de fracción y esto se ve reflejado en Chile, pues es recurrente ver resultados deficientes al trabajar con fracciones en diferentes niveles de la educación.

Por otra parte, las fracciones están presentes en diversas etapas del currículo nacional, para lograr abarcar sus amplias concepciones y sus respectivos contextos en los cuales éstas se desenvuelven, permitiendo desarrollar la resolución de problemas mediante su utilización.

A su vez, en dichos antecedentes, se evidencia dificultad de aprendizaje de las fracciones, debido a sus diversas acepciones que éstas poseen, Además el método tradicional de enseñanza, las considera independiente y no logra interrelacionarlas. Como consecuencia de esto, se pierde el sentido holístico de fracción, por lo que no se logra un aprendizaje cabal de éste.

En este contexto, la TSD de Guy Brousseau, posee la secuencia ideal para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones con un enfoque cosntructivista, pues propone un modelo de enseñanza centrado en la construcción de los conocimientos de la matemática escolar.

El objetivo general de esta propuesta es: Identificar y establecer una propuesta didáctica-matemática, idónea para estudiantes de primero medio, que permita comprender y relacionar el uso de fracciones en distintas acepciones. Para lograr dicho objetivo se realizó diferentes fases de investigación, donde en primer lugar se delimitó el problema de estudio, luego se hizo una revisión teórica para sustentar la propuesta, después la elaboración de la Propuesta Didáctica y finalmente las Reflexiones Finales.

DISEÑO DIDÁCTICO

Fractio

"Fractio" es un juego de cartas que pretende reforzar en los estudiantes los usos que tienen las acepciones de fracción como operador, como parte todo, y como cociente, además de relacionarlas entre ellas.

Este juego está diseñado bajo los criterios de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Guy Borusseau, lo que implica que los estudiantes generarán esta relación a partir de la comunicación entre sus pares, el empleo de estrategias para sacar ventajas, y la validación de sus conocimientos.

"Fractio" está diseñado para ser implementado con estudiantes de primer año medio (14 a 15 años aproximadamente), al finalizar la unidad de números, pues en esta instancia ya poseen las competencias necesarias para resolver los problemas que impone el juego.

Elementos del Juego

Este juego se compone de dos dodecaedros, 53 cartas y un solucionario. Las distintas funciones de cada elemento se definen a continuación:

El dado que se utiliza, tiene forma de dodecaedro, en los cuales en cada una de sus caras contiene una fracción que posee diferentes acepciones. Las cartas del juego se dividen en 48 cartas de colores, 4 cartas comodines y una carta de "protesto". Las cartas de colores se divide en 12 cartas rojas, 12 azules, 12 verdes y 12 amarillas. Cada color representa una de las acepciones de las fracciones que se indica en cada acara de los dodecaedro. Las cartas amarillas, contienen situaciones de probabilidad, que se representan bajo la acepción parte todo. Las cartas azules, contienen números racionales, que se representan bajo la acepción de la fracción como cociente. Las cartas verdes, contienen el resultado de una operación entre un número y una fracción, utilizando la acepción de fracción como operador. Finalmente las cartas rojas, contienen figuras donde se distinguen las partes existentes o destacadas de un todo continuo o discreto, representándose así la acepción de fracción como parte-todo.

Cabe notar que a cada fracción que se indica en las caras de los dodecaedros, le corresponde cuatro cartas de colores, que asocian a la fracción en sus distintas acepciones.

Las cartas comodines son las cartas que permitirá al jugador, cambiar la fracción que indique la jugada, de acuerdo a su conveniencia. La carta de protesto será la carta que permitirá a cada participante juzgar la jugada de su contrincante cuando crea, con motivos argumentado, que la jugada está errada.

Solucionario

El solucionario será un cuadernillo que indicará las cartas de colores que estarán asociadas a cada fracción del dodecaedro. Este solucionario servirá para dar validez al protesto.

Instrucciones

El jugador gana cuando se queda sin cartas en su mano, y se juega de cuatro a cinco estudiantes los cuales necesitan un lápiz y un papel para realizar cálculos.

Cada jugador debe lanzar una vez un dodecaedro. Quién obtenga el mayor número racional, asociado a la fracción, será quien dé inicio al juego. Éste deberá repartir a cada jugador 5 cartas y las restantes conforman el mazo. Los participantes disponen de 5 minutos para analizar sus cartas. Luego el participante que da inicio al juego debe lanzar los dodecaedros para determinar las fracciones dominantes iniciales.

En cada turno, hacia la derecha, cada participante deberá poner sobre un pozo, la carta que se asocia a una de las fracciones. Si el participante no tiene entre sus cartas la opción de jugar, deberá recoger una carta del mazo; si nuevamente no tiene carta para jugar, pierde su turno. Si todos los jugadores pierden su turno en una ronda, se deberán lanzar nuevamente los dados, cambiando las fracciones dominantes.

Cada jugador tendrá la opción de protestar, de forma argumentada, la acción de su contrincante utilizando la carta propuesto cuando crea que ninguna de las fracciones dominante representen a la carta jugada. El profesor deberá determinar la validez, verificando la jugada en el solucionario. Si el protesto es legítimo, el participante que realizó la jugada, deberá recoger dos cartas del mazo; por el contrario, si el protesto es erróneo, el protestante deberá coger dos cartas del mazo. En el caso que ambos estén errados, deberán recoger una carta cada uno.

El jugador que tenga una carta comodín en su mano, podrá utilizarla cuando estime conveniente, cambiando la cara de un dodecaedro por la que él escoja, finalizando su turno.

En caso que al lanzar los dados, se obtengan las mismas fracciones, se considerará como única fracción dominante. Cada jugador debe estar atento a sus jugadas y a las de sus contrincantes, para poder jugar de forma segura y protestar adecuadamente. En caso de acabarse las cartas del mazo, se revuelve el pozo, el cual actuará como mazo de castigo, done sólo podrán extraes cartas, aquellos que han fallado en una situación de protesto.

Análisis del juego basado en la TSD

Se puede apreciar que en esta situación didáctica, existen dos contratos didácticos, el primero corresponde a las instrucciones de “Fractio”, el segundo está presente en una actividad post juego, donde se produce un quiebre produciendo una situación adidáctica. También se evidencia la presencia de un medio didáctico, objeto de la interacción del estudiante, el que está conformado por los elementos del juego, la hoja de actividad y el juego como tal.

La primera situación de interacción del sujeto con el juego, éste conoce los elementos del mismo y los explora a medida que comienza la partida, correspondiente a la fase de acción. De acuerdo a las decisiones que tome, el sujeto podrá acertar o errar una jugada, poniendo en acción su conocimiento sobre las distintas acepciones de las fracciones que en las cartas aparecen.

A partir de sus jugadas, podrá prever determinadas situaciones o adaptar estrategias para lograr ganar la partida. Esta adaptación podría ser la de calcular cada carta de la mano del jugador antes de realizar jugadas, ordenarlas por colores u ordenarlas de mayor a menor.

A medida que va avanzando el juego, los sujetos aplican las estrategias que han sido formuladas durante el transcurso de éste. Así mismo, el juego establece en los sujetos la necesidad de interactuar con otros, para que entre ellos exista un debate argumentado, acerca de la jugada de su contrincante, mediante la jugada de protesto, lo que evidencia una fase de comunicación.

Al mismo tiempo en la jugada protesto se establecen los roles de proponente y oponente, en donde el primero realiza una jugada que es protestada por el segundo. Con esto cada jugador analiza una jugada que es protestada por el segundo. Con esto cada jugador analiza sus jugadas, siendo ellos quienes noten si están o no en error. Este proceso será validado por el profesor a través del solucionario.

Finalmente, se presenta una guía con actividades a cada estudiante, que permiten el análisis del juego a partir de una mirada externa, de tal manera que a medida que van avanzando en estas actividades, fortalecen el concepto de las fracciones bajo las diversas acepciones. Luego de esas actividades el docente, debe institucionalizar el concepto, especificando cada acepción con su semántica correspondiente.

Referencias

Brousseau, G., 1986 traducido por Fregona, D., 2007. Iniciación al studio de la teoría de las situaciones didácticas. Libros del zorzal, Buenos Aires, Argentina.

Gallardo, J., González, J., Quispe, W., 2008. Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un studio sobre las interferencias en el uso de los significados de fracción. Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa, p. 355-382.

Pineda Vásquez G., 2012. Seminario de formación docente como estrategia para mejorar la enseñanza y el aprendizaje del concepto de fracción en la Institución Educativa Yermo y Parres. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de ciencias, Medellín, Colombia.

Silva, M., 2005. Investigando saberes de profesores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série. Tesis doctoral. Sao Paulo. Brasil.

CB 032

EFECTOS DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO UTILIZANDO LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS EN EL DESEMPEÑO DE ESTUDIANTES DE ARQUITECTURA, DISEÑO Y GEOGRAFÍA DE UN PROGRAMA DE NIVELACIÓN DE MATEMÁTICA.

Daniela Araya Bastias, Sebastián Calzadillas Niechi, Maritza Moreno Castillo, Fernando Pizarro Modesti.

Universidad de Chile

daniela.arayab@gmail.com, sebastian.calzadillas@uchilefau.cl, maritzamoreno@uchilefau.cl, fernandopizarro@u.uchile.cl

Sistematizaciones de experiencias de Aula, Didáctica de la aritmética, del algebra y del cálculo, Matemática, Inclusión.

RESUMEN

La presente investigación tiene por finalidad estudiar el efecto del Aprendizaje Cooperativo y de la Teoría de las Situaciones Didácticas en un programa de nivelación de conocimientos matemáticos básicos dirigido a estudiantes de la carrera de Arquitectura, Diseño y Geografía de la Universidad de Chile. Para medir el efecto de la propuesta realizada, se realizará un estudio cuantitativo cuyo diseño metodológico es cuasiexperimental longitudinal, y de esta manera indagar si hubo efecto o no en el desempeño de los estudiantes bajo estas metodologías de enseñanza-aprendizaje.

Palabras clave: Aprendizaje Cooperativo, Teoría de las Situaciones Didácticas, Programa de Nivelación.

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años se ha constatado que los estudiantes que ingresan a los diferentes planes de estudios de pregrado de diversas universidades carecen de los conocimientos básicos y de las competencias esenciales para enfrentar exitosamente los desafíos que demandan la formación inicial universitaria. En particular, se evidencia que los alumnos carecen de los aprendizajes y las habilidades lógico-matemático que se estudian y desarrollan en la formación escolar. En diversas investigaciones se ha evidenciado que los factores socioculturales influyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Herbel-Eisenmann, Choppin, Wagner & Pimm, 2012). Por ejemplo, O'Brien & Jones (1999) evidenciaron que el ambiente familiar donde el estudiante se desenvuelve influye en el rendimiento académico de éste. De esta manera es natural pensar que la brecha entre las conductas de entrada que demuestran los estudiantes y el requerimiento de los cursos universitarios es mayor en alumnos que poseen un alto nivel de vulnerabilidad social económica y un bajo nivel cultural. En Chile, el número de estudiantes que han ingresado a las universidades con este tipo de antecedentes se ha ido incrementando progresivamente en los últimos años, en la Universidad de Chile, por ejemplo, en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo (FAU) en los últimos dos años han ingresado en promedio 20 alumnos que provienen del programa "Sistema de ingreso prioritario de equidad educativa" (SIPEE) o han sido beneficiados con la "beca de excelencia académica" (BEA) otorgada por el Ministerio de Educación. Debido a esta problemática, muchas universidades han creado programas de apoyo con la finalidad de mejorar las conductas de entrada que poseen este tipo de estudiantes, estos programas se imparten en instancias preuniversitarias y/o de forma permanente durante el primer año de estudio. La disciplina de Matemática no ha sido ajena a estas iniciativas en las cuales el proceso de inclusión ha desempeñado un rol importante, por ejemplo, en el año 2015 se realizaron las primeras "Jornadas de Inserción Universitaria: Hacia una Matemática más inclusiva", en dicho encuentro se expusieron diferentes experiencias y estrategias de distintas universidades con la finalidad de abordar la problemática de nivelación e inclusión en los cursos de matemática universitaria (Actas de las primeras Jornadas de Inserción Universitaria: Hacia una matemática más inclusiva, 2015).

Debido a lo anteriormente expuesto, es que se propone diseñar e implementar un programa de nivelación matemática a estudiantes de ingreso a primer año de las carreras de Arquitectura, Diseño y Geografía de la FAU de la Universidad de Chile, donde se utilizarán dos metodologías de enseñanza aprendizaje, las cuales están orientadas bajo la teoría del Constructivismo. la primera de ellas es el "Aprendizaje Cooperativo" y la segunda es la "Teoría de las Situaciones Didácticas", éstas fueron escogidas debido a las características propias de la docencia impartida a los estudiantes que ingresan a las carreras mencionadas tal y como lo destaca Alba-Dorado (2016): "[…]trabajar con las manos de una forma consciente[…] Desde la docencia del proyecto […] sería necesario reclamar esta acción como modo de hacer y pensar" y por estar en línea con los perfiles de egreso de las carreras que se imparten en la FAU en donde se destaca que sus futuros profesionales poseen capacidad colaborativa, capacidad que se genera desde las aulas y desde sus primeros años de formación.

Bajo esta premisa, esta investigación tiene como propósito determinar el efecto del Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de las Situaciones Didácticas en un programa de nivelación de conocimientos y habilidades matemáticas dictado a estudiantes de ingreso a primer año de las carreras de Arquitectura, Diseño y Geografía de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo, Universidad de Chile.

MARCO TEÓRICO

Una de las definiciones del AC es la dada por Johnson, Johnson & Smith (2013) quienes establecen que "el Aprendizaje Cooperativo es la metodología de enseñanza aprendizaje impartida en pequeños grupos de tal manera que al trabajar los estudiantes en conjunto puedan maximizar su propio aprendizaje y el de los demás" (p.3, traducción libre) Para constatar que se está en presencia del AC diversos autores (Johnson & Johnson 1991, 1994, Brush 1998) han definido tres características esenciales que se suscitan en una clase cuando se desarrolla dicho aprendizaje: interdependencia positiva, responsabilidad individual y habilidades colaborativas.

Por otra parte, La TSD planteada por Guy Brousseau (1986), se basa sobre la génesis de la psicología Piagetana, la cual señala que el proceso de aprendizaje se lleva a cabo cuando un estudiante se encuentra en un estado permanente de adaptación al medio. Brousseau (2007) define el medio como "un sistema autónomo antagonista del sujeto" (p.17) Un tipo de medio es el medio a-didáctico el cual es diseñado con el propósito de que el estudiante interactúe con éste y pueda llevar a cabo su aprendizaje sin la intervención del profesor. Brousseau (2007) define el término situaciones didácticas "en el sentido de entorno del alumno que incluye todo lo que coopera específicamente en la componente matemática de su formación" (p.49) Para llevar a cabo una situación didáctica, es necesario que el profesor diseñe y/o prepare el medio, por ejemplo, un medio a-dáctico.

METODOLOGÍA

La metodología que se utiliza en esta investigación es del tipo cuantitativo cuyo diseño es cuasiexperimental longitudinal, aplicando a un grupo de estudiantes un mismo instrumento de medición en dos etapas, una inicial (antes del programa de nivelación) y otra final (después del programa de nivelación). El total de estudiantes que ingresan a las carreras de Arquitectura, Diseño y Geografía para cursar el primer semestre de primer año de la FAU, cohorte 2018, es de 505. De este total y por las características de esta investigación, la población objetivo que se considera es de 144 estudiantes, y se compone por 125 estudiantes que ingresan por medio del sistema tradicional (PSU), 5 estudiantes ingreso BEA, 14 estudiantes ingreso SIPEE. La población considerada está dentro del 40% de estudiantes, sobre la cohorte total, que obtienen un menor puntaje PSU ponderado. De la población que se considera se utiliza una muestra autoseleccionada de 42 estudiantes, de esta manera los resultados obtenidos en esta investigación, así como sus análisis, deben enmarcarse en la muestra y sirven de base para futuras investigaciones. Los participantes son sometidos a una evaluación inicial, de una duración de 60 minutos, ésta consta de 10 preguntas que evalúa los contenidos de productos notables, ecuaciones de primer y segundo grado y funciones lineales y cuadráticas. A su vez, cada contenido es evaluado desde dos dimensiones: la teórica y la práctica. Luego de rendir la evaluación mencionada los participantes comienzan una nivelación de conocimientos básicos y habilidades prácticas concernientes a los contenidos mencionados, cada contenido es estudiado en dos sesiones de 1:30 horas cada una, y se imparten bajo el marco teórico del AC y de la TSD. La estructura de la nivelación es como sigue: Sesión 1: Actividad Didáctica, guía de ejercicios procedimentales, evaluación individual; Sesión 2: Guía de resolución de problemas, evaluación individual.

Ilustración 1: Puzle Tridimensional del cubo del binomio, utilizado en la actividad didáctica de Productos Notables.

La elección de los contenidos considerados tanto en la nivelación como en las distintas evaluaciones se debe a su pertinencia la hora de cursar las asignaturas de matemáticas para las carreras mencionadas. Finalmente, los participantes rinden exactamente la misma evaluación inicial a modo de evaluación final. Los resultados obtenidos se analizan del punto de vista cuasi experimental por medio de la prueba de Wilcoxon de diferencias de medianas para muestras apareadas y no paramétricas.

RESULTADOS

Los siguientes histogramas muestran cómo se comportan los puntajes obtenidos por los estudiantes al rendir el instrumento de evaluación previo al programa en comparación con los puntajes finales obtenidos tras cursar el

programa.

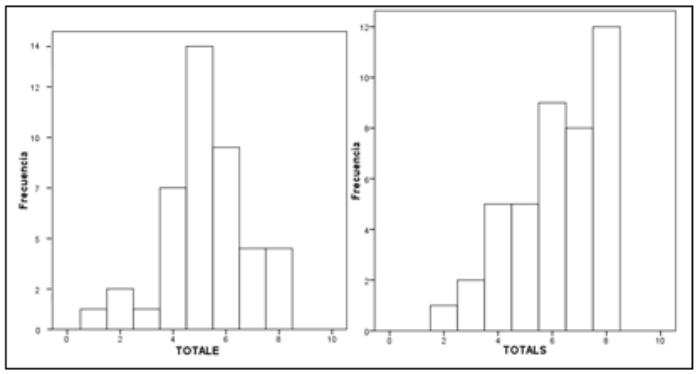


Tabla 1: Histogramas

Considerando este resultado aplicamos la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon de Contraste de Comparación de la Tendencia Central de Medianas a las siguientes hipótesis: H0: La mediana de las diferencias del puntaje obtenido en el instrumento de evaluación entre los 42 participantes antes y después de cursar el programa de nivelación son iguales. Ha: La mediana de las diferencias del puntaje obtenido en el instrumento de evaluación entre los 42 participantes antes y después de cursar el curso de nivelación no son iguales. Obteniendo un p-valor de 0,000<0,005 luego, se rechaza la hipótesis H0 y se acepta Ha. Esto es, la diferencia de los puntajes obtenidos por los estudiantes al rendir el instrumento de evaluación antes de cursar el programa de nivelación y después de éste es estadísticamente significativa.

Para indagar en que contenido revisado hubo diferencias de puntajes estadísticamente significativas aplicamos la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon a las siguientes hipótesis: H0: La mediana de las diferencias, del puntaje obtenido en el contenido de productos notables (respectivamente ecuaciones, y funciones) considerado en el instrumento de evaluación, entre los 42 participantes antes y después de cursar el programa de nivelación son iguales. Ha: La mediana de las diferencias, del puntaje obtenido en el contenido de productos notables (respectivamente ecuaciones, y funciones) considerado en el instrumento de evaluación, entre los 42 participantes antes y después de cursar el programa de nivelación no son iguales; obteniendo un p-valor menor a 0,005 en cada uno de los contenidos revisados, esto es, las diferencias de los puntajes (por contenido) obtenidos por los estudiantes al rendir el instrumento de evaluación antes de cursar el programa de nivelación y después de éste, es estadísticamente significativa.

CONCLUSIONES

A la luz de los resultados mostrados en la sección anterior hemos determinado que el efecto del Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de las Situaciones Didácticas en el desempeño de estudiantes de ingreso a primer año de las carreras de Arquitectura, Diseño y Geografía de la FAU, Universidad de Chile en un programa de nivelación, de una duración de cuatro días, de conocimientos y habilidades matemáticas es estadísticamente significativo (de acuerdo a la prueba de Wilcoxon) sobre la muestra de 42 estudiantes autoseleccionados de una población objetivo de 144 estudiantes y a nivel global, esto es, considerando el total de preguntas del instrumento de evaluación utilizado. En cifras: 59,5% de los estudiantes incrementan su puntaje al comparar sus resultados en el instrumento de evaluación antes y después de cursar el programa, 28,5% lo mantienen y 11,9% lo bajan. Más aún, al comparar la mediana del puntaje total del instrumento de evaluación antes del programa y después de éste, la mediana cambia de 5 puntos a 6 puntos. Esto muestra que, en términos generales, las teorías de la enseñanza aprendizaje escogidas para el desarrollo del programa de nivelación, a saber: el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de las Situaciones Didácticas son,

para la muestra, apropiadas para establecer un vínculo entre el concepto teórico y una representación concreta de éste y el aprendizaje y/o recordatorio de los contenidos tratados en el programa. Una conclusión similar obtenemos cuando dividimos el instrumento de evaluación por contenidos de acuerdo con la prueba de Wilcoxon realizada y como se evidencia en las siguientas cifras: Productos Notabales: 42,85% de los estudiantes incrementa su puntaje, 45,23% lo mantien y 11,9% lo bajan; Ecuaciones: 33% de los estudiantes incrementa su puntaje, el 57,14% lo mantiene y 9,52% lo bajan; Funciones: 21,14% de los estudiantes incrementan su puntaje, 73% lo mantiene y 4,76% lo bajan .

Referencias

Actas de las primeras Jornadas de Inserción Universitaria: Hacia una matemática más inclusiva, (2015). Recuperado el 20 de enero de 2018 de https://nivelacionmatematica.cl/

Alba-Dorado, M. (2016) Aprendiendo a pensar con las manos. Estrategias creativas de aprendizaje en Arquitectura. "IV Jornadas sobre Innovación Docente en Arquitectura (JIDA'16), Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Valencia, 20 y 21 de Octubre de 2016". Valencia: UPV; Barcelona: UPC IDP; GILDA, 2016. ISBN: 978-84-9048-338-1 (UPV); ISBN: 978-84-9880-596-3 (UPC), p. 1-12.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Buenos Aires, Argentina: Libro del Zorzal.

Brush, T. (1998). Embedding Cooperative Learning into the Design of Integrated Learning Systems: Rationales and Guidelines. Educational Technology Research and Development, 48(3), 5-17.

Herbel-Eisenmann, B., Choppin, J., Wagner, D. & Pimm, D. (2012). Equity in discourse for mathematics education, Theories, Practices, and Policies. London, England: Springer.

Johnson, D.W., Johnson, R..T., & Smith, K.A. (2013) Cooperative Learning: Improving University Instruction by basing practice on validated theory. Journal on Excellence in University Teaching. 1-26.

Johnson, D.W., & Johnson, R.T. (1991). Learning Together and Alone. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Johnson, R. T., and Johnson, D. W. (1994). An overview of cooperative learning. In Thousand, J., Villa, A. & Nevin, A. (Eds.), Creativity and collaborative learning (pp.2). Baltimore, USA:Brookes Publishing.

O'Brien, M. & Jones, D. (1999). Children, parental employment and educational attainmet: an English case study. Cambridge Journal of Economics, 23, 599-621.

CB 033

CONCEPCIONES Y USO DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE LÍMITE FINITO DE UNA FUNCIÓN, EN DOCENTES DE EDUCACIÓN SUPERIOR

Díaz Campillay V., Díaz Flores M.

Universidad Santo Tomas; Universidad Alberto Hurtado, Santiago, Chile.

v.diaz.campillay@gmail.com, midiazf@uahurtado.cl

Didáctica del Cálculo

RESUMEN

En educación superior, uno de los conceptos básicos del Cálculo es el Límite de una función real en un punto, este concepto presenta varias dificultades, obstáculos epistemológicos y didácticos.
Este trabajo expone los resultados de una investigación, el cual tiene por objetivo caracterizar las concepciones que tienen los docentes de educación superior y conocer el tipo de registros de representación semiótica, que utilizan en su enseñanza bajo la teoría de Registros de representación semiótica de Raymond Duval. Es una investigación cualitativa, donde se recolectan los datos a través de un cuestionario, el cuál fue complementado con entrevistas personales a los docentes.

Palabras clave: Límite de una función en un punto, registros de representación semiótica, concepciones.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza aprendizaje del límite es un proceso complejo. Este concepto es base en el Análisis Matemático, que sustenta otros conceptos como la derivada y la integral. Este se encuentra presente en muchos programas de asignaturas de carreras a nivel universitario, en distintas especialidades. En Didáctica de la Matemática el límite constituye un campo de investigación. Sierpinska (1990), Robinet (1983) dan una visión del límite como obstáculo epistemológico y didáctico. De modo idéntico Tall (1991), citado en Sánchez (2012), ha tenido una contribución relevante en la Didáctica del Análisis Matemático ya que identificó algunas dificultades en la noción de límite.
El objetivo de esta investigación es analizar y caracterizar las concepciones del docente considerando la epistemología del concepto. Al mismo tiempo utilizando la teoría de Registros de representación semiótica, analizamos el tipo de registros de representación semiótico que usan los docentes en el proceso de enseñanza.

Antecedentes Histórico Epistemológico:

El desarrollo histórico epistemológico, según Boyer (1999); Kline(1972); Blanquez(2000); Kleiner(2001); Pons(2014); Sánchez (2012) se puede dividir en cuatro etapas, que se diferencian básicamente por la concepción del concepto.
La primera etapa: Siglo V a.c hasta la primera mitad del siglo XVII d.c. El concepto de limite nace en la antigua Grecia con Eudoxo de Cnido cuando emplea el método de exhaución para calcular el área de figuras planas, volúmenes de cuerpos y longitudes de curvas. El limite se presenta como una idea muy intuitiva relacionada con la noción del infinito potencial. Inicialmente este concepto permite resolver problemas geométricos, posteriormente se crean los métodos infinitesimales que resuelven problemas de cinemática, tangentes, y determinación de extremos. La concepción epistemológica es geométrica.

La Segunda etapa: segunda mitad del siglo XVII d.c. hasta el siglo XVIII. En esta etapa se crea el análisis Infinitesimal, surge el concepto de función. D'Alembert (1717-1783) crea la teoría de los límites al modificar el método de las primeras y últimas razones de Newton. En esta segunda etapa básicamente predomina una concepción algebraica, ya que el concepto de límite se vincula a las funciones y se resuelven con ayuda de operaciones algebraicas.
La tercera etapa: Siglo XIV d.c. a principios del siglo XX. Los trabajos de D' Alembert evidencian una nueva concepción del concepto de límite, la construcción de la teoría de limite se hace imprescindible y pasa a ser un soporte para la continuidad, la derivada e integral. El límite es base del Análisis Matemático. En esta etapa el limite resuelve situaciones de convergencia y divergencia de series, resuelve ecuaciones diferenciales, la concepción epistemológica es aritmética.

Weierstrass y Heine entrega la definición de límite más actualizada, que es la que se entrega actualmente en la mayoría de las aulas.

"*Si, dado cualquier* $\varepsilon > 0$ *, existe* n_0 *, tal que para* $0 < \eta < \eta_0$, *la diferencia* $f(x_0 + n) - L$ *es menor en valor absoluto que* ε *, entonces se dice que* L *es el límite de* $f(x)$ *para* $x = x_0$ "

La cuarta etapa: Siglo XX d.c. se logra una generalización del análisis, hay un alto grado de abstracción y el concepto de límite es topológico. Los conjuntos ya no son necesariamente numéricos, son conjuntos que pertenecen a espacios topológicos.

Marco Teórico

Como marco teórico de referencia se considera la Teoría de representación semiótica de Raymond Duval (2004), quien señala que el "El aprendizaje de los objetos matemáticos es un aprendizaje conceptual, que se construye en la mente del individuo, ya que no es un objeto real y este se revela a través de representaciones semióticas". En

la investigación se definió (figura1) el registro gráfico, algebraico tabular y verbal del concepto de límite de una función en un punto.

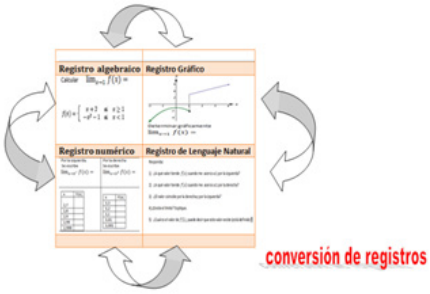


Figura 1: Registros de representación semiótica del concepto de Límite

METODOLOGÍA

La metodología que se utilizó en esta investigación es cualitativa, ya que posibilita la construcción del conocimiento, hace referencia a las cualidades del objeto de estudio, permitiendo una descripción de sus características, y a la vez una interpretación de los resultados. Para poder recolectar datos e información se diseñó un cuestionario que está dirigido a profesores universitarios. Los participantes son 8 profesores con diferentes grados de conocimiento. Un doctor en Matemática, cuatro Magister (en Educación y en Matemáticas) y 3 Licenciados en Matemáticas. Sus años de experiencia a nivel superior oscila entre los 9 años y 45 años. Ellos son docentes de carreras matemáticas y no matemáticas.

El cuestionario Comprende dos partes, la primera está relacionada con la práctica docente y experiencia profesional del participante. La Sección 2 está relacionada con el objeto matemático, su práctica de enseñanza, las concepciones del objeto en base a objetivos del marco de referencia, el uso de representaciones y las conversiones entre registros. El cuestionario cuenta con 13 preguntas, las que están formuladas en términos de registro verbal o lenguaje natural, registro gráfico y registro algebraico. Se analizaron sus concepciones, los tratamientos y conversiones que se realizan entre registros.

CONCLUSIONES

El concepto de límite se desarrolla con avances y retrocesos en conexión con otros conceptos, dando cuenta de los obstáculos que han aparecido en su evolución. Las concepciones son las formas de entender el objeto y estas emergen de acuerdo con su desarrollo epistemológico. El docente tiene una concepción dinámica algebraica, ya que lo relaciona con funciones y hace referencia a la definición métrica del concepto de límite de una función en un punto. Como contenido previo para introducir el concepto de límite funcional se requiere, el concepto de función de una variable, la valorización, gráfica de funciones, el dominio y recorrido de funciones. Conceptos algebraicos como factorización, simplificación entre otros.

Con respecto a los registros de representación semiótica utilizados por los docentes en su enseñanza se puede señalar que: el 100 % de los docentes introducen el concepto de límite de forma intuitiva, a través del registro algebraico -tabular. Donde además algunos docentes incorporan también el registro gráfico.

La conversión entre los registros algebraico y tabular es de suma importancia ya que le permite al estudiante visualizar y comprender el concepto.

Las funciones racionales son utilizadas para introducir el concepto del límite ya que tiene la particularidad de ser una función discontinua, en el mayor de los casos. Aquí podemos determinar que la existencia del límite en un punto es independiente del valor de la imagen de “x”.

Las actividades que realiza el docente dentro de su planificación son variadas donde utiliza combinaciones de los registros semióticos: verbal, algebraico, tabular, gráfico y hace conversiones entre ellos.

Otro concepto importante es la relación entre el límite y el infinito, donde todos concuerdan que existe una relación intrínseca. El concepto de límite conlleva la idea del infinito y se hace presente en acepciones como “infinitamente pequeño, infinitamente grande”, “acercarse tanto como uno quisiera, pero jamás tocarlo”.

Considerando que según Sierpinska (1985) el infinito es otro obstáculo epistemológico, para poder diferenciar el infinito potencial y el actual se debe recurrir a la intuición, para poder asimilar el concepto y discriminar entre el uno y el otro. Los registros semióticos utilizados son el registro verbal, que le permite explicar, pero también recurre a otros registros como el tabular y el algebraico.

Cuando se les pide a los docentes que den una definición personal de límite de una función en un punto, el registro que se utiliza es el registro verbal y algebraico. Al ser una definición personal los insta a explicar el concepto, pero a la vez requieren de un lenguaje algebraico para dar una formalidad al concepto.

Esperamos que esta investigación propicie una reflexión de nuestra labor docente poniendo de manifiesto que los registros semióticos y la Teoría de registros de representación semiótica de Raymond Duval, favorece la enseñanza y transitar desde registro a otro le permite al estudiante mejorar el aprendizaje en matemáticas.

Además, esta investigación podría ser útil a otros docentes en la planificación de sus clases teniendo presente como introducir el tema, que registro son convenientes de utilizar. Además, que tipo de actividades y conversiones de registros son más apropiados para la enseñanza del concepto.

Referencias

Blázquez, S. (2000) Noción de límite en Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales. Valladolid. Universidad de Valladolid.

Boyer, C (1999) Historia de la Matemática- Madrid: Alianza Editorial.

Duval, R. (2004). Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Colombia: Universidad del Valle. Grupo de Educación Matemática. Recuperado de https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/AulaUniversitaria/article/.../6207

Kleiner, I .(2001). History of the infinitely small and infinitely large in calculus. Educational Studies in Mathematics, 48, 134-174

Kline, M. (1972). El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días, I tomo. Madrid: Alianza Editorial.

Pons, J. (2014) Análisis de la Comprensión en estudiantes de Bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Tesis Doctoral. Universidad de Alicante.

Robinet, J (1983). Un experience d'ingenerie didactique sur la notion de limite de fonction. Recherches des Mathématiques 4(3):223- 292

Sánchez, M.(2012) Limite finito de una función en un punto: Fenómenos que organiza. Tesis doctoral. Universidad de Granada. España.

Sierpinska, A. (1990). Some remarks on understanding in mathematics. For the learning of Mathematics. 10(3): 24-36

Sierpinska, A. (1985) Obstacle epistemologiques relatives a notion de limite. Recherches en Didactique des Mathématiques, 6(1):5-7

CB 034

VISUALIZACIÓN ESPACIAL EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO BÁSICO

Yasmín Llanquimán, Edith García
Universidad de los Lagos

yllanquiman@gmail.com, htide_gb@hotmail.com

Didáctica de la Geometría

RESUMEN

El estudio que se presenta nace de la inquietud por conocer qué tan desarrollada tienen la habilidad de visualización espacial los estudiantes de séptimo año básico, de entre 12 y 13 años de edad y determinar si la aplicación de programas computacionales promueve el desarrollo de dicha habilidad. Se aplica un pre-test, seguido de actividades divididas en las distintas tareas que menciona Gonzato (2013) para el desarrollo de visualización espacial, para luego evaluar con un post-test. En la sesión de refuerzo se utilizan programas de geometría dinámica, lo que permite una mejora cualitativa en la habilidad de visualización espacial.

Palabras clave: Visualización espacial, habilidad, geometría dinámica.

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

La visualización espacial ha sido estudiada en muchas investigaciones debido a la relevancia que esta tiene en la geometría y en otras áreas del conocimiento. Los procesos de enseñanza y aprendizaje involucrados en la visualización espacial han sido objeto de numerosas investigaciones entre las que se cuentan las que tratan acerca de la importancia de la visualización y la forma en que se aborda según la caracterización de habilidades necesarias para su desarrollo tanto en estudiantes como en profesores (Arrieta, 2003; Andrade y Montecino, 2011; Godino, Gonzato, Cajaraville, Fernández, 2012; Gonzato, 2013; Suárez, León, 2016). Esta última afirma que las orientaciones que se analizaron coinciden en afirmar la importancia del desarrollo de la visualización espacial en la vida cotidiana, dado que permite tener mejor comprensión, conocimiento, descripción y análisis del mundo físico. La importancia de la visualización se manifiesta en la mejora de la visión global e intuitiva y la comprensión en muchas de las áreas de la matemática (Gutiérrez, 1998) ya que el aprendizaje de la geometría ocurre mediante la coordinación de actividades de visualización, razonamiento y construcción. El objetivo del estudio fue evaluar habilidades de visualización espacial en estudiantes de séptimo año básico, logrado a través de la exploración de las habilidades de visualización que poseen los estudiantes de séptimo año básico, sin haberlas trabajado concretamente con anterioridad y el análisis de si la aplicación de un taller con software de geometría mejora las habilidades de visualización espacial.

MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

Para Bishop (1983) las imágenes visuales físicas o mentales se pueden manipular por medio de dos procesos, uno de ellos es el pensamiento visual que es la conversión de información abstracta en imágenes visuales, mientras que el otro proceso es la interpretación de información figurativa, que corresponde a la interpretación de representaciones visuales para extraer la información que estas contienen. Por otro lado, la visualización espacial ha sido abordada por Del Grande (1990) quién distingue las habilidades como: coordinación motriz de los ojos, identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio, reconocimiento de las relaciones espaciales, discriminación visual y memoria visual, todas ellas pueden ser abordadas con distintas tareas de manera que los estudiantes puedan desarrollar la habilidad requerida para formar una imagen mental o plasmar aquello en un papel.

Gonzato (2013) afirma que la visualización espacial es un tema complicado de abordar por parte de los profesores y que para enseñarlo hay que diferenciar tres grandes familias de actividades que permiten el desarrollo de las habilidades de visualización y orientación. La primera es la orientación estática del sujeto y de los objetos, en las que se trata el problema de la orientación del cuerpo del sujeto, del sujeto con relación a los otros objetos. La segunda es la interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales, en ella se debe reconocer, describir, fabricar o transformar objetos y representaciones de objetos bi o tridimensionales. Una tercera familia es la orientación del sujeto en espacios reales, que contiene actividades de reconocimiento, descripción, construcción, transformación, interpretación y representación de espacios reales. La segunda familia de tareas se aborda en este trabajo, considerando la clasificación de las distintas tareas según la acción principal puesta en juego para resolverlas en: Coordinar e integrar vistas de objetos, rotar un objeto en el espacio, plegar y desplegar desarrollos, componer y descomponer en partes un objeto tridimensional y generar cuerpos de revolución.

Contreras, et al (2013) mencionan que, para mejorar las habilidades espaciales, el uso de herramientas computacionales son una buena alternativa. Así mismo, Larios (2016) afirma que el trabajo con software dinámico ofrece la oportunidad de que los alumnos puedan acceder a entornos en que les sea permitido estudiar, con exploraciones y reflexiones, situaciones y objetos matemáticos para la construcción del conocimiento. Delgado, Arrieta y Riveros (2009) afirman que el uso de TIC en educación puede hacer que el docente transfiera al estudiante el rol principal de su aprendizaje, al proveer un medio para su desarrollo en que deja de ser un simple receptor.

El estudio se realizó con 32 estudiantes de séptimo básico del Liceo Bicentenario Carmela Carvajal de Prat. Los conocimientos previos del tema de visualización son los adquiridos durante la enseñanza básica. Los test, pre y post,

fueron realizados en 45 minutos. Las tareas de refuerzo se realizaron en 90 minutos, apoyados por computador. Ambos test tenían las 5 tareas propuestas por Gonzato (2013) y fueron resueltos con papel y lápiz. En la aplicación se hizo un pre-test, luego un taller de reforzamiento con apoyo de software de geometría dinámica, para finalmente evaluar el desarrollo de habilidades y el impacto del uso de programas de geometría dinámica.

REFLEXIONES Y AVANCES

Presentamos algunos resultados teniendo en cuenta que en el análisis global se consideró el grado de corrección y el grado de dificultad de ítems de cada tarea. La figura 1 muestra ejemplos de las tareas realizadas.

En la primera tarea los estudiantes tenían que coordinar e integrar vistas ortogonales de distintos objetos, fue una tarea de fácil realización, ya que al aumentar el grado de dificultad los estudiantes lograron cambiar mentalmente una situación cotidiana representada en perspectiva y así lograr interpretar correctamente un objeto tridimensional representado en el plano. La tarea 2 fue apoyada por software de geometría dinámica y consistía en rotar objetos tridimensionales, en ella se logró el objetivo por lo que podemos afirmar que los estudiantes no presentan dificultades al representar en el papel un objeto que se encuentra en tres dimensiones, reconociendo distintas vistas de un mismo objeto. La tercera tarea fue plegar y desplegar desarrollos, en ella los estudiantes presentaron dificultades en ambos test, a pesar de que fue apoyada por el uso de software de geometría, sin embargo, los estudiantes no logran visualizar el ángulo que debe tener una red para poder armar un cuerpo geométrico, podemos afirmar que el objetivo se puede lograr y apoyando el trabajo con material concreto.

La tarea 4 consistía en la composición y descomposición en partes de un objeto en tres dimensiones, en ella se logra el objetivo, pero al aumentar el grado de dificultad los estudiantes se confunden y no logran visualizar las partes que se encuentran por debajo de las que se pueden ver en la representación en el papel. La tarea 5 era generar cuerpos en revolución, en la que los estudiantes relacionan figuras planas que giran en torno a un eje para generar cuerpos tridimensionales, esta tarea se apoyó con distintos recursos tecnológicos como actividades de observación y videos, en ella los estudiantes, sin tener mayor conocimiento de los cuerpos en revolución, logran responder correctamente.

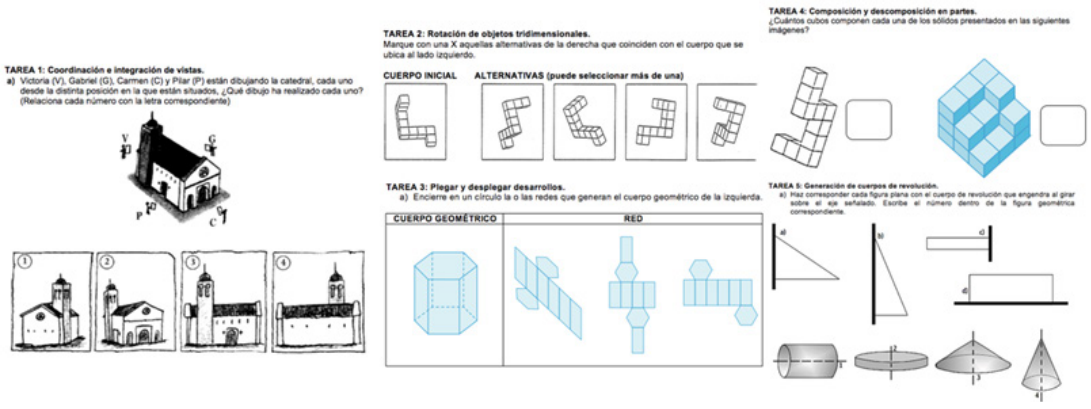


Figura 1: Ejemplos de tareas para evaluar la visualización espacial.

CONCLUSIONES

En relación con el objetivo del estudio, los estudiantes tienen desarrollada la habilidad de visualización espacial, sin embargo, la complejidad de sus visualizaciones es baja, a pesar de que comienzan a trabajarla desde los primeros años de escolaridad, puesto que, si bien son capaces de plasmar sus observaciones en un papel, no tienen sentido de la perspectiva y no son capaces de asociar composiciones de cuerpos geométricos a su representación en el papel. Concluimos que la habilidad debe ser trabajada usando material concreto y programas computacionales, ya

que esta no solo es relevante en geometría, sino que en distintos ámbitos de la matemática y otras ciencias. Si realizamos un análisis con respecto a las tareas podemos mencionar que las tareas 2 y 3 se observa un avance luego de la aplicación del taller de reforzamiento.

Una sugerencia para mejorar este tipo de talleres es que los estudiantes respondan el post-test, utilizando el software de geometría dinámica, para determinar si esto es realmente relevante al momento de evaluar la visualización espacial. Además, se sugiere mejorar los test aplicados en la secuencia en que aparecen las tareas y el taller de manera que el trabajo en el computador sea más fluído. Además, el tiempo asignado al trabajo en las tareas de reforzamiento de las habilidades debe ser mayor debido a las complicaciones que pueden surgir en la realización de ellas en un computador, como también complementar las tareas con el uso de objetos tridimensionales, como cubos para tener distintas vistas. En general, la visualización mejora al trabajar con software, sin embargo, no es posible afirmar que esta mejora es sustancial debido a que habría que probar lo que ocurre al realizar los test utilizando geometría dinámica y a la luz de los resultados obtenidos podemos afirmar que esta mejora es parcial en algunas de las tareas planteadas, concluyendo que las habilidades de visualización espacial en los estudiantes de séptimo básico no se han desarrollado completamente, sin embargo, el trabajo constante puede proveer mejoras considerables en aquellos estudiantes que pretenden seguir carreras relacionadas con las habilidades de visualización.

Referencias

Andrade, M., Montecino, A. (2011). La problemática de la tridimensionalidad y su representación en el plano. En Proceedings of XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Recife, Brasil.

Arrieta, M. (2003). Capacidad espacial y educación matemática: tres problemas para el futuro de la investigación. Educación Matemática, 15(3), 57-76

Bishop, A. (1983). Space and Geometry. In R. Lesh, M. Landau (Ed.), Acquisition of Mathematics Concepts and Process. 175-203. New York: Academic.

Contreras, L., Tristancho, J., Vargas, L. (2013). Evaluación de factores de entorno que afectan el desarrollo de habilidades espaciales en estudiantes de primer semestre en Ingeniería Industrial. Revista Academia y Virtualidad. 6(1), 17-32.

Del Grande, J. (1990). Spatial sense. Arithmetic teacher, 37(6), 14-20.

Delgado, M., Arrieta, X., Riveros, V. (2009). Uso de las TIC en educación, una propuesta para su optimización. Omnia, 15(3), 58-77

Godino, J., Gonzato, M., Cajaraville, J., Fernández, T. (2012). Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 30(2), 109-130.

Gonzato, M. (2013). Evaluación de conocimientos de futuros profesores de educación primaria para la enseñanza de la visualización espacial. (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.

Gutierrez, A. (1998). Tendencias actuales de investigación en Geometría y visualización. Barcelona: TIEM.

Larios, V. (2016). La internalización del software dinámico para el estudio de las matemáticas. En V. Larios, T. Guzmán, M. García (Ed.), Escenarios y desafíos de la tecnología educativa. México DF: Fontamara

Suárez, W., León, O. (2016). La visualización espacial en niños y en niñas. Revista Horizontes Pedagógicos, 18(2), 110-119.

CB 035

INDICADORES DE CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR EN RELACIÓN CON UN MODELO DE COMPRENSIÓN PROFUNDA DE LA DERIVADA EN SU PERSPECTIVA LOCAL: UN ESTUDIO DE CASO

Irma Pinto-Rojas; Marcela Parraguez

Universidad Católica del Norte; Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

ipinto@ucn.cl; marcela.parraguez@pucv.cl

Didáctica del Cálculo

RESUMEN

El objetivo de este manuscrito es mostrar relaciones del conocimiento especializado de un profesor universitario que enseña la derivada, con la existencia de elementos articuladores explícitos para la comprensión profunda, que propone el modelo –Los modos de pensar la derivada en su perspectiva local–. Para ello, se identificaron los indicadores de conocimiento especializado del profesor (MTSK) y se aplicó una entrevista semiestructurada al caso. Con una triangulación de datos, se conformó un mapa de conocimiento, con evidencias de articuladores en dos categorías de su conocimiento especializado para la derivada en su perspectiva local.

Palabras clave: Derivada, modos de comprensión, articuladores, conocimiento especializado, MTSK.

INTRODUCCIÓN Y PROBLEMA

La perspectiva local de la derivada, es una dimensión matemática que juega un rol fundamental en la comprensión de la derivada en la cercanía de un punto, sin embargo para los estudiantes que entran en el estudio del Cálculo, presenta una serie de obstáculos para su comprensión. Los estudios en el campo de la investigación en Didáctica de la Matemática, muestran que estas dificultades aún persisten (Jaafar and Lin, 2017), y se deben a la existencia de una perspectiva local que no es bien comprendida. Una de las razones, es $\Delta y/\Delta x$, cociente que subyace en el límite y en la estructura de la derivada, ampliamente discutida por los matemáticos del siglo XVII y XVIII, (Grabiner 1983). En la enseñanza y aprendizaje de esta noción sucede algo similar, los estudiantes deben descubrir por si mismos la idea de cercanía o aproximación (Vandebrouck, 2011), debido a que no se aborda debidamente esta perspectiva en la enseñanza secundaria que se traspasa al nivel universitario. En este contexto, Pinto-Rojas y Parraguez (2017), proponen un modelo de comprensión profunda para la derivada en su perspectiva local (DPL), como una variedad de los modos de Sierpinska (2000). En la Figura 1, se muestran los modos Sintético-Geométrico-Convergente, Analítico-Operacional y Analítico-Estructural, como tres formas de pensar la derivada en su perspectiva local.

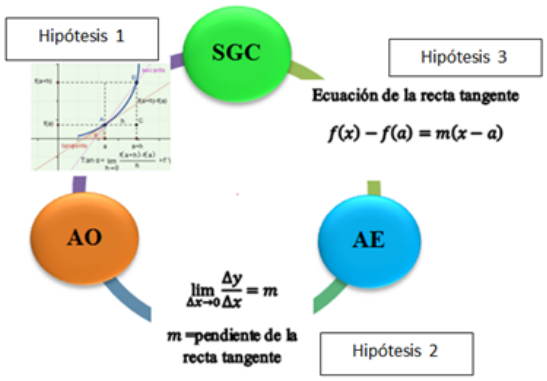


Figura 1. La relación de los articuladores con los modos de pensar la derivada en lo local.

La hipótesis que subyace en esta caracterización (Figura 1) de elementos observables para comprender la derivada en lo local, es que el razonamiento es manifestado en la capacidad de un sujeto para interactuar con el modo SGC, modo AO y el modo AE de la derivada, de tal forma de identificar y describir aquellos elementos que favorecen este tránsito –articuladores– cuestión fundamental para el desarrollo de lo que se quiere comunicar.
La propuesta de elementos articuladores entre estos modos, se han descrito de la siguiente forma:

H1: El triángulo rectángulo en el sistema coordenado, formado por la recta secante y la recta horizontal, como articulador entre AO y SGC

H2: La pendiente de la recta tangente como el elemento articulador entre AO y AE

H3: La ecuación de la recta tangente como el elemento articulador entre SGC y AE

El objetivo que se busca en este segmento de la investigación, es tener evidencias explícitas de éstos articuladores en el conocimiento especializado del profesor que aborda la enseñanza de la DPL.

MARCO TEÓRICO

Conocimiento especializado del profesor de matemática (MTSK)

El conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK por sus siglas en ingles de Mathematics Tacher's

Specialized Knowledge), es un modelo que aborda desde una perspectiva analítica los conocimientos que el profesor activa y opera en su trabajo profesional docente, específicamente en la enseñanza de la matemática (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013). Este modelo se ha desarrollado desde tres perspectivas, la naturaleza especializada del conocimiento del profesor, desde su naturaleza interpretativa y un enfoque centrado en la matemática.

Indicadores de conocimiento especializado (MTSK)

El primer dominio de conocimiento (MK), corresponde a los conocimientos matemáticos que activa y opera el profesor al momento de impartir un concepto matemático, para esta investigación, corresponde a la derivada en su perspectiva local (DPL). El segundo dominio de conocimiento corresponde a los conocimientos didácticos (PCK), del profesor respecto de DPL, donde se ha seguido el esquema presentado en, Rojas, Flores, & Carrillo (2015).

Indicadores de conocimiento de los tópicos matemáticos (KoT)

Procedimientos (A 1)
Conoce los procedimientos estándares asociados al campo de problemas en relación con la derivada: A1.1 Probar la diferenciabilidad a partir de condiciones necesarias y suficientes A1.2 Probar la no diferenciabilidad a partir del límite por la derecha y por la izquierda
Definiciones, propiedades y fundamentos (A 2)
A2.1 Conoce conexiones intraconceptuales, como: cociente de diferencias $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ y su relación con el límite, la pendiente de la recta tangente con la velocidad instantánea. A2.2 Reconoce la ecuación de la recta tangente como la aproximación de rectas secantes A2.3 Define la derivada a partir del concepto de tangencia de funciones

Figura 2. Indicadores con sus códigos coorespondientes al subdominio KoT.

Registro de representación de DPL (A 3)
Conoce las distintas formas de representar la derivada, tales como:
A3.1 Interpretación geométrica (una curva con la tangente trazada en un punto específico)
A3.2 Interpretación Analítica: conoce la derivada por su definición a través el límite
A3.3 Interpretación de la derivada como la mejor aproximación lineal de la curva

Figura 3. Indicadores con sus códigos coorespondientes al subdominio KoT.

Una vez desarrolladas las categorías y los indicadores de conocimientos, como muestra las dos figuras anteriores, se ha solicitado revisión de expertos, con observaciones, especialmente en el proceso de asignación de códigos, el interés fue, asegurar si ha sido adecuada esta asignación, dado que de esto depende una correcta interpretación de la información. De igual forma, para los indicadores de conocimiento y su relación con las unidades de información. Las observaciones de los revisores fueron consideradas y han contribuido en asegurar la validez de los indicadores y asignaciones.

MÉTODO Y RESULTADOS

Se aplicó una entrevista semi estructurada a un profesor universitario identificado como, MC, la entrevista se realizó sin límite de tiempo, fotografiando las reproducciones escritas, y grabadas todas las conversaciones, posteriormente se imprimió el documento de la transcripción para ser analizadas por la investigadora. La finalidad de aplicar esta técnica fue obtener información lo más detallada posible de los articuladores entre los tres modos SGC, AO y AE e indagar en profundidad sus conocimientos puestos en juego sobre los modos de comprensión de DPL. Para poder entender y caracterizar en profundidad el análisis del documento, se identificaron tres diferentes conocimientos, en fragmentos que muestran las unidades de información de interés, los fragmentos que muestran indicios de conocimiento y los que muestran oportunidad de explorar. Para este caso en particular se consideraron las unidades de información de interés, siendo codificadas de la siguiente forma. Primero se extrajo y organizó la entrevista como se ha indicado. Luego de la asignación de códigos a las categorías y los indicadores, se identificó el episodio correspondiente en el documento, presentados en una matriz, siguiendo la orientación declarada (Miles y Huberman, 1994).

<table>
<tr><td rowspan="4">KoT</td><td colspan="3">Conocimientos identificados</td><td>Forma de representar</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Procedimientos</td><td colspan="2">A1.1
Diferenciabilidad en un punto
A1.2
Existe una única pendiente
A1.3
Límites laterales coinciden</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">G2
...El área achurada tiende a cero...</td><td></td></tr>
<tr><td>Propiedades y sus fundamentos</td><td>Asociados a la derivada en lo local</td><td>A3.1
La derivada en un punto, es el límite de las pendientes de las secantes.

A3.2
La pendiente de la secante se define por: $m_{Lsec} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ en el punto.</td><td></td></tr>
</table>

Figura 4. Resumen de KoT identificado en MC.

Una vez completado el análisis, se representa el mapa de conocimiento especializado de MC, como muestra la figura 5, en el caso particular de KoT.

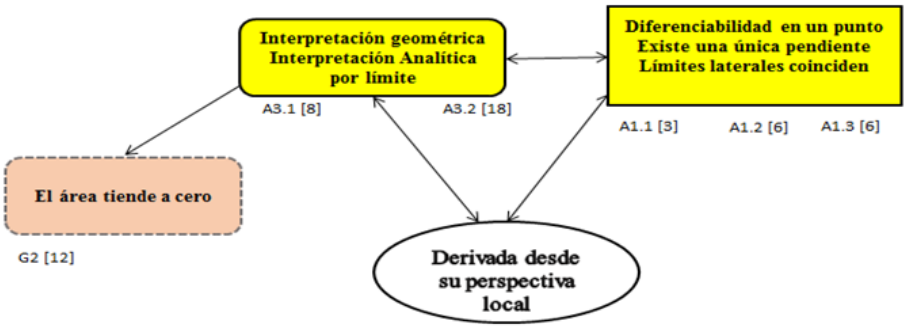


Figura 4. Resumen de KoT identificado en MC.

CONCLUSIÓN

Como se ha mencionado, el objetivo de este trabajo ha sido la relación de los indicadores de conocimiento especializado con los articuladores propuestos. Atendiendo a estas consideraciones, la triangulación de los datos ha indicado que el conocimiento de la derivada en el subdominio KoT, concentra la mayor información de MC, identificándose los tres articuladores propuestos como parte de esta categoría.

En relación a la indagación de los elementos articuladores, éstos se evidencian en sus explicaciones y su reflexión fundamentada en su conocimiento matemático (KoT). Como se muestra.

[2A2.1MC]...Con relación al cociente, usted, tiene un triángulo, con eso estamos pensando en el límite, con relación al cociente, usted, tiene un triángulo y con eso relaciono, el valor de h que es lo que define el cateto del triángulo.
El indicador asignado a esta unidad de información, muestra la relación con la hipótesis (H2), por lo que se tienen evidencia de su existencia.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Proyecto FONDECYT Nº 1180468. Una de las autoras es Beneficiaria Beca Conicyt Folio N°: 21161074

Referencias

Carrillo, J., Contreras, L.C. & Flores, P. (2013). Un modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina & I. Segovia, I. (Eds.), Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro, (pp. 193-200). Granada: Editorial Comares.

Grabiner, J. (1983). The changing concept of change: The derivative from Fermat to Weierstrass. Mathematics Magazine, v56, n.4, pp.195-206.

Jaafar, R. and Lin, Y. (2017). Assessment for Learning in the Calculus Classroom: A Proactive Aproach to Engange Students in Active Learning. IEJME-Mathematics EducationVol(12), N5, 503-520.

Miles, M. & Huberman, A. M. (1994). Qualitative Data Analysis. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Pinto-Rojas. I., Parraguez, M. (2017). Articulators for Thinking Modes of the Derivative from a Local Perspective. Mathematics Education.12(10), 873-898.

Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. Bolema, 29(51), 143-166.

Sierpinska, A. (2000). On some Aspects of Student´s thinking in Linear Algebra. En The Teaching of Linear Algebra in Question (pp. 209-246). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Stake, R. (2010). Investigación con estudio de casos. Madrid: Morata.

Vandebrouck, F. (2011). Perspectives et domaines de travail pour l'étude des fonctions. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 16(1), 149-185.

CB 036

DISEÑO DE UNA DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA PARA LA IMPLICACIÓN COMO CONDICIONAL GENERALIZADO

Isabel García-Martínez; Marcela Parraguez

Universidad Católica del Norte; Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

igarcia@ucn.cl; marcela.parraguez@pucv.cl

Pensamiento Matemático

RESUMEN

Esta investigación presenta un estudio, en el nivel superior, de una de las interpretaciones de la implicación –la implicación como condicional generalizado–. El marco teórico que la sustenta es la teoría APOE, marco de corte cognitivo, que permitió explicar como se construye el conocimiento matemático incluído en esta interpretación de la implicación. Con base en libros de textos universitarios, se diseña una descomposición genética para dicha interpretación, la cual deberá ser validada, para, posteriormente diseñar actividades que ayuden a los estudiantes a realizar las abstracciones reflexivas plasmadas en dicha descomposición genética.

Palabras clave: Teoría APOE, descomposición genética, implicación, cuantificador universal

Introducción y planteamiento del problema

En esta investigación se presenta un estudio de la implicación en el nivel superior. Varios autores (Alvarado y González, 2009, 2013; Durand-Guerrier, 2003; Epp, 2003; García-Martínez y Parraguez, 2016, 2017; Reid, 1992) han reportado que estudiantes universitarios presentan dificultades en su comprensión. Según Durand-Guerrier (2003) una de las dificultades puede ser debido a sus múltiples interpretaciones y éstas deben ser consideradas para que haya un verdadero entendimiento de la implicación, estas interpretaciones son:

El entendimiento común (donde, en general, el antecedente falso no se considera y se confunde la implicación con la doble implicación).
El conectivo proposicional (definido mediante la tabla de verdad).
El condicional lógicamente válido (o reglas de inferencia).
El condicional generalizado (o la implicación con el cuantificador universal).

En esta investigación se reporta la última de estas cuatro categorías, el condicional generalizado, que consiste en cuantificar (con el cuantificador universal) una función proposicional que contenga alguna implicación, ésta es la estructura lógica que rige a diversas definiciones, axiomas y teoremas matemáticos, por ejemplo el teorema: "Toda matriz elemental es invertible" (Grossman y Flores, 2012, p. 137), o sea (para toda matriz A) si A es elemental, entonces A es invertible. En particular se indaga en el ámbito del álgebra lineal, porque es un tópico abstracto en el cual los estudiantes presentan dificultades (Dorier, 1990; Maracci, 2008).

Marco teórico

El marco teórico que sustenta esta investigación es la teoría APOE, cuya sigla significa Acción, Proceso, Objeto y Esquema. Ésta es una teoría cognitiva, creada y desarrollada por Ed Dubinsky y sus colaboradores, la cual se basa en el concepto de abstracción reflexiva de Piaget (Arnon, Cottril, Dubinsky, Oktaç, Roa-Fuentes, Trigueros y Weller, 2014).

Según esta teoría, un estudiante muestra una concepción acción de un conocimiento matemático o de una fracción del mismo cuando necesita de un estímulo externo para resolver un problema que involucre dicho concepto y debe realizar todos los pasos intermedios. Cuando ya no necesita más del estímulo externo y puede realizar algunos pasos mentalmente o puede saltarlos, se dice que dicho estudiante ha interiorizado la acción en un proceso. Dos o más procesos pueden ser coordinados para obtener otro proceso. Cuando el estudiante percibe el concepto como un todo y puede actuar sobre él se dice que ha encapsulado el proceso en un objeto. La operación contraria a la encapsulación es la desencapsulación, que consiste en volver al proceso que generó un objeto, para poder coordinarlo con otros procesos y encapsularlos en otro objeto. El conjunto de acciones, procesos y objetos relacionados con un concepto matemático determinado es denominado esquema, el cual es una estructura coherente e inacabada ya que un esquema puede asimilar un nuevo objeto y reacomodarlo en él. La coherencia es una herramienta mental que evoca un individuo cuando se enfrenta a un problema matemático determinado. A su vez un esquema puede ser visto como un objeto, en dicho caso se dice que el esquema se ha tematizado.

La forma como se pasa de una construcción mental a otra, se denomina mecanismo mental, algunos de ellos son interiorización, coordinación, encapsulación, desencapsulación.

DISEÑO METODOLÓGICO

La teoría APOE tiene incorporado un ciclo de investigación que consta de tres compontes: análisis teórico o descomposición genética (DG), diseño y aplicación de instrumentos y análisis y verificación de los datos. La DG es un modelo hipotético donde se plasman las estructuras y los mecanismos mentales necesarios para construir un concepto matemático determinado, ésta se diseña a partir de un estudio histórico-epistemológico, la experiencia

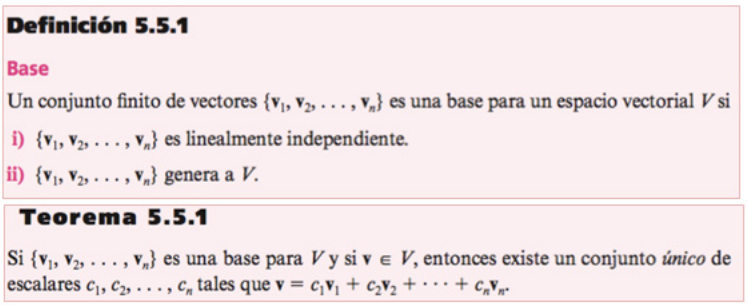
docente de los investigadores o análisis de libros, entre otros. Luego se diseñan y aplican instrumentos para determinar si los informantes muestran las estructuras y los mecanismos mentales que allí aparecen. Finalmente, se analizan los resultados obtenidos en la aplicación de los instrumentos y se contrastan con la DG, para validarla o, caso contrario refinarla aplicando nuevamente el ciclo de investigación.

En esta investigación se diseña una DG para la implicación con el cuantificador universal, con base en la experiencia docente y análisis de textos de estudio presentes en programas chilenos vigentes de álgebra lineal (Grossman y Flores, 2012; Lay, 2007).

RESULTADOS

Al indagar definiciones y teoremas en libros de texto universitarios (Grossman y Flores, 2012; Lay, 2007), se observaron algunos elementos comunes entre ellos, que están incidiendo en la construcción de esta interpretación de la implicación.

A modo de ilustración, se muestra una definición y un teorema (figura 1) del libro de álgebra lineal de Grossman y Flores (2012), los cuales han sido reinterpretados (figura 2) para mostrar conceptos comunes que sustentan el diseño de la DG. De aquí se resaltan los conceptos de función proposicional, de antecedente y consecuente y de implicación cuantificada (este último no está señalado en la figura 2, ya que abarca toda la definición y todo el teorema).



Definición 5.5.1

Base

Un conjunto finito de vectores $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ es una base para un espacio vectorial V si

i) $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ es linealmente independiente.

ii) $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ genera a V.

Teorema 5.5.1

Si $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ es una base para V y si $\mathbf{v} \in V$, entonces existe un conjunto *único* de escalares $c_1, c_2, \ldots, c_n$ tales que $\mathbf{v} = c_1\mathbf{v}_1 + c_2\mathbf{v}_2 + \cdots + c_n\mathbf{v}_n$.

Figura 1: Una definición y un teorema del libro de Grossman y Flores (2012), p. 350 y p. 351, respectivamente.

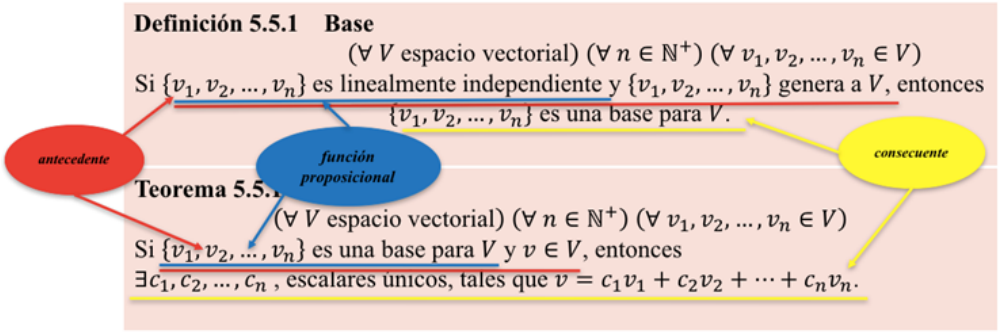


Figura 2: Reinterpretación de la definición y del teorema de la figura 1.

Tanto en la definición como en el teorema (figura 2), se observan otras funciones proposicionales, por ejemplo

"$\{v_1,v_2,...,v_n\}$ genera a V" o "$\exists c_1,c_2,...,c_n$, escalares únicos tales que $v=c_1 v_1+c_2 v_2+\cdots,c_n v_n$"

en las cuales las variables son el espacio vectorial V y los vectores $v_1,v_2,\ldots,v_n$ de V.

A partir de estos elementos, la experiencia docente y el conocimiento de los investigadores, se diseñó una DG

hipotética para esta interpretación de la implicación (figura 3). Consideramos que un estudiante que muestra el concepto de función proposicional, lo hace a través de la coordinación de función como proceso y de proposición como proceso, los cuales debe haber construido previamente.
Se considera que el conjunto universo debe de estar permeando toda la DG de la implicación como condicional generalizado, ya que en cada una de las construcciones está presente dicho conjunto.

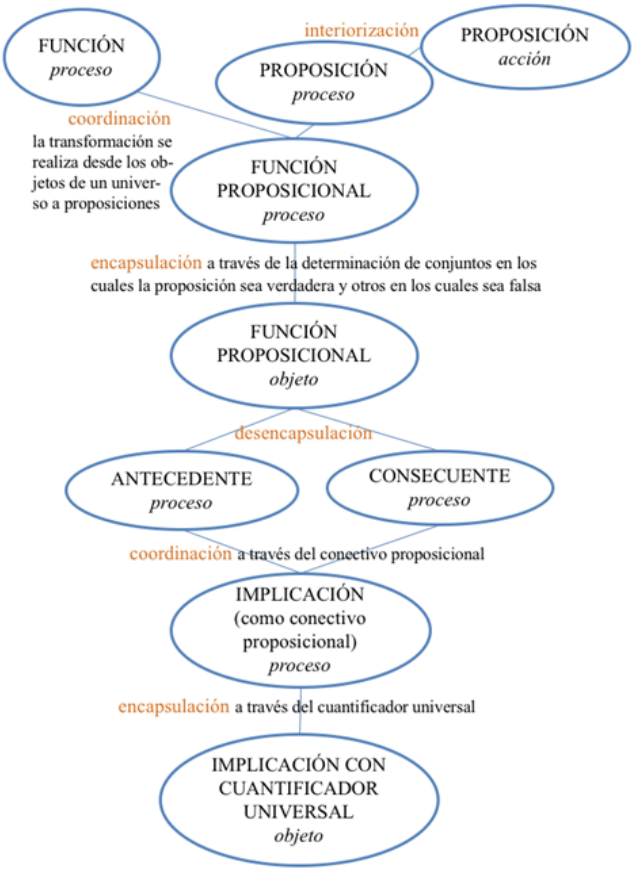


Figura 3: DG hipotética de la implicación como condicional generalizado.

Según esta DG hipotética, para construir la implicación como condicional generalizado, el estudiante comienza con las proposiciones como acciones, estableciendo si determinadas "frases" son o no proposiciones y determinando el valor de verdad de algunas proposiciones simples. Cuando el estudiante es capaz de construir proposiciones compuestas y determinar su valor de verdad a partir de los valores de verdad de las proposiciones componentes, consideramos que interioriza la proposición en un proceso. Este último proceso se coordina con función como proceso para obtener función proposicional como proceso, cuando considera que la función proposicional es una función cuyo dominio es el máximo conjunto contenido en el conjunto universo y cuyo codominio es el conjunto de las proposiciones. El proceso función proposicional se encapsula en objeto cuando el estudiante es capaz de determinar conjuntos donde, al aplicar la función proposicional la proposición resultante sea verdadera y otros en los cuales sea falsa.

El antecedente y el consecuente se desencapsulan como procesos de función proposicional como objeto, para luego coordinarse a través del conectivo proposicional obteniendo implicación (condicional material) como proceso, el cual se encapsula en el objeto implicación con el cuantificador universal, a través del cuantificador universal.

A modo de conclusión

A partir del análisis de textos de estudio universitario y la experiencia docente de los investigadores, se diseñó una descomposición genética de la implicación como condicional cuantificado, el cual está presente en la matemática tanto en axiomas, como en definiciones y en teoremas. Esta DG debe ser validada o, refinada y posteriormente validada. Con base en la descomposición genética valida, se diseñarán actividades, con el propósito de ayudar a los estudiantes a realizar las construcciones mentales y promover las abstracciones reflexivas sugeridos por la descomposición genética, para así lograr una comprensión de esta interpretación de la implicación.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Proyecto FONDECYT Nº 1180468. Una de las autoras es Beneficiaria Beca Postgrado PUCV 2018.

Referencias

Alvarado, A. y González, M. (2009). La implicación lógica en el proceso de demostración matemática: estudio de un caso. Enseñanza de las Ciencias, 28(1), 73-84.

Alvarado, A. y González, M. (2013). Generación interactiva del conocimiento para iniciarse en el manejo de implicaciones lógicas. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 16(1), 37-63.

Arnon, I., Cottril, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa-Fuentes, S., Trigueros, M. y Weller, K. (2014). APOS Theory. A framework for research and curriculum development in mathematics education. New York: Springer.

Dorier, J. L. (1990). Continuous analysis of one year of science students' work, in linear algebra, in first year of french university. Proceedings of the 14th Annual Meeting of International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 35-42, Oaxtepec, México.

Durand-Guerrier, V. (2003). Which notion of implication is the right one? From logical considerations to a didactic perspective. Educational Studies in mathematics, 53(1), 5-34.

Epp, S. (2003). The role of logic in teaching proof. American Mathematical Monthly 110, 886-899.

García-Martínez, I. y Parraguez, M. (2016). Estructuras mentales para un esquema de la implicación como entendimiento común. XX Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática, 127-130.

García-Martínez, I. y Parraguez, M. (2017). The Basis Step in the Construction of the Principle of Mathematical Induction based on APOS theory. The Journal of Mathematical Behavior, 40, 128–143.

Grossman, S. y Flores, J. (2012). Álgebra lineal (7ª ed.). México: McGraw-Hill.

Lay, D. (2007). Algebra lineal y sus aplicaciones (3ª ed.). México: Pearson educación.

Maracci, M. (2008). Combining different theoretical perspectives for analyzing students' difficulties in vector spaces theory. ZDM, 40, 265-276.

Reid, D. (1992). Mathematical induction. An epistemological study with consequences for teaching. (Thesis for the degree of Master of Teaching Mathematics). Montreal: Concordia University.

CB 037

ERROR EN LA REPRESENTACIÓN DEL EJE DE SIMETRÍA EN CUARTO DE PRIMARIA.

Luisa Alar, Daniela Villalobos, Macarena Valenzuela

Universidad Alberto Hurtado.

nicrilu@gmail.com , danivillalobos.hidalgo@gmail.com , mvalenzuela@gmail.com

Errores, obstáculos y dificultades en la Enseñanza y el aprendizaje de la Matemática

RESUMEN

La presente investigación está centrada en cuantificar la información recogida por el instrumento diagnostico aplicado a un grupo determinado de estudiantes varones de 4to año básico para identificar los errores y dificultades presentes en la resolución de ejercicios de la geometría principalmente en el eje de simetría. La oportunidad de visualizar aquellos errores y clasificarlos según su tipología nos permitirá reflexionar sobre el fenómeno que ocurre en la enseñanza y aprendizaje de estas, considerando aquellas dificultades como oportunidades de aprendizaje.

Palabras clave: Eje de simetría, Reflexión, Error, Representación, Geometría

ANTECEDENTES Y PROBLEMÁTICA

El estudio de los errores presentes en el eje de simetría ha sido un tema que ha sido desarrollado por diversos autores quienes por ejemplo plantean desde el punto de vista de la visualización semiótica que "Lo propio de la visualización, es producir una representación que da lugar a una aprehensión simultánea y casi inmediata, pero sin que esta representación constituya una aprehensión de los objetos representados"... "hecho que permite disociar las formas y los objetos cuya "yuxtaposición"... es imposible de ver en la realidad", Duval (2003).

Lo anterior expuesto nos entrega las nociones de lo que sucede con aprendizaje de cualquier contenido, como la apropiación del conocimientos desde el primer acercamiento hasta la internalización y reproducción de ellos, tal cual como lo conocieron. Si éstas representaciones iniciales no son objetivas, coherentes, estructuradas y consideran las diversas posibilidades que tienen para ser representadas, se producirá una separación entre la representación correcta de un contenido con respecto a lo que el estudiante logra concebir de ese mismo contenido. A partir de estas problemáticas, nuestro objetivo es identificar y reflexionar sobre las representaciones realizadas por los estudiantes de cuarto año básico, en relación al eje de simetría, para evidenciar los errores presentes en la resolución de problemas, enfocada principalmente en la dificultad de la visualización y relación con respecto a la inclinación del eje de simetría.

Errores en simetría

La investigación se centra en los errores y dificultades existentes a la hora de representar la reflexión de una figura con respecto a un eje de simetría. En nuestra experiencia en aula se logró observar la existencia de algunas problemáticas en el aprendizaje de la reflexión fundamentalmente en el eje de simetría.

Gutiérrez (1992) menciona que los elementos básicos relacionados con la percepción visual son las representaciones mentales que las personas pueden hacer de objetos físicos, relaciones, conceptos etc. otro aporte impórtate es de Jaime. (1995), él plantea qué una de las problemáticas más habituales de la reflexión es el fenómeno que consiste en ignorar la inclinación del eje de reflexión, puesto que los estudiantes tienden a reflejar horizontalmente. Los motivos de este fenómeno bastante generalizado, se apoyan por un lado, en la natural disposición horizontal-vertical de los objetos en la naturaleza y, por otro lado, en la complejidad que representa imaginar espacialmente la reflexión cuando no tenemos referentes horizontal-vertical, para ello se requiere de movilizar un objeto de conjunto en donde las partes que lo conforman pierden, en el sentido usual, sus referentes.

Otra dificultad se produce por la cantidad de simetrías que tienen ciertas figuras, las cuales producen errores en la identificación del tipo de reflexión, avanzando a una reflexión axial, la cual es de un carácter más profundo de conocimiento. El eje de simetría que tiene cada figura geométrica por si sola si se refleja la imagen resultante no se logra distinguir de la original. (Reyes, Dissett y Goarmaz. (2014)).

Los errores están dados por la dificultad en la representación gráfica de ciertos cuerpos geométricos como en los polígonos regulares e irregulares y en figuras de la cotidianidad que trasponen el eje de simetría, produciendo en algunos casos que los estudiantes completen la figura sin tomar en cuenta el eje de simetría y la reflexión no logrando terminar la tarea encomendada ya que solo completaron una figura con los segmentos faltantes.

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

La metodología de investigación es cuantitativa, ya que las características que se manifiestan son de orden objetivo, en donde los datos son posibles de abordar desde lo numérico. Así, según afirman Rodríguez y Valldeoriola (.sf.) la información puesta involucrada es objetiva, tangible y externa al investigador. En este sentido, es posible realizar generalizaciones y establecer como objetos de estudio aquello fenómenos observables, los cuales son principalmente sobre la base de la objetividad, la evidencia empírica y cuantificable.

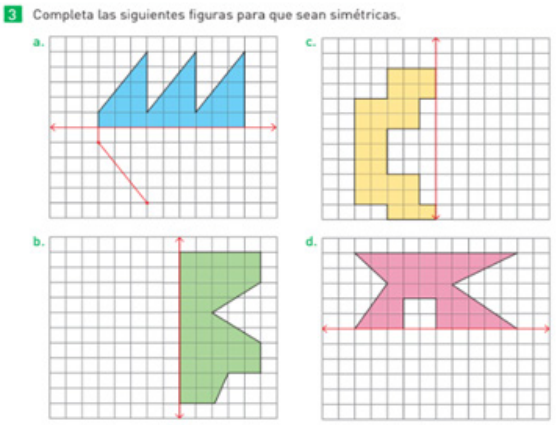
Los sujetos en estudio son alumnos de 4° año de educación básica de un establecimiento particular varonil. Los estudiantes rodean los 9 y 10 años, donde cada curso está compuesto aproximadamente de 40 estudiantes. Tienen 6 horas pedagógicas como asignatura de matemáticas a la semana, donde sólo 2 horas pedagógicas están dedicadas al estudio de la geometría. Los estudiantes fueron seleccionaron de manera aleatoria considerando su iniciativa en participar anónimamente de la actividad.

INSTRUMENTO DE RECOGIDA DE DATOS

El instrumento de recogida de datos consta de una actividad propuesta por el texto del estudiante de cuarto año básico, donde los estudiantes deben visualizar y aplicar los conocimientos relacionados al eje de simetría completando las figuras solicitadas

En primer lugar realizamos una actividad donde sólo se les pedirá reflejar cada figura en relación a su eje de simetría y utilizando sus conocimientos previos, de esta manera lograremos una respuesta de los sujetos qué será la realización de la actividad. Luego comenzará la de datos de las respuestas con las categorías de análisis correspondientes. Posteriormente, podremos comprender el porqué de los posibles errores encontrados en los sujetos identificando las dificultades qué significan. Finalmente con el instrumento podremos evidenciar todo el proceso anterior.

De esta manera, dentro de la resolución de la actividad, consideramos aquellas dificultades en la visualización del reflejo en relación a un eje determinado donde el principal error fue la construcción incorrecta del reflejo, principalmente porque no se consideró las medidas correctas entre la distancia de un punto y el eje.
A continuación se presentan las fichas de trabajo:



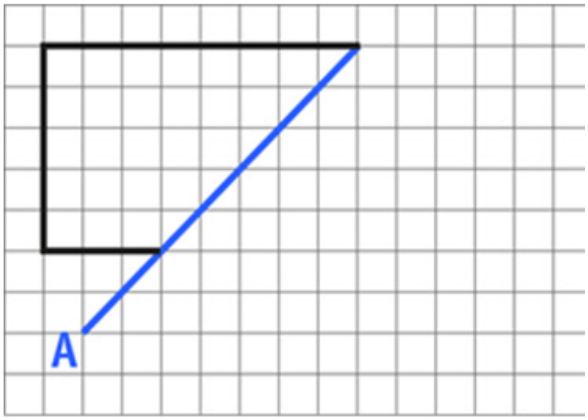


Figura 1 (Rodríguez R, García D. (2018)). Figura 2 (MINEDUC. (s.f.)).

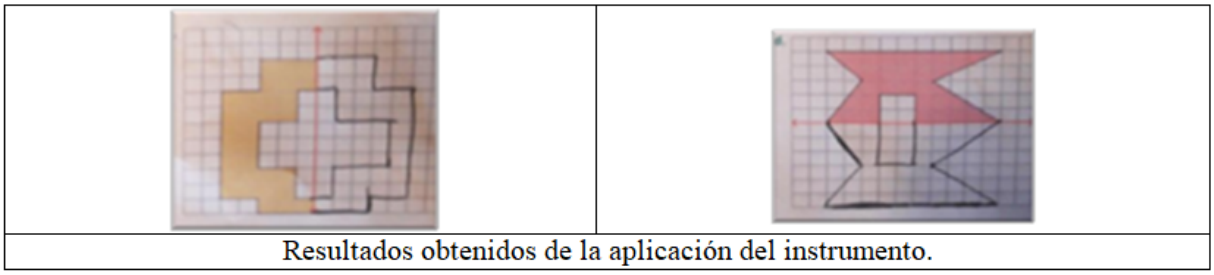
CATEGORIAS DE ANALISIS Y RESULTADOS

Nos enfocaremos en las categorías de análisis propuesta por Del Grande (1990) quien establece una relación entre las habilidades con respecto a la creación y procesamiento de imágenes visuales.

Habilidad	Descripción
Identificación visual	Habilidad para reconocer una figura aislándola de su contexto.
Constancia perceptual	Habilidad para reconocer que un objeto posee propiedades invariantes.
Percepción de la posición en el espacio	Habilidad de relacionar la posición de un objeto lámina o imagen mental, con uno mismo (observador) o con otro objeto que actúa como punto de referencia.
Percepción de relaciones espaciales entre objetos	Habilidad para ver dos o más objetos simultáneamente en relación con uno mismo y entre sí.
Discriminación visual	Habilidad que permite comparar varios objetos identificando sus semejanzas o diferencias visuales.

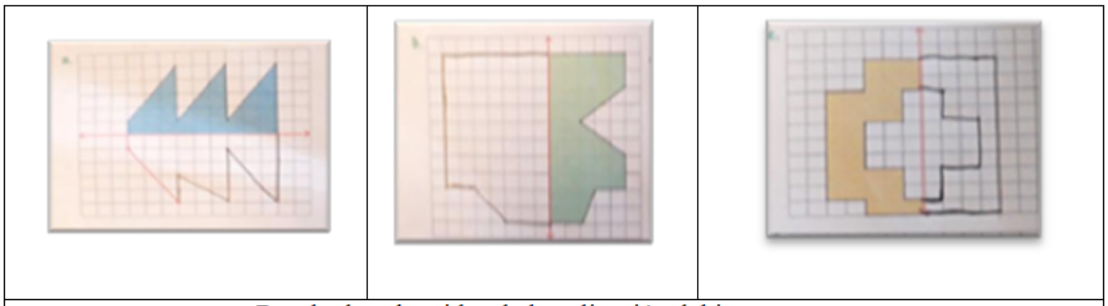
Tabla 1. Descripción de Habilidades según Del Grande

Actividad 1: Los estudiantes dentro de los 4 ejercicios propuestos por la actividad 1, presentaron muchos errores en relación a la constancia perceptual y percepción de la posición en el espacio.
El 37,5% de los estudiantes cometió un error en relación a la percepción de la posición de la figura en el espacio considerando un punto de referencia.



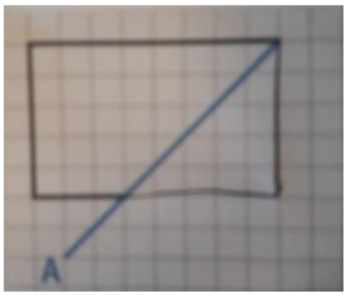
Resultados obtenidos de la aplicación del instrumento.

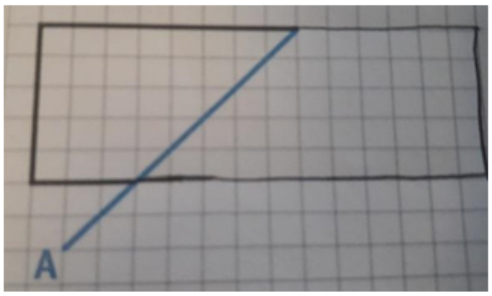
Otro error frecuente cometido por un 52,5% de los estudiantes fue el no considerar la constancia perceptual ya qué la figura posee propiedades invariantes sin embargo las construcciones realizadas por los estudiantes no reflejan dicha característica.

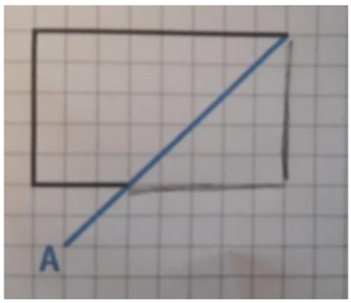


Resultados obtenidos de la aplicación del instrumento.

Actividad 2: Dentro de esta actividad quisimos enfocarnos en una dificultad que ocurre de manera frecuente cuando se tiene que visualizar una figura con una inclinación en el eje de simetría. En este caso obtuvimos que un 65% de los estudiantes constituye la figura sin considerar su eje de simetría relacionándola con una figura ya estudiada.

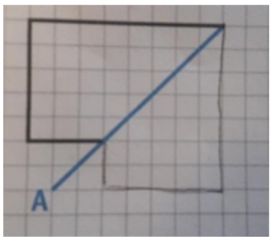


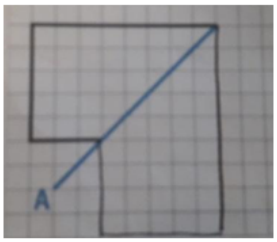




Resultados obtenidos de la aplicación del instrumento.

Otro error frecuente encontrado en los resultados fue el considerar el eje de simetría pero no en la constancia perceptual considerando las características invariantes de la figura.





Resultados obtenidos de la aplicación del instrumento.

Conclusiones y reflexiones

Considerando toda la investigación anteriormente expuesta, la enseñanza y aprendizaje no sólo beneficia al estudiante en el plano académico sino que también en el plano de habilidades personales las que son aplicadas en el contexto diario y personal de este. De acuerdo con esto las habilidades que desarrolla la geometría a través de la isometría son: la coordinación visomotora, identificación visual, constancia perceptual, percepción de la posición en el espacio, percepción de relaciones espaciales entre objetos, discriminación visual, memoria visual además de la congruencia y la conmutatividad según (Del Grande, (1990).

En el camino de nuestra investigación nos fuimos dando cuenta que era relevante que los estudiantes tuvieran la oportunidad de desarrollar estas habilidades no solo a nivel académico sino también desde lo práctico, ya que estas habilidades posibilitan al estudiante el correcto aprendizaje de las propiedades de la geometría como la invariabilidad de las características del objeto observado así como la visualización de la figura geométrica en el plano.

En relación al objetivo planteado para la investigación, se logró identificar aquellas dificultades en los estudiantes considerando en proceso de representación visual en relación a las habilidades antes mencionadas, considerando esto podemos reflexionar para lograr potenciar aquellas habilidades que se requieren para una mejor comprensión y visualización en la representación y construcción a partir de un eje de simetría.

Referencias

Acuña C, y Martínez A, (s.f.). El Aprendizaje de la Reflexión en Geometría entre Estudiantes de Primaria. Rescatado http://funes.uniandes.edu.co/4460/1/Acu%C3%B1aElaprendizajeCiaem2013.pdf.

Curriculum en línea recursos para el aprendizaje MINEDUC. (s.f). Simetría y reflexiones. Recuperado de https://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-article-24694.html (Imagen 2)

Reyes C, Dissett L, y Goarmaz R,. (2014). REFIP Geometría para futuros profesores de educación básica, providencia, Chile. Ed. SM. Rescatado. http://funes.uniandes.edu.co/4460/1/Acu%C3%B1aElaprendizajeCiaem2013.pdf

Rodríguez R, García D. (2018). Texto del estudiante Matemáticas 4 Básico, Rescatado https://drive.google.com/drive/folders/1Zg-UNwoCaYuDP2Q5kv-M98VonI8O5KaZ. (Imagen 1)

Rodríguez D, y Valldeoriola J,. (s.f.). Metodología de la investigación Capitulo 4: Metodologuas Cuantitativas. p 31 - 45. Recuperado http://myuvmcollege.com/uploads/lectura2011-09/Metodolog%C3%ADa%20de%20investigaci%C3%B3n-2064.pdf

Del Grande, J. (1990). Spatial Sense, Arithmetic Teacher. Vol. 37 (6). 14-20.

Duval R. (2003), Voir en Mathématiques, Matemática Educativa, aspectos de la investigación actual, Coordinador Eugenio Filloy, Fondo de Cultura Económica pp. 41-76.

CB 038

REGULARIDADES Y GENERALIZACIÓN : ANÁLISIS DE UNA ACTIVIDAD

Alejandra Pollio
Universidad Católica del Uruguay

Alejandra.pollio@ucu.edu.uy

Sistematización de experiencias de aula

RESUMEN

El desarrollo del pensamiento matemático busca que el alumno haga generalizaciones, entre otras habilidades. En la resolución de problemas se puede proponer la búsqueda de patrones para lograr una generalización. Ellis (2011) plantea que la generalización es reconocida como un componente crítico de la actividad matemática. Para ello, los estudiantes deben ser expuestos a actividades que les permitan desarrollar la habilidad de generalizar

Por lo anteriormente expuesto, esta comunicación breve se centrará en la presentación de una experiencia de aula que consiste en el análisis de una actividad en la que el objetivo es buscar regularidades y lograr una generalización.

Palabras clave : Resolución de Problemas, Razonamiento, Estrategias.

INTRODUCCIÓN

La comprensión de la matemática consiste en algo más que memorizar cifras, usar algoritmos para obtener re spuestas correctas, desarrollar habilidades, es además aprender a pensar. En el desarrollo del pensamiento matemático se busca que el alumno haga conjeturas y generalizaciones, que reflexione y que particularice entre otras habilidades.

Cabe destacar, que la resolución de problemas como metodología de aprendizaje busca que los estudiantes aprendan a pensar más que buscar resultados, además tiene en cuenta las ideas de los alumnos, así como también qué procedimientos personales desarrolla cada uno.

Para la resolución de un problema los estudiantes no conocen qué camino ni estrategia tendrán que seguir, es decir no es obvio cómo tendrán que proceder. Ellos deben trabajar con la situación, buscar una estrategia que permita llegar a una posible solución de este. Una vez obtenida una posible solución, para validarla, los estudiantes deben mostrar porque su estrategia funciona.

En particular, en la resolución de problemas se puede proponer la búsqueda de patrones para lograr una generalización. Ellis (2011) plantea que la generalización es reconocida como un componente crítico de la actividad matemática, argumentando además que los estudiantes deben aprender a generalizar en todas las áreas de la matemática. Para ello, los estudiantes deben ser expuestos a actividades que les permitan desarrollar la habilidad de buscar patrones y generalizar

Por lo anteriormente expuesto, esta comunicación breve se centrará en la presentación de una experiencia de aula que consiste en el análisis de una actividad en la que el objetivo es buscar regularidades y lograr una generalización.

Desarrollo de la experiencia

La actividad fue propuesta en un grupo Primer Año de la Licenciatura en Educación Inicial en el Segundo Semestre en la asignatura Matemática II. Uno de los objetivos que propone el Programa de Matemática II es que los estudiantes desarrollen habilidades de resolver problemas con diversidad de estrategias con el fin de enriquecer su formación teórica.

La modalidad de trabajo en el aula en muchas ocasiones consiste en la propuesta de situaciones que son trabajadas en forma grupal. Vale la pena aclarar que la integración de los grupos es siempre la misma, esto permite que una vez propuesta la tarea se ponen a trabajar, no habiendo ninguna circunstancia previa que retrase el comienzo del trabajo. Son seis los grupos de trabajo en que la cantidad de integrantes varía entre 3 y 4 .

En el desarrollo de la actividad se van monitoreando las ideas matemáticas, los razonamientos y las estrategias que van surgiendo en los distintos grupos . Este monitoreo es importante ya que el docente puede apoyar a los estudiantes a aclarar, hacer explícitos y comunicar sus razonamientos y estrategias.

Para resolver la actividad se debe buscar una regularidad para luego llegar a generalizar el resultado. Los estudiantes ya han trabajado con situaciones de búsqueda de patrones.

La actividad

La actividad fue tomada del libro “5 Practices for orchestrating Productive Mathematics Discussions”, publicado en el 2014 por NCTM y adaptada para ser trabajada por los estudiantes.

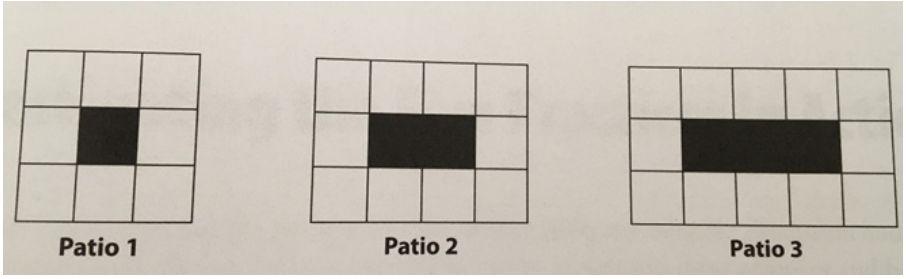
El enunciado de la situación es la siguiente:

Mario diseña patios. Cada patio tiene un jardín rectangular central.
En el croquis que él hace representa el suelo del jardín con azulejos negros. Cada jardín está bordeado por azulejos blancos.

El siguiente esquema muestra tres pequeños patios que Mario puede diseñar

1. ¿Cuántos azulejos blancos tendrían los patios 4 y 5?
2. Realice algunas observaciones que le puedan ayudar a describir patios más grandes.
3. Intente escribir un procedimiento que le permita decir cuántos azulejos blancos son necesarios para el patio 50.

Los estudiantes deben examinar el esquema para poder encontrar la regularidad que se va dando en los tres patios presentados para luego hacer una generalización. Esta generalización debe ir en la dirección de buscar una relación entre el número de azulejos negros y el de los azulejos blancos. Una posible regularidad es que por cada azulejo negro se agregan dos azulejos blancos. Pero esto no alcanza para llegar al total de azulejos blancos necesarios para hacer un patio con un número "n" de azulejos negros. La generalización que se pretende que se llegue es que número de azulejos blancos es igual al doble del número de los azulejos negros más seis.



Presentación y análisis de la actividad

Como ya se planteó anteriormente, los estudiantes debían examinar patrones con el fin de detectar regularidades y formular algún tipo de generalización. A su vez, debían comunicar sus hallazgos intentando hacerlo en un lenguaje matemático adecuado.

Las respuestas al ítem 1. fueron todas correctas, pero los grupos lo comunicaron en distintas formas. A continuación, se presentan las respuestas dadas por los distintos grupos:

El grupo 1 responde en un lenguaje natural: "El patio 4 tendrá 14 azulejos blancos y el patio 5 tendrá 16 azulejos blancos"

Los grupos 2 y 3 hacen un esquema de los patios 4 y 5 y simplemente ponen debajo de cada esquema el número de azulejos blancos.

Los grupos 4 y 5 dan una respuesta correcta, pero utiliza una comunicación poco adecuada. Esta es:
Patio 4 = 14 / Patio 5 = 16. Si bien la respuesta es correcta se debe destacar que la comunicación desde el punto de vista matemático no es del todo adecuada, sobre todo haciendo foco en el signo de igual. La pregunta que queda por responder es ¿Cuál es significado del signo de igual en esta respuesta?

El grupo 6 recurre a un marco geométrico al realizar cálculo del número total de azulejos, visualizando el área de los patios. Partiendo del cálculo anterior luego resta el número de azulejos negros. Acompaña su razonamiento con los esquemas de los patios 4 y 5.

Para el ítem 2 , los grupos 1, 3 y 4 dan como respuesta que por cada azulejo negro que se agregan dos blancos. El grupo 2 da una respuesta que acompaña con la siguiente tabla:

B	N
8	1
10	2
12	3
14	4
16	5

Se observa que el grupo resume toda la información que tiene a ese momento y se destaca la evolución en el razonamiento del grupo.

El grupo 6 fusiona las respuestas del ítem 2 y 3. Este grupo llega a una generalización enfocado al cálculo del área aunque es incompleta, esta es 2.3.n siendo n el número de azulejos negros. Lo que no tienen en cuenta al final es restar el número de azulejos negros, que en las partes anteriores lo había hecho.

Los grupos 1, 3 y 4 dan como respuesta al ítem 3: " A la cantidad de azulejos negros se los multiplica por 2 y se le suma 6"(respuesta del grupo 1) .Ninguno de los grupos valida su solución.

Los grupos 4 y 5 llegan a una generalización que la traducen en un marco algebraico, el planteo es , x.2 +6 , sin aclarar nada sobre lo que representa la x. El grupo 6 intenta hacer una validación de su solución haciendo un esquema de los azulejos negros y blancos, pero no conectan el esquema con su generalización.

El grupo 2 , que ya había trabajado con una tabla , la retoma pero ya intentando una generalización, partiendo del patio 5. Explica su razonamiento escribiendo lo siguiente

"En cada patio se suman dos azulejos blancos y uno negro. Del patio 5 al 50 faltan 45 patios.
Entonces en 45 patios 45.2 = 90 , 90 +16(azulejos blancos que ya había contado)= 106 azulejos blancos , 45 .1 = 45 , 45 + 5= 50(azulejos negros que ya había contado)".

Reflexiones finales

El análisis de esta actividad permite ver que las interacciones entre los estudiantes trabajando en grupos es un medio de apoyo para lograr hacer generalizaciones.

Las estrategias que surgieron para resolver la actividad fueron distintas entre los grupos. Uno grupos trabajaron en forma más intuitivas sin llegar a validar o explicar sus respuestas.

Otro grupo se apoya en tablas para mostrar su razonamiento y validar su respuesta. El marco geométrico fue utilizado por otro de los grupos, recurriendo al área de un rectángulo.

Finalmente, otro grupo usa un marco figural para mostrar su razonamiento y en cierto modo validar su respuesta. Una vez finalizada la actividad se hizo una puesta en común de todas las estrategias, para que todos los estudiantes puedan ver las distintas estrategias y haciendo hincapié que la misma actividad puede ser resuelta de distintas maneras usando razonamientos variados.

Referencias

Ellis, A. (2011). Generalizing – Promoting Actions: How Classroom Collaborations Can Support Students´ Mathematical Generalizations. Journal for Research in Mathematics Education, 42(4), 308-345.

Smith, M. S., Stein, M. K. (2014). 5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions. EE.UU: NCTM.

Lithner,J. (2003). Students´ Mathematical Reasoning In University Textbook Exercises. Educational Studies in Mathematics, 52, 29-55.

CB 040

ADECUACION DEL APRENDIZAJE DEL ESPACIO MUESTRAL EN LA FACETA INSTITUCIONAL/ PERSONAL EN ALUMNOS DE PRIMER CICLO MEDIO.

Aníbal Ramírez Salvo- Camila Yáñez Cornejo.
Universidad de Playa Ancha.

anibal.salvo@gmail.com - camila.yanez.cornejo@gmail.com

Didáctica de estadística y Probabilidades

RESUMEN

La investigación se realiza a través del Enfoque Ontosemiótico de la cognición y la instrucción matemática, en el cual se considera una importancia en el significado del Espacio Muestral respecto a los significados institucional y personal. Para ello se construyó una trayectoria didáctica que insto a evaluar el aprendizaje en el primer ciclo de educación media, a través de un estudio de casos, y así evidenciar la conceptualización del Espacio Muestral, enfrentando a los alumnos a los obstáculos epistémicos y ontogenéticos que denotan una adecuación en el aprendizaje del Espacio Muestral.

Palabras clave: Espacio Muestral, Trayectoria didáctica, Adecuación del Aprendizaje, Faceta institucional/personal, Idoneidad didáctica.

INTRODUCCIÓN

La importancia del aprendizaje del Espacio Muestral radica en la capacidad de modelar situaciones de la vida diaria donde esté presente la aleatoriedad. Por ello se realiza una trayectoria didáctica que considera variables, de índole matemática: el Espacio Muestral como una noción base para comprender la probabilidad y educativa, bajo los parámetros establecidos por el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC,2018). A través de la trayectoria propuesta pretendimos enfrentar a los alumnos a los obstáculos ontogenéticos (lenguaje natural con lenguaje matemático) y epistemológicos (Espacios Muéstrales simples y compuestos), bajo un Enfoque Ontosemiótico, el cual hace énfasis en el significado en los objetos matemáticos contenidos en las dimensiones Institucional/Personal.

PROBLEMÁTICA

Existe una preocupación de integrar al Curriculum nacional chileno los conceptos asociados al azar, debido a la transversalidad que tienen estos en el desarrollo de un país, pues ayuda a que la comunidad desarrolle un razonamiento en esta área.

A partir de ello se visualiza en las aulas de primer ciclo de educación media en un Establecimiento Educacional científico-humanista, un problema en la compresión de los conceptos asociados a la probabilidad, debido a ciertos obstáculos epistemológicos y ontogenéticos, que provienen de una de las nociones bases como es el Espacio Muestral, el cual se encuentra dentro de las 10 ideas fundamentales en estocástica de Heitele (1975) llamada “el Espacio Muestral como conjunto de todas las posibilidades” (como se cita en Batanero, 2001, pag.19).

Por lo tanto, el problema radica en el aprendizaje no consolidado del Espacio Muestral, de acuerdo con los parámetros establecidos por el MINEDUC en alumnos de primer ciclo de Educación Media de un Establecimiento Educacional científico- humanista, debido al tratamiento que se les da a los diferentes obstáculos, y como esto genera una dificultad para el aprendizaje de la probabilidad en años posteriores y su aplicación en el diario vivir.

ANTECEDENTES EMPÍRICOS, CURRICULARES Y EPISTEMOLÓGICOS.

A raíz de la problemática entorno al aprendizaje del Espacio Muestral se llevó a cabo una investigación respecto a los antecedentes que sustenten esta problemática, de los cuales se tiene aquellos de característica empíricas, curriculares y epistemológicas que se comenzaran a detallar más adelante.

De acuerdo al antecedente empírico, durante la practica en el año 2017 se detecta un problema de aprendizaje al momento de comprender los conceptos ligados a la probabilidad, en específico en el concepto de “Espacio Muestral”. Donde a partir de eso se realiza una intervención a través de una simulación en GeoGebra para caracterizar el Espacio Muestral de experimentos aleatorios simples a Espacios Muestrales de experimentos aleatorios compuestos. Durante esta actividad se denotó un obstáculo en caracterizar el Espacio Muestral de simples a compuesto, lo cual genero un interés a realizar una investigación acuciosa del concepto y proponer una trayectoria didáctica que logre consolidar su aprendizaje.

Respecto a lo curricular, en el año 1996 el MINEDUC establece los objetivos fundamentales y los contenidos mínimos obligatorios para la Educación Básica a través del decreto 40 y en el año 1998 establece los objetivos fundamentales y los contenidos mínimos obligatorios para la Educación Media a través del decreto 220, en las cuales desde 2º año de Educación media se encontraban contenidos relacionados a Probabilidad. Las bases curriculares vigentes son del 2012 (1º Básico hasta 6º Básico) y 2015 (7º Básico hasta 2º Medio), donde los contenidos relacionados a probabilidad están presentes desde 3º Básico.

Referente a la epistemología en sus comienzos el Espacio Muestral denotó una manera de anticipación frente a

juegos de entretención de civilizaciones antiguas, aunque enmarcadas en explicaciones a lo divino, donde a partir del renacimiento comienza una teoría para predecir aleatoriedad. Aun ya en el siglo XIX con la teoría de conjuntos y la consolidación de una mirada matemática, se expresaba un obstáculo en la construcción correcta del concepto generada por los juegos de azar. El obstáculo epistemológico consiste en entender las condiciones en las cuales se presenta el experimento aleatorio, pues el Espacio Muestral correcto, serán las diferentes posibilidades existentes.

MARCO REFERENCIAL

El Enfoque Ontosemiótico creado por Juan Díaz Godino alrededor de la década de los 90. Es un modelo de enseñanza-aprendizaje que se adhiere a la didáctica de la matemática: en este referente teórico se unifican diferentes perspectivas sobre el conocimiento matemático, apoyándose en la epistemología, sociología, psicología, etc.
De la misma forma, se considerará una configuración ontosemiótica (institucional y personal) que incluye prácticas, objetos y las diferentes funciones semióticas que puedan surgir de la interacción de las entidades (primarias y secundarias) de este enfoque.

Definición matemática del Espacio Muestral

La definición que utilizaremos será la estipulada por el MINEDUC (2018) en el Curriculum de Matemática para Primer Ciclo de Educación Media, el cual define el Espacio Muestral como el conjunto de los resultados posibles de un experimento aleatorio, denotándolo con el símbolo Ω. Respecto a lo que señala el MINEDUC sobre los conceptos de evento y suceso, los considera como sinónimos en el Eje de Datos y Azar, y los define como un subconjunto del Espacio Muestral. Para el desarrollo de esta investigación se optará por el uso del concepto de suceso en vez de evento, debido a las múltiples acepciones que contrae en el lenguaje natural respecto a nuestro País (Chile).
Significado del Espacio Muestral en el sistema de prácticas.

En 3º Año de Educación Básica comienza a emerger este concepto a nivel curricular de una forma ejemplar, para ya en Segundo Año de Educación Media llegar a visualizarlo de manera más sistémico a través de un lenguaje conjuntista, el cual se vuelve relevante para los cursos electivos de 3º y 4º Año de Educación Media en el área de Probabilidad. Esta construcción curricular de los diferentes cursos donde se asocia el aprendizaje de Espacio Muestral se construye como un espiral, la cual independientemente en donde se enseñe un concepto, este va adquiriendo una profundidad, la cual es a través de la formulación de su lenguaje (Dimensión ejemplar-tipo).

El significado del objeto definido conlleva que la naturaleza de esta lo relacione a su epistemia en su conceptualización, y a su vez la construcción planteada de forma espiral en el Curriculum genere una denotación en cómo se genera un constructo del aprendizaje del Espacio Muestral.

Dimensiones/Facetas relacionado al Espacio Muestral.

La investigación se basará en la dualidad institucional-personal, que centra el aprendizaje de los alumnos frente al concepto de Espacio Muestral, donde nuestro objeto institucional es el mismo que nuestro objeto matemático y se analizan las prácticas personales de los alumnos, las cuales definen su objeto personal. Cabe señalar que la faceta elemental-sistémico y ejemplar-tipo se tienen siempre en cuenta de manera implícita, pues al objeto Espacio Muestral le asociamos un sistema de objetos y prácticas, que dotan una construcción de esta bajo un Curriculum establecido.

Idoneidad didáctica

Lo que se pretende efectuar a través de la idoneidad didáctica es el estudio de las articulaciones entre la epistemia (Curriculum) y lo cognitivo (concepciones de los alumnos), para manifestar la adecuación de los elementos inmersos en las prácticas que generan la conceptualización del Espacio Muestral.

OBJETIVO GENERAL

Adecuar los procesos de aprendizaje que emergen en la faceta institucional/personal respecto a la conceptualización del Espacio Muestral en alumnos del primer ciclo de Educación Media de un Establecimiento Educacional chileno científico- humanista

METODOLOGÍA

La investigación que se llevara a cabo es de carácter cualitativa, enfocándose en los significados personales de los alumnos que son contrastados con los de carácter institucional, a través de un método inductivo que busca la exploración y descripción de los fenómenos a estudiar.

Para esto se utilizará una investigación basada en diseño, que refleje una delineación instruccional de acuerdo a la adecuación del aprendizaje del alumno con el fin de orientar los significados a través de los sistemas de prácticas significativas que se producen a partir de configuraciones didácticas.

Con el fin de generar el diseño metodológico se utilizará la ingeniería didáctica de artigue (1998) pero bajo el EOS, el cual manifiesta una importancia en la búsqueda de los significados. Así mediante la herramienta de validación estudio de casos (conformada por 6 alumnos), la cual permite que sea de manera interna, ayudara a generar comparaciones entre los tipos de análisis (priori y posteriori).

EVALUACIÓN O ANÁLISIS RETROSPECTIVO

Faceta epistémica

Los hechos didácticos significativos visualizados en la implementación denotan la realización de una trayectoria epistémica adecuada, mostrando una articulación de los diferentes significados asociados al Espacio Muestral, utilizándose bajo situaciones-problemas que confronten diferentes obstáculos asociados a la caracterización de este. Con respecto a las diferentes situaciones-problemas, enmarcadas en problemas del contexto real como los juegos de azar, involucradas conceptualización del Espacio muestral y su relación con los conceptos pertenecientes a experimentos aleatorios (simple o compuesto), sucesos y cardinalidad, se incorporaron de manera adecuada en la construcción del material, no obstante, se evidencia una carencia de situaciones en las cuales se expusieran otros contextos que pongan énfasis en las realizaciones de experimentos simples a compuestos, denotando un concepto conciliador como es el principio multiplicativo.

Referente al lenguaje, se observa un énfasis en los registros que permitían caracterizar el Espacio Muestral a través de los diagramas de árbol o de manera conjuntista, que describiera las experiencias y situaciones en las que interviene el azar. Cabe mencionar que la descripción de manera conjuntista de las situaciones que se expresaron, no se enfatizó bajo otros tipos de registro, como hubiese sido los diagramas de Venn que articulan un medio de visualización de la escritura conjuntista adecuada.

Además, dentro del lenguaje del azar hubiese sido adecuado un tratamiento del cálculo de la probabilidad de un experimento aleatorio y la caracterización de este a través de sus posibilidades, y con ello generar un contraste respecto a sus diferencias: pero en la planificación inicial de las configuraciones didácticas a realizar no se consideró ello para acotarse en la implementación.

La recomendación de mejora que se hace es generar un diseño a través de más sesiones que implique afrontar situaciones-problemas mediante un lenguaje conjuntista relacionando los diagramas de Venn como un medio de visualización de los experimentos simples y compuestos; que juegan un papel fundamental en la construcción del concepto de Espacio Muestral.

Faceta cognitiva

La configuración didáctica 1 de la trayectoria se realizó con el propósito de indagar sobre los conocimientos previos de los alumnos involucrados sobre el concepto de Espacio Muestral, ya que no se constaba con nociones sobre las concepciones que pudieran tener y con ello denotar la existencia de una aproximación intuitiva del concepto; pues a partir de esto se podrían tomar decisiones frente a generar una adecuación en el aprendizaje entre lo que se pretende como significado institucional respecto al significado personal que poseen, para contribuir a concebir una elevada idoneidad cognitiva.

Cabe mencionar que durante la configuración didáctica 1 los alumnos mostraron muchos sesgos respecto al lenguaje del azar, donde se evidencia una diferencia entre asignar un sinónimo adecuado a cada concepto respecto al significado institucional pretendido (nombrar que posibilidad es lo mismo que probabilidad). Además, se evidencio una dificultad en la caracterización del Espacio Muestral, especialmente en los experimentos aleatorios compuestos, donde no establecían un registro correcto para denotar el conjunto de posibilidades, debido a no relacionar los experimentos simples con los compuestos.

En lo que concierne a la configuración didáctica 2, se sustenta en un material de apoyo para los alumnos frente a las concepciones erróneas adquiridas, que involucran definiciones, ejemplo, desafíos y un Glosario entorno a generar una adecuación dentro del lenguaje de azar asociado al Espacio Muestral. Cabe mencionar, que el análisis de esta configuración no se considera importante durante esta investigación debido a que se liga a un proceso de enseñanza en su diseño, pero posteriormente en la configuración didáctica 3 y evaluación puede verse reflejada la influencia que tiene en una posible adecuación de los significados personales.

Respecto a lo que se visualiza en la configuración didáctica 3, se evidencia una influencia significativa de trabajar en equipo para la resolución de una situación-problema que comprometen la caracterización del Espacio Muestral respecto de sus conceptos asociados (sucesos y cardinalidad). Se manifiesta a la vez una adecuación del lenguaje que utilizan los alumnos, ya que se acoplan los significados personales de ellos y se aproximan a una adecuación de los significados institucionales pretendidos. Además, se evidencia un cambio significativo en la comprensión de los conceptos asociados al azar, no confundiéndolos entre si (posibilidad con probabilidad). Eso si no se expresa una comprensión adecuada del lenguaje conjuntista frente a la caracterización del Espacio Muestral, de lo cual se explica por la falta de lenguaje matemático en los alumnos.

En lo que concierne a la evaluación, se visualiza una adecuación de los significados por parte de los alumnos frente a la caracterización de los experimentos simples y su representación a través de un diagrama, no obstante, no se evidencia lo mismo en los de características compuestos, siendo una dificulta el representarlos y caracterizarlos aún. Por consiguiente, se detecta en el apartado evaluativo de los aprendizajes adecuados, una baja valoración de acuerdo a la idoneidad cognitiva, pues la trayectoria implementada no logra una adecuación respecto a la faceta institucional -personal.

CONCLUSIONES

La valoración de la idoneidad didáctica, respecto a la faceta epistémica y faceta cognitiva, se generó a partir de la graduación de los niveles que consideraban el cumplimiento de cada componente y descriptor, de lo cual evidenciara la adecuación en los procesos de aprendizaje del Espacio Muestral.

Por ejemplo, en la faceta epistémica a través de sus componentes y descriptores, es valorada con un idoneidad epistémica media-alta, ya que careció mayormente de representaciones del Espacio Muestral respecto a un lenguaje conjuntista.

Por otra parte, la faceta cognitiva respecto a sus componentes y descriptores se valoró con una idoneidad media-alta, ya que careció mayormente de una evaluación adecuada para visualizar si los alumnos comprendían el concepto en sí y no solamente aplicarlo.

En definitiva, a partir de la trayectoria implementada se puede concluir que no se logra evidenciar una adecuación de los procesos de aprendizaje del Espacio Muestral, debido a que existió una carencia al momento de caracterizarlo de manera conjuntista, de la cual hubiese facilitado la relación entre los experimentos aleatorios (simple a compuesto). Además, fue evidente que la adecuación por alcanzar en la conceptualización del Espacio Muestral por los alumnos, no género que aplicaran de manera correcta el Espacio Muestral a través de los experimentos aleatorios compuestos de lo cual los limito para poder caracterizarlos.

Referencias

Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. Granada: Grupo de investigación en educación estadística.

Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. Recherches en Didactique des Mathématiques. 34 (2/3), 167-200.

Ministerio de Educación de Chile (1996). Real Decreto 40/1996, de 24 de enero, por el que se establecen los objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios para enseñanza media y fija normas generales para su aplicación.

Ministerio de Educación de Chile (1998). Real Decreto 220/1998, de 18 de mayo, por el que se establecen los objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios para enseñanza básica y fija normas generales para su aplicación.

Ministerio de Educación de Chile (2002). Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios: Matemática, Educación Básica. Santiago, Chile.

Ministerio de Educación de Chile (2015). Bases curriculares: Matemática, 7º básico a 2º medio. Santiago, Chile.

CB 041

TALLER DE JUEGOS DE LOGICA Y RAZONAMIENTO

Consuelo Tapia Ferrer.
Colegio Español María Reina, Reñaca Alto, Viña del mar.

consuelotapia@gmail.com

Pensamiento matemático.

RESUMEN

La matemática es una ciencia que exige explorar y experimentar para descubrir patrones, configuraciones, estructuras y dinámicas. En este sentido, los juegos y desafíos matemáticos constituyen una estrategia privilegiada para brindar momentos de entusiasmo al escolar cuando se enfrenta a un desafío, de alegría y sorpresa cuando descubre una solución a simple vista, o de triunfo cuando logra resolver una situación difícil. Los juegos y desafíos matemáticos juegan un rol fundamental en la pedagogía matematica, pues generan éxitos o triunfos matemáticos fuera del contexto de la evaluación regular a través de pruebas escritas. En este artículo presentamos la experiencia pedagógica del taller de juegos de lógica y razonamiento desarrollado en el Colegio Español María Reina durante el año 2018. Se presenta el taller en el contexto de la necesidad de un nuevo enfoque en la educación matemática escolar, tanto en fondo (contenidos) como en forma (metodologías).

Palabras claves: Metodologías; Contenido; Juegos; Ingenio; Autoestima.

INTRODUCCIÓN

En la antigua Grecia se generaron herramientas matemáticas vinculadas a las necesidades de aquel tiempo, que ayudaban a la comprensión de la civilización y cultura de aquella época (Cálculos de áreas y volúmenes para la construcción de templos, instrumentos de medida para la navegación, de conteo para la administración civil, herramientas conceptuales para entender la música, la aritmética, la astronomía, la geometría plana, etc.). Del mismo modo, en los últimos dos siglos se han generado las herramientas matemáticas que han inspirado y permitido el desarrollo tecnológico e informático de la civilización moderna (predicciones meteorológicas cada vez más precisas, cálculos de rutas vehiculares óptimas, imágenes de órganos y huesos para el diagnóstico médico, internet, redes sociales etc.). En particular, la revolución informática y tecnológica de esta última década ha transformado profundamente nuestra sociedad, abarcando la mayoría de los sectores de la actividad humana. Por esta razón, el dominio de estas herramientas y sus bases matemáticas se vuelve fundamental para comprender la ciencia, la ingeniería, la tecnología, la economía y la sociedad moderna, pues constituye la nueva alfabetización. Sin embargo, los planes de estudio en el área matemática no se han ido adaptando a las necesidades de nuestra civilización y se han ido quedando (casi sin excepción) con las herramientas de la antigua Grecia.

Producto del exceso de objetivos de aprendizaje, la descontextualización de aplicaciones en la vida real de contenidos matemáticos y la atomización del currículum escolar en la asignatura, los profesores de matemática han ido perdiendo espacios que permitan la inclusión de nuevos tópicos y de nuevas estrategias pedagógicas en sus clases orientadas al desarrollo del pensamiento matemático. La innovación en el área de educación matemática escolar ha cambiado el modo de presentar los mismos contenidos (inclusión de tecnología, material audiovisual, estructura de la clase, etc.), pero poco ha avanzado en presentar material pedagógico que se adapte al mundo moderno. Esta realidad demanda a los docentes en la necesidad de modernizar la forma y el fondo de la matemática escolar, para que los niños y niñas puedan captar mejor su entorno, participar de manera creativa y hacer sentido de éste.

NECESIDAD

Se ha manifestado en múltiples ocasiones la necesidad de un mayor acercamiento del contenido matemático al entorno que rodea a los alumnos, más allá de cálculos aritméticos. Tradicionalmente la asignatura de matemática ha estado entre las asignaturas que menos entusiasma a los escolares, en la mayoría de los casos por considerarlas difíciles, abstractas y carentes de uso posterior en la vida cotidiana fuera del contexto escolar. En particular, resulta esencial el generar interés en los cursos de enseñanza básica, pues ahí se comienza a manifestar la falta de motivación de algunos escolares por esta asignatura. Los profesores de matemática manifiestan que producto de una cultura de altas expectativas en resultados de pruebas estandarizadas y otra serie de exigencias administrativas, suelen perder espacios de innovación. Se ha reconocido por parte de los establecimientos educacionales que la asignatura de matemática requiere de nuevas prácticas, pues esta constituye una herramienta imprescindible para comprender otras disciplinas como las ciencias naturales, la tecnología y las ciencias sociales.

“Los defensores del aspecto utilitario de las matemáticas han reducido la asignatura que se enseña a los escolares a una sucesión de recetas y fórmulas aprendidas de memoria, desconectadas unas de otras, a algoritmos (que) se ejecutan de la manera más eficiente posible. Pero aprender de memoria es una verdadera tortura para el cerebro, especialmente si lo que debemos aprender está desconectado de lo que ya sabemos (probablemente no sea muy fácil para él codificar la información y es aún más difícil si no sabe dónde tiene que ponerla), y hacer cálculos sin rumbo es un horror (digámoslo ahora, todo esto no son matemáticas, incluso si se enseña bajo ese nombre).” (Colmez, 2012, pág.2)

Otro desafío al que se enfrenta la asignatura de matemáticas es la del desarrollo de una autoestima positiva. Los profesores coinciden en el diagnóstico de frustración de muchos alumnos y estiman que los juegos y desafíos matemáticos juegan un rol fundamental, pues generan éxitos o triunfos matemáticos fuera del contexto de la evaluación regular a través de pruebas escritas. Se ha reconocido que esto es importante, pues permitirá que los

escolares mejoren sus expectativas sobre su propio desempeño, además de motivarlos a mayores niveles de auto-exigencia, generando de este modo un círculo virtuoso.
Ante las tensiones anteriormente señaladas, a partir del año 2018 se implementa en el Colegio Español María Reina de Viña del mar el taller de Juegos matemáticos, reconociendo la importancia de esta experiencia, los aportes a la asignatura y la necesidad de los estudiantes. Cabe mencionar que esta experiencia piloto se desarrolla en un colegio particular subvencionado gratuito, situado en un contexto de alta vulnerabilidad, con un Índice de Vulnerabilidad de 83,26%

OBJETIVO

El objetivo general de este taller es introducir conceptos e ideas de la matemática y la informática moderna a través de juegos y actividades lúdicas que potencien habilidades cognitivas, disciplinares y socio afectivas, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático y una actitud favorable que permita valorar, entender y hacer sentido de la sociedad moderna. De este modo se pretende que los alumnos se relacionen con la asignatura de matemáticas con un nuevo interés. Los juegos permiten que la matemática se vuelva accesible y atractiva para todos, incluso para aquellos que sienten que por el carácter constructivo de esta disciplina van quedando rezagados.

“Es necesario devolver a la enseñanza de las matemáticas su coherencia.… privilegiar las ideas sobre las recetas sin sentido, dejar de torturar a los alumnos con la aplicación de algoritmos y utilizar el aspecto lúdico-mágico de las matemáticas para despertar la curiosidad de los alumnos” (Colmez, 2012, pág.4)

METODOLOGÍA

Se aplica una metodología activa y participativa. Los juegos didácticos son el soporte material con que se desarrolla el método, permitiendo con su utilización el desarrollo de las habilidades de pensamiento lógico matemático. Incluso el más simple de los juegos involucra los fundamentos de las matemáticas, como descubrir la mejor jugada o las probabilidades de un evento determinado.

Las sesiones del taller constan de dos partes, en la primera se explican las reglas de cada juego y los alumnos aprender a jugar. En la segunda parte de cada sesión, los alumnos escogen libremente cualquiera de las actividades lúdicas aprendidas en las sesiones anteriores. La iniciativa pedagógica se basa en juegos de razonamiento matemático en formato no digital (tableros, cartas, fichas, rompecabezas) diseñados por profesionales de la educación y que han sido probados por nuestro equipo en el aula con alumnos de distintos niveles de enseñanza básica. Estos juegos promueven el pensamiento lógico matemático y el desarrollo cognitivo integral, pues desarrollan habilidades transdiciplinarias como el pensamiento crítico, el ingenio, la curiosidad, la intuición, la imaginación, y la creatividad. En particular, los juegos con los que trabajamos proponen la utilización de asociaciones, ideas y algoritmos muy similares a los que utilizan modernas tecnologías como la criptografía y el código binario y aplicaciones como Waze y Uber.

Alumnos: Se forman grupos de 4 alumnos que asisten al taller. Los grupos pequeños establecen una situación didáctica que favorece y potencia la interacción de los niños entre ellos y con el profesor.

Profesor: Los talleres son guiados por un profesor de matemáticas. El rol del profesor durante la actividad es ayudar a los niños y niñas a que aprendan a probar estrategias por ellos mismos, favoreciendo una actitud activa en la búsqueda de soluciones y dejando al mismo tiempo espacio para la observación y la evaluación de las competencias por alumno.

Cursos: 3°, 4° y 6° básico
Espacios de taller: Para la realización del taller se necesita un espacio habilitado distinto a la sala de clases con al

menos dos mesas. Puede habilitarse en la biblioteca, laboratorios, salas de usos múltiples, etc. La idea de salir del aula es también favorecer un entorno que facilite que los alumnos se vinculen de una manera diferente y lúdica con las matemáticas estimulando el gusto por las mismas.

Duración y frecuencia de la intervención: Los alumnos participan del taller durante una hora de 45 minutos de matemáticas. Cada grupo asiste al taller una vez al mes. La repetición de la actividad permitirá a los alumnos descubrir y ensayar nuevas estrategias de juego y nuevos juegos.

Actividades lúdicas: Las actividades lúdicas escogidas en este proyecto son juegos didácticos concebidos para la edades y nivel de desarrollo cognitivo donde se concentra nuestro taller.

Estas actividades son de distinto tipo: individuales, de a dos y de a cuatro alumnos. El orden en el que se presenten las actividades va a depender de lo que el profesor estime conveniente. Los avances en las actividades lúdicas son registradas por el profesor. También son evaluadas las habilidades que el alumno va desarrollando. Para cada taller hay distintas actividades lúdicas donde se desarrollan las habilidades matemáticas que establece el Ministerio de Educación, tales como la resolución de problemas, modelar, representar, argumentar y comunicar.

EVALUACIÓN

Evaluamos las siguientes habilidades generales: Formular el enunciado del problema, identificar el problema y el objetivo a alcanzar, formular preguntas para profundizar el conocimiento y la comprensión, utilizar ingenio, creatividad e imaginación para buscar estrategias adecuadas para resolver el problema, escuchar el razonamiento de otros para enriquecerse y para corregir errores, ser paciente y aprender a concentrarse, comprobar si se siente capaz de resolver los desafíos propuestos, si emplea diversas estrategias para resolver problemas, si aprende de sus errores, si hace deducciones matemáticas, si comprueba la solución y fundamenta su razonamiento.

Se establece que involucrar nuevos contenidos, en conjunto con una estrategia pedagógica lúdica ayudará a disminuir tal rechazo a la matemática, y al mismo tiempo contribuirá al desarrollo de habilidades de pensamiento matemático que establece el currículo nacional de educación básica.

RESULTADOS

Durante los meses que se ha realizado el taller de juegos de razonamiento en el Colegio Español María Reina se han visto los siguientes avances:

Alumnos de autoestima baja han tenido cambios positivos. A través del taller de juegos se han dado cuenta de que son capaces de realizar distintos desafíos. Muchas veces en las clases de matemáticas no logran ver sus habilidades ya que no siempre hay instancias para que se den cuenta.

Algunos alumnos han involucrado a sus familias en su proceso de aprendizaje, contándoles algunos desafíos propuestos y resolviéndolos en familia. Esto es muy importante, considerando el contexto en el cual se inserta el colegio.

Varios alumnos piden utilizar los juegos en sus recreos, lo que demuestra el gran interés que tienen por las actividades propuestas en el taller, contagiando también a otros.

La mayoría de los alumnos han desarrollado habilidades de pensamiento matemático como buscar estrategias adecuadas para resolver el problema, emplear diversas estrategias para resolver problemas, hacer deducciones matemáticas, comprobar la solución y fundamentar su razonamiento.

Durante la XXIV Semana de Ciencia y la Tecnología (7 al 14 de octubre 2018) organizada por el programa Explora de CONICYT se realizaron en el Colegio Español María Reina dos instancias de juegos matemáticos. Se capacitó a los alumnos que participan del taller para ser monitores de los juegos y se invitó a aquellos alumnos que no participan del taller a jugar. La primera instancia fue de juegos grupales y la segunda fue de desafíos individuales. Las dos instancias contaron con una gran cantidad de alumnos.

Esta experiencia fue muy positiva porque permitió a los tutores explicar los juegos de manera correcta, detallando el objetivo, condiciones, utilizando un lenguaje adecuado y también fue positiva porque fue una oportunidad de hacer más masivo el taller de juegos, motivando a otros alumnos a interesarse por este tipo de actividades.

Referencias

Colmez, Pierre. Faut-il arrêter d'enseigner les maths à l'école ? CNRS, Image des maths. 2012.

CB 042

OBSTÁCULOS Y FACILITADORES EN EL SISTEMA CURRICULAR PARA UNA IMPLEMENTACIÓN EFECTIVA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL AULA

Daniela Olivares Díaz
Universidad de La Serena

danielaolivaresdiaz@gmail.com

Habilidades escolares en ed. Matemática

RESUMEN

El objetivo del trabajo es identificar elementos facilitadores y obstaculizadores presentes en el currículo chileno para una incorporación efectiva de la resolución de problemas a la enseñanza de la Matemática en educación básica. Para esto se utilizó el método de análisis de contenido en 8 documentos. Se identifica como obstáculo la cantidad de objetivos de aprendizaje, la falta de actividades ejemplares para usar la resolución de problemas como metodología de enseñanza, entre otros. Como facilitador, la flexibilidad de las Bases y Programa y la visión de la resolución de problemas presente en algunos documentos.

Palabras clave: Análisis, problemas matemáticos, incorporación, currículo

INTRODUCCIÓN

En la enseñanza de la Matemática a nivel escolar, la resolución de problemas es un aspecto que se considera central por distintos referentes, tanto a nivel nacional como internacional. Ya desde la publicación de An Agenda for Action, el National Council of Teachers of Mathematics (1980) recomienda que la resolución de problemas sea el foco de las matemáticas escolares. El programa PISA señala como objetivo básico el que los estudiantes aprendan a matematizar, es decir, llevar a cabo procesos de modelización y resolución de problemas (OECD, 2013) y en TIMSS, la resolución de problemas es un aspecto presente en todos los dominios evaluados.

En Chile, el currículo actual de la educación básica se rige por las Bases Curriculares de 2012, de las cuales se desprenden los Programas de Estudio y una serie de documentos que el Ministerio de Educación ofrece como "herramientas a disposición de las comunidades educativas para apoyar el día a día en los establecimientos educacionales" (MINEDUC, 2018, p.2). En estos, la resolución de problemas también aparece destacada como el foco de la matemática. Sin embargo, evaluaciones como SIMCE o PISA no reflejan en sus resultados un nivel de desarrollo que vaya acorde con lo que se esperaría obtener según lo declarado por estos documentos. En este contexto cabe preguntarse ¿cómo se trata la resolución de problemas en estos documentos curriculares?, ¿qué elementos están obstaculizando una activa y real incorporación de la resolución de problemas a la enseñanza?, ¿qué elementos lo facilitan? Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es identificar facilitadores y obstaculizadores de una incorporación efectiva de la resolución de problemas a la enseñanza de la Matemática en la educación básica.

ANTECEDENTES

De acuerdo a la literatura, existen ciertas características a tomar en cuenta al incorporar la resolución de problemas en el currículo. Una de ellas es el nivel de imbricación que tiene con respecto a la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación. En la enseñanza la resolución de problemas debe ser un elemento que permita cubrir contenidos, y no sólo tratarse de manera especial como un elemento aparte o paralelo (Leong et al., 2016; Stacey, 2005). Para esto, debería considerarse como una estrategia o metodología de enseñanza (Stacey, 2005).

Otro aspecto importante es la ubicación temporal que ocupa en el tratamiento de un tópico. De acuerdo al momento en que se haga, la resolución de problemas puede ser utilizada para alcanzar determinados objetivos instruccionales (Leong et al., 2016,).

Con respecto a resultados de investigaciones previas, Stacey (2005) describe el lugar que ocupa la resolución de problemas en normativas curriculares de 4 países. Entre sus resultados se destaca que en cada país se aborda de una manera diferente (como eje de contenidos, como habilidad o como método de enseñanza), se dan algunas muestras de tareas ejemplares para promover la resolución de problemas, y se concluye que la resolución de problemas sigue siendo un objetivo esquivo de lograr en la enseñanza. En los trabajos de Anderson (2014) se han encontrado diferencias entre las normativas de los distintos estados australianos. Se concluye que hace falta más investigación sobre las distintas estructuras curriculares y cómo estas pueden influir de diferentes maneras en la comprensión que desarrollan los maestros sobre los objetivos de la enseñanza de la matemática. Otro autor, Zimmermann (2016), señala que existe una falta de literatura que sea apropiada para los profesores, que los ayude a implementar de una manera efectiva los resultados de la investigación en resolución de problemas. Y Leong et al. (2016) realizan una investigación sobre cómo lograr la 'infusión' de la resolución de problemas en el currículo. Se concluye que para lograr la verdadera 'infusión' hace falta más que pequeños cambios en la enseñanza, un cambio de paradigma a nivel estructural del currículo y del sistema educativo en general.

METODOLOGÍA

En primer lugar se llevó a cabo un análisis que permitió caracterizar el papel de la resolución de problemas en distintos documentos relacionados con el currículo de la educación básica. Fueron analizados 8 documentos diferentes.

La población corresponde a documentos relacionados con el currículo de enseñanza básica de Matemática, y la muestra se centró en el 4° año básico. El análisis fue llevado a cabo con un instrumento que incluyó 36 categorías sobre la resolución de problemas, relacionadas con las concepciones sobre la resolución de problemas, tipos de problemas presentes en los documentos, y características de la incorporación de la resolución de problemas al currículo. La unidad de análisis correspondió a textos que incluyeran expresiones como 'problema', 'situaciones problema', etc., y su contexto (oración, párrafo). Para resguardar el rigor en esta primera parte se realizaron chequeos cruzados con el apoyo de colaboradores voluntarios. En una segunda etapa se utilizó el resultado de las categorizaciones para establecer la presencia de facilitadores y obstaculizadores de acuerdo a lo señalado en la literatura sobre resolución de problemas.

ANÁLISIS

Elementos obstaculizadores

Tal como señalan Leong et al. (2016), una efectiva incorporación de la resolución de problemas al currículo requiere de mucho tiempo, el cual es difícil de obtener de un currículo demasiado extenso. En el caso chileno, el currículo de 4° básico consta de 27 objetivos de aprendizaje de los ejes de contenido, más 14 objetivos correspondientes a las habilidades, sin contar con los indicadores de evaluación de cada uno, que hace que la cantidad de contenido que haya que tratar crezca considerablemente. Todo esto en un total de 228 horas que son las sugeridas por el Programa de Estudio, es decir, una media de aproximadamente 8 horas por cada objetivo (sólo considerando los relacionados a los Ejes) y sus correspondientes indicadores de evaluación. La cantidad de tiempo disponible ejerce una presión sobre, los profesores, quienes se enfrentan al dilema de privilegiar la cobertura de contenidos o el desarrollo de habilidades y el pensamiento matemático, el cual requiere de un tiempo considerable.

Otro obstaculizador es el lugar en que se insertan los problemas en los ejemplos de actividades del Programa de Estudio. El Programa es el principal referente para la planificación del currículo y el diseño de las clases. Los ejemplos de actividades consisten en "un listado de actividades, escritas en un lenguaje simple y centradas en el aprendizaje efectivo. Estas actividades no buscan competir con el texto de estudio sino ser una guía al docente para diseñar sus propias actividades" (MINEDUC, 2012, pág. 26). El obstáculo consiste en que en la mayor parte de los objetivos, los problemas se encuentran ubicados en la parte media o final del listado con ejemplos. Esto promueve la tendencia de enseñar el contenido primero y utilizar problemas sólo a modo de ejercicios de práctica del contenido aprendido. El siguiente elemento obstaculizador encontrado tiene que ver con el tipo de problemas sugeridos en los diferentes documentos. Tanto en el Programa de Estudio, en los distintos materiales del Plan de Apoyo Compartido (PAC), como en los ejemplos de los Estándares de Aprendizaje de 4° básico, predominan los problemas rutinarios por sobre los no rutinarios, es decir, los problemas son considerados como ejercicios. Predominan los problemas de tipo tradicional, es decir, el mismo tipo de problema que ya es posible encontrar en los textos de estudios. Hay una mayoría evidente de problemas cerrados, es decir, que tienen una sola solución posible, y además con la cantidad de datos exacta para resolverlos. Esto entrega a los estudiantes una visión que indica que un problema siempre tiene una sola solución. No favorece la exploración, el descubrimiento o la experimentación con distinto tipo de soluciones o estrategias y argumentos.

Un asunto que llama la atención es lo poco problematizados que están algunos ejes de contenido en ciertos documentos que conforman el currículo nacional. En el Programa de Estudio, de los 98 problemas analizados, no se encontró ninguno del eje de Datos y probabilidades señalado como tal por el Programa, a diferencia de los otros ejes en donde los problemas se identifican explícitamente. En el material pedagógico para el aula, compuesto por guías y cuadernillos del PAC, ocurre una situación similar, habiéndose encontrado un solo problema de Datos y probabilidades entre un total de 125. Esto podría llegar a transmitir la idea de que las estadísticas y las probabilidades son una rama de la matemática que se aprende solo a través de ejercicios rutinarios o memorización de contenidos. En el caso de los ejemplos entregados en los Estándares de Aprendizaje, los cuales sirven de referencia para interpretar (y también preparar) la evaluación SIMCE, ocurre una situación similar con el eje de Medición.

Por último, un importante obstáculo para lograr la incorporación efectiva de la resolución de problemas al currículo es la distinción y énfasis puesto en el uso de problemas rutinarios. Los problemas rutinarios no corresponden a auténticos problemas. Ya que su método de resolución se conoce de antemano, se convierten en meros ejercicios. Si se transmite a los docentes la idea de que con ejercicios se está trabajando resolución de problemas, la visión de la resolución de problemas que se implementa queda muy limitada. En realidad la verdadera resolución de problemas se presenta cuando no se conoce fácilmente el método de solución, y a través del esfuerzo realizado se termina descubriendo y creando nueva matemática. Pero llevar a cabo este tipo de concepción requiere tiempo y una planificación muy cuidadosa. Es necesario que los profesores cuenten con actividades ejemplares en las cuales inspirarse, pero son pocas las encontradas en los documentos analizados.

Elementos facilitadores

Pero a pesar de los obstáculos encontrados, se desprende del análisis que es posible rescatar elementos y sacar de ellos el provecho suficiente para llegar a implementar una resolución de problemas efectiva en el aula. En primer lugar, se debe señalar que, al menos de manera declarativa, en la presentación que se hace de la asignatura de Matemática en las Bases Curriculares se refuerza la idea de que el foco de la matemática es la resolución de problemas. En varios de sus párrafos se deja en claro su utilidad, tanto para el aprendizaje del estudiante como para la enseñanza. A través de la presentación se refleja una concepción de los problemas que implica tratarlos no como meros ejercicios sino como un método para el descubrimiento y aprendizaje de nuevos contenidos. Esto se demuestra, por ejemplo, cuando se señala que "Hacer matemáticas no consiste simplemente en calcular las respuestas a problemas propuestos, usando un repertorio específico de técnicas probadas. En otras palabras, es una ciencia que exige explorar y experimentar, descubriendo patrones, configuraciones, estructuras y dinámicas" (MINEDUC, 2012, pág. 86).

El segundo facilitador se encuentra en el mismo Programa de Estudio, a pesar de las debilidades encontradas y anteriormente señaladas. Tanto las Bases como el Programa se declaran ser unas herramientas flexibles tanto en lo didáctico como en lo metodológico y organizacional, con el fin de que puedan adaptarse a los múltiples contextos educativos del país (MINEDUC, 2012). Mientras se cumplan los objetivos de aprendizaje, es posible hacer modificaciones e incluso elaborar programas propios. Por lo tanto, dentro de las posibilidades de cada establecimiento, nivel, o curso, es factible llevar a cabo cambios para hacer más tangible la incorporación efectiva de la resolución de problemas.

Y si bien en el Programa de Estudios no abundan ejemplos de actividades que permitan implementar una resolución de problemas abiertos, con distintos tipos de datos, para todos los ejes, sí están a disposición de los profesores otro tipo de materiales que resultan ser interesantes para obtener ideas y servir de referente en cuanto a la planificación de las estrategias de enseñanza. El material pedagógico para el aula que formó parte del Plan de Apoyo Compartido contiene varias características que resultan interesantes. Por ejemplo, este fue el material en donde se encontró mayor evidencia del uso de la resolución de problemas como metodología de enseñanza y no sólo como contenido en sí mismo o como simples ejercicios de práctica. Esto se refleja en las secuencias de actividades propuestas, en donde la mayoría da inicio con alguna situación problema que induce a los estudiantes a descubrir y construir el contenido a trabajar. Junto con esto, se encontró evidencia de entrega de orientaciones a los profesores acerca de cómo trabajar los problemas, la naturaleza de los problemas mismos, y sobre formas en que los estudiantes podrían pensar los problemas. Aunque se debe señalar y estar alerta ante la falta de problemas del eje de Datos y Probabilidades y de Álgebra, la escasez de orientaciones sobre la invención de problemas, y la falta de problemas no tradicionales.

Además, en otro tipo de materiales que tienen relación con cómo se implementa el currículo, también hay indicios de una visión menos limitada de la resolución de problemas. En las Bases para la Licitación de Textos Escolares, se señala como uno de los indicadores para la elección del texto del estudiante, el que este deba "incorporar experiencias de aprendizaje que permitan una construcción activa de la matemática a partir de situaciones problematizado-

ras en contextos significativos, en las que las y los estudiantes puedan explorar ideas, hacer preguntas y plantear conjeturas" (MINEDUC, 2017, pág. 167). Aunque indicadores como estos aparecen en solo 5 de un total de 29 para la elaboración de los textos para el estudiante, y 2 de un total de 22 indicadores para la guía docente, constituye un valioso indicio para la selección de los textos que serán distribuidos a todo el país. Además, en los Estándares Orientadores para la formación de profesores de enseñanza básica, la resolución de problemas también es en gran parte promovida como una estrategia para la enseñanza del contenido habitual de la asignatura.

CONCLUSIONES

A partir del análisis realizado se concluye que, ante los bajos resultados en evaluaciones como SIMCE o PISA, el currículo de la enseñanza básica presenta elementos que funcionan como obstáculos para lograr una implementación efectiva de la resolución de problemas en el aula, así como también facilitadores que se podrían aprovechar para hacer un mejor uso de lo que ya existe.

Como obstáculos se encontró la falta de tiempo ante lo extenso del currículo de 4°básico. Las Bases Curriculares requieren el cumplimiento de 27 objetivos relativos a los ejes temáticos, más 14 relacionados con habilidades. A esto se le suma la gran cantidad de indicadores de evaluación propuestos en el Programa de Estudio, cada uno de los cuales se termina convirtiendo en un objetivo en sí mismo. Otro elemento que hace más difícil la incorporación del enfoque de resolución de problemas es el orden en que aparecen los problemas en los ejemplos de actividades del Programa, hallándose la mayoría a la mitad o el final de las secuencias. Junto con esto, se debe considerar que la mayoría de los problemas sugeridos son de tipo cerrado, tradicional, rutinarios y con la cantidad de datos exacta para resolverlos. Además, algunos ejes como Datos y probabilidades no cuentan con ejemplos de problemas explícitamente tratados como tales.

Por otro lado, es importante reconocer los facilitadores que existen, tanto en el currículo como en otros documentos relacionados. Por ejemplo, la sugerencia explícita en las Bases Curriculares del uso de la resolución como metodología de enseñanza y foco de la Matemática. Además de eso, el Programa señala ser flexible, por lo que es posible adaptar las actividades y modificar el orden de aparición de los problemas para usarlos como una forma de aprender y cubrir contenidos. También se rescata la visión que hay detrás del material pedagógico para el aula del Plan de Apoyo Compartido, con un uso de la resolución de problemas como metodología de enseñanza y entrega de orientaciones a los docentes en diversos aspectos. Por último, también destaca la importancia dada a la resolución de problemas en las Bases para la Licitación de Textos Escolares y los Estándares Orientadores para la formación de los profesores.

Referencias

Anderson, J. (2014). Forging New Opportunities for Problem Solving in Australian Mathematics Classrooms through the First National Mathematics Curriculum. En Y. Li, & G. Lappan, Mathematics Curriculum in School Education (págs. 209-229). Springer, Dordrecht.

Leong, Y. H., Tay, E., Toh, P., Quek, K. S., & Dindyal, J. (2016). Infusing Mathematical Problem Solving in the Mathematics Curriculum: Replacement Units. En Felmer, P. et al. (eds), Posing and Solving Mathematical Problems (págs. 309-325). Springer, Cham.

MINEDUC. (2012). Bases Curriculares para la educación básica. Santiago: MINEDUC.

MINEDUC. (2017). Bases administrativas, bases técnicas y anexos de licitación pública para la adquisición de textos para los estudiantes, guías para los docentes y recursos digitales complementarios. Santiago: Ministerio de Educación.

MINEDUC. (20 de Septiembre de 2018). Curriculum nacional. Obtenido de http://www.curriculumnacional.cl/inicio/

NCTM. (1980). An agenda for action: recommendations for school mathematics of the l980s. United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.

OECD. (2013). Draft PISA 2015 Mathematics framework. París, Francia: OECD.

Stacey, K. (2005). The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents. Journal of Mathematical Behavior 24, 341–350.

Zimmermann, B. (2016). Improving of mathematical problem-solving: Some new ideas from old resources. En P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick, Posing and solving mathematical problems (págs. 83-108). Springer, Cham.

CB 043

LA ANTICIPACIÓN ESPACIAL EN TAREAS DE REFLEXIÓN APOYADAS POR COMPUTADORA

Elizabeth-H. Arredondo, Jaime I. García-García
Universidad de los Lagos.

elizabeth.hernandez@ulagos.cl, jaime.garcia@ulagos.cl

Didáctica de la Geometría

RESUMEN

El presente trabajo estudia el fenómeno de la anticipación en tareas de reflexión por un grupo de estudiantes de segundo año de secundaria en México, que interactúan con el software Cabri Geometre II para analizar tareas de reflexión. Dentro de los resultados más representativos en este estudio de carácter cualitativo interpretativo, tenemos que los estudiantes se apoyan en el uso de la computadora como un elemento de validación de la anticipación hecha en una pizarra, después de trabajar actividades en la computadora; además de que el uso del software provee a los estudiantes de recursos lingüísticos.

Palabras clave: Representación, reflexión, anticipación, validación.

LA PROBLEMÁTICA DE ESTUDIO

Hay numerosas investigaciones que señalan que las habilidades espaciales de los estudiantes se desarrollan y fortalecen mediante diversos métodos y herramientas, entre ellas el uso de la tecnología favorece a generar habilidades de comunicación espacial (Andrade y Montecino, 2011; Prieto y Velasco, 2010). Las habilidades de visualización espacial se encuentran presentes dentro del currículo escolar de diferentes países y tiene por objetivos diseñar, imaginar, construir, manejar, orientar y trasladar objetos en un cambio de dimensiones, a saber, de segunda a tercera dimensión; y muchas de estas iniciativas se ven apoyadas por el uso programas computacionales (Nieto y Ramos, 2016).

Algunos de los objetivos de este trabajo fueron:
1. Observar el tratamiento instrumental de la percepción espacial que desarrollan los estudiantes cuando usan la computadora en tareas de reflexión.
2. Presentar las estrategias y formas de comunicación empleadas por los estudiantes en tareas de reflexión.

A continuación, se presentan los elementos teóricos que apoyaron a la reflexión de este problema de estudio.

LOS ELEMENTOS TEORICOS

En este trabajo se entiende la percepción espacial como la actividad que se lleva a cabo a través de los ojos con la cual se localizan objetos o patrones, identificando formas y moviendo de estos (Del Grande, 1990). Entre las habilidades que se requieren para esta se encuentran: 1) la reorganización de ciertas figuras geométricas presentando una variedad de tamaños, texturas, posiciones y discriminación de figuras similares, y 2) la percepción de la posición en el espacio.

El pensamiento con imágenes debe considerarse como un proceso complejo de transformación visual de la información, es decir, la representación mental del objeto; la cual es una imagen formada por una figura mental y que refleja la mayoría de características (Gusev y Safuanov, 2003); para analizar este proceso de transformación, se hará uso de los dos tipos de habilidades visuales planteadas por Bishop (1983):

1) Interpretación la Información Figural (IFI): involucra el conocimiento de convenciones visuales y vocabulario especial; se usa en el trabajo geométrico en la realización de gráficas, diagramas, en la lectura e interpretación. Esta se considera una habilidad de contenido y contexto; pues involucra a la forma en como es presentado el material.

2) Procesamiento Visual (VP): involucra ideas de visualización, traslación o abstracción de datos no figurales en términos visuales, la manipulación y extrapolación de la percepción visual, y la transformación de una imagen visual en otra; es decir, se le considera como una habilidad de proceso.

A continuación, se muestra el proceso de construcción de una Imagen Mental, transformando y obteniendo información que ayuda en la solución de una tarea. La habilidad de VP consiste en convertir lo abstracto y datos no figurales en imágenes visuales, o incluso en imágenes mentales. Mientras que la IFI es un proceso de análisis, lectura y comprensión de la representación espacial como una representación externa plana o imagen mental.
En la Figura 1 se muestra un diagrama que representa la solución de una tarea de reflexión.

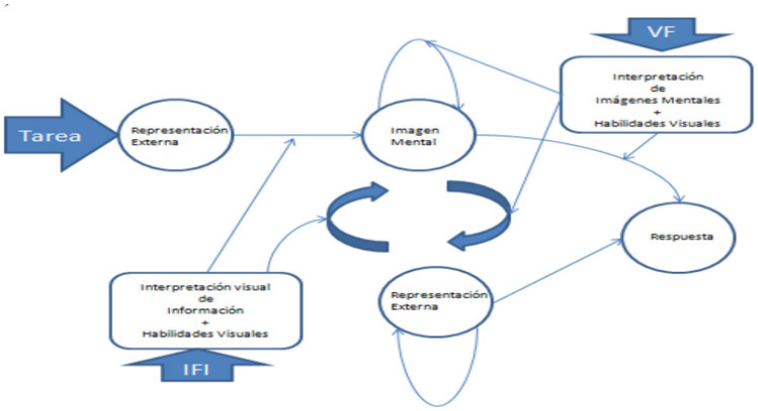


Figura 1: Solución de una tarea de reflexión.

Aclarando un poco las ideas, se eligió un acercamiento instrumental para el análisis de las actividades, y las herramientas teóricas relevantes en nuestro estudio fueron la interacción humano-herramienta; en este sentido es importante distinguir entre herramienta e instrumento. Una herramienta es el objeto material, mientras que el instrumento no existe en sí mismo, es una construcción psicológica que se logra cuando el sujeto se apropia de él, lo convierte y lo integra a sus actividades (cuando le da un sentido al uso); es decir, se convierte en una extensión del cuerpo (Verillon y Rabardel,1995). Para las descripciones que realizaron los estudiantes sobre papel, consideramos las descripciones verbales propuestas por Gutiérrez y Jaime (1988):

1) Representaciones gráficas: en las que, si hay algo de texto, este es irrelevante y no ofrece ninguna información adicional, de manera que podría eliminarse sin que se pierda información.
2) Representaciones verbales. en la que los dibujos si aparecen, tiene un valor secundario y puede omitirse sin que se pierda información.
3) Representaciones mixtas: formadas por un dibujo y un texto que se complementan.
A continuación, se describe brevemente la metodología implementada.

LA METODOLOGÍA

Este trabajo se incluye en una metodología de carácter cualitativa, descriptiva e interpretativa; los sujetos de estudio fueron 10 estudiantes con edades de entre 13 y 14 años de edad de educación secundaria en México, los cuales se enfrentaban a tareas de reflexión a partir de representaciones que tenían la característica de presentarse en tercera dimensión (3D), y los resultados que generan son una representación en segunda dimensión (2D).

El tipo de tareas consistía en imaginar la distribución y propiedades de los cortes sobre una hoja, que era doblada y perforada en ciertas partes por figuras geométricas específicas, como se muestra a continuación, este trabajo se desarrolló a lo largo de 8 sesiones de trabajo en un taller extracurricular.

Enseguida, en la Figura 2, se presenta un ejemplo de una tarea de reflexión; la cual los estudiantes resuelvieron con apoyo de la computadora y una pizarra.

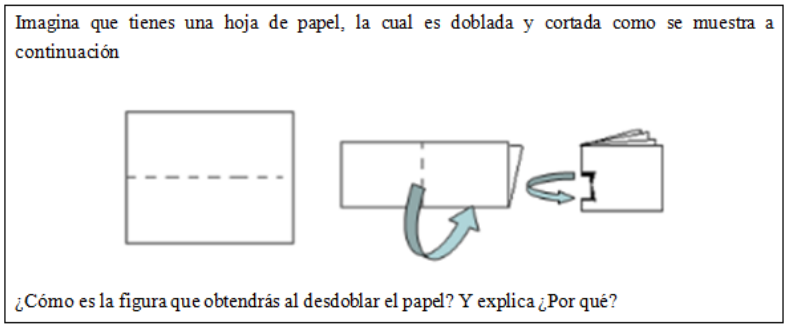


Figura 2: Tipos de tareas de reflexión que los estudiantes resuelven

ANALISIS, RESULTADOS Y COLCLUSIONES

Las estrategias usadas por los estudiantes mostraban la preferencia por algunos referentes que les permitieron orientarse. Estos referentes se separaban en dos tipos esencialmente: en aquellos donde la hoja de papel y el acto de doblar los orientaba en la actividad, hecho que fue más evidente en las entrevistas; y en los que se asociaba a las líneas que representaban los ejes, detectando que estos se usaron como otra idea para dar cuerpo al doblado, aunque se acercan a la detección de la invariante de la distancia al eje, este no llega a formularse explícitamente.
La anticipación que debieron usar, los enfrentó a la necesidad de aclarar los motivos mediante los cuales colocaban los objetos en la posición elegida; esto propició el uso de la gesticulación que les dio un instrumento para rememorar y dar cuerpo a la reflexión. La contraparte de este método de dar cuerpo a la idea de reflexión, fue que el doblado se asimilo tanto por ellos que después debían usarlo incluso en el caso del uso de los ejes.

Las representaciones usadas en las actividades casi siempre fueron combinadas y algunos de los estudiantes se percataron y representaron el cambio de 2D a 3D con rasgos que permitían ver la perspectiva involucrada. Estos estudiantes en general, se esmeraron por dar indicaciones explícitas para encontrar la posición de la figura reflejada (ver Figura 3).

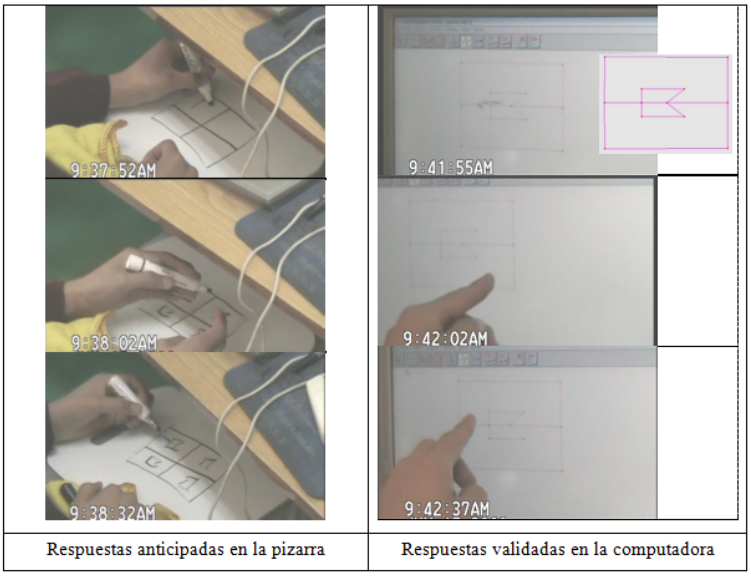


Figura 3: Tipos de respuestas tratamiento dado en la pizarra y en la computadora

La computadora era fuente de verificación, la cual mostro que los estudiantes modificaron su lenguaje, refiriéndose a los referentes con los nombres de los comandos y asociándolos a sus actividades manuales; además, les permitió mirar con más seguridad los invariantes que se conservaban.

Sin embargo, la pizarra era usada más frecuentemente para ensayar las posibilidades de solución sin que esto representase un compromiso para ellos. Los dibujos sobre las pizarras de los que se apoyaban, dan cuenta de que la elección de los referentes espaciales no es más que un paso en el camino para dar sentido a la reflexión y no resuelve todo el problema; porque además de elegirlos adecuadamente, se requiere de una visión que conjugue la visualización global con la local.

Referencias

Andrade, M. y Montecino, A (2011). La problemática de la tridimensionalidad y su representación en el plano. Actas del XIII CIAEM-IACME 2011. En: http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/2405.pdf.

Bishop, A.J. (1983). Space and geometry. En R. Lesh & M. Landau (Eds.), Acquisition of mathematics concepts and processes (pp. 175-203). New York: Academic Press.

Del Grande, J. J. (1990). Spatial sense. Arithmetic Teacher, 37(6), 14-20.

Gusev, V. y Safuanov, I. (2003). Thinking in images and its role in learning mathematics. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty & J. T. Zilliox (Eds.), Proc. 27th Joint Conf. of the Int. and North American Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, 87-94.

Gutiérrez, A.; Jaime, A. (1988): Razonamiento proporcional de tipo cualitativo en estudiantes de Magisterio, Números, 18, 61-69.

Prieto, G. y Velasco, A. (2010). Does spatial visualization ability improve after studying technical drawing?. Quality & Quantity, 44 (5), 1015-1024.

Ramos, H. y Nieto, S. (2016). Dynamic visualization of the relative position of straight lines on the plane using Mathematica. Proceedings TEEM'16, 831-838.

Verillon, P & Rabardel, P. 1995. Cognitions and artifacts: a contribution to the study Of thought in relation to instrument activity. European Journal of Psychology of Education, 10 (1), 77-101.

CB 044

TRABAJO COOPERATIVO EN UN CURSO DE MATEMÁTICA UNIVERSITARIA: DESAFÍOS DE UNA METODOLOGÍA BASADA EN TAREAS

Gabriela Otheguy Javier Villarmarzo
Universidad Católica del Uruguay

gabriela.otheguy@ucu.edu.uy jvillarm@ucu.edu.uy

Temática: Sistematizaciones de Experiencias de Aula

RESUMEN

El presente trabajo desarrolla la metodología diseñada y aplicada en un curso de Matemática de la Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Católica del Uruguay. El objetivo del mismo es presentar las prácticas educativas que se han adoptado en el curso para lograr en los estudiantes una mayor comprensión en la adquisición de competencia matemática; y contribuir en la formación del futuro egresado universitario en competencias necesarias para su posterior desempeño como profesional. El diseño, enfocado en la construcción de conocimiento a partir de un proceso continuo de formación y evaluación, ha jerarquizado el trabajo cooperativo de los estudiantes.

Palabras claves: competencia matemática, comprensión, trabajo cooperativo, tareas, evaluación.

INTRODUCCIÓN

Desde los cambios de metodología y evaluación propuestos en la Facultad de Ciencias Empresariales (FCE) de la Universidad Católica del Uruguay (UCU) con el plan 2013, el cuerpo docente de Matemática se ha visto comprometido a repensar la enseñanza de la Matemática a nivel universitario. En este compromiso se han tenido en cuenta, no sólo factores institucionales, como pueden haber sido los lineamientos generales propuestos por la Universidad, y en particular por la FCE, basados en el desarrollo de competencias, el trabajo en equipos de estudiantes y el trabajo en duplas de docentes; sino también, el conocimiento por parte de los docentes de las dificultades en Matemática con las que ingresan los estudiantes al nivel terciario. Y a su vez, lo que implica un proceso de enseñanza y de aprendizaje de esta asignatura comprometido con el desarrollo intelectual del estudiante como futuro profesional.
Si bien, la enseñanza de las últimas décadas ha ido transitando hacia una relación estudiante- docente más interactiva y bidireccional, en los entornos universitarios el proceso se ha dado en forma más lenta y en algunos casos, no ha logrado desprenderse de la tradicional clase magistral como único método didáctico. Este tipo de método didáctico expositivo, que viene arraigado desde los orígenes de los sistemas educativos formales, donde el docente realiza la mayor parte del tiempo de aula la exposición de sus conocimientos, ha demostrado en la práctica que no necesariamente, redunda en aprendizaje de los estudiantes.

La relación unidireccional que en ocasiones se propone mediante la clase totalmente expositiva empobrece el concepto de entorno educativo, por perderse oportunidades de enriquecimiento en el aprendizaje del estudiante basado en la interacción con sus pares y con el docente. A su vez, no permite al docente, como profesional reflexivo y comprometido con su labor, generar situaciones didácticas específicas adaptadas a cada grupo en particular, ni potenciar los materiales planificados en búsqueda de una mejora continua.

Frente a esta situación, y en el modesto intento de revertirla, nos hemos planteado como objetivo para el curso de Matemática I de la FCE enfocar la planificación del curso hacia una metodología de trabajo dinámica que reduce el trabajo exclusivamente expositivo del docente y genera mayor espacio de trabajo activo para los estudiantes en forma grupal e individual. Para ello, hemos tomado como referencia la propuesta metodológica del trabajo cooperativo. Entendiéndose el aprendizaje cooperativo como "el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás" (Johnson, Johnson, Holubec, 1999, p.5).

Por otra parte, nos hemos comprometido, en los últimos dos años (2017-2018) en la elaboración de tareas específicas enfocadas a una mejor comprensión de los contenidos matemáticos, potenciando la argumentación y la comunicación matemática.

DIDÁCTICA UNIVERSITARIA ENFOCADA HACIA UNA ENSEÑANZA BASADA EN LA COMPRENSIÓN Y EN EL TRABAJO COOPERATIVO

En una sociedad en la que la información abunda y crece día a día, la labor docente no puede reducirse meramente a la transmisión de información sino que debe guiar al estudiante en la búsqueda y construcción de su propio conocimiento. Como afirman Leymonié y Pedrana (2003) (citado por Leymonié, 2008): "Cada vez se generaliza más la idea de que la finalidad principal de las instituciones educativas es la de "enseñar a pensar"" (p.21). Ante este desafío, nos hemos propuesto entender conceptualmente esos objetivos de la enseñanza para poder lograrlos en la práctica mediante una metodología de trabajo afín y con los contenidos propios de la asignatura.

La propuesta metodológica que hemos adoptado en nuestros cursos fue inspirada en la búsqueda de respuestas a algunas interrogantes como: ¿Qué significa enseñar a pensar? ¿Cómo potenciarlo desde el trabajo cooperativo de los estudiantes? ¿Cómo desarrollar competencia matemática desde el trabajo cooperativo en el aula?

Según Tishman, Perkins y Jay (2006), el enseñar a pensar está directamente relacionado con generar una cultura

en el aula donde se desarrolle el lenguaje del pensamiento, constituido por las palabras y modos de comunicación que posee el lenguaje natural para referirse a los procesos y productos del pensamiento. En nuestra práctica hemos buscado ser cuidadosos en el uso del lenguaje coloquial y matemático para describir procesos de aprendizaje y hemos fomentado en los estudiantes la explicación, justificación y organización en la comunicación de sus procesos de aprendizaje. Las acciones específicas que hemos tomado se detallan en el siguiente apartado.

Por otra parte, dados los lineamientos de la FCE en cuanto a que el trabajo se realizara en equipos, consideramos que la propuesta del trabajo cooperativo se ajustaba a nuestros objetivos. Como afirman Johnson et al. (1999), el trabajo cooperativo permite al docente alcanzar varias metas importantes al mismo tiempo: ayuda a elevar el rendimiento de todos los alumnos, ayuda a establecer relaciones positivas entre los alumnos, generando las bases de una comunidad de aprendizaje que valore la diversidad; y finalmente, proporciona a los estudiantes experiencias para lograr un saludable desarrollo social, psicológico y cognitivo.

A continuación se presentan las características del curso y las acciones específicas que hemos desarrollado de acuerdo a los objetivos mencionados.

EL CURSO Y UNA METODOLOGÍA BASADA EN TAREAS

Voy con las riendas tensas y refrenando el vuelo porque no es lo que importa llegar solo ni pronto, sino llegar con todos y a tiempo.

León Felipe

El curso de Matemática I de la Facultad de Ciencias Empresariales de la UCU es un curso semestral del primer año del ciclo fundamental al que asisten estudiantes de las carreras de Licenciatura en Dirección de Empresas, Licenciatura en Negocios Internacionales e Integración, Licenciatura en Gestión Humana, Licenciatura en Dirección de Empresas Turísticas, Licenciatura en Economía y Contador. Cada grupo cuenta como máximo con cuarenta estudiantes. Los ingresantes al curso provienen de diferentes orientaciones de Educación Secundaria, algunas de ellas con escasa o nula cantidad de horas de Matemática en el último año de formación. Este antecedente nos ha enfrentado al desafío de enseñar Matemática a grupos heterogéneos en cuanto a los conocimientos previos de los estudiantes y a sus intereses por la asignatura.

La metodología está basada en la propuesta de tareas individuales y grupales que acompañan el desarrollo temático del curso y que se aplican en todas las clases, acompañadas de instancias de formalización teórica por parte de los docentes. El objetivo de las acciones específicas que se tomaron para enfocar el curso fue potenciar a cada estudiante en su desempeño, jerarquizando el trabajo cooperativo de los estudiantes como forma de superación personal y colectiva. Los estudiantes trabajan durante todo el curso en equipos de cuatro (a lo sumo, cinco) integrantes, los cuales han sido preestablecidos por la FCE desde los primeros días de clase, buscando la diversidad de sus integrantes y gestionado a partir del test Belbin que realizan los estudiantes al ingreso.

Acciones específicas y evaluación

A continuación se detallan las acciones específicas más relevantes y las evaluaciones formales adaptadas a la metodología de trabajo.

1) La insistencia en que el estudiante sea responsable de su propio aprendizaje y del de su equipo. En este sentido, se han enseñado pautas específicas de colaboración, organización y comunicación entre los estudiantes de cada equipo, generando conciencia de lo que implica el trabajo en equipos.
2) El importante protagonismo de los estudiantes en el trabajo diario se ve reflejado en el número de tareas que realizan en clase, teniendo un promedio de una tarea por clase entre individuales, grupales y parciales. Todas ellas

diseñadas a partir de la planificación de las diferentes unidades temáticas del curso en forma coordinada entre ambos docentes y adaptadas a las necesidades del grupo específico.
3) Una rápida corrección de tareas y devolución, lo que permite al estudiante ir revisando y siendo consciente de sus aciertos y errores en su proceso de aprendizaje.
4) El tiempo dedicado a cada devolución de tareas corregidas para explicar a los estudiantes (en forma grupal o individual) los errores conceptuales más relevantes que hayan tenido y motivar su corrección.
5) La prioridad en una forma activa de comprensión de los conocimientos, tanto en el trabajo en equipos como en los desarrollos expositivos realizados por los docentes. La misma se ha fomentado mediante la importancia que se le ha dado a la justificación, argumentación y elaboración de conjeturas, tanto en forma oral como en la escritura formal.
6) La predisposición a un lenguaje del pensamiento, la cual se ha buscado cultivar durante todo el curso mediante acciones como: enseñar a razonar clara y cuidadosamente, enseñar a organizar el pensamiento, dar tiempo suficiente para pensar en las tareas propuestas, intercambiar con los docentes sus procedimientos y planificar actividades que requieran justificar los planteos realizados.
7) La atención de ambos docentes puesta en apoyar el trabajo grupal o individual que se esté realizando con la finalidad de evacuar dudas y potenciar a cada equipo.
8) El constante esfuerzo de reflejar en el desarrollo del curso los distintos aspectos de lo que implican la resolución de problemas y la comunicación matemática en la adquisición de competencia matemática. Lo cual se manifiesta en acciones como: guiar a los estudiantes en la lectura de enunciados, ayudarlos a expresar conjeturas, ayudarlos a utilizar un adecuado lenguaje matemático oral y escrito, etc.
9) La permanente retroalimentación entre los conceptos matemáticos y sus posibles aplicaciones económicas, permitiendo de esta forma un desarrollo de la Matemática integrado a otras asignaturas.
10) La constante insistencia en que los estudiantes hagan uso de las clases de apoyo en Matemática ofrecidas por la Institución como forma de extensión de la actividad realizada en el aula.
Las evaluaciones propuestas durante el curso y sus características han sido las siguientes:

Evaluaciones propuestas	Puntaje asignado
Pruebas parciales: 6 parciales individuales de 120 minutos de duración propuestos cada dos o tres semanas.	Primer parcial: 7 puntos Segundo parcial: 8 puntos Tercer parcial: 9 puntos Cuarto, quinto y sexto parcial: 11 puntos cada uno.
Tareas grupales: Tareas exploratorias para introducir conceptos, tareas para desarrollar y reforzar conceptos.	23 puntos en total
Tareas individuales: Controles de lectura y de práctico, actividades para evidenciar comprensión individual sobre conceptos trabajados en el equipo.	15 puntos en total
Actuación personal durante el curso: Observación de la disposición para el trabajo personal y colectivo, responsabilidad en los aportes al equipo y en las entregas de trabajos individuales.	Hasta 5 puntos

Tabla 1: Evaluaciones propuestas durante el curso y sus puntajes correspondientes

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La participación activa de los estudiantes en el aula mediante el trabajo en tareas ha generado mayor autonomía en la adquisición de sus conocimientos, lográndose concientizar sobre la importancia de la justificación de razonamientos y naturalizar la comunicación de los mismos.

El trabajo en duplas en forma comprometida, ha constituido un factor decisivo en la puesta en práctica de esta metodología. Ha resultado beneficioso para enriquecer la planificación de nuestro trabajo diario al realizarse en forma coordinada; y para aportar diferentes visiones de una misma situación de clase. Asimismo, ha permitido establecer una dinámica de trabajo más exigente en cuanto a las actividades a proponer, dado que son dos los docentes encargados de la planificación de las tareas y de su corrección en tiempo y forma. Por otra parte, el ser dos docentes, permite abarcar las dudas de un mayor número de estudiantes y apoyarlos en forma más personalizada durante el trabajo en equipos. Como consecuencia de este intenso trabajo de los alumnos en el aula, los dos docentes se mantienen en actividad durante la mayor parte del tiempo de clase apoyándolos en sus procesos de aprendizaje.

Una postura reflexiva frente a la tarea docente nos indica que si bien se ha logrado institucionalizar en nuestros cursos las prácticas antes mencionadas, no tenemos realizados estudios cuantitativos de corte comparativo para poder establecer que el desempeño general de los estudiantes ha mejorado, lo cual podría ser un compromiso para una futura etapa. En general, nos hemos guiado por nuestra experiencia docente para poder establecer que estas prácticas se han adecuado a las características de los ingresantes a la Facultad de Ciencias Empresariales y han permitido un mayor acercamiento de los docentes al estudiante y a su proceso de aprendizaje. Asimismo, nos ha permitido evidenciar que los estudiantes que se comprometen con la dinámica de clase y con el equipo de trabajo logran superar sus dificultades en la asignatura y obtener resultados finales de aprobación.

Referencias

Johnson, D., Johnson, R. y Holubec, E. (1999). El aprendizaje cooperativo en el aula. Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Leymonié Sáenz, J. (2008). Nuevas formas de pensar, nuevas formas de evaluar. Páginas de Educación, 1(1), 19-33.

Tishman, S., Perkins, D. y Jay, E. (2006). Un aula para pensar. Aprender y enseñar en una cultura de pensamiento. Buenos Aires, Argentina: Aique.

CB 045

PRACTICAS DE PROFESORES QUE LOGRAN ALTOS RENDIMIENTOS EN ETUDIANTES DE ENTORNOS VULNERABLES

Héctor Ramírez Barrera.
Universidad de Los Lagos.

hector.arb@gmail.com

Sistematizaciones de Experiencias de Aula

RESUMEN

La investigación pretende caracterizar las prácticas de profesores de matemática cuyos , de contextos vulnerables, tengan un rendimiento destacado en matemática, referente a la prueba estandarizada SIMCE, con la finalidad de analizar las prácticas que favorecerían dichos buenos desempeños de los estudiantes. La investigación utilizará una metodología cualitativa, basada en observación de clases y entrevistas semiestructuradas a los profesores, para el análisis se utilizaran elementos del "Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática" (EOS). Se busca determinar qué hace diferentes a estos profesores, con lo cual propiciar un perfil profesional de profesores que logran altos rendimientos en entornos vulnerables.

Palabras clave: Vulnerabilidad, prácticas, alto rendimiento, riesgo social, contexto.

PROBLEMA

Los profesores de matemática son formados por diferentes instituciones según lo que éstas estimen conveniente para formar un profesional, la formación es general como docente en el área de matemática, los profesores en su ejercicio docente enfrentan irremediablemente situaciones adversas, dentro de las cuales se encontrará la vulnerabilidad de los estudiantes, educar en contextos vulnerables es en sí más complejo que educar en otros contextos (Román, 2003; Castro, 2013).

Por sobre la dificultad, existen investigaciones que muestran que en entornos vulnerables se pueden obtener buenos resultados académicos, un ejemplo de esto son las "Escuelas efectivas" (Bellei, C., Muñoz, G., Pérez, L.M. y Raczynski, D. 2003), al hablar de matemática, esta no es la ecepción (Ritacco, M. 2011). Si bien la teoría nos muestra que se pueden obtener buenos resultados académicos en sectores vulnerables, no deja de ser una impresión general, un caso aislado, no representativo de la educcación en contextos vulnerables, evidenciado aplicación tras aplicación en SIMCE, TIMSS y PISA entre otras mediciones.

Si nos enfocamos específicamente en resultados académicos del área matemática, podemos afirmar que al igual como influyen la cultura y las buenas prácticas de las instituciones también lo hacen los profesores, quienes al encontrarse capacitados pueden marcar la diferencia en sus respectivas realidad independiente de la vulnerabilidad en sus estudiantes, demostrando que son las competencias del docente las que juegan un rol fundamental en el aprendizaje de los estudiantes (Díaz V. Poblete A.,2009).

No obstante las dificultades para la enseñanza y el aprendizaje en contextos de vulnerabilidad, existen instituciones educacionales que obtienen resultados destacados en el área, profesores que educan en contextos de vulnerabilidad cuyos estudiantes logran resultados académicos en pruebas estandarizadas de matemática muy por sobre la media (sobre un sigma a la derecha de la media de su nivel socioeconómico), obteniendo puntajes en SIMCE en algunos casos mejorando incluso la media de sectores socioeconómicos más favorecidos. En base a lo anterior, los profesores cuya labor logre destacarse es de esperar que tengan competencias profesionales diferentes, las cuales utilizan complementando su formación general, las cuales pueden ser producto de la experiencia, capacitaciones o generadas por el mismo contexto, podríamos pensar en que estos profesores "exitosos" tienen un perfil profesional diferente al de otros profesores que educan en su mismo contexto y estudiar sus practicas podría servir como modelopara otros docentes.

ANTECEDENTES

El rol del docente responde históricamente a múltiples variables, pasando desde el apostolado al desarrollo profesional del ejercicio docente (Núñez, I. 2002). El profesor que educa en contextos vulnerables tiene un rol más allá de su función como educador de un área en específico, tiene características que lo diferencian la cual se va formando por múltiples factores, en su experiencia convive con diversas y adversas realidades, sus estudiantes traen consigo culturas que no contribuyen necesariamente el trabajo académico, lenguaje comportamientos, etc. esto marca en gran medida el desarrollo profesional de los docentes (Fiabane, F., Yañez, N. 2008).

El docente que educa en sectores vulnerables se enfrenta a altos índices de fracaso escolar, el cual tiene repercusiones negativas en la actitud del estudiante y por ende en su desarrollo general, siendo un fuerte factor emocional en su vida (Gómez-Chacón, 1994, 1997, 2000). Existen múltiples factores por los cuales es difícil desarrollar clases en entornos vulnerables que impacten significativamente el conocimiento matemático de los estudiantes, de hecho las mismas clases o las características de los profesores pueden ser un factor determinante y altamente influyente en el aprendizaje (Román, M. 2003).

Las interacciones entre los alumnos y el profesor pueden afectar tanto positiva como negativamente el aprendizaje de los estudiantes, un caso frecuente en contextos de vulnerabilidad es el de violencia simbólica por parte de los

docentes, episodios en los cuales el profesor tiene una apreciación diferentes, alejada de lo que el estudiante requiere o de su visión de los eventos, en otras palabras, el profesor cuenta con una visión sobre algo determinado y pretende que sea esa visión la que se imponga por sobre las concepciones de los estudiantes que quizás por el contexto donde viven tienen percepciones diferentes sobre algo en específico lo que es a grandes rasgos violencia simbólica (Castro, 2013)

Al privar a los estudiantes en contextos de vulnerabilidad de una buena educación se les priva igualmente de un desarrollo óptimo y de desenvolverse equitativamente en la sociedad, es decir, se les restan oportunidades en la sociedad en la cual se desenvuelven (Escudero, 2005), pero no por educar en contextos de riesgo social una institución va a brindar una educación de menor calidad, la cual va alineada con las buenas practicas tanto de las instituciones, como de los docentes, la cultura que se genera en cuanto a lo académico, a los logros, las expectativas, etc. es por medio de las buenas practicas que las instituciones y los docentes pueden romper con esta desigualdad y con privación en sectores vulnerables (Ritacco, 2011).

Como se ha mencionado el subsector de matemática en los colegio presenta grandes cifras de fracaso estudiantil (Bolívar, A. López Calvo, L. 2009), dicho fracaso a la luz de diversas mediciones muestran los bajos resultados en pruebas estandarizadas de matemática obtenidos por los estudiantes que se encuentran en vulnerabilidad, la desigualdad en los aprendizajes de los estudiantes dependiendo de su contexto de vida es evidente, por otra parte, investigaciones demuestran que es posible lograr avances significativos en los aprendizajes de los alumnos de sectores desfavorecidos socialmente. Lo que cabe preguntarse es ¿qué es lo que marca la diferencia en la educación generada en dichos contextos? ¿Qué hacen los establecimientos que logran altos resultados en mediciones estandarizadas con alumnos vulnerables? Entre las respuestas podríamos consideras las buenas prácticas de las instituciones y de los individuos que las forman, “ayudar a que los alumnos desarrollen todo su potencial, adquieran hábitos de trabajo constantes, sean resistentes al desánimo y logren, de ese modo, éxito escolar y en la vida” (Cole, R. 2008), por lo tanto las buenas prácticas de las instituciones y docentes en estos contextos deben contribuir con que el alumno supere la condición de vulnerabilidad en la cual está inmerso, desde aquí surge el concepto de escuelas efectivas.

Al hablar de buenas prácticas educativas en la enseñanza de las matemáticas en contextos de exclusión social y con alumnado en riesgo de fracaso escolar, es indispensable considerar el desarrollo de un fundamento empírico de actividades cotidianas y contextualizadas, la significación de las tareas asociadas al aprendizaje, la flexibilidad del currículum, las oportunidades para que se produzca el aprendizaje, el uso de diversas metodologías, igualmente la administración de tiempos y espacios, entre otros aspectos (Ritacco, M. 2011).

Preguntas de investigación.

- ¿Cómo son las clases de un profesor de matemática “exitoso” en contextos vulnerables?
- ¿Qué características posee el profesor de matemática “exitoso” en contextos vulnerables?

Se considerará como hipótesis la existencia de prácticas profesional que sean suceptibles a ser caracterizadas en un profesor de matemática exitoso en contextos vulnerables, de tal forma que este sea el motor de búsqueda en la investigación.

MARCO TEÓRICO

La investigación se realizá en base a analisis de clases grabadas y entrevistas semi estructutradas a los docentes, el análisis de las clases se realizará en base al Enfoque Ontológico-Semiótico de la cognición matemática (EOS), tal como lo proponen Godino, Contreras y Font (2006), de esta forma se realizará un minucioso análisis de las clases observadas con la finalidad de describir los aspectos didácticos e interacciónales que se puedan apreciar.
Lo anterior será utilizado para analizar a cabalidad las clases de los docentes exitosos, expresar tanto sus interacciones, como su dimensión didáctica, la idoneidad de su clase y todos los aspectos que podamos extraer de su discurso, las imágenes utilizadas e incluso su gestualidad en la clase, lo cual permite analizar las prácticas que

emergen en el aula con el objetivo de rescatar ideas que apuntan a la importancia de las interacciones, de la forma de trabajar del profesor, de cómo abordar al alumno y la clase en sí misma, puesto que las interacciones y la forma de relacionarse juega un rol crucial en el aprendizaje de la matemática (Castro, 2013).

OBJETIVOS

El objetivo de la investigación es "caracterizar las prácticas docentes de profesores de matemáticas que obtienen altos rendimientos académicos en SIMCE de matemática en contextos de vulnerabilida", con el fin de indagar y proponer un modelo de prácticas eficientes para educar en riesgo social, para lo cual se considerarán objetivos específicos, tales como:

- Identificar estrategias de enseñanza de profesores de enseñanza media cuyos alumnos tengan resultados sobresalientes en la prueba SIMCE de matemática en contextos de riesgo social.
- Analizar cualitativamente las condiciones en las cuales se desarrollan las prácticas que contribuyen con superar el fracaso en el área matemática en contextos vulnerables.

Metodología

El estudio es cualitativo, iniciando con un trabajo de campo de observación y registro en video de clases de profesores participantes de centros educativos que eduquen en sectores vulnerables, posteriormente se realizaran entrevistas a profesores de matemática por parte del investigador, para su posterior análisis y triangulación de toda la información recogida contrastándola con la teoría, para caracterizar las buenas prácticas de profesores de Matemática exitosos que educan en contextos de vulnerabilidad.

La observación de las clases será de forma no participante, llevando a cabo un registro dela observación por medio de notas de campo y verificando puntos de una pauta de observación previamente determinada, mientras que la entrevista corresponderá a una entrevista semi estructurada que dará cuenta de la percepción del docente sobre su labor y sobre sus estudiantes, al igual que su análisis de sus prácticas y de los logros obtenidos por sus estudiantes. El estudio se enfoca en tres profesores de educación media (secundaria), de instituciones situadas en contextos de riesgo social, que han sido capaces de lograr resultados sobresalientes (puntajes un sigma a la derecha) en SIMCE de matemática con sus estudiantes, que cuenten con una alta valoración entre sus pares, instituciones y alumnos. La propuesta es una investigación en proceso, que se encuentra en la fase de observación y grabación de las clases, lo importante por ahora es comunicar el por qué es importante la investigación sobre este grupo de profesores y como se puede contribuir a la mejora de educación en contextos de vulnerabilidad social.

Referencias

Bellei, C., Muñoz, G., Pérez, L.M. y Raczynski, D. (2003). ¿Quién dijo que no se puede?. Escuelas efectivas en sectores de pobreza. Santiago de Chile: Ministerio de educación – UNICEF

Bolívar, A. y López Calvo, L. (2009). Las grandes cifras del fracaso y los riesgos de exclusión educativa. Revista del currículum y formación del profesorado, 13 (3), 50- 78.

Castro, Abelardo M, Mardones, Eduardo E, Ortiz, Andrés I, & Quiroga, Fabián E. (2013). Interacciones Alumnos-Profesor en Contextos de Vulnerabilidad Respecto de la Ocurrencia de Episodios de Violencia Simbólica en Clases de Matemáticas. Formación universitaria, 6(1), 29-40.

Cole, R. (2008). Educating Everybody´s Children: Diverse Teaching Strategies for Diverse Learners. United States of America: USCD.

Chacón, I. M. (2000). Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático. Madrid: Narcea.

Díaz, V. y Poblete, A. (2009). Perfeccionamiento en matemática basado en competencias para docentes de escuelas básicas municipalizadas de la región de Los Lagos y De los Ríos. Estúdios Pedagógicos XXXV, N° 2: 13-34, 2009

Escudero, J. (2005). Fracaso escolar, exclusión educativa: ¿de qué se excluye y cómo? Profesorado, Revista de Currículo y Formación del Profesorado, 9 (1), 36- 54.

Fiabane, F. & Yañez, N. (2008). Rol Docente en Contextos Vulnerables. Construcción de Subjetividad. Docencia n°35, recuperado de http://docplayer.es/12826329-Rol-docente-en-contextos-vulnerables-construccion-de-subjetividad-flavia-fiabane-salas-1-nadiezhda-yanez-oyarzun-2.html

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactiques des Mathematiques, 26 (1), 39-88.

Gómez Chacón, I. (1997). Procesos de aprendizaje en matemáticas con poblaciones de fracaso escolar en contextos de exclusión social. Las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas. Tesis doctoral. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Universidad Complutense.

Jaramillo, D. (2011), La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles, Revista Educación y Pedagogía, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, vol. 23, núm. 59, enero-abril, 2011, pp. 13-36.Revista Educación y Pedagogía, vol. 23, núm. 59, enero-abril, 2011

Núñez, I. (2002). “La formación de docentes. Notas Históricas”. Publicado en: Ávalos B., Profesores para Chile. Historia de un Proyecto, Santiago. Ministerio de Educación. 2002.

Ritacco, M. (2011). La enseñanza de las matemáticas en contextos de riesgo de exclusión social. Buenas prácticas educativas. Revista Números, Volumen 79, marzo de 2012, páginas 17-46

Román, M. (2003). ¿Por qué los docentes no pueden desarrollar procesos de enseñanza aprendizaje de calidad en contextos sociales vulnerables? [versión electrónica]. Persona y Sociedad, XVII (1), 113-128.

CB 046

ANÁLISIS DEL CONTENIDO DE LOS ESTÁNDARES DISCIPLARIOS DE MATEMÁTICA

Hernán Rivas
Pontificia Universidad Católica de Chile

hrivasa@uc.cl

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

Los Estándares Orientadores para Egresados de Carreras de Pedagogía en Educación Básica, desarrollados en nuestro país, son un referente sobre el conjunto de conocimientos, competencias y actitudes que los futuros profesores deben alcanzar. El propósito de este trabajo es caracterizar los conocimientos presentes en los Estándares Disciplinarios de Matemática y conocer el "peso" que tiene cada uno de ellos. El estudio se realiza siguiendo la técnica de análisis de contenido. Las unidades de análisis son clasificadas teóricamente según las facetas y componentes de la Idoneidad Didáctica y contrastadas según el número de unidades de análisis presentes en cada dimensión.

Palabras clave: Formación de profesores, Conocimiento Matemático, Conocimiento Didáctico-Matemático.

INTRODUCCIÓN

Mejorar la Formación Inicial Docente (FID) ha sido y sigue siendo uno de los principales desafíos que enfrenta la Educación en Chile. En los últimos años, a partir de la Ley de Calidad y Equidad de la Educación (aprobada en enero del año 2011), se han generado diversas iniciativas que apuntan a superar esta situación. Una de ellas, ha sido la creación de Estándares Orientadores para Egresados de las Carreras de Pedagogía en Educación General Básica (MINEDUC, 2012). Estos estándares fueron elaborados teniendo en cuenta la nueva estructura del sistema escolar chileno que establece seis grados para la Educación Básica (Ley General de Educación, 2009); además, se asume que "el nuevo profesor generalista de la Educación Básica enseñará, fundamentalmente, en cuatro áreas disciplinarias: Lenguaje y Comunicación; Matemática; Historia, Geografía y Ciencias Sociales; y, Ciencias Naturales" (MINEDUC, 2012, p. 7).

Desde esta perspectiva, los estándares constituyen un referente sobre el conjunto de conocimientos, habilidades y competencias que todo profesor debe dominar. En este trabajo analizamos los Estándares Disciplinarios de Matemática con el propósito de caracterizar los Conocimientos Matemáticos (CM) y Didáctico Matemáticos (CDM) promovidos y conocer el "peso" de cada uno de ellos. El estudio está estructurado en los siguientes apartados. En primer lugar, presentamos el marco teórico que sustenta nuestro trabajo; posteriormente, damos cuenta de la metodología; en el tercer punto, se dan a conocer los principales resultados y finalmente, se abordan las conclusiones más relevantes de la investigación.

MARCO TEÓRICO

El trabajo se sustenta en el Enfoque ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemáticos (EOS); específicamente, en las relaciones, dimensiones y componentes que intervienen en un proceso de Instrucción Matemática (IM) y de formación de profesores en didáctica de la matemática (Godino, Batanero, Rivas y Arteaga, 2013). Estas dimensiones y componentes nos permiten caracterizar el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico-matemático en los siguientes términos:

Conocimiento Matemático (CM)

Referido al contenido matemático desde una perspectiva institucional. Corresponde a la faceta epistémica de un proceso de IM y contempla los siguientes componentes: (1) Situaciones problemas (aplicaciones extra o intra matemáticas); (2) Lenguajes (términos, expresiones, notaciones, gráficos,…); (3) Reglas (conceptos, procedimientos, proposiciones) y (4) Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo).

Si se trata de un proceso de IM para profesores es necesario distinguir entre el conocimiento común y ampliado del contenido matemático. El conocimiento común es el conocimiento compartido entre el profesor y los estudiantes del nivel correspondiente en el que desempeña su labor y el conocimiento ampliado, se refiere a un conocimiento más profundo de las matemáticas, que permita articular esos conocimientos con los correspondientes a niveles posteriores.

Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM)

Entendido como el conocimiento, comprensión y competencia necesarios para la futura labor del profesor en los niveles educativos correspondientes. El CDM puede ser categorizado de acuerdo a las siguientes facetas que intervienen en un proceso de Instrucción en Didáctica de la Matemática (IDM)

FACETA	DESCRIPCIÓN
Epistémica	Conocimiento especializado del contenido que abarca los distintos significados y relaciones de los objetos matemáticos implicados (situaciones problemas, lenguajes, reglas y argumentos), teniendo en cuenta aspectos del conocimiento común y avanzado del contenido matemático.
Ecológica	Conocimiento, comprensión y justificación de los componentes de la dimensión ecológica de los procesos de instrucción matemática (conexiones del proceso de estudio con elementos del entorno en el que se realiza: currículo escolar, innovación didáctica, adaptación socio-profesional, conexiones intra e interdisciplinares, proyecto educativo) y el desarrollo de las disposiciones y competencias para su puesta en práctica.
Cognitiva	Aprendizaje del contenido didáctico-matemático por los futuros profesores: implica conocer, comprender y justificar los fundamentos del desarrollo cognitivo de los procesos de enseñanza de las matemáticas y manifestar competencias para su puesta en práctica.
Afectiva	Creencias, valores, intereses, actitudes, emociones de los futuros profesores sobre la matemática y su enseñanza.
Interaccional	Conocimiento y competencia sobre los modos de gestionar las interacciones en el aula. El desarrollo de competencias comunicativas de los profesores en formación adquiere especial importancia en esta dimensión.
Mediacional	Conocimiento y competencia para gestionar el tiempo para la enseñanza e integrar recursos materiales y tecnológicos en la actividad matemática.

Tabla 1. Categorías del CDM

METODOLOGÍA

Se aplica la técnica de análisis de contenido para analizar el CM y el CDM presente en un conjunto de 246 indicadores incluidos en los Estándares Disciplinarios de Matemática para Egresados de la Carrera de Pedagogía en Educación General Básica. El proceso apunta a identificar y clasificar Unidades de Análisis (UA) (oraciones, frases o palabras) según los componentes de la faceta epistémica de en un proceso de IM y según las dimensiones, epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional, que intervienen en un proceso de IDM. Dicha clasificación permitirá caracterizar los conocimientos presentes y contrastar el peso que tiene cada dimensión.

ANÁLISIS DEL CM

La tabla 2 muestra ejemplos de UA para cada componente. Seguidamente, se muestra una síntesis que caracteriza el CM en función del conjunto UA seleccionadas en esta dimensión.
Tabla 2. Ejemplos de UA relacionadas con el CM

Componente	Unidades de análisis
Situaciones problema	Resuelve problemas que involucran el reconocimiento de regularidades. Resuelve problemas provenientes de situaciones de la vida real.
Lenguajes	Reconoce las distintas representaciones de una función. Utiliza diversas representaciones (…) conociendo ventajas y limitaciones. Usa discos para estudiar el azar y los compara con otras representaciones.
Reglas	Resuelve ejercicios que involucren operaciones con números enteros. Calcula medidas de tendencia central (media, mediana y moda). Comprende el concepto de correlación entre dos variables.
Argumentos	Sabe justificar la validez de las fórmulas de área de figuras planas básicas. Propone argumentos simples para justificar propiedades de la adición. Domina argumentos simples para justificar las reglas de divisibilidad por dos, diez, cinco, tres y nueve.

Caracterización del CM

-Situaciones Problemas; se promueve la resolución de problemas variados, tanto intra como extra matemáticos.
-Lenguajes; se pone énfasis en uso de distintas representaciones y la comparación entre estas para conocer sus ventajas y limitaciones. No se establece (al menos explícitamente) el uso coordinado entre distintos tipos de representación.
-Reglas; se pone énfasis en el manejo de concepetos procedimientos, siendo menos evidente el trabajo en torno propiedades matemáticas.
-Argumentos; se pone énfasis en la capacidad de justificar la validez de los procedimientos y propiedades matemáticas.

En general, el CM está asociado al conocimiento común del contenido, sin que se llegue a establecer conexiones explícitas con aspectos del conocimiento ampliado.
Comparación entre componentes del CM

A continuación se muestra un gráfico circular en el que se compara el peso que tiene cada componente, según el número de UA presentes en cada uno de ellos. Como se puede observar, prevalece el aprendizaje de Reglas (conceptos y procedimientos) seguido de la habilidad para resolver situaciones problemas. Son menos considerados los conocimientos relativos a lenguajes y argumentos.

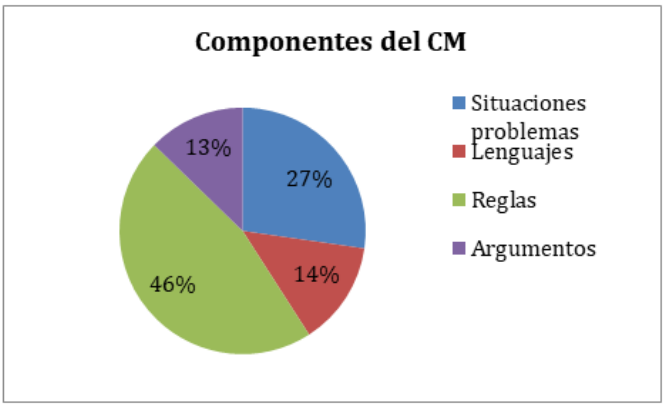


Figura 1: Comparación entre componentes del CM

ANÁLISIS DEL CDM

La tabla 3 contiene ejemplos de UA clasificadas según las categorías del CDM. Posteriormente se hace una síntesis que caracteriza el CDM presente en los Estándares.

Tabla 3. Ejemplos de UA relacionadas con el CDM

Dimensión	Unidades de análisis
Epistémica	-Formula problemas aditivos de composición, de cambio y de comparación. -Utiliza diversas representaciones (…) para explicar el significado de la adición. -Establece relaciones conceptuales.-Comprende la justificación del algoritmo convencional de la multiplicación.
Ecológica	-Conoce la secuencia curricular de primero a sexto básico. -Propicia la articulación entre la Matemática y las Ciencias Naturales. -Valora la contribución de la geometría euclidiana al desarrollo de las personas.
Cognitiva	-Reconoce errores frecuentes cometidos por los alumnos. -Diseña actividades evaluativas. -Dispone de algún marco teórico que le permita reconocer las distintas etapas en el pensamiento geométrico de los estudiantes
Afectiva	-Fundamenta su opinión con respecto a creencias sobre la naturaleza de la práctica docente.
Interacional	-Es capaz de explicar a alumnos y alumnas de distintos niveles de la enseñanza.-Conoce estrategias de trabajo colaborativo.
Mediacional	-Selecciona materiales concretos pertinentes.-Incorpora TIC como medio de apoyo.

Caracterización del CDM

-Dimensión epistémica; se promueve el conocimiento especializado del contenido matemático en correspondencia con los contenidos matemáticos del currículo escolar.
-Dimensión ecológica; se promueve el desarrollo de comprensión y competencia en la mayoría de los componentes de la dimensión ecológica de un proceso de IM.
-Dimensión cognitiva; se promueven altos niveles de comprensión y competencia sobre teorías del desarrollo cognitivo del aprendizaje, la capacidad para reconocer y abordar errores y la relevancia de la evaluación en el aprendizaje.
-Dimensión afectiva; los conocimientos relacionados con esta dimensión son escasamente abordados.

-Interaccional; se promueve el desarrollo de competencias comunicativas y el dominio de estrategias para gestionar un trabajo colaborativo.
-Mediacional; se promueven altos niveles de comprensión competencia sobre la forma de gestionar los recursos materiales para la enseñanza.

Peso relativo de cada dimensión

En el gráfico siguiente se muestra el peso relativo de cada dimensión. Las facetas epistémica y cognitiva son las mayormente relevadas. La faceta afectiva es la menos considerada.

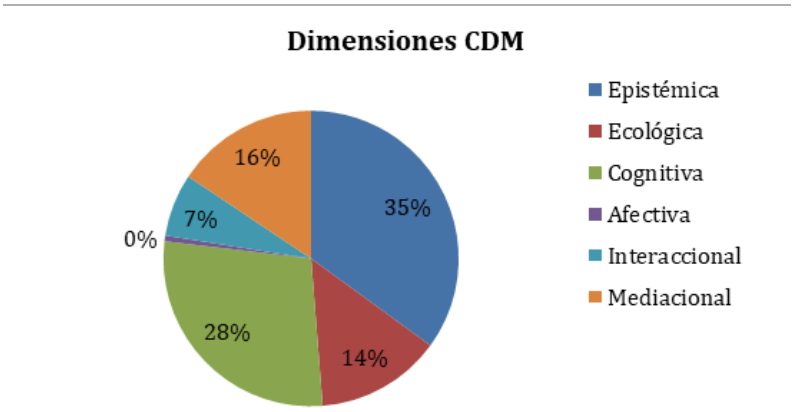


Figura 2: Comparación entre componentes del CM

CONCUSIONES

Los Estándares disciplinario de Matemática para la formación de Profesores de Educación General Básica en Chile son un referente útil para dicha formación. Éstos sintetizan buena parte de la complejidad del CM y del CDM que un profesor debe dominar. Se requiere sin embargo, incluir aspectos de conocimiento ampliado del contenido matemático y prestar mayor atención a la dimensión afectiva del CDM.

Referencias

Godino, J. D., Batanero, C., Rivas, H. y Arteaga. P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática, 8 (1), 46-74.

Ministerio de Educación de Chile (2012). Estándarers Disciplinarios de Matemática para la Formación de Profesores de Educación genaral Básica. Santiago: Chile.

Ministerio de Educación. (2009). Decreto Supremo N° 280. Santiago: Chile.

CB 047

CARACTERIZACIÓN DEL ETM IDÓNEO Y ETM PERSONAL DE PROFESORES RESPECTO A LA ECUACIÓN RADICAL

Italo Cicarelli Beltrán. Mauricio Gamboa Inostroza.
Universidad de Concepción.

italocicarelli@udec.cl. maurigamboa@udec.cl.

Didáctica del Álgebra

RESUMEN

Este escrito busca exponer carencias en profesores en formación mediante la aplicación de un cuestionario de respuesta abierta, categorizando sus producciones con foco en las génesis que se activan al enfrentarse a tareas matemáticas y a los factores que influirían en la calidad de sus respuestas. Los métodos de resolución de ecuaciones de primer grado generalmente son incuestionables. Sin embargo, existen ecuaciones que, dependiendo de los tratamientos efectuados, generan soluciones no admisibles en un conjunto determinado. Antecedentes recabados evidencian falencias en profesores en formación respecto a la resolución de ecuaciones radicales por falta de conocimiento especializado y rigurosidad al proceder.

Palabras clave: Ecuación Radical, Espacio de Trabajo Matemático.

ANTECEDENTES Y PROBLEMÁTICA DEL ESTUDIO

En Vidal (2006), se estudia el concepto de Raíz Cuadrada, permitiéndole establecer dentro de sus conclusiones que el concepto de raíz y de radical, presentan confusiones en el profesorado de enseñanza media al no existir reflexión acerca de la distinción conceptual que estaba también oculta en libros de texto, indicando además la presencia de una cultura de creencia férrea en lo escrito en los textos de nivel escolar y un desconocimiento de libros de texto más cercanos al saber matemático. En la misma línea, Vidal (2009) se propuso identificar y caracterizar el tratamiento del álgebra de radicales en los libros de texto mediante un análisis conceptual y de contenido en Chile. En este escrito, el autor determinó discursos contradictorios en un mismo libro de texto, demostraciones de teoremas con errores lógicos, errores conceptuales debidos a recortes del saber erudito que omiten las restricciones de los campos de validez de las propiedades de los radicales, tratamientos en su mayoría axiomáticos y actividades de tipo mecanicista, planteando el hecho de que la matemática se visualiza en un plano netamente instrumental – operativo. Gaete y Vidal (2017) estudian la forma de resolución de algunos profesores en ejercicio en base a la ecuación radical, concluyendo que al día de hoy, aún persisten las dificultades y deficiencias en cuanto a la resolución de ecuaciones radicales y que su tratamiento se limita a la utilización de técnicas algebraicas y a la posterior comprobación de sus soluciones, considerando esto último como un obstáculo didáctico. En su investigación evidencian también falencias en cuanto a la idea de implicacia y equivalencia en los profesores al resolver este tipo de ecuaciones, debido a que la manipulación algebraica que se hace con éstas para determinar sus soluciones invisibiliza la transformación que sufre la ecuación original, encontrando así raíces de una ecuación que no son solución de la misma. Tomando como base los antecedentes anteriores, pretendemos estudiar la manera en la que un profesor en formación se enfrenta a tareas matemáticas relacionadas ecuaciones radicales con base en un análisis cualitativo de las producciones que presenten, caracterizando así los tipos de respuestas y las formas de razonamiento empleadas para llevarlo a cabo.

MARCO TEÓRICO

Pretendemos abordar la problemática antes descrita desde el punto de vista del Espacio de Trabajo Matemático (ETM). Este marco teórico, inicialmente desarrollado por Kuzniak (2006) en el dominio de la geometría ha tenido aproximaciones a otros dominios de la matemática y dada la naturaleza del objeto que se quiere estudiar, es que los elementos que se describirán en el análisis estarán asociados a conceptos propios del álgebra, enmarcando el trabajo en el ETM del dominio algebraico (Gamboa y Mena-Lorca, 2017)

Tipología del ETM

El trabajo matemático de un sujeto está marcado tanto por las instituciones educativas que establecen las directrices del quehacer pedagógico como por los docentes, quienes deben supervisar este trabajo en el desarrollo de sus clases. En este sentido, la Teoría del ETM diferencia tres tipos de ETM: El de referencia, el idóneo y el personal. La noción de paradigma orienta y estructura la organización de las componentes que participan en la especificidad de los diversos elementos del ETM y se instituyen cuando una comunidad de individuos acuerda formular problemas, así como organizar sus soluciones, privilegiando ciertas herramientas o formas de pensamiento. Este espacio paradigmático, definido por esta comunidad, se denomina ETM de referencia. Por otro lado, cuando la tarea ha sido diseñada de forma tal que permita a los alumnos comprometerse en la resolución de la misma se está en presencia del ETM Idóneo el cual es propio del profesor y debe cumplir dos condiciones: favorecer el trabajo en el paradigma correspondiente a la problemática escogida y estar bien construido en el sentido en que sus diferentes componentes estén organizadas de manera válida, por tanto, no es fijo y se debe modificar continuamente para ajustarse a las restricciones locales. La elección y organización de las tareas propuestas a los alumnos por los profesores son esenciales en la constitución del ETM idóneo y dependen en gran medida, del ETM personal del profesor (Gómez-Chacón, Kuzniak, Vivier, 2016). Finalmente, cuando un problema es presentado, no a un experto ideal sino a un individuo real (el alumno, el estudiante o el profesor), el tratamiento del problema se efectuará en lo que se denomina el ETM personal.

ETM y sus génesis

Dentro de la Teoría del ETM existe un conjunto de génesis que son interdependientes y que involucran al plano epistemológico y cognitivo, las cuales se evidencian a partir de las producciones por parte de los sujetos en estudio: La semiótica, la instrumental y la discursiva. La génesis semiótica es el proceso asociado con signos y representamen que permite pasar de una perspectiva sintáctica a una perspectiva semántica de objetos matemáticos organizada en la representación semiótica. Para Duval (2005), se presentan dos niveles correspondientes a este proceso. La génesis instrumental permite hacer los artefactos operativos en el proceso de construcción en el Espacio de Trabajo Matemático. En este sentido, un artefacto se convierte en un instrumento cuando el sujeto construye una serie de esquemas para su uso. La génesis discursiva de la prueba matemática utiliza las propiedades del sistema de referencia teórico para ponerlas al servicio del razonamiento matemático y para una validación no solamente icónica, gráfica o instrumental. En la génesis discursiva de la prueba, las propiedades utilizadas en el razonamiento matemático dan el significado. El propósito de esta génesis es proceder a la validación del proceso bidireccional: un razonamiento discursivo apoyado en las propiedades del referencial teórico y de otra, la identificación de propiedades y definiciones que se deben incluir en el marco de referencia después de ser realizado un tratamiento instrumental o semiótico. (Gómez-Chacón et al.,2016).

METODOLOGÍA

De manera preliminar, se aplicaron cuestionarios con dos preguntas de respuesta abierta relacionados con la resolución de ecuaciones radicales a profesores de matemática en formación (PF), de sexto semestre en el plan de estudios, que actualmente cursan la asignatura de Enseñanza y aprendizaje del álgebra y las funciones en una Universidad Tradicional del Sur de Chile. Estas preguntas fueron diseñadas para ser contestadas de distintas formas, igualmente válidas, a partir de diferentes sistemas de representación, e incluyendo el proceso de simple inspección de los valores que satisfacen a las condiciones solicitadas.
La primera pregunta, relacionada con la resolución de una ecuación en la que en ambos miembros de ella se encuentra una expresión radical, se muestra a continuación:

P-1: ¿Cuál es, en los números reales, el conjunto solución de la ecuación ?

Figura 1: Primera Pregunta Cuestionario Aplicado a Profesores en Formación

La segunda pregunta, ligada a resolución de una ecuación en la que solo un miembro de ésta posee radicales, mientras que el otro posee una expresión algebraica de primer grado, se presenta a continuación:

P-2: ¿Cuál es, en los números reales, el conjunto solución de la ecuación ?

Figura 2: Segunda Pregunta Cuestionario Aplicado a Profesores en Formación

Las preguntas planteadas, tienen la finalidad de extraer información de los sujetos a los cuales se les aplicó el instrumento, en base a la forma en la que responden a ciertos tipos de tareas matemáticas. El campo en el cual están basadas es el de los números reales, debido que el contenido de ecuación radical también se desarrolla en este conjunto numérico a nivel escolar.

La aplicación del cuestionario a 18 profesores en formación permitió caracterizar sus respuestas de acuerdo a 3 dimensiones “Génesis Predominantes” (D1), “Proceso de Comprobación de las Soluciones” (D2) y “Aplicación de Restricciones” (D3) en el caso de la primera pregunta, añadiéndose una cuarta dimensión en la segunda pregunta denominado “Conciencia acerca de la definición de Valor Absoluto involucrado” (D4).

Los resultados obtenidos de cada pregunta y la caracterización de las repuestas se encuentran resumidas en las siguientes tablas:

	Clasificación en base al tipo de respuesta		
Pregunta	Respuesta Correcta	Respuesta Incorrecta	Sin Responde
P-1	7	9	2
P-2	4	13	1
DIMENSIÓN	Génesis en el ETM que predomina en su forma de proceder (D1)		
Pregunta	Semiótica	Instrumental	Discursiva
P-1	2	15	5
P-2	3	18	1
DIMENSIÓN	Ejecución del proceso de comprobación de las soluciones (D2)		
Pregunta	Comprueba	No Comprueba	No existe necesidad
P-1	5	6	7
P-2	8	9	2
DIMENSIÓN	Consideración de restricciones y condiciones en la tarea (D3)		
Pregunta	Restringe	No Restringe	
P-1	8	10	
P-2	2	16	
DIMENSIÓN	Conciencia de la definición de Valor Absoluto involucrado (D4)		
Pregunta	Considera	No Considera	
P-2	4	14	

Tabla 1: Resumen dimensiones por pregunta

RESULTADOS PRELIMINARES Y PROYECCIONES

En base a las respuestas obtenidas, se observa la predominancia de la génesis instrumental al resolver ecuaciones radicales. Esto se vio reflejado en la forma de resolución algebraica de las ecuaciones mediante aplicación de leyes de cancelación que se verifican en el conjunto de los números reales y la aplicación de factorizaciones y fórmulas para determinar las soluciones de una ecuación cuadrática, además de los tratamientos dentro del registro algebraico en el que fueron presentadas las tareas matemáticas. Esta característica del grupo de profesores en formación demuestra la presencia de una confianza excesiva en cuanto a las técnicas adquiridas para resolver este tipo de ecuaciones y de los algoritmos necesarios. Sin embargo, no todos los profesores fueron capaces de responder de forma satisfactoria. En cuanto al proceso de comprobación de las soluciones encontradas por los profesores, es posible advertir aproximadamente un tercio del grupo no lo considera necesario o desconoce la importancia de este proceso en el desarrollo de ecuaciones radicales, teniendo en cuenta que los tratamientos realizados dentro del registro algebraico producen expresiones que no necesariamente son equivalentes a la original. Por otra parte, en la primera pregunta, es posible apreciar que la distribución de estudiantes que restringen los dominios en los que se desarrolla la tarea es aproximadamente equivalente a aquellos que no lo hacen. Sin embargo, al observar las respuestas en la segunda pregunta, existe una diferencia sustancial en cuanto a la cantidad de informantes que consideran necesario restringir los dominios en los cuales se está desarrollando la ecuación. Resulta interesante observar que la cantidad de profesores en formación que reconoce un valor absoluto definido como la raíz cuadrada de un número elevado al cuadrado es considerablemente pequeño en comparación con aquellos que no lo hacen, lo cual podría justificar el hecho del número elevado de sujetos que erraron la segunda pregunta en la que no todas las soluciones halladas mediante el tratamiento algebraico resultan ser satisfactorias en la ecuación original. No se evidencia un mayor razonamiento en torno a las tareas matemáticas presentadas a los profesores en formación y el registro de representación gráfica, en algunos casos, sólo permitió comprobar que la respuesta encontrada

mediante el tratamiento algebraico es la correcta. Esto, indica claramente que la activación de la génesis discursiva y de la génesis semiótica tiende a ser nula, dejando en evidencia que la instrumentalización no basta para dar una respuesta satisfactoria a las tareas presentadas.

La investigación se proyecta con foco en la indagación acerca de la forma en que profesores en ejercicio de la asignatura de matemática de enseñanza media se enfrentan a tareas matemáticas relacionadas con la ecuación radical desde un análisis del ETM personal de cada uno, considerando sus producciones a partir de un cuestionario similar al aplicado a los profesores en formación, que requieran de un análisis aún más profundo, centrado en la utilización de parámetros en lugar de incógnitas. Posterior a ello, se pretende estudiar el ETM idóneo de los profesores participantes mediante la aplicación de entrevistas personalizadas para profundizar en distintos aspectos del quehacer pedagógico, como el hecho de utilizar ecuaciones radicales con parámetros en el estudio de ecuaciones radicales en enseñanza media, la importancia de utilizar distintos tipos de representación no solo algebraica para resolver ejercicios de este estilo, relacionando los conceptos de ecuación y de función para justificar posibles respuestas no solo desde la forma tradicional, sino que también a partir de otros tipos de registros de representación igualmente válidos que favorezcan las habilidades de argumentación y comunicación que muchas veces resultan ser poco desarrolladas.

Referencias

Gómez-Chacón, M, Kuzniak, A., Vivier, L. (2016). El rol del profesor desde la perspectiva de los Espacios de Trabajo Matemático. Bolema, v. 30, n. 54, p. 1-22,

Duval, R. (2005). Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. En: Alcántara S. (2005) Aprendizagem em Matemática. Registros de Representação Semiótica. Papirus editora. Sao Paolo. Brasil.

Gamboa , M. y Mena-Lorca, A. (2017). Paradigmas Algebraicos y Espacio de Trabajo Matemático. Actas Quinto Simposio Espacio de Trabajo Matemático, University of Western of Macedonia, Flórina, Grecia, pp. 193-205.

Kuzniak, A. (2006). Paradigmes et espaces de travail géométriques. Éléments d'un cadre théorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en géométrie. Canadian Journal of Science and Mathematics Education, vol 6.2. pp 167-188.

Gaete, C., & Vidal-Szabó, P. (2017). Resolución de ecuaciones irracionales por medio del uso de gráficas a partir de la reinterpretación del concepto de ecuación. Revista Premisa, 19(72).

Vidal, R. (2006). Concepciones de los profesores de educación media acerca del objeto de enseñanza Raíz Cuadrada, Una mirada desde la Transposición Didáctica. Tesis para optar al Grado de Magíster en Enseñanza de las Ciencias con Mención en Didáctica de la Matemática. Instituto de Matemáticas. PUCV, Chile.

Vidal, R. (2009). Las raíces y radicales en libros de textos en Chile (1969-2009). Un análisis de rupturas epistemológicas como aporte a la Didáctica de las Matemáticas. Tesis de doctorado no publicada, PUC, Chile.

CB 050

COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO SUBESPACIO VECTORIAL EN R2 DESDE LOS MODOS DE PENSAMIENTO

Marcela Parraguez
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

marcela.parraguez@pucv.cl

Didáctica del álgebra

RESUMEN

Con base en la Teoría Modos de Pensar de Sierpinska, se presentan tres modos de pensar el concepto subespacio vectorial en R2: (1) conjunto que cumple propiedades estructurales del álgebra lineal, (2) un conjunto solución de un sistema homogéneo y (3) rectas por el origen. La finalidad de estos modos de pensar los subespacios vectoriales de R2 es mostrar evidencias con sustento teórico, de cómo se sitúan los aprendices de dos casos de estudio, para dar respuesta a tres situaciones. Los resultados muestran que los estudiantes se sitúan en algunos modos de pensar para responder, sin mayor interacción entre ellos.

Palabras clave: Subespacio Vectorial, Modos de Pensamiento, comprensión.

INTRODUCCIÓN

El álgebra lineal (AL) se ha consolidado como una rama de las matemáticas que estudia conceptos tales como vectores, matrices, sistemas de ecuaciones lineales y en su enfoque de manera más formal, espacios vectoriales, transformaciones lineales y valores y vectores propios. El AL es un área muy activa que tiene conexiones con muchas áreas dentro y fuera de las matemáticas, como el análisis funcional, las ecuaciones diferenciales, la investigación de operaciones, las gráficas por computadora, la ingeniería, etc.

Estudiantes de programas de Ingeniería, Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas, entre otros, se enfrentan por primera vez con un curso de AL en un primer año de universidad, donde la mayoría de los ejemplos que se les presentan le se sitúan en el R^2. Algunas investigaciones muestran que esta experiencia puede ser frustrante, si los tópicos que componen el AL, no quedan bien comprendidos en este espacio R^2 de dimensión 2, para que con base en ello se construya en otros espacios y con otras dimensiones. Con respecto a esto último, Dorier, Robert, Robinet y Rogalski (2000), señalan que "es muy claro que muchos estudiantes tienen la sensación de haber aterrizado en un planeta nuevo y no son capaces de encontrar su camino en ese nuevo mundo" (p.86).

Jean Luc Dorier en el 1999, publica una recopilación de los trabajos que hasta el momento se venían desarrollando sobre la Didáctica del AL. Allí se propone la existencia de dos tipos de problemáticas principales: las dificultades conceptuales (asociadas con la naturaleza del AL: generalizadora y unificadora) y las dificultades cognitivas (por la clase de pensamiento que se requiere para entender el AL). Estas investigaciones toman problemáticas específicas, por ejemplo, de orden epistemológico (Dorier 1999), otras asociadas con el lenguaje geométrico, algebraico y abstracto del álgebra lineal (Hillel, 2000; Sierpinska, 2000) o con los registros gráfico, tabular y simbólico a través de los cuales es posible representar los conceptos allí tratados (Artigue, Chatier & Dorier, 2000).

Por otra parte, y más recientemente en Chile, Colombia y México se han desarrollado diferentes investigaciones desde perspectivas particulares que han buscado determinar no sólo el origen de las dificultades de los estudiantes en AL, sino además formas de superarlas. En esta investigación interesa centrarnos en la perspectiva cognitiva desarrollada por Sierpinska (2000) llamada Teoría Modos de Pensamiento.

Diversos tópicos conforman el AL, sin embargo, el interés de esta comunicación es situarse en un tópico particular, que en muchas ocasiones el concepto de subespacio vectorial de R^2 es utilizado para ejemplificar diversos aspectos del AL.

LOS SUBESPACIOS VECTORIALES EN EL CURRICULUM UNIVERSITARIO

El concepto de subespacio vectorial está presente en la mayoría de los programas de matemáticas para carreras como ingeniería, licenciatura en ciencias o en economía, y nuestra propuesta de analizarlo desde un pensar práctico y teórico que construyen sus aprendices, dispuestos en la presente investigación como casos de estudio.

Existen numerosas investigaciones que ofrecen evidencias sobre las dificultades que muestran los estudiantes para comprender el concepto de espacio vectorial, pero no así de subespacio vectorial y menos aún si se restringe el estudio a subespacios vectoriales de R^2

En la mayoría de las investigaciones realizadas (Dorier, 1999; Hillel, 2000; Weller et al., 2002) se logra poner en evidencia que, aún los estudiantes exitosos en los cursos de AL, no logran la comprensión de los conceptos de subespacios y espacios vectoriales, pues no se desenvuelven según lo esperado en los cursos siguientes, como por ejemplo en ecuaciones diferenciales. Y es en beneficio de los futuros profesionales, preguntarse si ¿es posible ayudar a un mayor número de aquellos a comprender uno de los conceptos básicos y particular del AL, subespacios vectoriales de R^2?

En pro de alcanzar una respuesta a la pregunta anterior, la propuesta de esta comunicación radica en mostrar interpretaciones que los aprendices ponen en juego para comprender el concepto de subespacio vectorial de R^2, reconociendo en cada una de ellas componentes de origen geométrico, analítico y estructural, entendiendo cada una de estas componentes como diferentes aspectos de un concepto básico del AL.

LA TEORÍA MODOS DE PENSAMIENTO DE SIERPINSKA

Sierpinska una investigadora en didáctica del AL, después de muchos años de tratar de entender las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje del AL a nivel de pregrado, llega a la conclusión que: una de las razones principales, es que los estudiantes comprenden el AL en muchos aspectos de la teoría, con un enfoque más práctico que teórico (Sierpinska, 2000). Pero la afirmación anterior no es tan obvia, al tratar de formular que es exactamente lo que se entiende por pensamiento teórico (en lugar de práctico) ¿cuáles son sus características? Y ¿De qué manera estas características son relevantes para el aprendizaje del AL? (Hillel, 2000). La búsqueda de respuestas a las preguntas anteriores son las que dieron desarrollo a los modos de pensar los conceptos del AL.

Sierpinska identificó tres modos de pensar el AL (Sierpinska, 2000): sintético-geométrico, analítico-aritmético y analítico-estructural. Estos modos de pensamiento pueden verse como el resultado de una superación de dos obstáculos o dos posiciones dogmáticas opuestas: una, que rechaza los números dentro de la geometría y la otra, que rechaza que la "intuición geométrica" pueda ser llevada a un dominio puramente aritmético. Cada uno de estos modos de pensamiento conduce a diferentes significados del objeto, porque cada uno de ellos permite una mirada diferente del objeto algebraico.

En el modo sintético-geométrico (SG) los objetos son presentados mediante una representación geométrica, una figura o un conjunto de puntos.

En el modo analítico-aritmético (AA) los objetos matemáticos son definidos por una fórmula que permite calcularlo, y muchos razonamientos tienen una tendencia de mostrar que dos procesos o métodos conducen al mismo resultado. En el modo analítico-estructural (AE) un objeto es mejor definido por un grupo de determinadas propiedades.

LA MODOS DE PENSAR EL CONCEPTO DE SUBESPACIO VECTORIAL DE R^2

El concepto de subespacio vectorial de R2 (SEV-R2), puede ser presentado de tres formas, (1) De forma geométrica (como objeto práctico del AL), (2) Puede ser presentado en forma matricial, a través de la solución de sistemas de ecuaciones lineales, y (3) Tiene una definición (como objeto teórico del AL), propiedades, y una caracterización a través de axiomas, como se muestra en la Tabla 1.

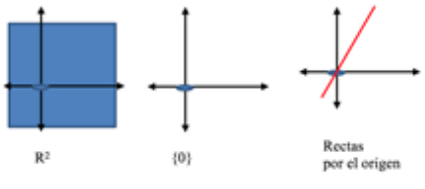
Modo de pensar SG-SEV-R^2	Modo de pensar AA-SEV-R^2	Modo de pensar AE-SEV-R^2
	Conjunto solución de algún sistema homogéneo de ecuaciones lineales $Ax=0$ con dos incógnitas.	W es subespacio de $\mathbb{R}^2$ si y solo si se cumplen: 1) W es Subconjunto de $\mathbb{R}^2$. 2) $\alpha u + v$ está en W, para todo $\alpha \in \mathbb{R}$ y para todo $u, v \in W$.

Tabla 1: Modos de pensar un subespacio vectorial de R^2.

OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN

La presente comunicación se sitúa en la comprensión del concepto SEV-R2, con la intención de analizar y mostrar evidencias con sustento teórico de cómo estudiantes de primer año de universidad (licenciatura y pedagogía, en matemática) que han cursado AL, se sitúan y transitan en los Modos de Pensar los SEV-R2.

MÉTODO

Desde el paradigma cualitativo se ha escogido el estudio de caso (Stake, 2010) como método para alcanzar el objetivo propuesto, porque permite una indagación en profundidad de una realidad específica y en un contexto global.

Los criterios seguidos para la conformación de los dos casos fueron: (a) Ser estudiante de primer año de universidad; (b) Haber sido estudiante del curso AL y (3) Accesibilidad de los investigadores. Los casos quedaron constituidos tal como se presenta en la Tabla 2.

Casos	Participantes	Características	Identificación
Caso I	4 estudiante de Licenciatura en Matemáticas	Ha aprobado la asignatura de AL y eximido de dar examen.	E1, E2, E3, E4
Caso II	5 estudiante Pedagogía en Matemáticas	Ha aprobado la asignatura de AL y rindió examen.	E5, E6, E7, E8, E9

Tabla 2: Participantes y casos de estudio

Recogida de datos. En esta indagación se utilizó como instrumento de recogida de datos un cuestionario escrito constituido por tres actividades matemáticas (Tabla 3).

Actividad	Preguntas
A1	¿Cómo explicarías a un estudiante de AL lo que es un subespacio vectorial de R^2?
A2	¿Es posible determinar un subespacio vectorial propio de R^2 que pase por los puntos A(2,5) y B(5,5)?
A3	¿Es Z^2_5 un subespacio vectorial de R^2?

Tabla 3: Actividades del cuestionario.

Las tres actividades diseñadas permiten a los estudiantes situarse en cualquiera de los tres modos propuestos –AE-SEV-R2, AA-SEV-R2 y SG-SEV-R2– para dar respuestas a las actividades que se les plantean.

Evidencias

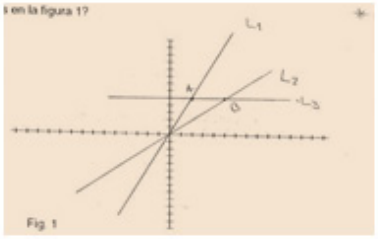
Desde Entre otras respuestas, esperamos de los estudiantes lo que sigue: (a) que utilicen como estrategias en sus respuestas, los diferentes criterios que hay en AL, para determinar subespacios vectoriales, (b) Utilicen el concepto de cero vector, combinación lineal para determinar subespacios vectoriales, (c) Determinen a través del concepto de rectas vectoriales los diferentes subespacios propios de R^2.

Con la finalidad de mostrar un trabajo representativo de lo realizado por los estudiantes de los casos de estudios, es que hemos seleccionado episodios de sus argumentos observables en la actividad 2.

Actividad A1. En general los estudiantes se posicionan para dar respuesta en el Modo AE-SEV-R2.
Actividad A2. El estudiante E3, después de dibujar los puntos A y B en R^2, pasa a mostrar que es posible escribir cada punto A y B como imagen y múltiplo del mismo vector, como se muestra en la Figura 1.

Modo SG-SEV-R^2

Figura 1: Respuesta de E3.



Modo SG-SEV-R^2

Figura 2: Respuesta de E7

El argumento que ha indicado E3, para decir que $\lambda=0$ no sirve, se basa en el siguiente hecho, que el mismo E3 explicó, haciendo alusión al concepto de Espacio Propio. Sea $\delta:R^2\rightarrow R^2$ donde a cada $(x,y)\rightarrow(0,y)$ y No sirve!!, por lo siguiente. Supongamos que existe tal espacio propio, entonces $\delta(2,5)=\alpha(2,5)$, para algún α, pero también $\delta(5,5)=\alpha(5,5)$, por eso ¡No sirve!!, ningún α. Ahora sí, los espacios propios de (2,5), (5,5) son rectas que pasan por el origen… pero es imposible que una recta pase por estos puntos y además por (0,0) … por lo tanto, no existe un subpropio que contenga a ambos puntos.

Así también E7 situado en el mismo modo SG-SEV-R2, pero con otra forma de representar el argumento, nos indica que no es posible que exista un subespacio propio de R^2 que contenga simultáneamente a A y a B, como se muestra en la Figura 2.

Actividad A3. En esta actividad, hay estudiantes que sostienen que Z^2_5 es un subespacio vectorial de R^2, pues Z^2_5 es un subconjunto de R^2.

A modo de CONCLUSIÓN

En atención a las respuestas de los estudiantes a las actividades 1 y 2, se puede señalar que ellos se posicionan y muestran elementos que describen con más detalle, para cada modo de pensar propuesto para el concepto SEV-R2. Sin embargo, la actividad tres particularmente permitió verificar desde un ejemplo, que muestra el estudiante E1, que el múltiplo escalar de una clase residual genera un elemento de Z_5 para cada componente del elemento de Z^2_5, "cada multiplicación se lleva a su respectiva clase". Este hecho aporta elementos al modo de pensar AA de subespacios vectoriales finitos, y también, pone de manifiesto la definición de clase residual para determinar la equivalencia entre un "elemento" de Z_5 y un múltiplo escalar de una clase de éste.

Para finalizar, se presenta este modelo Modos de Pensar los Subespacios vectoriales de R^2, a la comunidad interesada en estas temáticas, para mostrar la importancia de mirar diferentes interpretaciones de un mismo concepto, que los aprendices podrían articular para evidenciar una comprensión profunda del concepto subespacio vectorial en R^2.

AGRADECIMIENTOS
La investigación presentada ha sido financiada parcialmente por CONICYT a través del Proyecto FONDECYT Nº 1180468.

Referencias

Artigue, M.; Chartier, G. & Dorier, L. (2000). Representation of other Research Works. In: J.-L. Dorier (Ed.), On the Teaching of Linear Algebra (pp. 247–264). Dordrecht: Kluwer.

Dorier, J.-L. (1999). On the Teaching of Linear Algebra. Mathematics Education Library. Dordrecht: Kluwer.

Dorier, J., Robert, A., Robinet, J. y Rogalski, M. (2000). The Obstacle of Formalism in Linear Algebra. En J. Dorier (Ed.), On the Teaching of Linear Algebra (pp. 85-124). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hillel, J. (2000). Modes of description and the problem of representation in linear algebra. In: JL. Dorier (Ed.), On the teaching of linear algebra (pp. 191–207). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Sierpinska, A., (2000). "On some aspects of students' thinking in linear algebra", in J.-L. Dorier (ed.), On the Teaching of Linear Algebra, 209-246. Dortrecht: Kluwer Academic.

Stake, R. E. (2010). Investigación con estudio de casos (5ª Ed.). Barcelona: Labor.

Weller, K., Montgomery, A., Clark, J., Cottrill, J., Trigueros, M., Arnon, I. & Dubinsky, E. (2002). Learning Linear Algebra with ISETL. Version. Disponible en http://homepages.ohiodominican.edu/~cottrilj/datastore/linear-alg/.

CB 052

ESTEREOTIPO DEL TRIÁNGULO. UNA PROBLEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DURANTE EL PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Nicole Esparza Grandón - Elizabeth Pérez Marivil- Macarena Valenzuela
Universidad Alberto Hurtado.

nicoles.3.6.v@gmail.com – eliizabeth.1994@gmail.com – mvalenzuelamolina@gmail.com

Errores, obstáculos y dificultades en la Enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

RESUMEN

La investigación centra el análisis en datos cuantitativos sobre la enseñanza - aprendizaje estereotipada del concepto y figura del triángulo, presentando diversos enfoques para mostrar dificultades y errores en la construcción de la idea de triángulo y cómo repercute en el aprendizaje del alumnado. Nuestro objetivo de investigación es visualizar las representaciones gráficas estereotipadas que presentan los niños y niñas de primero básico con respecto al triángulo, permitiendo evidenciar las dificultades y errores al responder un cuestionario sobre la clasificación de triángulos. Así, enfatizaremos que las representaciones estereotipadas del triángulo como figura geométrica provocan construcciones de un "único" tipo de triángulo.

Palabras clave: Representaciones, triángulo, características, lenguaje matemático, geometría.

ARGUMENTACIÓN Y ANTECEDENTES

Nuestra investigación está orientada a identificar y evidenciar los prototipos que los niños y niñas de primer ciclo construyen con respecto al concepto de triángulo, por lo tanto, la importancia radica en que identificar determinados prototipos nos permite comprender la generación de un aprendizaje parcializado, esto como consecuencia de la enseñanza de estereotipos con respecto al concepto y figura del triángulo. Luego, la representación gráfica estereotipada del triángulo en los procesos de aprendizajes de los y las estudiantes, ocasiona que los sujetos construyan un prototipo de figura en sus esquemas mentales que repercuten en conceptos erróneos los cuales trascienden en sus próximo niveles educacionales, provocando dificultad para comprender contenidos tales como Isometría en el plano; cálculo de área y perímetro; identificación de caras en cuerpos geométricos; composición y descomposición de polígonos en triángulos, entre otros.

En este sentido, y sustentado por la investigación de Scaglia y Moriena (2005), los antecedentes muestran que las imágenes conceptuales de los niños y niñas en ocasiones sólo incluyen los prototipos, los cuales son usados como un marco de referencia tal que otros ejemplos son juzgados por referencia de dicho prototipo inserto en el imaginario de los y las estudiante, esto como un todo o bien por referencia a los atributos propios del prototipo en lugar de la referencia a la definición matemática del concepto. Dichas situaciones las podemos evidenciar en nuestra experiencia de práctica en aula, ya que hemos observado algunas de estas problemáticas y el aprendizaje estereotipado de las figuras geométricas, en este caso el triángulo, visualizando que los alumnos:

Ante la presencia de una representación gráfica de un concepto (un dibujo), comparan esta representación con el modelo del concepto. Si el dibujo posee características visuales distintas a las del modelo, algunos alumnos no reconocen o rechazan esa representación gráfica sin analizar si responde o no a la definición del concepto. (Scaglia et al., 2005, p.106)

Antecedentes sobre dificultades y errores

Para Moriena y Scaglia (2003) se presentan dificultades al momento de identificar una figura geométrica cuando la representación gráfica mostrada a los alumnos difiere de la que ellos ven comúnmente en los libros de texto, en esta línea, las autoras expresan que durante el tratamiento de algunos conceptos geométricos en los niveles de escolaridad obligatorios, es muy común observar que los alumnos y las alumnas tienen dificultad para reconocer una figura geométrica cuando la representación gráfica que se presenta no es la estereotipada.

En relación con los antecedentes anteriores, los errores que Barrantes y Zapata (2008) identifican y resultan pertinentes considerar para el presente trabajo son, en su mayoría, causados por el empleo exclusivo del texto de estudio, y a la vez, la no utilización de otras variedades de recursos y materiales que amplíen el esquema conceptual del alumnado. En este sentido, se caen en errores de percepción, en donde para los autores es cuando:

A veces los alumnos tienen ideas erróneas que se desarrollan con el proceso de aprendizaje y que tienen incidencia durante varios cursos. Un ejemplo alusivo a estos distractores es la presentación de los triángulos isósceles con los lados iguales siempre más grande que el lado desigual y siempre apoyado sobre este lado. (Barrantes et al., 2008, p.61)

Por lo tanto, los autores consideran importante distinguir que algunos errores sobre la enseñanza-aprendizaje de los conceptos geométricos pueden haber sido generados en el mismo proceso de aprendizaje de estos. Además destacan que:

El error que se comete al considerar como figuras geométricas solamente aquellas que tienen un nombre común “oficial” pues se hace demasiada insistencia sobre la nomenclatura tradicional. (Barrantes et al., 2008, p.62)

Objetivo de investigación

El objetivo de esta investigación es visualizar las representaciones gráficas estereotipadas que presentan los niños y niñas de primero básico con respecto al triángulo, permitiendo evidenciar las dificultades y errores al responder un cuestionario sobre la clasificación de triángulos.

Metodología de investigación

Por una parte es necesario establecer que, de acuerdo a la naturaleza del estudio, la investigación reúne las condiciones de nivel exploratorio (Hernández, Fernández, Baptista, 2007), pues se ofrece un primer acercamiento de la problemática referente a la estereotipación del triángulo para obtener una visión general de esta realidad. La presente investigación permite aumentar el grado de familiaridad de un fenómeno relativamente desconocido: estereotipo del triángulo, un error en la enseñanza-aprendizaje durante el primer ciclo de Educación Básica. En resumen, esta investigación identifica las relaciones potenciales entre variables que permitan tratar el tema, estableciendo una visión tentativa para futuras investigaciones aún más rigurosas.

Por otra parte, es pertinente explicitar que esta investigación será cuantitativa pues la relación entre las variables es lineal y nos permitirá abordar los datos estáticos otorgándoles significados numéricos. En una investigación cuantitativa la objetividad es la única forma de alcanzar el conocimiento, por lo que utiliza la medición exhaustiva y controlada, intentando buscar la certeza del mismo (Hernández et al., 2007). En esta línea, el objeto de estudio debe ser un elemento singular empírico y debe existir relación de independencia entre el sujeto y el objeto, ya que el investigador tiene una perspectiva desde afuera. Así, el método de la presente investigación es Hipotético – Deductivo y se realizará en tres etapas generales:

En primer lugar, se diseña el instrumento de recogida de datos el cual permite que los alumnos y las alumnas clasifiquen una serie de triángulos entre “triángulos” y “no triángulos”. En segundo lugar, el instrumento de recogida de datos se aplica de manera individual a niños y niñas de primero básico. En este momento de la investigación consideramos que es importante dejar evidencia de las respuestas de los y las estudiantes, por lo tanto, cuando terminen de clasificar los triángulos entre “triángulos” y “no triángulos”, se tomarán fotografías de esta clasificación hecha por los niños y las niñas. Finalmente, en tercer lugar, se clasifica la evidencia obtenida en tres categorías: clasifica todas las figuras entregadas en la categoría “Es un triángulo”; clasifica solo el triángulo equilátero en la categoría “Es un triángulo” y clasifica solo los triángulos equilátero e isósceles en la categoría “Es un triángulo”.

Sujetos de estudio y contexto

Los sujetos en estudio son estudiantes de 1° año de educación básica de un colegio mixto en Chile, de la comuna de la Pintana. Tienen entre 6 y 7 años y cada curso de Primero básico, desde el A al D están compuestos aproximadamente de 40 estudiantes. Ellos tienen 8 horas pedagógicas de matemática a la semana, de las cuales solo dedican 2 horas pedagógicas de la semana para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Los sujetos en estudio fueron seleccionados por la oportunidad de estar trabajando con ellos en la práctica profesional.

Para la siguiente investigación, se pretende utilizar una actividad de clasificación como instrumento de recogida de datos. Como la población es demasiado extensa, nos centraremos en una muestra de 6 sujetos por cada curso del nivel, ya que, los primeros básicos están distribuidos desde el primero A al primero D, ante aquello consideraremos 6 sujetos al azar por cada curso, siendo 3 sujetos del sexo femenino y 3 sujetos del sexo masculino, teniendo una muestra final de 24 niños de los cuales se analizarán sus respuestas con el propósito de registrar y evidenciar cómo la enseñanza del triángulo, mediante un prototipo convencional, trasciende de manera generacional en los sujetos.

Instrumento de recogida de datos

El instrumento de recogida de datos que se le entregará a cada niño, consta de un set con diversas formas de triángulos (isósceles, equilátero, rectángulo, escaleno) y una hoja donde clasificarán estas figuras: Primera clasificación, no es triángulo y segunda clasificación, es un triángulo. Se analizarán y compararan los datos de forma cuantitativa en dos categorías, respuestas en base a esquemas mentales estereotipados y respuestas en base a esquemas no estereotipados.

Análisis y resultados

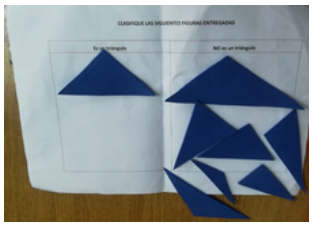
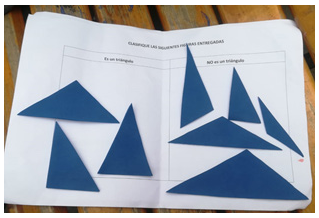
Categoría análisis	Participantes	Porcentaje (%)	Evidencia (imagen)
Clasifica todas las figuras entregadas en la categoría "Es un triángulo"	4	16,66%	
Clasifica solo el triángulo equilátero en la categoría "Es un triángulo"	11	45,83%	
Clasifica solo los triángulos equilátero e isósceles en la categoría "Es un triángulo"	9	37,5%	
Total	24	100%	

Tabla 1: Clasificación de Triángulos según categorías

Reflexiones

Con los datos del análisis cuantitativo realizado para la presente investigación, podemos observar que el 45,83% presenta una representación estereotipada con respecto al triángulo equilátero. Aquello, como es mencionado por Barrantes, López y Fernández (2015), puede estar ocasionado por el material utilizado por los docentes, como por ejemplo, los libros de textos del estudiante donde se presentan limitadas formas de representación con respecto a las figuras geométricas, derivando que los estudiantes sólo visualicen un tipo de figural al cual atribuyen ciertas propiedades, las cuales no varían en el transcurso de la progresión del texto, conllevando a que los sujetos no logren asimilar un nuevo conocimiento con respecto al tema, formando conceptos erróneos. Luego, un 37,5% de los estudiantes considera, aparte del triángulo equilátero, como "un triángulo" al triángulo isósceles. Basándonos en el análisis de los datos, esta particularidad ocurre únicamente si aquel triángulo isósceles mantiene una gran semejanza figural con respecto al triángulo equilátero. Al cambiar sus dimensiones drásticamente, y por ejemplo, presentar un triángulo isósceles con una base pequeña y más puntiagudo, los estudiantes no clasificarán aquella figura en "Es un triángulo". Con lo anterior, el 83,33% de los estudiantes presentan representaciones estereotipadas con respecto a los triángulos y solo el 16,66% de los estudiantes, lo cual claramente es una minoría, logra comprender tanto el concepto y figural del triángulo, clasificando correctamente las figuras entregadas. Ante aquella situación, podemos evidenciar como la enseñanza - aprendizaje de los estudiantes es limitada por estereotipos presentados constantemente en los procesos de aprendizajes, provocando que surjan dificultades y errores que trascienden en

el proceso educativo del alumnado.

Conclusiones

La presente investigación nos permitió evidenciar las dificultades y errores que se producen en la enseñanza estereotipada del triángulo. Consideramos los datos analizados como un aporte para futuras investigaciones, enfatizando que estas evidencias permitirán reenfocar las prácticas pedagógicas que los docentes están implementando hoy en día en las instituciones escolares. Como es mencionado por Barrantes et al. (2008) las estereotipaciones se pueden presentar en otras actividades durante la transición de los procesos de aprendizajes, los cuales interferirán en la construcción de un nuevo conocimiento, ya que, el sujeto no será capaz de desconstruir las concepciones que mantiene con respecto a las figuras geométricas estereotipadas. Así, la explicación del docente ante aquellos errores no será suficiente si los estudiantes no se enfrentan a situaciones desafiantes, mediante la reflexión y comprobación, reconociendo de esta manera la inconsistencia de sus concepciones y representaciones gráficas estereotipadas, erradicando los prototipos instaurados e internalizando las propiedades conceptuales y figúrales presentadas correctamente mediante la utilización de diversos materiales no limitado al libro del estudiante:

En los primeros cursos de primaria se forma y asienta el prototipo de triángulo en la mente del niño, a partir de la experiencia y los ejemplos que se le han mostrado (Gutiérrez & Jaime, 2012). Este prototipo sirve como referencia con la que se compara un objeto para determinar si es o no un triángulo. Entre las características del prototipo de triángulo podemos citar: tener una base horizontal, un eje de simetría y un tamaño apreciable (Scaglia & Moriena, 2005). Si queremos una construcción completa del concepto de triángulo debemos dotar de herramientas la enseñanza que permitan superar la presentación de ejemplos estereotipados que construyan un prototipo cerrado y que suponga un obstáculo para aprendizajes posteriores. (Arnal-Bailera y Guerrero, 2016, p. 41)

Cabe mencionar, finalmente, que se debe concientizar la relevancia que aquel conocimiento errado genera en el proceso de aprendizaje, pues esto generará que los docentes brinden a sus educandos una gama más amplia de representaciones gráficas sobre figuras geométricas, en particular del Triángulo. En consecuencia, la enseñanza - aprendizaje desde los primeros niveles de escolaridad, con un lenguaje matemático pertinente, se ocacionarán cambios sustanciales en la comprensión del conocimiento con la utilización de nuevas estrategias significativas que permitan un desarrollo óptimos en las representaciones gráficas generadas por los y las estudiantes desde lo conceptual y figural.

Referencias

Arnal-Bailera, A., y Guerrero. B. (2016). Construyendo una idea no estereotipada de triángulo con GeoGebra en Primero de Primaria. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo, ISSN 2237- 9657, v.5 n.1, pp 39- 51.

Barrantes, M., y Zapata M. A. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. Campo Abierto, 27(1), 55-71.

Barrantes, M., López, M., y Fernández, M. A. (2015). Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. PNA, 9(2), 107-127.

Hernández, S., Fernández, C., Baptista, L. (2007). Fundamentos de metodología de la investigación. Madrid (España): McGraw Hill.

Moriena, S., y Scaglia, S. (2003). Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría. Educación Matemática, 15(1), 5-19.

Scaglia, S., y Moriena, S. (2005). Prototipos y estereotipos en geometría. Educación Matemática, 17 (3), 105-120.

CB 053

VARIEDADES DIDACTICAS MATEMATICAS: ANALIZANDO LA FUNCION LINEAL

Pamela Valencia, Álvaro Poblete
Universidad de Los Lagos
Chile

pameval@live.cl, apoblete@ulagos.cl
Didáctica del Algebra

RESUMEN

Análisis de las Variedades Didácticas Matemáticas como un marco de referencia para dar respuesta a la pregunta cómo aprenden nuestros estudiantes, cuáles son sus dificultades, o sus facilitadores en los procesos de aprendizaje. Las V.D.M. utilizan a la resolución de problemas como base para generar tipos de problemas que utilizan la variedad, los registros de expresión y los contextos. El objeto función lineal, tiene al menos seis V.D.M, cuatro registros de expresión y seis contextos, lo cual define un banco de problemas, con los cuales se pueden caracterizar facilitadores u obstaculizadores del proceso de aprendizaje.

Palabras clave: Resolución de problemas; función lineal, Variedades Didácticas, estrategias

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

El concepto matemático función lineal, y su evolución histórica son necesarias pues el marco teórico que se utilizó en esta investigación son Variedades Didácticas Matemáticas, que utilizan dominios de conocimientos limitados por lo marcos de referencia históricos en la construcción de las situaciones problemas que debieron resolver los alumnos sobre función. Además de la historia del conocimiento matemático utilizado, se necesita definir las representaciones del concepto. Janvier en 1987 (citado Font, Funciones, 2011) considera que las representaciones asociadas al concepto de función se pueden clasificar en cuatro clases: 1) Expresión Verbal, 2) Expresión simbólica, 3) Tabla de Valores, 4) Gráfica.

Los cambios de representación facilitan o dificultan la tarea en el estudiante, por lo tanto, se considera que las conversiones y tratamientos entre ellas son fundamentales para su enseñanza y aprendizaje (Duval, 1999 y 2004). Como existen para la funciones cuatro registros, esto también supone una serie de conflictos cognitivos (Font, 2011) reportados en la literatura que describen problemas con la conversión (Duval, 2006) y con el tratamiento. Considerando los problemas de conversión, las investigaciones consultadas muestran dos tipos, las de conversiones múltiples y las que abordan desde un registro específico hacia otro, aunque como lo muestra la literatura, por lo general se utiliza más de un registro, pero finalmente como conclusión, el más utilizado es el algebraico, y es precisamente porque se enseña privilegiándolo. Investigaciones que involucran registros múltiples, (Lesh, Post, & Behr, 1987; Bal, 2015; Valencia, Ojeda, Jiménez, & Cisternas, 2016). Literatura que convierte de un registro a otro y las dificultades para reconocer el objeto matemático, desde algunas de ellas. (Guzmán R, 1998; Duval, 2006; Flores, Chi Chablé, Canul Pech, Cantú Interián, & Pastor Solache, 2009; Rojas, 2012; Morales Martínez, 2013; Bal, 2015; Rahmawati, Purwanto, Subanji, Hidayanto, & Anwar, 2017), también existen dificultades en el tratamiento dentro de un mismo registro (Duval, 2006; Valencia, Ojeda, Jiménez, & Cisternas, 2016).

Al utilizar V.D.M. es necesario investigar sobre los contextos, pero en los últimos años, se ha empezado a cuestionar, primero se plantea que la matemática debe contextualizarse para ser aprendida, el problema ahora es el exceso de contextualización, o "contextualizar por contextualizar" (Beswick, 2011) sin embargo hay que definir entonces que es un contexto, para Poblete, Guzmán y Mendéz (1996) el contexto "tiene relación con el ámbito que da contenido a la situación problema planteado", para Ramos y Font (2006) los contextos pueden ser intra y extramatematicos. Por otra parte Beswick (2011), señala que es importante considerar que no solo porqué una tarea matemática sea contextualizada el alumno la resolverá sin ningún problema, para esta autora, los contextos se introducen para que el alumno trabaje en matemáticas, considerando la motivación, y esperando involucrar a los estudiantes.

Se han encontrado en la literatura, diferentes autores que han propuesto estrategias para resolver problemas, desde Pólya con sus heurísticas, pero la pregunta es, existirá una estrategia para conocer las acciones que realiza un resolutor cuando se enfrenta a un problema, y el porqué de sus decisiones. En las investigaciones consultadas (Arteaga Palomares & Guzmán Hernández, 2005, Poggioli, 1999, Pérez & Ramírez, 2011), se caracteriza lo que se puede observar en las acciones del resolutor, pero no se informan las razones de tales decisiones, algunos autores que menciona Poggioli (1999) lo atribuyen a que el sujeto lo hace de forma inconsciente, o que ejecuta sin reflexionar sobre su actuar, y por lo tanto desconoce si la estrategia elegida lo llevará finalmente a resolver el problema.

Marco teórico

El término Variedad Didáctica Matemática (VDM) se define como "una situación de aprendizaje asociada a la matemática, construida como variables didácticas las situaciones problema, los contextos y registros de expresión" (Poblete, Guzmán, & Méndez, 1996). Como indican los autores, las variedades aproximan un modelo a través de la proposición de diferentes problemas.

Las Variedades Didácticas Matemáticas a utilizar según el objeto matemático función, basadas en las Variedades encontradas en la tesis de Yocelyn Parra (2015) son: 1) La función como correspondencia, 2) La función como

relación entre magnitudes, 3) La función como representación gráfica, 4) La función como expresión analítica, 5) La función como representación arbitraria, 6) La función a partir de la Teoría de Conjuntos.

Las variables didácticas a considerar son las situaciones problema, los registros de expresión y los contextos

Los registros de expresión, desde una perspectiva semiótica está constituido por signos que se asocian para formar sistemas de signos más complejos de manera interna y externa, la primera según lazos de contextos y pertenencia de la misma red semántica y la segunda las reglas de combinación de signos en expresiones o situaciones.

Estos registros llevarán precisamente a la formación de una representación de un objeto matemático, estos registros pueden ser gráficos, algebraicos, simbólicos, de tabulaciones, lenguaje (verbal, escrito) (Poblete, Guzmán, & Méndez, 1996).

Los registros corresponderán a la función lineal: 1) Registro gráfico: está constituido por los signos que conforman un sistema de referencia cartesiano. 2) Registro Algebraico: está constituido por los signos que expresan las ecuaciones en IR, y por el simbolismo elemental de expresión matemática. 3) Registro de tabulaciones: está constituido por las tablas de valores. 4) Registro de lenguaje natural: está compuesto por los signos con que se expresa el lenguaje materno de comunicación natural.

Los sistemas semióticos, han de permitir que se cumplan las tres actividades cognitivas inherentes a toda representación. Primero, constituir una marca o conjunto de marcas perceptibles que sean identificables como una representación de alguna cosa en un sistema determinado. Segundo, transformar las representaciones de acuerdo con las únicas reglas propias al sistema, de modo que se obtengan otras representaciones que puedan constituir una ganancia de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales. Tercero, convertir las representaciones producidas en un sistema de representaciones en otro sistema, de manera tal que éstas últimas permita explicitar otras significaciones relativas a aquello que es representado..

Se deben distinguir dos clases de transformaciones de representaciones semióticas: la conversión y el tratamiento, en las primeras investigaciones de Duval se hacía énfasis en la importancia de la conversión y se abandonó las dificultades presentadas por el tratamiento, sin embargo lo define como: "Un tratamiento es una transformación que se efectúa en el interior de un mismo registro, aquel en que son utilizadas las reglas de funcionamiento: un tratamiento, pues, no moviliza más que un solo registro de representación" (Duval, Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales, 1999, pág.31) y en el año 2006 (Duval, Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación), se define tratamiento como "la clase específica de transformación que requiere cambiar el sistema semiótico usado mientras una actividad matemática se comienza o está en proceso" (pág. 145), retomando que en el tratamiento también existe una dificultad cognitiva de comprensión subyacente al objeto y la red semántica a la cual pertenece.

"Los contextos tienen relación con un ámbito de contenido a la S.P. planteada. Estos hacen referencia al campo de conocimiento o de aplicación de la situación propuesta desde la perspectiva de la representación", (Poblete, Guzmán, & Méndez, 1996).

En el artículo de Díaz & Poblete (1998), se señalan los tipos de problemas y sus características, estos permiten una clasificación según su naturaleza, en rutinarios y no rutinarios, y los problemas rutinarios a su vez se clasificarán en contexto real, realista, fantasista y puramente matemático.

Las estrategias

Cuando un estudiante resuelve un problema en matemáticas, utilizará todo el bagaje adquirido hasta ese momento

en cuanto a métodos y técnicas para resolver el problema. Bruner citado en el artículo de Rizo y Campistrous (Rizo Cabrera & Campistrous Pérez, 1999) considera que el término estrategia hace referencia a un patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para lograr ciertos objetivos, es decir, para asegurarse que se den ciertos resultados y no se produzcan otros.

Pogliolli (1999), señala que las estrategias para resolver un problema se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos y obtener una solución (p.26).

De las definiciones expuestas con anterioridad, en esta investigación se utilizará "estrategia" como los procesos y las acciones que realiza un resolutor para alcanzar un resultado final, siendo los procesos internos y las acciones externas.

Las acciones serán externas, pues se observa el quehacer del resolutor en lo que transcribe para resolver un problema, estas acciones pueden ser conversiones desde un registro a otro y tratamientos en el mismo registro, estas acciones son medibles y cuantificables.

Por otra parte, los procesos son internos, son los pensamientos que anteceden a la acción y por lo tanto son internos, no es posible observarlos a menos que el resolutor los verbalice o los relate durante el proceso de resolución de un problema. Son estos procesos los que se deberán intervenir para que el resolutor alcance una meta, puesto que si solo nos limitamos a observar las acciones, no se alcanza a identificar la estrategia utilizada por el resolutor, es en este caso la estrategia presenta dualidades, puesto que un problema para un sujeto será de fácil resolución y su estrategia se reducirá sólo a acciones, pues los procesos ya estarían verificados y aceptados por el resolutor, por lo tanto, no existirían más allá de las acciones. Para otro sujeto o sujetos el mismo problema necesitará de una serie de procesos y no así de acciones concretas, pues el resolutor tendrá ciertos conocimientos aislados, pero no será capaz de ordenarlos y equilibrarlos para lograr resolver el problema, entonces los procesos deberán ser intervenidos por el profesor, para que el sujeto pueda realizar las acciones que correspondan o que él necesite para continuar con la resolución de la situación problema planteada.

Marco metodológico

Esta investigación se llevará a cabo a través del estudio de casos multiples, donde cada situación problema será un caso, y se revisarán los grupos a los cuales se le aplico ese problema y se triangularán sus resultados, comparando cada problema con los resultados esperados de los pilotos aplicados.

Reflexiones finales

Cada vez que se presenta a los alumnos un problema, este necesariamente estará compuesto por una V.D.M, el análisis que se realiza es para obtener facilitadores del aprendizaje. El registro tabular y gráfico han sido las conversiones que con más frecuencia utilizan los resolutores, por lo tanto actúan como facilitadores, por el contrario los registros gráficos como registro de partida obstaculizan el aprendizaje, y los contextos no rutinarios es donde se obtiene un menor éxito en la resolución de problemas.

Considerando que cada VDM tiene sus propias dificultades dependiendo del registro y el contexto, también al utilizar más de una variedad, como la función como relación entre magnitudes y la función como representación algebraica, el estudiante tendrá al menos dos acercamientos al objeto función, lo cual determinara a su vez los registros y los contextos facilitadores.

Referencias

Arteaga Palomares, J., & Guzmán Hernández, J. (2005). Estrategias utilizadas por alumnos de quinto grado para resolver probelmas verbales de matemáticas. Educación Matemática, 17, 5 - 31.

Beswick, K. (2011). Putting context in context: an examination of the evidence for the benefits of "contestualised" taks. International Journal of Science and Mathematic Education(9), 367 - 390.

Duval, R. (1999). Conversion et articulation des représentations analogiques: séminaire. IUFM, Direction de la recherche & du développement. IUFM. Francia.

Duval, R. (2004). Los Problemas Fundamentales en el Aprendizaje de las Matemáticas y las Formas Superiores del Desarrollo Cognitivo. (I. d. Pedagogia, Ed.) Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de La RSME, 1(9), 143 - 168.

Flores, C. D., Chi Chablé, A. G., Canul Pech, E. R., Cantú Interián, C. A., & Pastor Solache, C. G. (2009). De las descripciones verbales a las representaciones graficas. El caso de la rapidez de la variación en la enseñanza de la matemática. Revista Iberoamericana de Educación Matemática(18), 41 - 57.

Font, V. (2011). Funciones. (E. J. Goñi, Ed.) Matemáticas.Complementos de formación disciplinar, 145 - 186.

Guzmán R, I. (1998). Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 1(1), 5 - 21.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning an Problem Solving. En Problems of Representations in the Teaching an Learning of Mathematics (págs. 33 - 40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum: In C. Janvier.

Morales Martínez, Z. E. (2013). Análisis de las transformaciones semióticas en el aprendizaje de la función logarítmica. VII CIBEM, (págs. 1037 - 1044). Montevideo.

Parra, Y. (2015). Significados pretendidos por el currículo de matemáticas chileno sobre la noción de función. Osorno, Chile.

Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metolológicos. Revista de Investigación, 35(73).

Poblete, A., Guzmán, I., & Méndez, C. (Junio de 1996). Variedades Didácticas Matemáticas. Zeteiké, Campinas, 4(5), 89 - 98.

Poggioli, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas. Serie enseñando a aprender. Caracas: Fundación Polar.

Rahmawati, D., Purwanto, Subanji, Hidayanto, E., & Anwar, R. B. (2017). Process of Mathematical Representation Traslation from Verbal into Grafic. IEJME - Mathematics Education, 12(4), 377 - 381.

Ramos, A. B., & Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prostettiva ontosemiotica. La Matematica e la sua didattica(4), 535 - 556.

Rizo Cabrera, C., & Campistrous Pérez, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 2(2 - 3), 31 - 45.

Rojas, P. (2012). Sistema de representación y aprendizaje de las matemáticas. Revista digital matemática, Educación e internet, 12(1).

Valencia, P., Ojeda, L., Jiménez, A., & Cisternas, A. (2016). Diseño de problemas en contexto y diferentes representaciones. XX Jornadas Nacionales de Educación Matemática, 20, págs. 436 - 438. Valparaíso.

CB 054

PROCESO DE RESIGNIFICACIÓN DEL NÚMERO COMPLEJO COMO MODELO DE CUANTIFICACIÓN EN ESTUDIANTES DE TÉCNICO EN ELECTRICIDAD.

Patricia Fuentes Acevedo, Fabián Quiroga Merino.
Universidad de Concepción.

patriciafuentes@udec.cl, fquiroga@udec.cl

Matemáticas en otras disciplinas

RESUMEN

Esta investigación en desarrollo surge desde la dificultad que presentan técnicos eléctricos en formación en el trabajo con números complejos al tratar con fenómenos asociados a Corriente Alterna. Mediante un estudio de caso, se busca contribuir a la resignificación de dicho objeto matemático, para lo cual, en primera instancia se ha caracterizado la práctica social de modelación de fenómenos eléctricos utilizando el número complejo, desde la Socioepistemología. A partir de aquello se diseñó y aplicó una Situación Específica que ha permitido gatillar el inicio de un proceso de resignificación en los estudiantes concibiendo al número complejo como modelo de cuantificación.

Palabras clave: Número complejo, Enseñanza técnico-profesional, Socioepistemología

INTRODUCCIÓN

En Chile, el Sistema Numérico Complejo forma parte del Programa de Estudio, en el eje de Números, del penúltimo año de la educación obligatoria y también de las primeras asignaturas de matemática de carreras de pregrado y de Educación Técnico Profesional, mas en términos generales e independiente del nivel educativo en que se trabaje, el proceso de enseñanza asociado a los números complejos está principalmente centrado en procedimientos algebraicos mecanizados, rompiendo la esencia de número transversal a los demás Sistemas Numéricos y dejando de lado el sentido numérico que le es propio. Existe una algoritmización común que se da en algunos contextos para el trabajo con números complejos, lo que podría asociarse a la idea que plantea el matemático Timothy Trudgian (2009), quien concluye que "ciertamente, un número complejo no es tangible" (p. 62) luego de proponer un modelo de brújula o number compass para la introducción de los números complejos. Pero la afirmación de Trudgian no es totalmente cierta, ya que existen fenómenos eléctricos asociados a Corriente Alterna (CA) en los que, para su cuantificación, se requiere el uso del número complejo, siendo éste el objeto matemático que lo modela correctamente. Si bien este tratamiento es bastante específico, existen comunidades que desarrollan y utilizan en sus actividades cotidianas la modelación mediante el número complejo.

DESARROLLO

Antecedentes

Teniendo en consideración que sus alumnos posteriormente trabajan con dichos fenómenos eléctricos, Maumary, C. y Maumary, M. E. (2015), docentes de una Escuela Industrial Superior de Argentina, describen el desarrollo de la unidad de números complejos dentro del curso de Matemática III, mostrando un intento por incluir el contexto eléctrico en la asignatura mediante actividades posteriores a la conceptualización tradicional. Sin embargo, en este artículo no se profundiza en sustentos teóricos de la didáctica de la matemática que respalden las decisiones tomadas por las docentes y tampoco se muestran resultados posteriores a la aplicación de estas actividades. Por otra parte, en Chile, Bustos y Mella (2016) entregan un diseño de actividades en que se aborda la enseñanza de los números complejos en la especialidad de electricidad y electrónica de un Liceo Técnico Profesional, las que a pesar de no haber sido aplicadas, constituyen una valiosa aproximación a relacionar las dos disciplinas con el objetivo de mejorar la comprensión de los estudiantes.

El contexto eléctrico se configura como uno privilegiado para dotar al número complejo de su esencia numérica, en cuanto este objeto matemático se trabaja asociado a una magnitud en el marco de la cuantificación de fenómenos asociados a la Corriente Alterna, por lo que se llevó a cabo una primera fase exploratoria observando clases de la asignatura de Electrotecnia II de la carrera de Técnico Universitario en Electricidad de la Universidad Técnica Federico Santa María (UTFSM), Sede Concepción. En estas clases se identificaron indicios de que existen prácticas por parte de los docentes, que significan al número complejo a través de su utilización en la modelación del fenómeno eléctrico, otorgándole el sentido de número que le es propio en cuanto lo construyen desde la cuantificación de un fenómeno eléctrico. A pesar de estar insertos en este contexto privilegiado, se observó que los estudiantes no se apropian inmediatamente del significado en uso del número complejo y tienen dificultades al enfrentarse tanto al análisis como a la cuantificación de los fenómenos eléctricos sin la guía del profesor.

Los docentes también señalan que, históricamente, la utilización del objeto matemático de número complejo que realizan estos estudiantes es deficiente y obstaculiza el trabajo que deben realizar en la cuantificación de los fenómenos eléctricos asociados a corriente alterna. Sin embargo, dicha situación no es exclusiva de los estudiantes de Electrotecnia II, sino que diferentes autores han intentado establecer relaciones y entender las dificultades generalizadas en el trabajo con números complejos: Martínez y Antonio (2009) buscaron alternativas factibles para construir un significado y, basándose en su desarrollo histórico, conciben al número complejo como un elemento unificador entre el grado de una ecuación y sus soluciones. Luego de aplicar sus actividades concluyen que los alumnos construyen un significado que se reduce al plano operativo. Distéfano, Aznar y Pochulu en 2012, presentan una investigación

acerca de los errores que cometen alumnos de Ingeniería cuando usan las representaciones aritmético-algebraica y geométrica-vectorial de los números complejos, bajo el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento, concluyendo que este último registro constituye una mayor dificultad para los estudiantes.

Considerando todo lo anterior, y dado que en la formación de los Técnicos en Electricidad la comprensión acabada de los fenómenos asociados a la corriente alterna es trascendental, es que se plantea como Objetivo General de esta investigación "Contribuir a la resignificación del número complejo en estudiantes de Electrotecnia II de la carrera Técnico Universitario en Electricidad", y como objetivos específicos: "Caracterizar la práctica social para el número complejo desde la modelación de los fenómenos eléctricos asociados a Corriente Alterna", "Diseñar y aplicar una Situación Específica en el curso de Electrotecnia II, en base a la práctica social del conocimiento de número complejo identificada en el contexto eléctrico, que permita contribuir a la resignificación del número complejo", y finalmente "Identificar y describir los indicios de resignificación del número complejo en las producciones de los estudiantes de Electrotecnia II".

Sustento Teórico

La presente investigación se plantea desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), para la cual, las prácticas sociales son la base del conocimiento y generadoras de este, dando sustento y orientación a una construcción social del conocimiento matemático (Cantoral, Reyes-Gasperini & Montiel, 2014). En la Socioepistemología existen 4 principios, siendo el eslabón fundamental para el funcionamiento de la teoría el principio normativo de la práctica social, este es explicado por Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel en 2014, señalando que acciones, actividades, prácticas, práctica de referencia y práctica social, se articularán uno detrás de otro para lograr la construcción social del conocimiento, permitiendo la intervención y transformación de los procesos didácticos con el objetivo de favorecer dicha construcción.

Zaldívar et al. (2014) señalan que el énfasis en las investigaciones socioepistemológicas está en "modelar el papel de la práctica social como generadora de conocimiento matemático" de modo que se diseñen y propongan situaciones específicas, con lo cual será posible intervenir en el sistema didáctico, a través, por ejemplo, de la resignificación. Es esa línea la que guía este estudio, en donde a partir de la práctica social de modelación con números complejos para fenómenos eléctricos asociados a Corriente Alterna, se ha diseñado una Situación Específica que busca dar inicio a un proceso de resignificación de este objeto matemático en los estudiantes de Técnico Universitario en Electricidad, interviniendo en el sistema didáctico de la asignatura de Electrotecnia II.

Respecto al contexto eléctrico, la Primera Ley de Kirchhoff indica que al medir la Intensidad de corriente total en un circuito en paralelo, esta coincidirá con la adición de las Intensidades medidas en cada una de las cargas conectadas en el circuito. Sin embargo, si se considera un circuito en paralelo conectado a una fuente de Corriente Alterna (CA), con una carga de tipo resistiva y otra de tipo inductiva, por ejemplo, al realizar la adición de las Intensidades de corriente de cada una de ellas no coincidirá con la Intensidad total del circuito, incongruencia que ocurre porque se está intentando modelar el fenómeno eléctrico mediante números reales, objeto matemático que no lo representa correctamente. Si consideramos una representación fasorial, la Intensidad de corriente de la carga resistiva está en igual dirección y sentido que el voltaje de dicha carga, pero para el caso de la carga inductiva, la Intensidad experimenta un desfase respecto al voltaje, por lo tanto, la adición de las corrientes se debe realizar con un método adecuado, como el del paralelogramo. Lo que ocurre posteriormente es que en la cuantificación y tratamiento de este fenómeno eléctrico se debe realizar operatoria aditiva y multiplicativa, para lo que la utilización de la representación fasorial se vuelve ineficiente y es entonces cuando surge la necesidad de emplear otro objeto matemático que modele el fenómeno de forma correcta y que permita una mayor fluidez en el trabajo, siendo éste el número complejo, en su representación polar en primera instancia y luego transitando hacia la representación canónica.

La observación de clases en las que se trabajó con los fenómenos eléctricos en cuestión permitió analizar la forma en la que dicha comunidad de conocimiento utiliza el objeto matemático número complejo, y al complementar

aquello con un análisis histórico-epistemológico del contexto eléctrico, fue posible realizar la caracterización de una práctica social que permita generar el conocimiento de número complejo y que dio sustento al diseño de la Situación Específica:

Acción: Tratamiento de circuitos conectados a fuente de Corriente Alterna.
Actividades: Dicha manipulación en contextos de la cotidianeidad del técnico eléctrico.
Práctica: Cuantificación de la Intensidad de Corriente o el Voltaje en circuitos RL – RC – RLC en configuraciones serie, paralelo y mixto.
Práctica de referencia: Utilización del número complejo para representar una cantidad.
Práctica social: Utilización del número complejo como un modelo de cuantificación de este tipo de fenómenos, el que permite llevar a cabo eficientemente la operatoria que se requiera.

Metodología

La presente investigación se enmarca en el paradigma Cualitativo, y corresponde a un Estudio de Caso ya que se trabaja con las dos secciones de la asignatura de Electrotecnia II, siendo 34 alumnos los sujetos de estudio. La implementación de la Situación Específica se registró audiovisualmente, y se recolectaron las producciones escritas de los estudiantes en guías de trabajo. Se busca caracterizar los indicios de resignificación, entendiéndola como un proceso, para lo que se realizará triangulación de la información recolectada mediante las grabaciones mencionadas, la aplicación de un cuestionario y una entrevista semiestructurada a algunos informantes seleccionados convenientemente, utilizando así fuentes de información primarias.

Resultados preliminares

Las primeras revisiones del material audiovisual recolectado en la aplicación de la Situación Específica dan cuenta de que los estudiantes se involucran con las actividades, experimentando una forma de trabajo nueva para ellos, que los expone a la necesidad de representar correctamente las magnitudes de voltaje e intensidad de corriente.

En la primera clase, trabajando por equipos, registran los valores entregados por los Voltímetros/Amperímetros e intentan sin éxito comprobar la Primera y Segunda Ley de Kirchhoff respectivamente, lo que los llevó a cuestionar lo que estaba sucediendo desde distintas perspectivas, surgiendo desde ellos hipótesis como la calidad deficiente de los instrumentos de medición, el contraste entre los valores teóricos y empíricos, o la veracidad de las mediciones registradas por el representante del grupo que manipuló el circuito. Sin embargo es en la segunda clase en que, a través de las actividades e interrogantes planteadas en la guía, se constata que mediante la discusión interna en los grupos los sujetos advierten que no han considerado toda la información:

Estudiante 1: “Ya entonces, al transcribir las tensiones tendríamos que agregarle el ángulo de desfase por cada carga, ¿cierto?”
Siendo luego capaces de asociar aquella información disponible a la representación del número complejo en forma polar, apoyados por la gestión del docente mediante preguntas.
En la tercera y última sesión, continúan el trabajo transformando los valores registrados en forma polar a forma canónica para finalmente comprobar la Ley de Kirchhoff correspondiente a cada circuito (serie o paralelo) mediante la adición de números complejos.

CONCLUSIONES
De acuerdo a lo anterior, los estudiantes han iniciado un proceso de construcción de un nuevo significado del número complejo el que, a diferencia de lo trabajado anteriormente en la asignatura de Matemática I (semestre I-2018), ahora se concibe como un modelo de cuantificación apropiado al fenómeno eléctrico analizado en las tres sesiones de trabajo.

Actualmente el cuestionario para los alumnos está siendo sometido a proceso de validación de expertos para ser aplicado en las próximas semanas, se proyecta que esto permitirá recolectar indicios de resignificación del número complejo posteriores a la aplicación de la Situación Específica, para luego profundizar en algunas de esas producciones mediante entrevistas y contrastar aquello con lo observado en las grabaciones de clase, logrando así una visión holística de cómo este proceso de resignificación se configura en el marco de una construcción social del conocimiento matemático.

Referencias

Bustos, R. & Mella, B. (2016). Diseño de actividades para complementar la enseñanza-aprendizaje de números complejos en 3°em de la especialidad de electricidad y electrónica en establecimientos de educación técnico profesional. Concepción, Chile.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(3), 91-116.

Distéfano, M. L., Aznar, M. A. & Pochulu, M. (2012). Errores asociados a la representación geométrica-vectorial de números complejos: un análisis ontosemiótico. Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN, 30, 61-80.

Martínez, G. & Antonio, R. (2009) Una construcción del significado del número complejo. Revista electrónica de investigación en educación en ciencias, 4(1), 1-9.

Maumary, C. y Maumary, M. E. (2015). Las tribulaciones que generan los números complejos en nuestros alumnos y en nosotros, los docentes. Actas IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de La Plata.

Trudgian, T. (2009). Introducing Complex Numbers. Australian Senior Mathematics Journal, 23(2), 59-62.

Zaldívar, D., Cen, C., Briceño, E., Méndez, M., & Cordero, F. (2014). El espacio de trabajo matemático y la situación específica de la matemática funcional: un ejercicio de diálogo. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME, 17(4), 417-436.

CB 055

LA TENDENCIA DE ESTUDIANTES HACIA EL USO DE LA SIMETRÍA DE LA PARÁBOLA PARA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA RUTINARIO SOBRE FUNCIÓN CUADRÁTICA

Pedro A. Córdova, Juan P. González, Patricia I. Rojas, Gabriel F. Torres.
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

cordova.pedro@gmail.com, profesorjuanpablogonzalez@gmail.com, patriciarofo@gmail.com, Gabriel.torresmayorga@gmail.com

.
Formación de Profesores e Investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

El presente reporte contiene los resultados y el análisis de desempeño de estudiantes secundarios (15 a 17 años) de la Región Metropolitana, enfrentados a un problema rutinario que involucra al objeto matemático función cuadrática. Dicho análisis se enfoca en los procesos, estrategias y argumentos que emergieron en sus desarrollos. Las evidencias revelan que los estudiantes recurrieron a la elaboración de esquemas, representaciones gráficas y a utilizar la simetría de la función, siendo ésta última la más frecuente en el grupo de estudio.

Palabras clave: Función Cuadrática, Procedimiento, Estrategia, Argumento.

INTRODUCCIÓN

En las carreras universitarias ligadas con matemática, los cursos técnicos y profesionales –como informática e ingeniería– integran en sus planes y mallas asignaturas como álgebra y cálculo, destinados a desarrollar en los estudiantes las competencias físicas y matemáticas ideales para un adecuado desempeño profesional.

Es en este contexto que el estudio de funciones juega un rol fundamental. Dada la versatilidad que estas poseen, es posible utilizarlas para resolver problemas de diversa índole tanto en el campo técnico como científico.

En particular las funciones cuadráticas son un objeto de estudio que se aborda desde la enseñanza secundaria y tiene usos en varios ámbitos, como en mediciones de caudal, o al relacionar la corriente eléctrica con la producción de calor. Su estudio tiene un significativo valor para todo estudiante que en el futuro accederá a carreras que están más ligadas con la matemática, pues sienta las bases para la resolución de problemas reales a partir de funciones. Es en este contexto que el estudio de funciones juega un rol fundamental. Dada la versatilidad que estas poseen, es posible utilizarlas para resolver problemas de diversa índole tanto en el campo técnico como científico. Esto es respaldado por Palmero y Rodríguez (2006), quienes señalan que "no podemos ignorar la relevancia que tienen las funciones cuadráticas, no solo en nuestra disciplina, sino en muchas otras en las que el tratamiento de estas se hace indispensable, como por ejemplo la física, la química u otras" (p. 1).

Desde la enseñanza secundaria se hace hincapié en la necesidad de apropiar la función cuadrática como herramienta para resolver problemas de diverso tipo. En la segunda unidad del Programa de Matemática de segundo medio 2018, el primer objetivo declara que los estudiantes deben "reconocer la función cuadrática en situaciones de la vida diaria y en otras asignaturas" (Ministerio de Educación de Chile, 2018, p. 96).

De todo lo anterior es posible concluir dos cosas: Primero, el aprendizaje óptimo de la función cuadrática es útil y necesario para quien ingrese a carreras asociadas a la matemática. Segundo, la función cuadrática sirve para abordar problemas reales y así es como conviene estudiarlas. Cabe preguntarse, sin embargo, ¿Qué procedimientos, estrategias y argumentos emergerán cuando se enfrente este tipo de problemas?

Para responder a esta pregunta, se ha desarrollado un problema de aplicación sobre función cuadrática, orientado a identificar aquellos procedimientos, estrategias y argumentos desplegados, con el fin de determinar si estos permiten resolver problemas diferentes o solo se remiten a un proceso mecánico.

Desarrollo

Para este estudio se elaboró un problema rutinario sobre función cuadrática, el cual se aplicó un grupo de 12 estudiantes, provenientes de cuatro escuelas del sistema Técnico Profesional. De ellos, seis pertenecen a un liceo municipal, y el resto a tres escuelas particulares subvencionadas.

El problema debía ser resuelto de manera individual y en una hoja impresa. Cada estudiante registró en ella todos sus procedimientos, ya sean estos gráficos, algebraicos, pictóricos o numéricos.

El Problema

A continuación, se presenta el problema que los estudiantes deben resolver.
"Problema de trayectoria de una pelota:
Patricio instaló una máquina lanza pelotas de tenis en el suelo, la cual describe una trayectoria para la pelota dada por $h(t)= -5t^2+60t$, donde h(t) es la altura de la pelota (medida en metros), dependiendo del tiempo t (medido en segundos).

Desde que es lanzada la pelota, hasta que vuelve a caer al suelo, transcurren 12 segundos y a los 4 segundos la altura de la pelota es 160 metros, ¿en qué momento vuelve a tener aquella altura?"
Análisis a Priori del Problema

Este problema tiene la intención de enfrentar al estudiante a un contexto en el que requiere de la comprensión del objeto Función Cuadrática, específicamente el concepto de imagen, pre-imagen y propiedades de simetría. Para su desarrollo se han previsto seis posibles opciones, de las cuales se presentará la que utiliza el concepto de simetría. (ver otras en Anexos)

En la figura 1 se presenta un posible desarrollo en el que se recurre a propiedades de simetría propias de la función cuadrática.

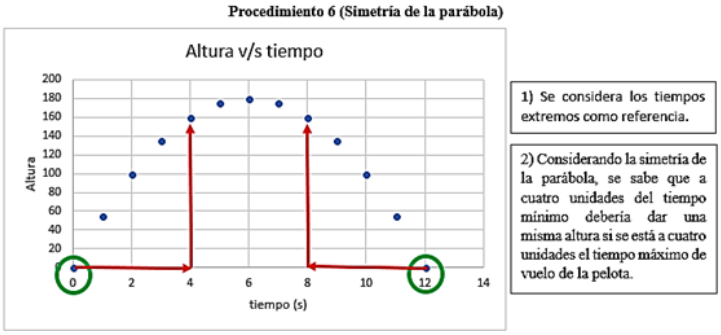


Figura 1: simetría de puntos usando eje de simetría

Categorías de análisis

Para el análisis se consideran categorías asociadas a estrategias, procedimientos argumentos que podrían evocar los estudiantes al desarrollar el problema. Ver tabla 1.

e_1	Plantea una ecuación cuadrática para resolver la situación.
e_2	Elabora la gráfica de la función cuadrática.
e_3	Elabora un esquema de la trayectoria del objeto.
p_1	Utiliza fórmula $x=(-b\pm\sqrt{(b^2-4ac)})/2a$ para resolver la ecuación.
p_2	Resuelve la ecuación factorizando la expresión algebraica.
p_3	Utiliza la simetría de la función cuadrática para buscar puntos simétricos.
a_1	Recurre a propiedades de simetría de la parábola asociada a la función cuadrática, para establecer que dos pre-imágenes tienen una misma imagen.
a_2	Recurre a lo algebraico para argumentar que para todos los valores t_0 pertenecientes al dominio (salvo t=6) en la función cuadrática, existe t_1, perteneciente al dominio, tal que $f(t_0)=f(t_1)$.
a_3	Argumenta según el contexto, que la pelota alcanza una misma altura en dos tiempos distintos

Tabla 1: Posibles estrategias asociadas a la resolución del problema.

Resultados

En este apartado se analiza en detalle el desempeño de dos estudiantes seleccionados, E1 y E9, cuyas resoluciones

del problema reflejan estrategias, procedimientos o argumentos en los cuales, en vista de lo previsto en el análisis a priori, destaca el uso de simetría.

En la figura 2 se presenta el desempeño de E1, quien, en concordancia con e_3, elabora el esquema de la situación y lo relaciona con la función cuadrática. Cabe destacar que evoca el concepto de simetría argumentando, en correspondencia con a_1, que una imagen posee dos pre-imágenes, ubicadas a la misma distancia del eje de simetría.

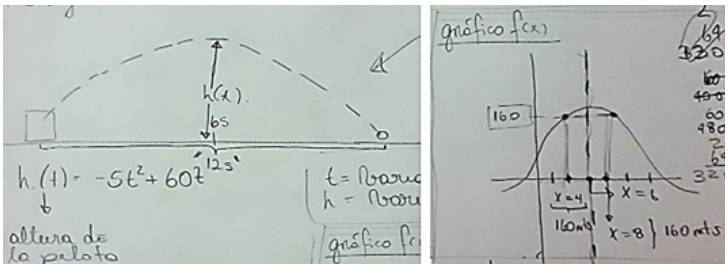


Figura 2: Esquema y diagrama realizado por E1.

En la figura 3 se puede apreciar la resolución de E5 para determinar el eje de simetría, analizando esta propiedad algebraicamente. También se evidencia la comprensión de las propiedades de la simetría, cuando argumenta, correspondientemente con a_1, que hay una segunda pre-imagen para la altura 160m.

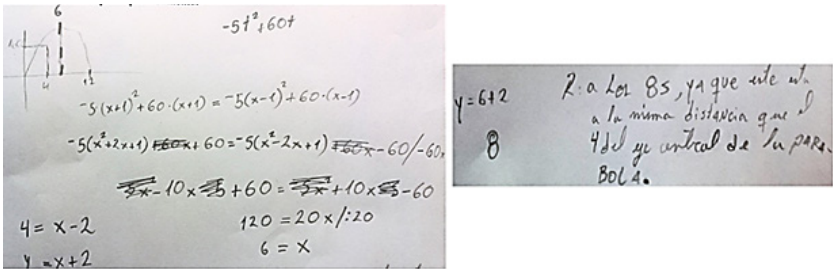


Figura 3: Ecuación y argumentación de E5.

En la figura 3 se aprecia la resolución de E9, en la cual destaca el uso de simetría de la función cuadrática según lo previsto en p_3. En su argumento resalta su comprensión respecto a función cuadrática, al relacionarla con su representación gráfica, la ecuación cuadrática y la simetría para resolver el problema.

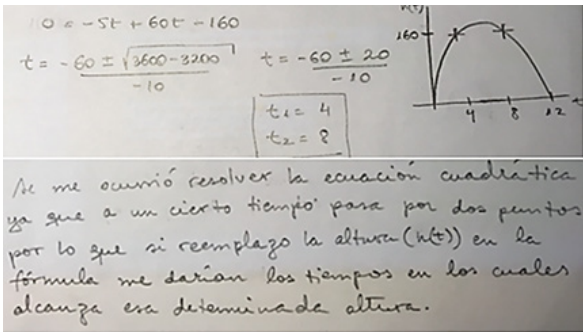


Figura 3: Gráfico y argumentación de E9.

Desempeño general de los estudiantes

A continuación, en la tabla 2, se muestra el desempeño de los 12 estudiantes frente al problema planteado. El valor

1 indica que se manifiesta el procedimiento, la estrategia o argumento según las categorías declaradas, el valor 0 significa lo contrario.

Estudiante	Procedimientos			Estrategias			Argumentos		
	p_1	p_2	p_3	e_1	e_2	e_3	a_1	a_2	a_3
E1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
E2	0	1	1	1	0	0	1	0	1
E3	0	0	1	0	0	0	1	0	1
E4	0	0	1	0	0	0	0	1	0
E5	0	0	1	1	0	0	1	1	0
E6	0	0	1	0	0	1	1	0	0
E7	0	1	1	1	1	0	1	0	1
E8	0	0	1	0	0	1	1	0	0
E9	1	0	1	1	1	0	0	1	0
E10	0	0	1	0	0	1	1	0	1
E11	0	0	1	0	1	1	0	0	0
E12	0	0	1	0	1	0	1	0	0

Tabla 2: Desempeño global de los estudiantes en la resolución del problema planteado.

En atención a la Tabla 2 se realizan las siguientes observaciones:

Destaca que todos los estudiantes utilizaron la simetría de la parábola asociada a la función cuadrática en sus desarrollos según lo previsto con p_3 y a_1. Esto podría atribuirse al contexto asociado al problema.

Los estudiantes recurren en menor medida a procedimientos asociados al registro algebraico, como p_1. Esto llama la atención, ya que por lo general se piensa que el algebra predomina en el desarrollo de problemas que involucra al objeto función cuadrática en el sistema escolar.

Las estrategias poseen una frecuencia similar. No se evidencia, por tanto, una tendencia a alguna de ellas en particular.

Cabe destacar que existió un procedimiento no previsto en el análisis a priori, el cual fue realizado por E5 que consiste en plantear una ecuación que determina algebraicamente el eje de simetría. Por lo tanto, se considera un procedimiento emergente."

DISCUSIÓN: DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES

Los antecedentes sobre la función cuadrática en el sistema escolar revelan que, en la mayoría de los casos, se trabaja haciendo uso del registro algebraico. Esto debido a que, como señala Reséndiz (2006), "la enseñanza de tal asignatura ha sido entendida sólo como un medio para el desarrollo de habilidades algorítmicas, de naturaleza algebraica".

El problema presentado invita al estudiante a transitar entre las diferentes representaciones de la función cuadrática. En aquel contexto, la representación algebraica de la función cuadrática se torna insuficiente, estimulando la exploración de otras representaciones, como la geométrica y la gráfica.

El uso de la tabla de valores, del esquema, o la gráfica, son estrategias completamente válidas. Por una parte, Reséndiz (2006) señala que la función no es la tabla, ni la fórmula, ni la gráfica; consiste en una relación de corre-

spondencia específica. Así mismo, Duval (2004), postula que la conversión es un proceso necesario para la verdadera comprensión de un objeto matemático.

Respecto a lo anterior, cabe destacar que, solo tres estudiantes, E1, E5 y E9, realizan una conversión entre el registro figural, gráfico y algebraico, mostrando dominio respecto al objeto matemático.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos revelan un uso frecuente de la simetría de la función cuadrática, durante la resolución del problema planteado. Como pudo observarse, en problemas relativos a la función cuadrática, es importante la utilización de sus registros gráfico y geométrico.

Esto lleva a considerar la importancia de la resolución de problemas en el ámbito de la educación técnica. El problema presentado hizo emerger argumentos, estrategias y procedimientos que escapan a lo algebraico, y permitió a los estudiantes movilizar distintos registros semióticos, notando que es posible resolver un problema matemático aún sin poseer un dominio importante de habilidades algebraicas.

Dos conclusiones emergen entonces: La primera es que las funciones cuadráticas permiten resolver problemas en el ámbito técnico. La segunda, que estos problemas se pueden resolver geométricamente y hasta con esquemas, sin la obligación de usar recursos algebraicos.

Así, se espera que este estudio sirva a las instituciones de educación técnico profesional al momento de construir los planes de matemática para sus carreras, tomando en cuenta que la resolución de problemas, incluso rutinarios como el presente en este estudio, prepara a los estudiantes para enfrentar situaciones emergentes poniendo todo su saber matemático a su disposición.

Analisis A priori de los posibles desarrollos del problema:

Desarrollo 1 (factorización)

(1) A la ecuación $-5t^2 + 60t = 160$ se le adiciona el número -160

(2) $-5t^2 + 60t - 160 = 0$, luego se multiplica la ecuación por $-\frac{1}{5}$

(3) $t^2 - 12t + 32 = 0$ se factoriza la expresión algebraica del primer miembro

(4) $(t-8)(t-4) = 0$, por propiedad $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ con $a, b \in \mathbb{R}$

(5) $t - 8 = 0 \vee t - 4 = 0$

(6) $t = 8 \vee t = 4$.

(7) El tiempo buscado es 8 segundos.

Desarrollo 2 (completación de cuadrados)

(1) La ecuación $-5t^2 + 60t = 160$ se multiplica por $-\frac{1}{5}$

(2) $t^2 - 12t = -32$ se adiciona 36

(3) $t^2 - 12t + 36 = 4$ en el primer miembro se factoriza

(4) $(t-6)^2 = 4$ se aplica raíz cuadrada en la ecuación

(5) $\sqrt{(t-6)^2} = \sqrt{4}$ se aplica la igualdad $\sqrt{x^2} = |x|$, la cual se cumple para todo x en $\mathbb{R}$.

(6) $|t-6| = 2$ se sigue que

(7) $t - 6 = 2 \vee t - 6 = -2$

(8) $t = 8 \vee t = 4$

(9) El tiempo buscado es 8 segundos.

Desarrollo 3 (fórmula general)

(1) A la ecuación $-5t^2 + 60t = 160$ se le adiciona el número -160

(2) $-5t^2 + 60t - 160 = 0$

(3) Aplicando la fórmula se tiene que $x = \frac{-60 \pm \sqrt{3600 - 4(-5)(-160)}}{2(-5)} = \frac{-60 \pm \sqrt{400}}{-10} = \frac{-60 \pm 20}{-10}$

(4) Luego, las soluciones son $x_1 = \frac{-60-20}{-10} = \frac{-80}{-10} = 8$ o $x_2 = \frac{-60+20}{-10} = \frac{-40}{-10} = 4$.

(5) El tiempo buscado es 8 segundos.

Desarrollo 4 (uso de software)

Puede utilizar algún software (por ejemplo geogebra)uciones.

Desarrollo 5 (tabla de valores)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$h(t)$	0	55	100	135	160	175	180	175	160	135	100	55	0

Se puede apreciar que hay otro tiempo que da altura 160 metros, además una tabla ordenada puede llevar a decir que no hay otra.

Procedimiento 6 (Simetría de la parábola)

1) Se traza el eje de simetría que por el tiempo 6.

2) Se ve la distancia que hay hacia el punto (4,160), la cual son dos unidades, luego, el punto a la misma altura está a dos unidades de distancia, por lo tanto, en el tiempo de 8 segundos.

Referencias

Duval, R. (2004). Semiósis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática.

Ministerio de Educación de Chile (2016). Matemática. Programa de Estudio Segundo Año Medio. Recuperado de http://www.curriculumnacional.cl/inicio/7b-2m/segundo-medio/matematica/

Palmero, J. y Rodríguez, J. S. (2006). Estudio de la introducción de la función cuadrática a través de las webquest. Trabajo presentado en Primer Congreso Internacional de Escuela y TIC. IV Forum Novadors. Más allá del Software Libre. Alicante, España.

Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 9(3), 435-458.

CB 056

PREGUNTAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE CON ALTERNATIVAS CONTATENADAS, UNA PROPUESTA DE EVALUACIÓN PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN FUNCIONES

Pedro Alex Córdova Fernández
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

cordova.pedro@gmail.com

Evaluación en Ed. Matemática

RESUMEN

En este artículo se presenta una propuesta de evaluación que contempla resolución de problemas para el concepto matemático Función, cuyo objetivo determinar procedimientos correctos posteriores a un error que un estudiante puede tener en el desarrollo de un problema. En la propuesta se plantean preguntas de selección múltiple con alternativas concatenadas cuyos resultados se obtienen usando programa Excel de revisión automática. En la aplicación de una evaluación se pudo constatar la existencia de estudiantes que tienen desarrollos correctos posterior a un error, lo que permitirá que el docente proponer actividades de mejora en los aprendizajes en resolución de problemas.

Palabras clave: Evaluación, Alternativas Concatenadas, Resolución de Problemas, Función.

Introducción

En la educación en general es de vital importancia saber cuánto han aprendido los estudiantes ciertos contenidos, lo que da surgimiento a distintos tipos de evaluaciones, ya sea formativa o sumativas, que los distintos docentes deben emplear para poder recabar esta información. En la educación matemática, una habilidad transversal que se trabaja desde los primeros niveles es la resolución de problemas y un contenido matemático que va de la mano con esta habilidad es el de función, que de acuerdo con los objetivos de aprendizajes declarados por el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC), a través de los planes y programas, se debe trabajar desde primero básico.

A pesar de que existen varios instrumentos de evaluaciones, las más utilizadas en el área de la matemática son las preguntas de desarrollo y las de selección múltiple, siendo estas últimas las que se privilegian en pruebas estandarizadas. Las peguntas de desarrollo son buenas para poder evaluar la resolución de problemas en distintos contextos, pero son de lenta revisión y por lo general si el estudiante en su resolución se equivoca en algún proceso intermedio es difícil para el docente poder evaluar correctamente lo que sigue puesto que no estará en la pauta. Por otra parte, las preguntas de selección múltiple son de rápida revisión y análisis, pero tiene una capacidad limitada para medir dimensiones cognitivas de alto nivel y complejas como la habilidad de resolver problemas.

Ahora bien, tomando en cuenta la realidad de la labor de un docente, la que actualmente tiene falencias en cuanto al tiempo que disponen estos para su trabajo, surgen algunas preguntas como ¿Cómo evaluar? ¿Qué instrumento utilizar? ¿cuánto tiempo hay para revisar?, entre otras.

Problematica

Un problema recurrente que deben enfrentar los docentes en matemática en sus prácticas es la confección de instrumentos de evaluación que permitan medir de manera objetiva, clara y precisa la apropiación de los contenidos por parte de sus estudiantes. Este problema se acrecienta aún más dado el poco tiempo en horas no lectivas que en general tienen los docentes.

Evaluar en matemática involucra interrogantes como ¿Qué evaluar? La respuesta final, los pasos, los algoritmos, etc. ¿cómo evaluar?, que tipos de pruebas, trabajos, tipos de preguntas. ¿cuándo evaluar? Al inicio (como diagnostico), durante o al final de alguna unidad.

Con respecto a este tema el MINEDUC invita a:
Reflexionar sobre cuál(es) sería(n) la(s) manera(s) más fidedigna(s) de evidenciar que las alumnas y los alumnos lograron aprender lo que se espera, es decir, qué desempeños o actividades permitirán a los y las estudiantes aplicar lo aprendido en problemas, situaciones o contextos nuevos, manifestando, así, un aprendizaje profundo. (MINEDUC, 2018, p. 25)

A raíz de lo declarado por MINEDUC, lo ideal es que la evaluación planteada por un docente proporcione información específica sobre lo que aprendió o no aprendió el estudiante, y de esta forma plantear o diseñar actividades en favor de mejorar los aprendizajes de sus alumnos; si la evaluación no permite esto, solo sería un dato cuantitativo para el profesor.

Hoy se exige no solo un cambio en la enseñanza de la matemática, sino también, una modificación epistemológica referida a la naturaleza de la propia actividad de los sujetos implicados en el proceso de enseñanza – aprendizaje, mediante la conformación de un Modelo Integrador de Evaluación (Aravena, 2001).

En los planes y programas de matemática se menciona a la evaluación como parte constitutiva del proceso de enseñanza y aprendizaje, la cual debe tener ciertos propósitos como dar cuenta de manear variada, precisa y comprensible del logro de los aprendizajes, ser una herramienta que permita la autorregulación de los estudiantes y

proporcionar a los docentes información sobre los logros de aprendizajes de sus estudiantes. (MINEDUC 2018)
Por otro lado, un contenido matemático transversal en toda la enseñanza de la matemática es el concepto de función, el que aparece explícitamente en los objetivos de aprendizaje de los programas de estudio de matemática desde primero básico a cuarto medio. Tomando en cuenta esto, se puede decir que es muy importante que los estudiantes comprendan el concepto de función que además se relaciona perfectamente con las cuatro habilidades que exigen los programas de estudio las que son: de resolución de problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar.

Frente a esta realidad y exigencia hacia los docentes, cabe hacer la pregunta ¿tendrán todos los docentes el tiempo suficiente para realizar todo este trabajo? ¿Qué tipo de evaluación sería más efectiva para que, con los tiempos que cada docente tiene, se pueda cumplir con este tipo de análisis?

Funciones y resolución de problemas, concepto y habilidad matemática transversales en la enseñanza

Dentro de la enseñanza de las matemáticas, en los planes y programas, a modo general, se trabaja en 4 ejes temáticos: números, algebra, geometría y datos y azar. Al analizar los contenidos que se abordan en estos cuatro ejes, se puede visualizar que el concepto de función aparece implícita y explícitamente en todos ellos y desde los primeros niveles de enseñanza. A modo de ejemplo, aparecen explícitamente cuando se trabajan funciones específicas como la función lineal, cuadrática, logarítmica, exponencial, entre otras e implícitamente en variados contextos como resolver una ecuación, aplicar transformaciones isométricas, realizar cálculo de probabilidades, determinar perímetro, áreas o volúmenes de figuras geométricas, se está aplicando el concepto de función.

Por otra parte, al revisar las bases curriculares se puede observar que tanto la habilidad de resolución de problemas como el contenido de funciones se trabaja en todos los niveles, aunque no aparece explícitamente, por ejemplo, en primero básico (en los objetivos de aprendizaje) se indica que los niños serán capaces de lograr emplear estrategias para resolver problemas (OA_a) y aparece además el comunicar el resultado de relaciones y patrones (OA_e), identificar orden de elementos de una serie (OA_2), reconocer, describir, crear y continuar patrones (OA_11), en los que ya se trabaja la idea de una función en los niños. Así se continua en los siguientes niveles en los que se encuentra de forma clara o subyacente el trabajo con funciones y la resolución de problemas.

De esta forma se visualiza que la habilidad de resolución de problemas se relaciona con las otras tres habilidades y si se vincula al concepto de función adquiere una mayor importancia ya que en el desarrollo de un problema asociado a este concepto, necesariamente se trabajara la modelación, representación y también la argumentación y comunicación. Esto queda representado en la figura 1.

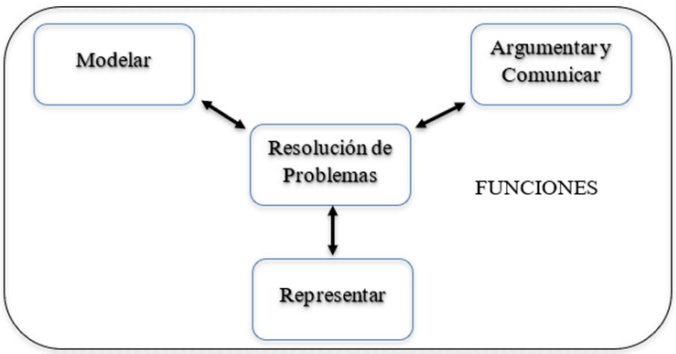


Figura 1: Relación entre habilidades matemáticas con el concepto de función

De esta forma se visualiza la transversalidad del concepto de función en la enseñanza de la matemática, y es por ello que se hace necesario tener algún tipo de evaluación para poder conocer que tan aprendidos, adquiridos y traba-

jados está esta habilidad de resolver problemas y el contenido de función, de manera que se puedan identificar los procesos que son necesarios profundizar.

Propuesta de evaluación

Desde esta mirada, la resolución de problemas, en situaciones que involucran en concepto de función, puede ser bien abordada en una evaluación con preguntas de desarrollo, pero ¿cómo verificar cuánto sabe el estudiante si al equivocarse en un proceso de la resolución no permite saber con exactitud si lo que siguió desarrollando procedimentalmente esta correcto? Y ¿Cómo revisar de una forma rápida, objetiva, así como si lo hacen las preguntas de selección múltiple?

Tomando en cuenta la problemática planteada, se pretende abordar dentro de la propuesta de evaluación las siguientes situaciones:

Instrumento de evaluación
Concepto de función
Resolución de problemas

El presente proyecto, busca crear una evaluación que pueda suplir las falencias que tienen las clásicas preguntas de desarrollo y de selección múltiple, generando un tipo de pregunta que fusione estas dos (desarrollo y selección múltiple), para aprovechar las principales ventajas que cada una de estas tiene, esto es, medir la comprensión que el estudiante tiene en el desarrollo de problemas contextualizados y poder realizar una revisión rápida y objetiva como la tiene las preguntas de selección múltiple. Todo esto enmarcado en el concepto matemático de función que se trabaja en la enseñanza media, a modo de generar un instrumento que se aplique en estudiantes de cuarto medio para poder visualizar y analizar la apropiación de este concepto en resolución de problemas durante su estancia escolar.

Objetivo General

generar una evaluación en resolución de problemas, en el concepto de función, que involucre la complejidad de las preguntas de desarrollo, junto a la rapidez en la revisión de las preguntas de selección múltiple las cuales tengan alternativas concatenadas, para así evaluar de forma más precisa y justa la comprensión de una situación matemática planteada a los estudiantes y los pasos en su desarrollo, de forma tal que el análisis de sus resultados permita plantear propuestas de mejora en los aprendizajes en resolución de problemas.

Objetivos Específicos

-Generar una evaluación de resolución de problemas a través de preguntas de selección múltiple con alternativas concatenadas.
-Facilitar el trabajo del docente con el desarrollo de un programa en Excel que permita la revisión rápida objetiva y el análisis de los resultados de dicha evaluación.
-Calificar de manera más justa, al evaluar los procesos de forma separada en las preguntas concatenadas.

Terminología.

En la propuesta nace una terminología que se ocupara para dar a entender de mejor
-Pregunta inicial: Pregunta que da inicio al desarrollo de un problema. Es por esto que este tipo de pregunta no depende de otra por lo que solo habrá una alternativa correcta.
-Alternativas concatenadas: alternativas que se vinculan a través de dos preguntas, generando parejas de alternativas relacionadas con el desarrollo de la pregunta dependiente.
-Pregunta dependiente: pregunta cuyo desarrollo y respuesta depende de una pregunta anterior, por lo tanto, cada

alternativa podría estar correcta dependiendo de la alternativa marcada en la pregunta de la cual depende.

Descripción de la propuesta.

El tipo de evaluación que se propone se basa en el desarrollo de problemas que involucre el concepto de función, que se ha desarrollado durante el periodo escolar hasta cuarto medio, del cual se puedan desprender varias preguntas ligadas entre sí, ya sea una tras otra o varias de una en particular. Tales preguntas serían de selección múltiple con alternativas concatenadas (ver ejemplo en tabla 1), es decir, que cada alternativa de una pregunta que depende de una pregunta anterior está relacionada con las alternativas de dicha pregunta previa, de manera que cada alternativa podría ser correcta realizando un desarrollo coherente de la situación que involucra a la pregunta, independiente si contesto bien o no la pregunta anterior.

Los costos de producción de cierto articulo son de $1500 por articulo más un costo fijo de $2000. ¿cuál es la función de costo total para x artículos producidos? c(x)=1500x c(x)=1500x+2000 c(x)=2000x c(x)=2000x+1500	Según la pregunta anterior, si se vendieron 35 artículos. ¿cuál fue el costo de producción de estos? $ 70.000 $ 54.500 $ 52.500 $ 72.000
Se puede observar que la alternativa correcta de la pregunta 1 es la b), pero cada alternativa de la pregunta 2 es un resultado correcto si se calcula c(35) en cada función de costos de la pregunta 1. de esta forma, si contesto 1b) y 2b) es estudiante tendrá ambas correctas, pero si contesta mal la pregunta 1 de igual forma puede tener correcta la pregunta 2 si contesta 1a-2c o 1c-2a o 1d-2d.	

Tabla 1:ejemplo de preguntas con alternativas concatenadas

Aplicación de una evaluación según la propuesta

En este apartado se muestra una evaluación confeccionada de acuerdo con la propuesta, la que fue aplicada a un grupo de 15 estudiantes entre 15 a 17 años. Se muestra el análisis a priori, de los ejercicios, la confección de la matriz obtener los resultados y el uso de un programa en Excel para la revisión automática de la evaluación.

En la evaluación propuesta se plantean 5 situaciones en las que se involucra el concepto de función afín, cuadrática, logarítmica y exponencial y función de probabilidad. La evaluación se encuentra en Anexos.

Análisis a priori

En las distintas situaciones se espera que el estudiante comprenda el problema y utilice el concepto de función, en distintos escenarios, para poder resolver y dar respuesta a las preguntas.

Situación 1:

En esta situación se trabaja el concepto de función afín en cuanto a modelo de un problema, cálculo de una imagen, y resolución una ecuación de primer grado.

Ejercicio 1: modelación (pregunta inicial)

En esta pregunta se requiere encontrar una función de costos que modele la situación. Para encontrar esta función

de costos, el estudiante debe reconocer que 60.000 es un costo variable y que corresponde a la pendiente de la función y que 120.000 es un costo fijo por lo que corresponde al coeficiente de posición, de modo que función correcta es d)

f(x)=60.000x+120.000

Ejercicio 2: evaluación de funciones (pregunta dependiente)
Esta pregunta depende de la pregunta 1 y para que el estudiante conteste correctamente debe saber evaluar una función para x=3, por lo que de acuerdo a la alternativa marcada en la pregunta 1 los posibles desarrollos para calcular f(3) serían:

f(3)=60.000·3=180.000 (alternativa d)
f(3)=120.000·3=360.000 (alternativa b)
f(3)=120.000·3+60.000=420.000 (alternativa a)
f(3)=60.000·3+120000=300.000 (alternativa c)

En la tabla 2 se observa la concatenación de las alternativas correctas de acuerdo a la respuesta marcada en el ejercicio 1.

Ejercicio 1	Ejercicio 2
a	d
b	b
c	a
d	c

Tabla 2: alternativas correctas del ejercicio 2 según la concatenación con el ejercicio 1.

Ejercicio 3: división (pregunta dependiente)

Este ejercicio depende del ejercicio 2 y se espera que el estudiante reconozca la repartición en partes iguales de una cantidad por lo que los posibles desarrollos serían:

420.000÷3=140.000 (alternativa d)
360.000÷3=120.000 (alternativa c)
300.000÷3=100.000 (alternativa b)
180.000÷3=60.000 (alternativa a)

En la tabla 3 se observa la concatenación entre los ejercicios 2 y 3.

Ejercicio 2	Ejercicio 3
a	d
b	c
c	b
d	a

Tabla 3: alternativas correctas del ejercicio 3 de acuerdo con la concatenación con el ejercicio 2.

Ejercicio 4: cálculo de pre-imagen, (pregunta dependiente)

Este ejercicio depende del ejercicio 3 y se espera que el estudiante sea capaz de plantear y resolver una ecuación de primer grado. Los posibles resultados son los siguientes:

$60.000=20x+10.000 \rightarrow x=2.500$ (alternativa d)
$100.000=20x+10.000 \rightarrow x=4.500$ (alternativa c)
$120.000=20x+10.000 \rightarrow x=5.500$ (alternativa b)
$140.000=20x+10.000 \rightarrow x=6.500$ (alternativa a)

En la tabla 4 se presenta la concatenación correcta de acuerdo con las posibles respuestas del ejercicio 2.

Ejercicio 3	Ejercicio 4
a	d
b	c
c	b
d	a

Tabla 4: concatenación entre alternativas del ejercicio 3 y 4

Situación 2:

En esta situación se trabaja el concepto de función usando proporción inversa, donde se debe reconocer la constante de proporción inversa, y su utilización plantear una función.
La resolución esperada de los ejercicios es la siguiente:

Ejercicio 5: Constante de proporción (pregunta inicial)
En esta pregunta se espera que estudiante reconozca en el grafico la proporción inversa usando por ejemplo los puntos (2,100000) y el (5,40000)
De esta forma la constante de proporcionalidad es

$$2\times100.000=200.000$$
$$O$$
$$5\times50.000=200.000$$

Por lo que la alternativa correcta es d) $f(x)=200.000/x$

Ejercicio 6: cálculo de imagen (pregunta dependiente)

Esta pregunta depende del ejercicio 5, e involucra el cálculo de la imagen para x=16. Se debe tomar en cuenta que esta pregunta también puede ser desarrollada plantando una proporción inversa y resolver una ecuación. Dependiendo de la alternativa marcada del ejercicio 5 las alternativas correctas serían:

$f(x)=40.000/x \rightarrow f(16)=40.000/16=2.500$ (alternativa d)
$f(x)=50.000/x \rightarrow f(16)=50.000/16=3.125$ (alternativa c)
$f(x)=100.000/x \rightarrow f(16)=100.000/16=6.500$ (alternativa b)
$f(x)=200.000/x \rightarrow f(16)=200.000/16=12.500$ (alternativa a)

La tabla 5 muestra la alternativa correcta de acuerdo con la concatenación entre las preguntas 5 y 6

Ejercicio 5	Ejercicio 6
a	d
b	c
c	b
d	a

Tabla 5: concatenación correcta entre los ejercicios 5 y 6

Ejercicio 7: cálculo de pre-imagen (pregunta dependiente)

Este ejercicio depende del ejercicio 5, en el cual para encontrar la pre-imagen de f(x)=10.000, debe resolver una ecuación. Cabe observar que los estudiantes, ocupando la constante de proporcionalidad, también puede armar una proporción para responder la pregunta. Tomando en cuenta la alternativa marcada en el ejercicio 5, las alternativas correctas serían:

f(x)=40.000/x→10.000=40.000/x→x=4 (alternativa d)
f(x)=50.000/x→10.000=50.000/x→x=5 (alternativa c)
f(x)=100.000/x→10.000=100.000/x→x=10 (alternativa b)
f(x)=200.000/x→10.000=200.000/s→x=20 (alternativa a)

En la tabla 6 se presenta la concatenación correcta entre los ejercicios 5 y 7

Ejercicio 5	Ejercicio 7
a	d
b	c
c	b
d	a

Tabla 6: concatenación de alternativas entre los ejercicios 5 y 7

Situación 3:

Esta situación trabaja el concepto de función cuadrática, en cuanto al análisis de la gráfica para poder encontrar la forma algebraica de dicha función, se espera que los estudiantes sepan evaluar la función y encontrar una pre-imagen.

Ejercicio 8: modelación (pregunta inicial)

En este ejercicio se busca que el estudiante, al analizar el gráfico, pueda encontrar la representación algebraica de este. Cabe notar que este desarrollo se puede realizar de diferentes maneras, por ejemplo, evaluando o desarrollando un sistema de ecuaciones entre otras.

En este caso la alternativa correcta es:
b) $C(t)= -2t^2+20t$

Ejercicio 9: evaluación (pregunta dependiente)

Esta pregunta depende del Ejercicio 8 y busca que el estudiante pueda evaluar una función cuadrática, para x=7 ya

que entre las 12 y 19 horas han pasado 7 horas.
De acuerdo con lo contestado en el Ejercicio 8 la alternativa correcta serían:

$C(t)= -3t^2+30t \rightarrow C(7)= -3\times7^2+30\times7=63$ (alternativa b)
$C(t)= -2t^2+20t \rightarrow C(7)= -2\times7^2+20\times7=42$ (alternativa c)
$C(t)= -t^2+20t \rightarrow C(7)=-7\text{^}2+20\times7=91$ (alternativa a)
$C(t)= -t^2+10t \rightarrow C(7)=-7^2+10\times7=21$ (alternativa d)

En la tabla 7 se muestra la concatenación entre los ejercicios 8 y 9.

Ejercicio 8	Ejercicio 9
a	b
b	c
c	a
d	d

Tabla 7: concatenación correcta entre los ejercicios 8 y 9

Ejercicio 10: análisis de vértice de la parábola (pregunta dependiente)

En esta pregunta depende de la Ejercicio 8, se espera que estudiante entienda que, según el contexto, se busca el máximo de clientes lo que lleva al cálculo del vértice de una función cuadrática. De acuerdo a lo contestado en el ejercicio 8 las alternativas correctas serían:

$C(t)= -3t^2+30t \rightarrow v(5,75)$ (alternativa c)
$C(t)= -2t^2+20t \rightarrow v(5,50)$ (alternativa b)
$C(t)=-t^2+20t \rightarrow v(10,100)$ (alternativa d)
$C(t)= -t^2+10t \rightarrow v(5,25)$ (alternativa a)

En la tabla 8 se visualiza la concatenación entre las alternativas el ejercicio 8 y 10.

Ejercicio 8	Ejercicio 10
a	c
b	b
c	d
d	a

Tabla 8: concatenación correcta entre los ejercicios 8 y 10

Situación 4

Esta situación se aborda el concepto de función logarítmica, que está en estrecha relación con la función exponencial, donde estudiante debe modelar, evaluar y encontrar una pre-imagen.

Ejercicio 11: modelar (pregunta inicial)

En cuanto a esta pregunta se espera que el estudiante analice los puntos en el gráfico y ocupando la forma de la función planteada pueda encontrar la alternativa correcta, que en este caso es

d) $f(x)=\log_2(4x)$

Ejercicio 12: evaluación en una función (Pregunta dependiente)

Este ejercicio depende del ejercicio 11 y se espera que el estudiante pueda evaluar la función encontrada para x=16. Las alternativas correctas de acuerdo a lo contestado en el ejercicios 11 serían:

$f(x)=\log_2(2x) \rightarrow f(16)=\log_2(2\times16)= 5$ (alternativa b)
$f(x)=\log_4(16x) \rightarrow f(16)=\log_4(16\times16)= 4$ (alternativa c)
$f(x)=\log_4(4x) \rightarrow f(16)=\log_4(4\times16)= 3$ (alternativa d)
$f(x)=\log_2(4x) \rightarrow f(16)=\log_2(4\times16)= 6$ (alternativa a)

En la tabla 9 se muestra la concatenación entre los ejercicios 11 y 12.

Ejercicio 11	Ejercicio 12
a	b
b	c
c	d
d	a

Tabla 9: concatenación de alternativas correctas entre los ejercicios 11 y 12

Ejercicio 13: cálculo de pre-imagen (pregunta dependiente)

Este ejercicio depende del ejercicio 11, y se espera que el estudiante calcule la pre-imagen para f(x)=7 resolviendo una ecuación logarítmica. Esta alternativa correcta de acuerdo con la función planteada en el ejercicio 11 serían:

$f(x)=\log_2(2x) \rightarrow 7 = \log_2(2x) \rightarrow x= 64$ (alternativa c)
$f(x)=\log_4(16x) \rightarrow 7= \log_4(16x) \rightarrow x=1024$ (alternativa b)
$f(x)=\log_4(4x) \rightarrow 7 = \log_4(4x) \rightarrow x=4096$ (alternativa a)
$f(x)=\log_2(4x) \rightarrow 7 = \log_2(4x) \rightarrow x=32$ (alternativa d)

En la tabla 10 se muestra la concatenación entre las alternativas de los ejercicios 11 y 13.

Ejercicio 11	Ejercicio 13
a	c
b	b
c	a
d	d

Tabla 10: concatenación correcta entre las alternativas de los ejercicios 11 y 13.

Situación 5.

En esta situación se trabaja el concepto de función de probabilidad y función de distribución para una variable aleatoria.

Ejercicio 14: función de probabilidad (pregunta inicial)

x_i	$P(x_i)$
-1	2/5
0	2/10
1	2/5

En esta pregunta se espera que el estudiante comprenda el experimento aleatorio. De esta forma la función de probabilidad correcta es b)

Ejercicio 15: función de distribución (pregunta dependiente)
En esta pregunta se espera que el estudiante recuerde la forma de la función de distribución según la función de probabilidad para poder encontrar $P(x \leq 0)$, entonces según lo que responda en el Ejercicio 14, el desarrollo puede ser el de alguno de estos casos.

1/10+3/10=2/5 (alternativa a)
1/10+3/5=7/10 (alternativa c)
3/10+3/5=9/10 (alternativa d)
2/5+2/10=3/5 (alternativa b)

En este caso la tabla 11 muestra la concatenación entre las alternativas de los ejercicios 14 y 15.

Ejercicio 14	Ejercicio 15
a	a
b	c
c	d
d	b

Tabla 11: concatenación correcta entre las alternativas de los ejercicios 14 y 15

Confección de matriz para la revisión del instrumento de evaluación propuesta

En esta sección se muestra la forma en que se debe construir una matriz para la revisión de la evaluación de acuerdo con la propuesta. Dicha matriz de revisión se debe construir mediante el siguiente procedimiento:

Las preguntas iniciales se deben ordenar de acuerdo con el formato que deben tener las alternativas de selección múltiple, esto es de manera ascendente o descendente. Después, se le coloca la letra a cada alternativa de la a) a la d).

En cada pregunta dependiente, las respuestas que se coloquen deben corresponder al resultado correcto de acuerdo con el desarrollo de la pregunta de la cual dependen. La alternativa correcta según la concatenación se debe escribir en la misma fila.

Una vez terminado de desarrollar todas las preguntas de una situación, las alternativas se deben ordenar de acuerdo con el formato de preguntas de selección múltiple y en ese momento se le asigna la letra a la alternativa y este orden debe ser el que debe quedar escrito en la evaluación. Después las letras que se asignaron se colocan, de acuerdo con el resultado, en las alternativas del paso 2).

Este procedimiento se ejemplificará con la situación 1 de la evaluación que se plantea y en los anexos se encontrará

la construcción de la matriz para las situaciones 2, 3, 4 y 5
Entonces, de acuerdo con la situación 1, la tabla 12 muestra las alternativas del ejercicio 1 que se ordena de acuerdo con el formato de las alternativas de selección múltiple para después colocar en la misma fila las respuestas correctas según la concatenación.

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4
f(x)=60000x	180.000	60.000	2.500
f(x)=120000x	360.000	120.000	5.500
f(x)=120000x+60000	420.000	140.000	6.500
f(x)=60000x+120000	300.000	100.000	4.500

Tabla 12: inicio de creación de matriz para la situación 1.

Ahora, las alternativas de las preguntas 2, 3 y 4 se deben ordenar de acuerdo con el formato de las preguntas de selección múltiple, colocando posteriormente la letra de la alternativa, esto se muestra en la tabla 13:

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4
a) f(x)=60000x	a) 420.000	a) 60.000	a) 6.500
b) f(x)=120000x	b) 360.000	b) 100.000	b) 5.500
c) f(x)=120000x+60000	c) 300.000	c) 120.000	c) 4.500
d) f(x)=60000x+120000	d) 180.000	d) 140.000	d) 2.500

Tabla 13: asignación de letras en las alternativas de los ejercicios 2 al 4

Una vez colocada la letra de la alternativa, nos devolvemos para colocar ordenar nuevamente en la misma fila la alternativa correcta. En la tabla 14 se muestra el resultado de este procedimiento.

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4
a) f(x)=60000x	d) 180.000	a) 60.000	d) 2.500
b) f(x)=120000x	b) 360.000	c) 120.000	b) 5.500
c) f(x)=120000x+60000	a) 420.000	d) 140.000	a) 6.500
d) f(x)=60000x+120000	c) 300.000	b) 100.000	c) 4.500

Tabla 14: matriz con las alternativas ordenadas por filas de acuerdo con el desarrollo correcto.

Con esto se construye la matriz de revisión. Además, se debe señalar para cada pregunta dependiente, el número de la pregunta de la cual depende. En la situación 1, cada pregunta depende de la anterior, esto es, la pregunta 2 depende de la pregunta 1, la pregunta 3 depende de la pregunta 2 y la pregunta 4 depende de la pregunta 3.
De esta forma la tabla 15 meustra la matriz de la situación 1:

Depende de la pregunta			
	1	2	3
Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4
a)	d)	a)	d)
b)	b	c)	b)
c)	a)	d)	a)
d)	c)	b)	c)

Tabla 15: matriz de revisión para la situación 1

Al seguir este procedimiento en todas las situaciones la matriz de la evaluación que se planteó se muestra en la tabla 16.

Depende de la pregunta														
	1	2	3		5	5		8	8		11	11		14
P 1	P 2	P 3	P 4	P 5	P 6	P 7	P 8	P 9	P 10	P 11	P 12	P 13	P 14	P 15
a	d	a	d	a	d	d	a	b	c	a	b	c	a	a
b	b	c	b	b	c	c	b	c	b	b	c	b	b	c
c	a	d	a	c	b	b	c	a	d	c	d	a	c	d
d	c	b	c	d	a	a	d	d	a	d	a	d	d	b

Programa Excel para la revisión y análisis de los resultados

Como parte de la propuesta de evaluación, se desarrolló un programa de revisión automática en Excel. Usando este programa el docente solo debe ingresar la información correspondiente a:

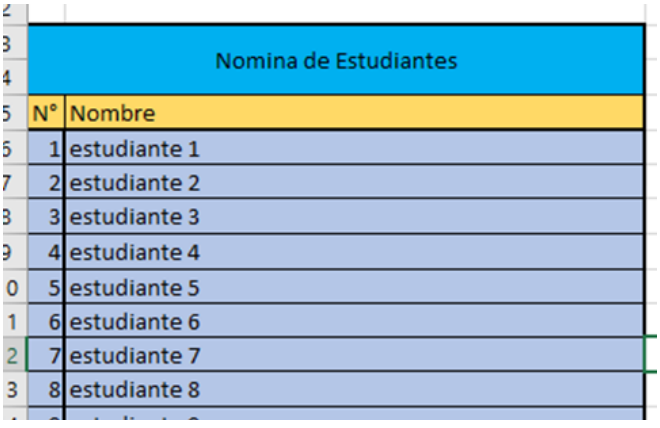
-Nómina del curso (ver figura 2),

-Matriz de respuesta de la prueba según el orden planteado en la propuesta. Además, se podrá asignar un puntaje a cada pregunta y se debe indicar si la pregunta depende de alguna otra colocando el número correspondiente (ver figura 3)

-Las alternativas marcadas por los estudiantes, lo que se hace de forma manual (ver figura 4)

Una vez ingresada esta información el programa mostrará los resultados que obtuvo el curso en la evaluación, a través de una calificación, en la que se puede modificar el puntaje total de la prueba, el porcentaje de exigencia, y la nota mínima (ver figura 5), además de mostrar un gráfico de barra para visualizar el rendimiento del curso en las distintas preguntas o áreas que el docente define en la evaluación.

Esto se hace en las distintas pestañas que se encuentran en la hoja de Excel (ver figura 6)



Nomina de Estudiantes	
N°	Nombre
1	estudiante 1
2	estudiante 2
3	estudiante 3
4	estudiante 4
5	estudiante 5
6	estudiante 6
7	estudiante 7
8	estudiante 8

Figura 2: ingreso de nómina de estudiantes

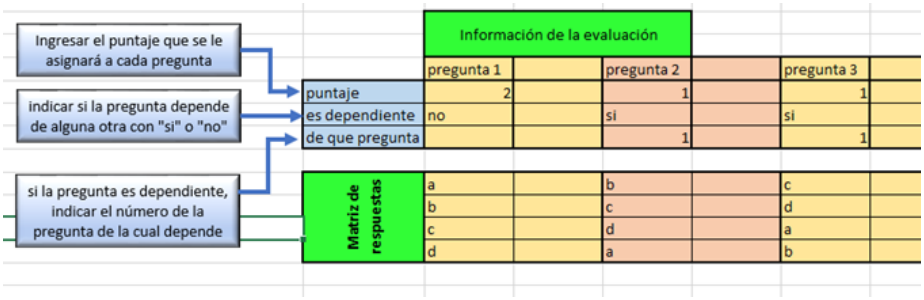


Figura 3: ingreso de matriz de respuesta

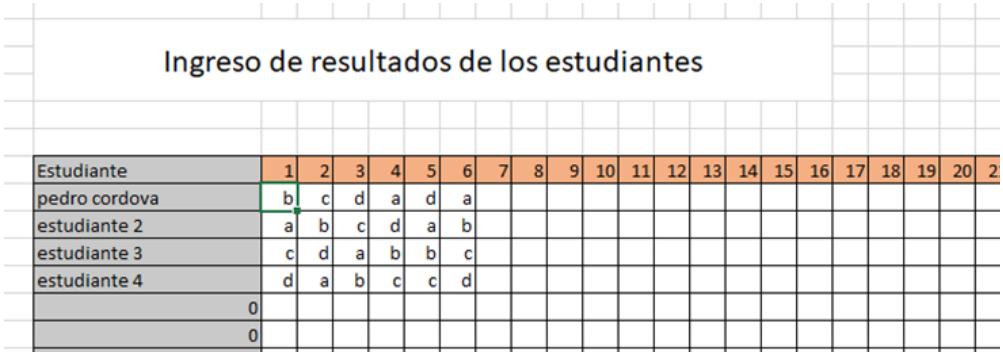


Figura 4: Ingreso de alternativas de estudiantes

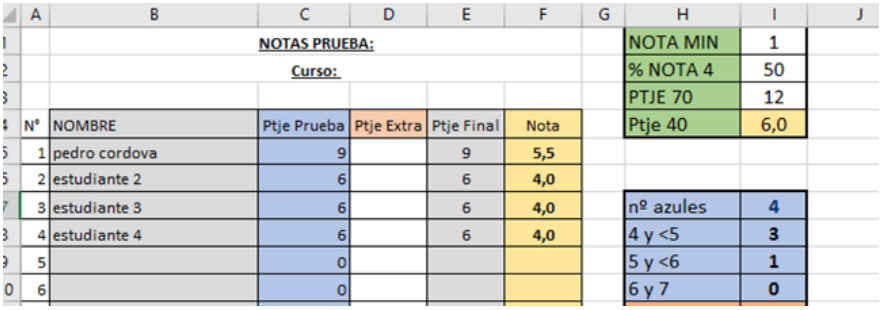


Figura 5: hoja de calificaciones

Figura 6: pestañas de la hoja Excel

Analisis de Resultados de la evaluación aplicada

Como se mencionó, la evaluación se aplico a un grupo de 28 estudiantes (21 de tercero medio y 7 de cuarto medio) cuyas edades fluctúan entre 15 a 17 años, pertenecientes a un colegio particular subvencionado de la comuna de Maipú.

Análisis de resultados

Al analizar los resultados se pudo comprobar que estudiantes desarrollan correctamente procesos de resolución posterior a un error en el desarrollo de una problemática. Esto en base a que la frecuencia de respuestas correctas

en preguntas dependientes es mayor a la de la pregunta de la cual dependen.

En la figura 7 se presenta el gráfico con los resultados obtenidos por le III medio usando el programa Excel de revisión automática. Se puede observar que las preguntas 2, 3 y 4 tienen mayor frecuencia que la pregunta 1 de la cual dependen. Lo mismo pasa con las preguntas 6 y 7 que dependen de la 5, la pregunta 9 que depende de la 8 y la pregunta 15 que depende de la 14.

Figura 7: resultados de la evaluación en estudiantes de III medio.

Un comportamiento similar se observó en los estudiantes de IV medio. En la figura 8 se muestran los resultados de estos estudiantes, obtenidos con el programa Excel de revisión automática.

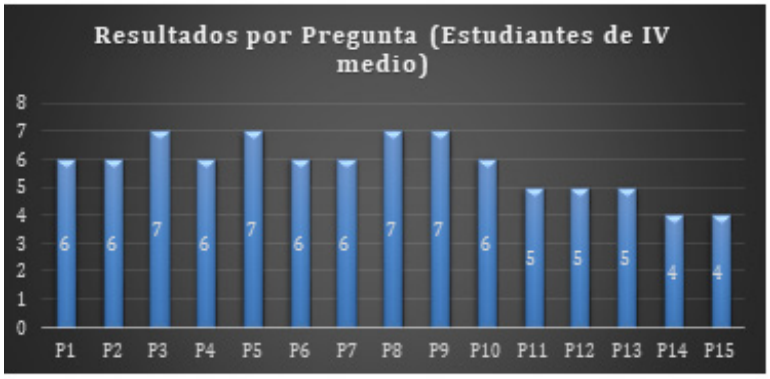


Figura 8: resultados de la evaluación por los estudiantes de IV medio.

Si estas situaciones hubiesen comprendido preguntas de desarrollo lo más seguro es que a estos estudiantes que tuvieron un desarrollo correcto en las preguntas dependientes, no se les hubiera considerados bueno al tener un error en el desarrollo previo. En la figura 9 se observa el desarrollo de un estudiante que da cuenta de esto.

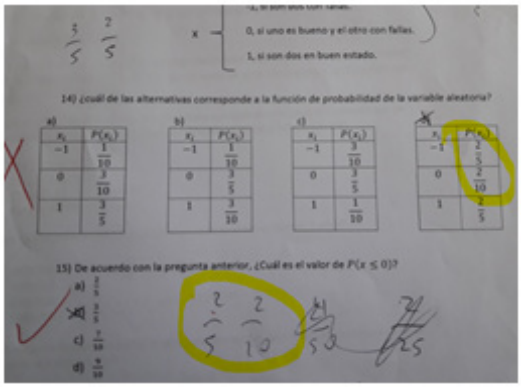


Figura 9: resolución de un estudiante en las preguntas 14 y 15 de la evaluación.

Diferenciación con otros tipos de evaluaciones

En cuanto a tipo de evaluación la propuesta se puede comparar con las preguntas de selección múltiple y de desarrollo las cuales serían las siguientes:

Diferenciación con evaluaciones de selección múltiple clásicas.

Evaluaciones de selección múltiple típicas	Propuesta	Involucrado
Por lo general no están asociadas a resolución de problemas	Todas las preguntas están asociadas a una resolución de problemas	Profesor
No mide procesos en el desarrollo de un problema	Si mide procesos en el desarrollo de un problema	Profesor
Por lo general las preguntas son independientes unas de otras	De acuerdo con el contexto, las preguntas que se desprendan de él estarían relacionadas entre sí, ya sea una tras otra o varias de una en particular.	Profesor
En el caso que tenga preguntas relacionadas entre sí, cada una de ellas tiene una única respuesta, por lo tanto, si el estudiante tiene mala la pregunta inicial seguramente tendrá mala las otras	Independiente de que el estudiante tenga mala la pregunta inicial, el estudiante tiene la opción de contestar correctamente las otras preguntas	estudiante

Diferenciación con las evaluaciones con preguntas de desarrollo

Por lo general, se entiende que las preguntas de desarrollo miden efectivamente la comprensión del estudiante en la resolución de un problema, pero resulta que al cometer un error en alguna parte de su desarrollo es improbable que llegue a una respuesta correcta de la situación plantada, es más, puede que después del error cometido tenga procesos correctamente desarrollados, pero resultará muy difícil que el docente pueda percatarse de estos pues estarán alejados de la pauta en el desarrollo de la pregunta. Entonces ¿es justa y objetiva la evaluación de este tipo? Por otra parte, las preguntas de desarrollo presentas otros problemas menores como:

-Su revisión es relativamente lenta
-La letra, redacción y el orden del estudiante pueden afectar la revisión
-Además, con la ley de inclusión, en los colegios hay niños con habilidades especiales cuyos procesos mentales son muy diferentes al de un estudiante promedio, además de que sus registros escapan frecuentemente de las pautas que se tienen de las preguntas.

La propuesta de evaluación, en cambio, supera estas falencias, ya que también apunta a la resolución de problemas con la diferencia que subdivide en preguntas de selección múltiple los procesos que se quieren medir en la resolución de dicho problema, por lo que:

-Al tener alternativas concatenadas entre preguntas, se puede evaluar correctamente un proceso en el desarrollo de la prueba, pudiendo el docente verificar con facilidad si los procesos siguientes a un error son correctos, por lo que estudiante también puede aspirar a una mejor calificación.
-Con ayuda de un software (como Excel u otro) son de revisión rápida. Además, los resultados pueden graficarse, lo

que permite al docente tener una visión oportuna de los contenidos que fueron o no aprendidos por los estudiantes, en el desarrollo del problema.
-Al tener preguntas con alternativas, no importa si los estudiantes tienen distintos modos de desarrollar el problema.

Conclusión

Gracias al análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes que rindieron este tipo de evaluación, se constató que en preguntas que son parte de una misma situación problemática, estudiantes respondieron correctamente a preguntas aun cuando se han equivocado en la respuesta de la pregunta previa de la cual dependen. Esto da cuenta que si la situación se hubiera sido parte de una pregunta de desarrollo sería difícil para el docente percatarse de que un estudiante comprende bien parte de la problemática y a su vez este estudiante obtendría una calificación más baja.

Utilizando la información que proporciona el programa de revisión automática el docente puede obtener una panorámica general de los resultados del curso para así visualizar los contenidos más deficitarios y así generar con mayor claridad propuestas de mejora de los aprendizajes de los estudiantes. Esto tomando en cuenta además que los tiempos de revisión serían más acotados, logrando también que los docentes dediquen más tiempo en otras actividades que demanda su trabajo.

Por otro lado, este formato de evaluación puede ser utilizado en:

-Unidades en las que se quiera evaluar resolución de problemas.
-Pruebas de nivel, tomando en cuenta que un problema puede abarcar diferentes contenidos a evaluar.
-Pruebas estandarizadas, internas o externas a los establecimientos educacionales.

Anexo

Evaluación aplicada según la propuesta

Situación 1: preguntas de la 1 a la 4.

1. Luís, Marcelo y Antonio están empezando un emprendimiento, y para esto necesitan establecerse en un local. Ellos encontraron un local en el que el costo de arriendo comienza en $120.000 con incremento de $60.000 anualmente.

Según el contexto ¿cuál es la forma algebraica que determina el valor del arriendo que se va a pagar? (considere $f(x) = variable\ dependiente; x = variable\ independiente$)

a) $f(x) = 60000x$

b) $f(x) = 120000x$

c) $f(x) = 120000x + 60000$

d) $f(x) = 60000x + 120000$

2. Según la pregunta anterior, ¿cuál es el costo de arriendo al cumplir 3 años?

a) $420.000

b) $360.000

c) $300.000

d) $180.000

3. Si el arriendo lo pagan en partes iguales, ¿cuánto será el aporte de cada hermano durante el tercer año de arriendo?

a) $60.000

b) $100.000

c) $120.000

d) $140.000

4. Luis, para poder cumplir con su parte del arriendo decide seguir el siguiente plan cada mes, **"colocar el primer día del mes 10.000 pesos en una alcancía y por los siguientes 20 días depositar en la misma alcancía un mismo monto hasta completar su cuota"**. de acuerdo con lo contestado en la pregunta anterior, ¿cuánto será el monto que Luis depositará cada uno de estos días?

a) $6.500

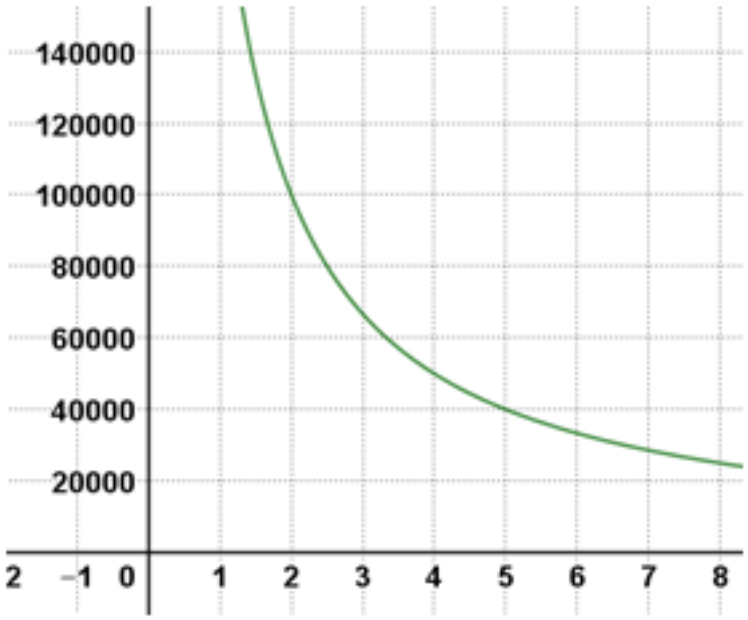
b) $5.500

c) $4.500

d) $2.500

Situación 2 (preguntas 5 a la 7)

5. Una cuenta se dividirá en forma proporcional a la cantidad de personas que la compartirán, la situación se ve reflejada en el siguiente gráfico.



De acuerdo a la información del gráfico, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?

a) 40.000
b) 50.000
c) 100.000
d) 200.000

6. Según lo contestado en la pregunta anterior ¿Cuál es la cuota que deben cancelar cada uno, si el grupo tiene un total de 16 personas?

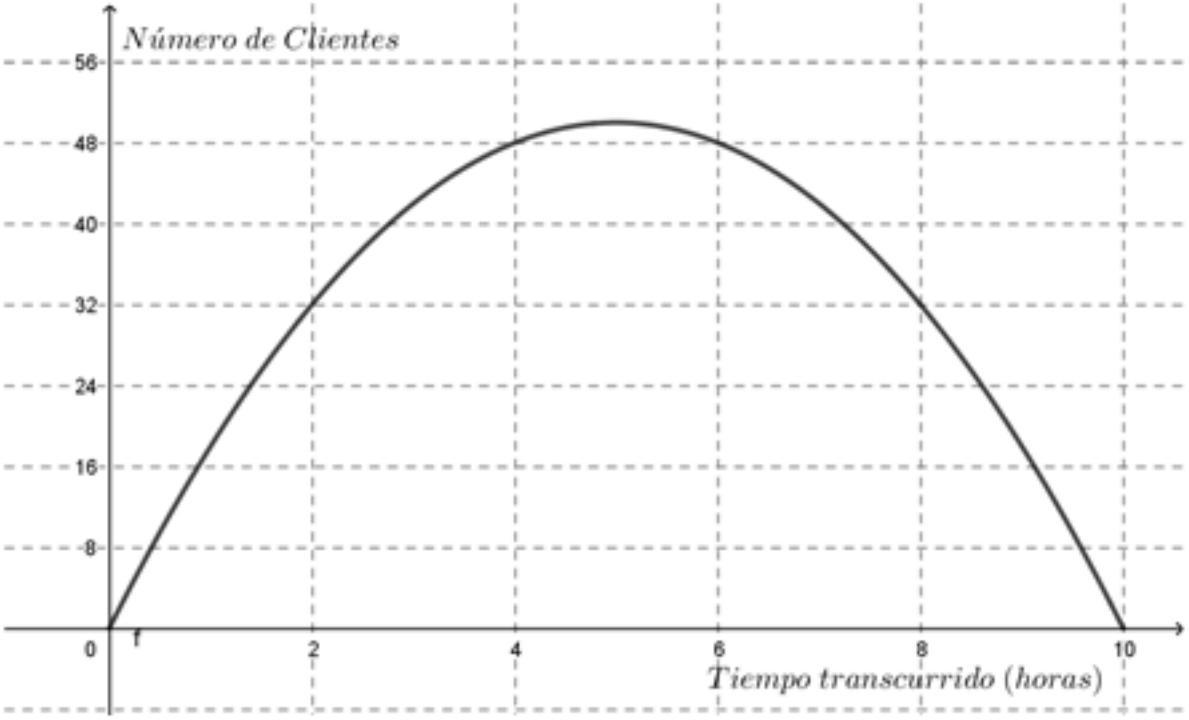
a) $12.500
b) $6.250
c) $3.125
d) $2.500

7. Si la cuota que cancelo una de las personas es de $10.000, ¿cuántas personas componen el grupo?

a) 20
b) 10
c) 5
d) 4

Situación 3 (preguntas 8 a la 10)

8. un restorán abre a las 12 del día y cierra a las 10 de la noche. El número de clientes que tiene se determina en función del tiempo t que lleva abierto el restorán, en horas, y está dado por una función cuadrática $C(t)$.



¿cuál de las siguientes funciones se ajusta al gráfico?

a) $C(t) = -3t^2 + 30t$

b) $C(t) = -2t^2 + 20t$

c) $C(t) = -t^2 + 20t$

d) $C(t) = -t^2 + 10t$

9. Según lo contestado en la Ejercicio 8, ¿cuántos clientes hay a las 19:00 horas?

a) 91 clientes

b) 63 clientes

c) 42 clientes

d) 21 clientes

10. Según lo contestado en la Ejercicio 8, ¿Cuál es el número máximo de clientes que tendrá el restorán?

a) 25 clientes

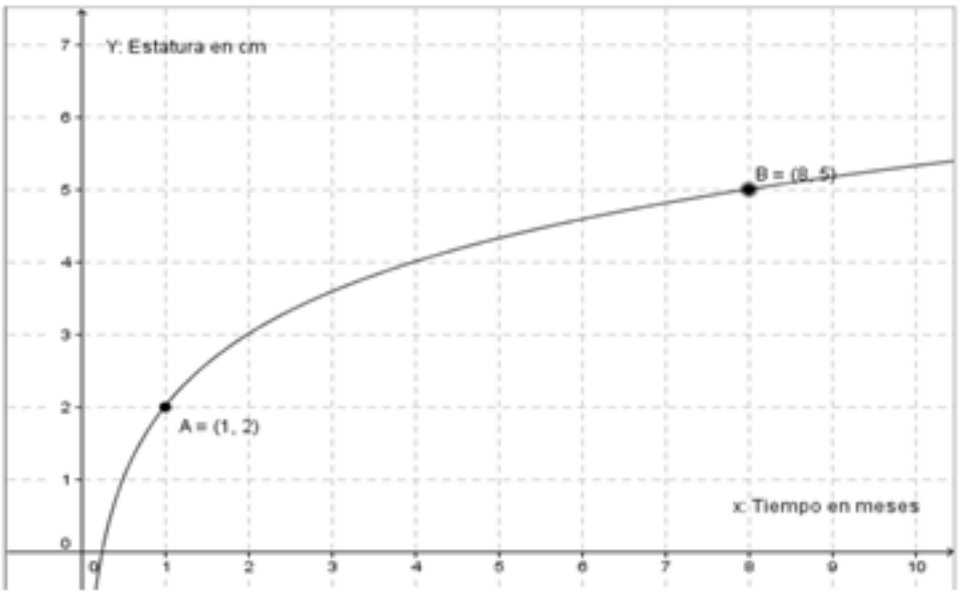
b) 50 clientes

c) 75 clientes

d) 100 clientes

Situación 4: (preguntas 11 a la 13)

La estatura promedio de un mono enano denominado titi (en cm) depende del tiempo en meses después de su nacimiento. Esta situación está modelada de acuerdo a una expresión logarítmica, a través del siguiente gráfico:



11. De acuerdo con la información proporcionada por el grafico, ¿cuál de las siguientes funciones representa mejor la situación? (considere una función de la forma $f(x) = \log_b(ax)$ para el planteamiento)

a) $f(x) = \log_2(2x)$

b) $f(x) = \log_4(16x)$

c) $f(x) = \log_4(4x)$

d) $f(x) = \log_2(4x)$

12. De acuerdo a la respuesta anterior, ¿cuál es la estatura de un mono titi a los 16 meses de vida?

a) 6 cm

b) 5 cm

c) 4 cm

d) 3 cm

13. De acuerdo a su respuesta en la Ejercicio 11, ¿Cuántos meses de vida tiene un mono titi si tiene una estatura de 7 cm?

a) 4096 meses

b) 1024 meses

c) 64 meses

d) 32 meses

Situación 5 (preguntas 14 y 15)

Una bolsa contiene 3 pañuelos de seda en buen estado y 2 pañuelos con algunas fallas. Se extraen dos pañuelos sin devolución. Se define la variable aleatoria X de la siguiente forma

X
- -1, si son dos con fallas.
- 0, si uno es bueno y el otro con fallas.
- 1, si son dos en buen estado.

14. ¿cuál de las alternativas corresponde a la función de probabilidad de la variable aleatoria?

a)

x_i	$P(x_i)$
-1	$\frac{1}{10}$
0	$\frac{3}{10}$
1	$\frac{3}{5}$

b)

x_i	$P(x_i)$
-1	$\frac{1}{10}$
0	$\frac{3}{5}$
1	$\frac{3}{10}$

c)

x_i	$P(x_i)$
-1	$\frac{3}{10}$
0	$\frac{3}{5}$
1	$\frac{1}{10}$

d)

x_i	$P(x_i)$
-1	$\frac{2}{5}$
0	$\frac{2}{10}$
1	$\frac{2}{5}$

15. De acuerdo con la pregunta anterior, ¿Cuál es el valor de $P(x \leq 0)$?

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{7}{10}$

d) $\frac{9}{10}$

Referencias

Aravena, M. (2001). Evaluación de proyectos para un curso de álgebra universitaria. Un estudio basado en la modelización polinómica. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales. Universidad de Barcelona, España.

Ministerio de Educación de Chile (2018). Matemática. Programa de Estudio primero básico. Recuperado de https://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/articles-18976_programa.pdf

Ministerio de Educación de Chile (2018). Matemática. Programa de Estudio Segundo Año Medio. Recuperado de http://www.curriculumnacional.cl/inicio/7b-2m/segundo-medio/matematica/

CB 057

UTILIDAD DE LA NOCIÓN COMPETENCIA EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS: ESTUDIO DE COMPETENCIAS EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS EN MATEMÁTICAS APLICADAS Y EFECTOS DE LA FORMACIÓN INICIAL RECIBIDA

Sara Pascual Pizarro, Luis Friz Roa
Universidad del Bio-Bio

spascual@ubiobio.cl, lfriz@ubiobio.cl

Temática: Evaluación en Educación Matemática

RESUMEN

La noción de competencia se revela de gran utilidad sobre un plano didáctico, para poner en relación contenido y puesta en ejecución, objetos de saber y métodos. Esta noción parece completamente indicada para estudiar la capacidad de estudiantes universitarios a utilizar, en su paso a la aplicación, los conocimientos matemáticos adquiridos en su formación. Utilizando situaciones didácticas inscritas en los procesos de evaluación de tres cursos, construimos una matriz para clasificar los errores y evaluar el nivel de realización de las competencias disponibles en situación de resolución de problemas. Entregamos algunos elementos de respuestas a estas cuestiones.

Palabras clave: Competencias, Formación Inicial, Evaluación de competencias, Resolución de problemas.

INTRODUCCIÓN

La investigación de una articulación en la enseñanza entre saber teórico y saber práctico trae inevitablemente a la noción de competencia. En el contexto profesional, la noción de competencia "permite pensar las relaciones entre el trabajo y los saberes retenidos por el individuo, todo lo que es empeñado en la acción organizada y todo lo que permite dar cuenta de la organización de la acción" (De Terssac, 2011). En el contexto didáctico, esta misma noción permite traducir en clases las puestas en juego, a la vez para la sociedad y para el individuo, de una "cultura científica" que apunta tanto a la división de una tecnicidad como el "desarrollo de las estructuras mentales, herramientas intelectuales de las capacidades de pensar que abren nuevas posibilidades de comprensión" (Orange, 1997). Con estas dos definiciones, estamos lejos de un enfoque procedural que se refiera al desarrollo de micro-capacidades . Facilitar el pasaje del saber teórico al saber práctico en los dominios de aplicación de las matemáticas podría entonces significar procurarse de desarrollar competencias que permiten la expansión progresiva del campo de problemas matemáticos resolubles, por el estudiante ahora y por el individuo más tarde. Haciendo esto, se contribuirá al desarrollo en el estudiante de poder readaptarse a las condiciones cambiantes que, en virtud de la aceleración de los desarrollos tecnológicos, parece destinado a ser solicitado regularmente en su vida profesional futura.

Si suponemos que saber en matemáticas engloba necesariamente la comprensión y por ende la capacidad de reconocer ocasiones de utilización el saber, entonces ¿qué aportan las competencias que no aportan los saberes? Caron y René de Cotret (2007) proponen que las competencias extienden los tipos de utilización del saber en la institución escolar. Es decir, proponen que ciertas funciones protomatemáticas del saber (Chevallard, 1985) podrían ser más explícitamente tomadas en cuenta y desarrolladas en una perspectiva de competencias. En estos casos, prosiguen sus consejos, la idea de competencia permite dirigir de vez en cuando la atención en cada una de las utilizaciones para resolver, organizar, interrogar y criticar, para probar, validar, invalidar, verificar, entre otras acciones del saber. Pero, como las utilizaciones privilegiadas permanecen subordinadas a las situaciones de evaluación, el potencial evocado realmente se renovará sólo en la medida en que las prácticas de evaluación solicitarán regularmente estos "nuevos" tipos de utilización del saber.

¿Cómo saber si los nuevos tipos de utilizaciones del saber lo son de verdad? ¿si los conocimientos manifestados están disponibles en otros contextos? Particularmente, cuando se trata de servirse de eso para resolver un problema o para la toma de una decisión en una situación práctica y/o compleja (Tardif, 2003). Debido a la diversidad de los enfoques que coexisten actualmente en la enseñanza de las matemáticas, nos parece importante identificar ciertos elementos curriculares que convendría privilegiar (o por el contrario de evitar) en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En particular, nos parece importante estudiar los efectos asociados a - la utilización de aplicaciones más o menos complejas por medio de la contextualización de problemas - el entrenamiento en la utilización de reglas y de métodos de cálculo- el aprendizaje de la demostración (y del enfoque deductivo en general), - el estudio de la modelización como resolución de problemas en el cuadro de la formación universitaria, entre otras transformaciones de la actividad matemática. Simplemente formulamos la hipótesis que, del grado de exposición a estos diferentes elementos, y del momento de su encuentro, puede depender la facilidad con la cual el individuo podrá extender el campo de problemas cuya resolución asumirá.

DESARROLLO

Las competencias en la resolución de problemas

Privilegiar las competencias, es invitar a establecer una relación diferente con el saber y a centrarse en la formación del pensamiento. Después de haber reemplazado "el hacer" por la "el saber-hacer", el mundo del trabajo valorizaría ahora el "saber qué hacer " (De Terssac, 2011) y daría prueba de un interés renovado para las habilidades de análisis, de síntesis, de comunicación, así como, para las capacidades de aprendizaje y el juicio crítico (Consejo Superior de la Educación). Este fenómeno sin duda favoreció la transposición en educación de la noción de competencia, porque varios han visto en ello una manera adecuada de describir las puestas en juego de la formación fundamental.

Orange (1997) muestra esta noción es útil cuando se pone en relación contenido y puesta en ejecución, u objetos de saber y métodos. Prosigue sugiriendo que la puesta en relación a través de la noción de competencia de los contenidos y de su puesta en ejecución se define por el "control de clases de problemas". La resolución de problemas se encontraría así en el corazón del enfoque por competencia, ya que aparece a la vez como el marco de observación de las competencias y el modo privilegiado de su desarrollo. De hecho, con las tecnologías que permiten explorar y resolver problemas cada vez más complejos y abordar posibilidades de procesamiento de datos, de cálculo y de visualización, se abre más los campos de problemas accesibles, tanto al alumno como al profesional. La resolución de problemas ha adquirido una importancia considerable en la práctica matemática, hasta el punto de ser considerada ahora, como una de las cuestiones claves de su enseñanza (Mineduc, 2012).

De Terssac (2011) identificó tres tipos de competencias que diferencian a los individuos y los ponen en competencias. Estas competencias han sido proyectadas sobre los modos de utilización del saber matemático:

-las competencias de explicitación (los "saber-decir") para traducir los saberes en acciones y las acciones en saberes; en matemáticas, esto implica el control (o dominio o maestría) por lo menos de tres lenguajes diferentes (natural, simbólico y gráfico) (De Serres et Groleau, 1997) y del pasaje de uno al otro, por la modelización y la interpretación;
-las competencias de intervención (los "saberes de intervención"), para poner en situación los conocimientos disponibles y, por otra parte, para transformar las situaciones encontradas en conocimientos reutilizables en otros contextos; en matemáticas, esto aparece corresponder a la utilización de los diferentes métodos (analíticos y algorítmicos) que permiten calcular, aplicar una transformación sobre un objeto, para extender los resultados o el empleo de métodos a una clase de problemas.
-las competencias de evaluación (los "saberes situarse ") para identificar, legitimar y valorizar todo lo que se compromete en la acción; en matemáticas, esto podría corresponder a la descomposición de un problema en sub-problemas, a la identificación de los posibles casos, al reconocimiento de los campos teóricos apropiados, de la experimentación, etc.

Para la evaluación de estas competencias, se descompone el problema en las diferentes etapas de resolución (Polya, 1945; Schoenfeld, 1985) y se examinan las articulaciones que permita dar mérito de las acciones las diferentes competencias puestas en uso, evaluando así la capacidad de abordar la resolución.

Un estudio diagnostico a dos niveles

Nuestro estudio, de naturaleza exploratoria, pretende conocer los vínculos entre la historia educativa de estudiantes universitarios y sus competencias en situación de resolución de problemas. Para hacerlo, hemos utilizado una estrategia metodológica mixta, con el uso de un cuestionario y de métodos cualitativos, procuramos establecer el estado de las competencias matemáticas a fines de su formación universitaria para reparar los vínculos posibles con su formación inicial. Escogimos cubrir tres dominios de aplicación: la ingeniería civil, la ingeniería comercial y la ingeniería civil informática de un curso obligatorio donde se utiliza y se sustentan los vínculos entre la experiencia profesional y los conocimientos matemáticos. La historia educativa será constituida a partir de un cuestionario y de una entrevista de explicitación (Vermersch, 1994) que procurará cercar los espacios respectivos usuales a la teoría matemática y a la aplicación, como las relaciones que mantienen estos estudiantes con estas componentes de su formación.

Ambos aspectos del estudio - evaluación de las competencias de estudiantes universitarios en situación de resolución de problemas y el establecimiento de vínculos con la historia educativa de su formación universitaria - nos llevan a organizar el estudio diagnóstico sobre dos niveles: el primer nivel sobre el conjunto de los sujetos de las tres formaciones, nivel que calificaremos cuantitativo, para ajustar las posibles relaciones entre formación y competencias. Y un segundo nivel que calificaremos cualitativo, sobre un conjunto mucho más restringido de individuos, para analizar en profundidad las articulaciones que se producen entre la historia educativa de los elementos de la

formación inicial que nos interesan, con el pasaje por la aplicación.

Evaluación de las competencias

Utilizando los exámenes y trabajos prácticos que se inscriben naturalmente en los procesos de evaluación de los tres cursos escogidos, determinamos los errores de los estudiantes y evaluamos el nivel de realización de las diferentes competencias puestas en contribución en la resolución de problemas. A nivel cuantitativo, prevemos reducir el conjunto de estos datos utilizando una matriz de clasificación de errores, y nos permitimos un análisis didáctico más fino para las producciones de los sujetos del estudio cualitativo. Luego, a partir de los datos de la entrevista que habremos confrontado con los datos recogidos por el cuestionario y los datos disponibles (de los programas, desarrollos, etc.), procuramos formular las explicaciones posibles para las eficacias y las dificultades observadas de sus producciones.

REFLEXIONES

El estudio a nivel cuantitativo constituye una defensa contra la generalización a partir de casos particulares. No se trata tanto aquí de ver las diferencias que podrían existir de una Facultad a otra, sino, por el contrario, procurar identificar invariantes al nivel de las competencias a partir de elementos de la historia educativa de su formación inicial recibida.

La colaboración de los profesores de los cursos retenidos nos fue muy valiosa en el momento de la validación, del mejoramiento y de la utilización de la matriz. En efecto, por su conocimiento del campo de problemas asociado al contenido disciplinario y a los métodos enseñados, las estrategias que hay que privilegiar y confusiones posibles, parecen ser los candidatos totalmente indicados para integrar una toma en cuenta adecuada del contexto, en esta clasificación. Esta tarea representa una carga de trabajo suplementario no despreciable, porque no se resume en una transferencia de informaciones ya recopiladas en el momento de la corrección: exige más bien una lectura diferente de las producciones de los estudiantes. La aplicación de la matriz puso allí en evidencia las dificultades ligadas a la evaluación de competencias, debido a la dependencia del contexto de aplicación y de los conocimientos implicados, del carácter múltiple de ciertos errores y de la explicitación a menudo parcial por parte de los estudiantes.

RESULTADOS

El análisis de los datos muestra que los errores de las competencias de evaluación están particularmente presentes en aquellos estudiantes que se adhirieron fuertemente al enfoque procedural de las asignaturas de matemáticas. Los dos errores más frecuentemente observados, son errores de evaluación y tuvieron relación con la identificación de los conceptos matemáticos subyacentes (ex. Suma parcial n-enésima para el límite de la serie) o la identificación de un método de resolución aplicable: de ellas, estas dificultades de identificación cuentan cerca del 20% de los errores.

Esquematizando a groso modo, podríamos decir que, con esos cursos del orden del algoritmo, podían muy bien tener éxito contentándose con " hacer sus ejercicios " y memorizar " sus fórmulas ", porque era posible limitarse a asociar la forma y procedimientos, haciendo caso omiso del sentido detrás del lenguaje matemático y de las relaciones entre los conceptos, y fiándose de las respuestas del texto guía para validar su aplicación. Los estudiantes que privilegian este modo de aprendizaje, si cometen pocos errores de intervención, no son equipados para validar los resultados que obtienen, y todavía menos, para abordar problemas más complejos donde el procedimiento no es conocido a priori.

CONCLUSIONES

Adoptar un enfoque por competencias hace integrar en una perspectiva curricular a la didáctica de las matemáticas.

Recíprocamente, pretender la medición del nivel de competencias requiere integrar una perspectiva didáctica en la evaluación.

La utilización de la matriz, permite apreciar el valor didáctico: de una parte, la causa del error y ver de nuevo la corrección en consecuencia; por otra parte, facilita la localización de los errores que vuelven la mayoría de las veces y de los que conviene preocuparse en la enseñanza.

Interesándonos por la capacidad de movilizar los conocimientos en un contexto de utilización, pudimos constatar que los que dan pruebas de competencias superiores en evaluación invisten más y de manera personal y autónoma en la explicitación de los contenidos de aprendizaje: lectura, cuestionamiento, argumentación, utilización de las definiciones, reescritura del curso, etc.

La utilización de la matriz, permite apreciar el valor didáctico: de una parte, la causa del error y ver de nuevo la corrección en consecuencia; por otra parte, facilita la localización de los errores que vuelven la mayoría de las veces y de los que conviene preocuparse en la enseñanza.

Referencias

Caron, F., René de Cotret, S, (2007). Un regard didactique sur l'évaluation en mathématiques: genèse d'une perspective. In Actes du Colloque 2007 du Groupe de didactique des mathématiques au Québec. pp. 123-134.

Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La pensée sauvage.

De Serres, M. et Groleau, J-D. (1997). Mathématiques et langages, Montréal, Collège Jean-de-Brébeuf - Direction Pédagogique, Service de la recherche.

De Terssac, G. (2011). Savoirs, compétences et travail. In Savoirs théoriques et savoirs d'action. Presses Universitaires de France, pp. 223-247.

MINEDUC (2012). Estándares orientadores para carreras de Pedagogía en Educación Media. Ministerio de Educación de Chile. Santiago.

Orange, C. (1997). Problèmes et modélisation en biologie - quels apprentissagescpour le lycée. Paris: Presses Universitaires de France. Revue des sciences de l'éducation, 24(3), pp. 667-668.

Polya, G. (1945). How to Solve It. Princeton, NJ, Princeton University Press.

Tardif, J. (2003). Développer un programme par compétences: de l'intention à la mise en œuvre. Pédagogie collégiale, 16(3), pp. 36-44.

Schoenfeld, A.H. (1985). Mathematicai Problem Solving; Orlando. PL, Academie Press, Inc.

Vermersch, P. (1994). L'entretien d'explicitation. Paris, ESF – Collection Pédagogies.

CB 058

ERRORES EN LA REPRODUCCIÓN DE FIGURAS A PARTIR DE UN EJE DE SIMETRÍA:UNA EXPERIENCIA EN UN TERCERO BÁSICO

Andrea Araya Galarce,Sharon Neira Figueroa, Macarena Valenzuela Molina
Universidad Alberto Hurtado

andrea.a.galarce@gmail.com ;sneirafigueroa@gmail.com;
mvalenzuelamolinamolina@gmail.com

Errores, obstáculos y dificultades en la Enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

RESUMEN

En el presente trabajo se identificarán los errores y dificultades más frecuentes en el aprendizaje de geometría: simetrías. Con finalidad de aportar con interrogantes para los futuros docentes las cuales llevarán a cuestionarse la forma de ver el contenido y posibles soluciones para la enseñanza de este.

Palabras clave: Errores, simetría, reconocimiento.

INTRODUCCIÓN

Usualmente en matemáticas, la enseñanza de la geometría pasa a ser un tema netamente memorístico, el cual considera fórmulas para diversos ejercicios (área, perímetro, volumen, etc.), restandole importancia al razonamiento que podría tener el estudiante en otras ramas de la geometría. (Gamboa y Ballestero; 2009) Por este motivo, la investigación realizada dará cuenta de la poca comprensión que tienen los niños y niñas las ramas de la geometría que involucran el razonamiento y la construcción de figuras (en este caso el enfoque será solo en el área de la simetría).

ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

Nace la necesidad de investigar los errores y dificultades específicamente en las simetrías debido a que este tema permite desarrollar el pensamiento lógico (Valencia y Galeno; 2005), ayudándonos en el reconocimiento de figuras, de sus movimientos, ubicación, perspectiva, etc. Además, este contenido nos permite realizar con facilidad ejercicios para calcular área y perímetro de figuras.

Por estas características de la simetría, se hace preciso asegurase de que el estudiante aprenda de manera significativa la materia, sus propiedades y cómo aplicarlas en los ejercicios planteados y en la cotidianeidad. Para ello, es necesario conocer en una primera instancia ¿cuáles son los errores y dificultades más frecuentes de los niños y niñas en el área de la simetría?El objetivo del presente estudio es describir los errores que cometen los estudiantes de tercer año básico, al resolver ejercicios de simetría.

DESARROLLO

Esta investiación busca reconocer cuales son los errores más comunes en la aplicacion de simetria, a través de un instrumento de recopilacion de datos. Para introducirnos y explorar en el ambitos de los errores y dificultades de la simetria, se realizo una búsqueda de información en internet y en diferentes textos, por lo que el mejor documento que encontramos sobre errores y dificultades en simetria fue de Hernandez y Sánchez.
Según el trabajo tituladosimetría axial en figuras planas de Hernández y Sánchez, (2018) podemos evidenciar una serie de dificultades con sus errores correspondientes. Fue de ahí que se extrajo la siguiente información con los errores que se consideran más comunes:

Dificultades	Errores
Dificultad para definir cuando una recta es un eje de simetría	1. Dividir o reflejar una imagen sin que quede simétrica
Dificultad para conocer parcialmente las propiedades de la simetría axial de figuras plana	1. Construir una imagen de tamaño diferente a la pre-imagen. 2. Confundir la inversión de una figura con la rotación

Tabla 1: Errores y dificultades de simetría axial en figuras planas

A continuación, en el siguiente cuadro se mostrarán algunos ejemplos de errores y dificultades que tienen los estudiantes en la representación de figuras simétricas:

Categoría	Descripción	Ejemplo	
Construcción diferente tamaño	Consiste en dibujar la figura más grande o más pequeña a la figura original.		
Figura invertida	Consiste en dibujar la figura opuesto a su forma original		
Figura no simétrica	Consiste en darle una forma distinta a la figura original.		

Tabla 2: Errores y dificutades de eje de simetría

Metodología Cualitativa

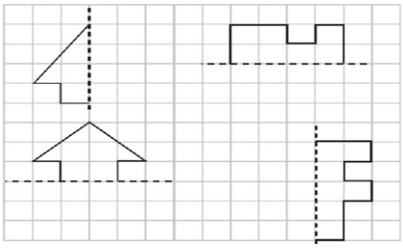
En nuestra investigación se realizará una toma de datos la cual estará basada en la metodología cualitativa, puesto que, cumple con las características planteadas por Rodríguez y Valldeoriola (2011) en el texto "Metodología de la investigación", en la cual especifica que la metodología cualitativa se aplica en los estudios de caso, y es exactamente lo que se realizará por medio de esta investigación.

Además, la presente investigación busca resultados a partir de una muestra, la cual está centrada en un fenómeno observable (errores en simetría), con criterios establecidos, acompañada de un trabajo de fuentes y de un instrumento de recogida de datos, otro punto importante para la investigación cualitativa.

En el análisis de datos se adjuntarán imágenes, las cual mostrarán los resultados obtenidos con el fin de lograr identificar el o los errores de los estudiantes que cometen, según los planteados anteriormente en la tabla 1.

Lo anterior permitirá describir los errores que cometen los estudiantes y dar ejemplos de ellos. Para cumplir con el objetivo se realizó un estudio a 38 alumnos de tercero básico en un colegio de Estación Central, Chile. Estos sujetos de estudio son de tercero básico, tienen entre ocho y nueve años, realizan diez horas de matemáticas a la semana y pertenecen a la educación tradicional.
Instrumento de evaluación: "Eje de Simetría"

El instrumento de recogida de datos es un test escrito que contiene una actividad de completar cuatro figuras, de tal forma que sean simétricas, como se muestra en la figura 3.
IV) Completa las siguientes figuras de manera que sean simétricas:



Análisis

Después de aplicar el instrumento de evaluación, se pudo obtener que en la pregunta IV hubo 18 alumnos que lograron completar las figuras según su eje de simetría, 11 alumnos que construyeron las figuras no simétricas, 4 alumnos que realizaron inversión de la figura, 3 alumnos que construyeron más pequeña y 2 estudiantes que dibujaron más grande la figura en relación a la original.

Los errores en los que se basa la investigacion son correspondientes al tamaño de la figura, (las figuras eran mucho más pequeñas y por lo tanto no simétricas). Se puede evidenciar que un número menor de estudiantes tuvo problemas con el tamaño de la figura dibujada, la cual era más grande o más pequeña a la dada por el docente, sin embargo, es evidente la poca comprensión de estos alumnos sobre la simetría, ya que, dibujar las figuras con distinto tamaño da cuenta de que no entienden que la simetría bilateral (que es la presentada en la actividad) representa dos mitades exactas de un figura.

En las siguientes imágenes observaremos algunos errores que los estudiantes realizaron al momento de completar las figuras.

En esta imagen se puede observar que el estudiante construye las figuras más grandes de lo que son originalmente, tal cual, como el error presentado por Hernández y Sánchez, (2018), en donde, la construcción es de tamaño irregular (más grande o pequeña).

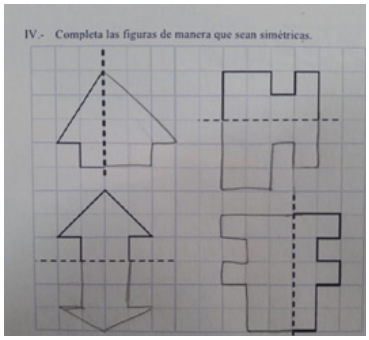


Figura 1: Construcción de diferente tamaño

En esta imagen se puede observar que el estudiante construye las figuras de tres maneras distintas: más grandes, más pequeñas y de forman inversa a la figura original, tal como lo manifiesta Hernández y Sánchez, (2018),en la cual describe que los/las estudiantes realizan las figuras de tamaños irregulares e invierten la construcción de la figura original.

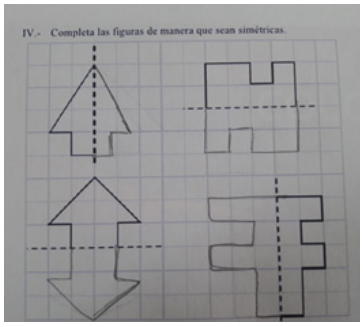


Figura 2: Construcción de diferente tamaño / Invertida

En esta imagen se puede observar que el estudiante construye las figuras de manera simétrica, respetando el tamaño, forma y eje de simetría.

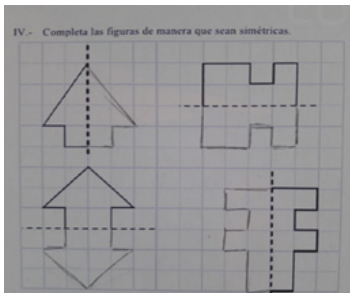


Figura 3: Simetría bilateral

Luego de la aplicación de este instrumento, es posible observar y evidenciar los errores mencionados por Hernández y Sánchez, (2018) en su investigación.

CONCLUSIÓN

El trabajo realizado, nos llevó a mejorar la metodología en la enseñanza de geometría, específicamente la simetría dentro del plano. Como sabemos, un eje de simetría es la línea recta imaginaria que divide en dos partes iguales a una figura (Coronel, F. 2016). Pero ¿qué pasa cuando los estudiantes no logran imaginarse esta línea? Como para los estudiantes es muy difícil imaginarse el eje de simetría en los objetos y en este caso, las figuras geométricas, se logran identificar diversos errores a la hora de construir la otra parte de la figura, tales comola irregularidad del tamaño, la inversion de la figura o la mezcla de ambos errores mencionados anteriomente.

Es por esto, que al momento de realizar el diagnóstico del instrumento de evaluación se puede observar que el error más frecuente fue: la construccion de figuras no simetricas, respecto a la figura original, cambiando el tamaño o simplemente no llegando a la simetría esperada.

Por ello una buena propuesta para los docentes que deban enseñar este contenido es realizar actividades constructivistas, ya que, como plantea Vygotsky (Rosas y Sebastián, 1999), el aprendizaje significativo es esencial para que el estudiante interiorice los contenidos, ya que, de esta manera se espera que el estudinte interiorice los aprendizajes de tal manera de entender la simetría bilateral y su utilidad en la cotidaneidad.

Referencias

Camargo, L.; Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. Bogotá, Colombia: Facultad de Ciencias y Tecnologías.

Coronel. F. (2016). Un maravilloso viaje por el mundo de la geometría. Octubre 13, 2018, de Slideplayer Sitio web: https://slideplayer.es/slide/10992594/

Fernández, M. y Cajaraville, J. (2007). Un estudio de evaluación sobre el tratamiento de las isometrías en el segundo ciclo de la ESO en Galicia. Santiago, Chile: Facultad de Ciencias de Educación.

Gamboa, R.; Ballesteros, E. (2009). Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. Costa Rica: Universidad Nacional.

Hernández, N. Meneses, N.; Sánchez, Y.; Montealegre, G.; & Parra, S. (2018). Simetría axial en figuras planas. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.

Rodríguez, D.; Valldeoriola, J. (2011). Metodología de la investigación. Barcelona, España: Universitat Oberta de Catalunya.

Rosas, R. y Sebastián, C. (1999). Piaget, Vygotski y Maturana, constructivismo a tres voces. Buenos Aires, Argentina: Aique.

Valencia, G.; Galeno, B. (2005). Aprestamiento de la lógica matemática (Guía didáctica y modulo). Medellín, Colombia: Fundacón Universitaria Luis Amigó

CB 059

GEOMETRÍA: EL ARTE DE PENSAR BIEN Y DIBUJAR MAL (POINCARÉ): UNA EXPERIENCIA EN EL AULA

Macarena Maldonado Troncoso – Sofía Rodríguez Salinas – Macarena Valenzuela Molina
Universidad Alberto hurtado

Macarena.maldonado.t@gmail.com sofiapazrs@gmail.com mvalenzuelamolina@gmail.com

Investigación casos aulas

RESUMEN

Es este documento, se establecerá la investigación realizada a un grupo de estudiantes de octavo año básico en torno a las ideas previas y experiencias geométricas, que traen consigo, para la construcción de figuras geométricas con instrumentos geométricos determinados, con el fin, de reconocer elementos problemáticos dentro de las tareas pedidas, y los contenidos seleccionados. Todo esto, por medio de la categorización a priori, de algunas hipótesis de errores que consideramos, para la creación del instrumento a ocupar.

Palabras clave: Construcciones geométricas, visualización, razonamiento.

ESTUDIO

Argumentos

Durante la escolarización de la matemática, se ha evidenciado ciertas tensiones que impiden y dificultan categorizar, delimitar, y comprender las diferentes habilidades a las que se apelan para el aprendizaje de la disciplina, específicamente, en la geometría. Así, es de forma elemental, poder reconocer el progreso de las capacidades y las actitudes que tienen ante el contenido de la geometría los niños y las niñas de la educación básica, para atender a las necesidades y adecuaciones que necesitan en el transcurso.

En el sistema de educación formal, usualmente los contenidos de geometría son presentados a los estudiantes como el producto acabado de la actividad matemática, que deja en segundo plano los procesos implícitos de la construcción y de razonamiento en este conocimiento. La enseñanza tradicional de la geometría se enfatiza hacia el estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas. (Gamboa y Ballestero, 2009)

De manera concreta, este estudio, intenta identificar las necesidades que los y las estudiantes comienza a declarar ante las construcciones geométricas. Ya que como lo menciona la cita anterior, esto es uno de los ejemplos en donde más se evidencia la descontextualización que puede presentar el contenido, lo que impide que este sea comprendido con una profundidad útil, sino que más bien caen en un concepto somero, sin ninguna relación con el medio y su composición.

Antecedentes sobre la investigación actual

Hacia el mismo problema, es que se atiene Barrantes & Blanco (2004), donde señalan algunas concepciones sobre la enseñanza de la geometría de estudiantes graduados, quienes en su educación primaria y secundaria desarrollaron la geometría bajo procesos formales, las cuales evidencian la falta de significado del aprendizaje de la geometría dificultando su aprendizaje.

Por otro lado, declaran que la geometría es una materia muy teórica, abstracta y complicada de entender, por lo que se necesita una mayor capacidad de razonamiento. Además , apuntan que los contenidos que más se estudian son los relacionados con la geometría plana; en la geometría espacial se profundiza menos.
Por último, manifiestan que la pizarra y el libro de texto son los recursos más utilizados para la enseñanza de la geometría. Declaran que las actividades geométricas frecuentemente son extraídas del libro de texto y suelen estar relacionadas con el estudio de elementos de las figuras, clasificación y sobre todo de medida; es decir, resolución de problemas “tipo”.

Dentro dela misma línea, Gamboa y Ballestero (2009) muestran las directrices para la enseñanza de la Geometría que propone el National Council of Teachers of Mathematics. En estas se expresan 4 objetivos generales y se explicitan sus objetivos específicos correspondientes a cada nivel.

En esta investigación utilizaremos/analizaremos el objetivo que apunta a la resolución de problemas utilizando la visualización, el razonamiento y la modelación geométrica, específicamente la utilización de ideas geométricas para resolver problemas y aplicarlas en otras disciplinas o áreas de interés.

Marco de referencia

En este estudio, se establecerá una tipología de errores según Radatz (1979). El autor realiza una clasificación de los errores partiendo del procesamiento de la información, estableciendo finalmente, cinco categorías generales:

Errores debidos a la dificultad del lenguaje.
Errores debidos a dificultades para obtener información espacial.
Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: Abarca todas las deficiencias sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática.
Errores debido a rigidez del pensamiento.
Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes: Referidos a los que surgen por aplicar con éxito una estrategia en áreas de contenidos diferentes.

Tabla 1: Tipologías de errores en el área de geometría plana (2004)

En una última parte, tomaremos en consideración las habilidades que se ven insertas en el trabajo de las construcciones geométricas, para poder establecer errores materiales en cada uno de los niveles. Esto, establecido en La enseñanza de la geometría de Olga López y Silvia García (2008) se nomina en 5 habilidades las cuales son:

Visuales
De comunicación
De dibujo: Están relacionadas con las reproducciones o construcciones gráficas que los alumnos hacen de los objetos geométricos.
Lógicas o de razonamiento:
nivel 1: reconocimiento (o descripción)
nivel 2: Análisis.
Nivel 3: Clasificación (o abstracción)
nivel 4: Deducción (o prueba)
De aplicación o transferencia

Tabla 2: Enseñanza de la Geometría (2008)

Objetivo de investigación

Es importante entonces, reconocer las diferencias entre la dualidad dibujo o figura en geometría y una construcción geométrica. Un dibujo geométrico se construye a partir de la percepción, en la que se pueden utilizar todos los instrumentos geométricos disponibles (regla, compás, transportador), son las que se utilizan con más frecuencia y permiten construir, de manera ágil, un dibujo que representa un problema (Tsijli, 1999). Una construcción geométrica representa la solución a un problema, cumple con las propiedades geométricas necesarias para facilitar la visualización y legitima las conclusiones que pueden derivarse de ella. De acuerdo con Castiblanco et al. (2004) la construcción geométrica se puede describir de la siguiente manera: “un dibujo técnico, en el que la utilización apropiada de ciertos instrumentos asegura la adecuación del dibujo a determinadas propiedades” (p. 17).

A partir de los antecedentes anteriores, nuestro objetivo de investigación es reconocer errores de las y los estudiantes en la aplicación de contenidos y conceptos previos a partir del dibujo y transferencia de las matemáticas en otras áreas del aprendizaje, por medio de casos de construcción de objetos cotidianos, con características específicas.

Metodología de investigación

Dentro de la construcción del instrumento, se consideró la idea de la significatividad que la evaluación en la modalidad de una evaluación auténtica (Condemarín, 2000), para poder concretar un ambiente, en donde los productos esperados, que en este caso, correspondió a la construcción de un librero -o repisa-, fuera, sin algún factor externo, experiencias exploratorias libres, mas que con algun modelamiento condicionante.

Así, las categorías que se contemplaron, tienen elementos que pueden ser cuantificados escalarmente, es decir, que tiene alguna ponderación, en la medida, en que estos tienen elementos presentes en cada uno de los criterios establecidos. Ya que, si bien fue una pregunta abierta, esta contiene en espectro de posibilidades que pueden ser parcelados en categorías (Anijovich y González, 2012), las cuales en este caso, fueron dibujo, y elementos geométricos.

Sujeto de estudio y contexto

Estudiantes de 8to básico de un Colegio en Chile, ubicado en la comuna de La Pintana, hacia el sector sur de Santiago. En este grupo curso, se encuentran 44 alumnos, de los cuales, 24 son mujeres y 20 son hombres. Si bien es un grupo heterogéneo, en torno a sus niveles de conocimientos en matemáticas, los promedios de calificación más altos y/o tendenciosos, se encuentran en los varones.

Instrumento

Para poder reconocer los errores que planteamos dentro de nuestro objeto de estudio, se realizará un test escrito, el cual será aplicado en el curso especificado durante 45 minutos, en instancias de clase. Se hará la entrega del instrumento y se explicitan las instrucciones que contiene este. En primer lugar, se reconoce una idea de que es lo que se entienden y/o imaginan por “librero”, a lo cual, mediante el diálogo de esto, se llega a la conclusión de otro concepto que puede ayudarlos más en su imaginario, el cual es “repisa”. Desde ahí, nacen más ejemplos, tomando objetos existentes en sus espacios, como la casa y la escuela.

Luego, se les pide que este objeto que habían pensado, lo dibujen, y que lo hagan con los instrumentos geométricos (regla, escuadra) que se les había pasado en conjunto con la hoja de dibujo. Durante el tiempo sobrante, se comenzó el dibujo, y las preguntas sobre: medida, porte, espacios, ocupa ciones, lugar de posición en el espacio, etc.

Datos

Total de estudiantes en sala: 24.
Total de estudiantes que participan de la actividad: 22.

Indicador	Cantidad de estudiantes
Realizan la figura triangular	6/24
Dibujo en perspectiva	0/6
Realizan figuras rectangulares	16/24
Dibujo en perspectiva	1/16

Tabla 3: Geometría: el arte de pensar bien y dibujar mal (2018)

RESULTADOS

Tipologías de errores y habilidades

Errores/Indicadores	P	F	O	RV	N
Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos		6/24 = 25% del grupo evaluado.			
Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes					
				De los conceptos que se quería transferir, ninguno de ellos fue ocupado.	

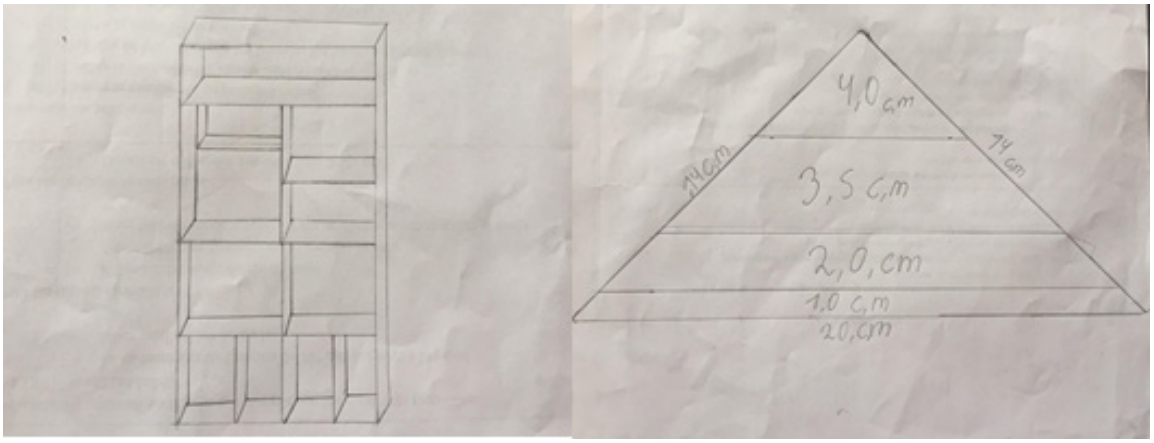
Tabla 4:Tipología de errores (Radatz, 1979)

P:Permanentemente/ F:Frecuentemente/O: Ocasionalmente/ R: Rara vez/N: Nunca.

Habilidades/Indicadores	Deficiente	Regular	Bueno	Excelente
De dibujo: representación pictórica de un objeto geométrico, con instrumento y conceptos pedidos.	1-6	7-12	13-18	19-24

Tabla 5: Habilidad de dibujo (López y Silva, 2008)

Algunos ejemplos de los dibujos realizados en el grupo curso son los siguientes:



En estos se pueden evidenciar los niveles exploratorios en los que las y los estudiantes se encuentran. En el primero, la estudiante logró incorporar elementos que no eran pedidos en las instrucciones y su imaginario y experiencia previa del objeto a trabajar era mucho mas detallado que el segundo dibujo, en donde logra construir un librero, con

las medidas y todas las indicaciones, sin embargo, sin ningún detalle nuevo en ello.

Conclusiones

Dentro de los resultados, y la toma del instrumento con el grupo curso, es relevante considerar las necesidades que, en primer lugar, presentan los estudiantes, en torno a la comprensión de la geométrica, y la construcción geométrica, como un proceso que está dentro del imaginario estudiantil, y que es factible comenzar a explorar desde las experiencias y concepciones que estos tienen, para que la posibilidad, de la preexistencia de aprendizajes (contenidos, actitudes y habilidades) geométrico, como en este caso, lo fue el de perspectiva, medidad, inclinaciones, y longitudes, tengan una mayor cabida en la apropiación de un lenguaje matemático que nazca desde la posibilidad de comunicar de manera matemática, una realidad.

Referencias

Barrantes, M., y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para Maestro sobre la geometría Escolar. Enseñanza de las Ciencias 22(2), 241-250.
Franchi, L. y Hernández de Rincón, A. (2004) Tipología de errores en el área de la geometría plana. Educere, 8 (24), 63-71.
Gamboa, R., y Ballestero, E. (2009) Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, (5), 113-136.
López, O. y García, S. (2008) Enseñanza de la Geometría. Distrito Federal, Mexico: Instituto nacional para la evaluación de la educación.
National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En Rico, L. Dir., Castro, título del libro, editorial,cidad, país.
Coriat, M., Martín, A., Puig, L., Sierra, M., Socas, M.M. .(Ed.).(1997) La Educación Matemática en la Secundaria.: ice-Horsori. pp 125-154

CB 060

EL PORTAFOLIO COMO METODOLOGÍA PARA INDAGAR EN LOS PROCESOS METACOGNITIVOS EN EDUCACIÓN DE ADULTOS Y JÓVENES

Stephanie Llanos Araya Verónica Yáñez Monje
Universidad de Concepción

Stllanos@udec.cl veyanez@udec.cl

Implementación portafolio con centro en la metacognición

RESUMEN

Este artículo está basado en el proyecto final de seminario del Magister en Didáctica de la Matemática, Universidad de Concepción. El estudio, basado en un diseño de investigación acción, tiene por finalidad construir e implementar un portafolio de evidencias de aprendizaje para indagar en los procesos metacognitivos de los estudiantes en la asignatura de matemática, con foco en la unidad de fracciones. Los participantes, sujetos de estudio de esta investigación, son estudiantes de un primer nivel medio, de un Centro Educacional Integrada de jóvenes y adultos en la provincia de Concepción.

Palabras clave: Portafolio, Metacognición, Educación de Adultos

INTRODUCCIÓN

Este estudio surge de la necesidad de abordar las formas en que se aprende y evalúa en la asignatura de Matemáticas en un establecimiento de Educación de Adultos. Si bien está acotado a un contexto local, puede constituir un ejemplo o una muestra que permita ilustrar problemáticas que emergen en este nivel educacional. Algunas contribuciones reportan que: problemas conductuales, el bajo rendimiento académico, el autoritarismo docente y el adultocentrismo, entre otros elementos, emergen como las principales causas de la deserción temprana desde el sistema en la educación de adultos y jóvenes (Espinoza et al., 2010,2012). Este trabajo se focaliza en uno de estos elementos, a saber, el desempeño académico de un grupo de estudiantes de un Centro de Educación de adultos de la provincia de Concepción. En consecuencia, adquiere relevancia indagar en metodologías que favorezcan el desarrollo de la confianza en sí mismos para este grupo de estudiantes, que promuevan un mayor interés en las actividades de aprendizaje y una disposición a enfrentar los obstáculos y a invertir tiempo y esfuerzo para alcanzar metas educativas.

Esta investigación presupone que las finalidades descritas anteriormente no es posible abordarlas desde metodologías tradicionales, con ejercicios matemáticos y métodos de evaluación con énfasis psicométrico; sino que las acciones emprendidas en términos de aprendizaje deben resultar significativas para los estudiantes. Esto es que "el alumno debe manifestar […] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva… el material debe ser potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria". (Ausubel, 1983).

Estos aportes de la literatura plantean desafíos intrincados y complejos, pues se trata no sólo de modificar prácticas de enseñanza sino también introducir trasformaciones en el plano evaluativo. Lo anterior requiere de una perspectiva de evaluación integrada en el proceso de aprendizaje que tiene como propósito central contribuir a que el estudiante aprenda y se aleja de la finalidad de sólo determinar el rendimiento, o certificar los logros a través de numerales(Yáñez,2004). Esta visión está más bien relacionada con los principios de la evaluación formativa o para el Aprendizaje (Black y Wiliam, 2006,2009,2012). Este enfoque contempla la teoría de los procesos de retroalimentación, como elemento clave para recoger evidencias durante el proceso sobre las dificultades, obstáculos y aciertos que el estudiante enfrenta y logra. (Sadler, 2007, 2010). Sin embargo, la retroalimentación, puede alcanzar este propósito toda vez que el estudiante usa la información que se la ha dado en torno a las debilidades y fortalezas de la tarea, para producir mejoras en su aprendizaje (Black y Wikiam, 1998,2006,2009; Sadler,2007,2010). He aquí entonces donde interesa relevar teorías sobre Metacognición, lo cual resulta fundamental para que el estudiante desarrolle autonomía en sus proceso de aprendizaje. Para Osses (2008) la Metacognición en el plano educativo es insoslayable, pues el estudiante se enfrenta constantemente a nuevas tareas de aprendizaje; se trata entonces, en palabras de la autora, de que Aprendan a aprender, lo que indudablemente se vincula a los procesos de autonomía y autorregulación. En esta misma línea Jiménez (2015) plantea que es necesario que el alumno en conjunto con el docente formen un equipo, donde el objetivo común sea el propio aprendizaje del primero, desde la aplicación de una estrategia de evaluación que ayude al alumnado no sólo a re-aprender (re-construir) determinados contenidos, sino también a lograr el control progresivo sobre el propio aprendizaje.

A partir de estas contribuciones se ha determinado abordar la enseñanza y la evaluación de un grupo de estudiantes de un Centro de Educación de Adultos, que presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática, a partir de la implementación de una acción educativa que contempla el diseño de actividades de aprendizaje y de un procedimiento evaluativo como lo es el Portafolio de evidencias de aprendizaje. Lo anterior con base en ciertos principios rectores, los cuales han sido esbozados previamente: Metacognición, retroalimentación, autonomía en el aprendizaje.

Sobre la base de lo expuesto, esta investigación contempla los siguientes objetivos:
Objetivo General

- El propósito de este estudio es diseñar e implementar una metodología de evaluación basada en el Portafolio

para indagar en los procesos meta-cognitivos por parte de los estudiantes de matemática de un primer nivel medio en un C.E.I.A en la provincia de Concepción.

Objetivos específicos

- Diseñar y monitorear la aplicación de un portafolio de evidencia de aprendizaje con énfasis en el desarrollo de habilidades metacognitivas en la clase de matemática.

- Describir el portafolio de evidencia de aprendizaje como metodología de evaluación en la clase de matemática con centro en la unidad de fracciones en un primer nivel medio en un C.E.I.A.

- Analizar las percepciones de los estudiantes sobre la metodología de portafolio y su injerencia en el proceso de aprendizaje vivenciado.

DESARROLLO

En esta sección interesa fundamentalmente profundizar en algunos antecedentes de la metodología a partir de la cual se implementa el portafolio de evidencias de aprendizaje. En primer lugar interesa destacar que se considera integrado en las actividades de aprendizaje que se han diseñado. Estas actividades, por su parte obedecen al principio de respetar los ritmos de aprendizaje, diversidad de intereses, variable etaria, etc., puesto que ello constituye una característica de los sujetos participantes de este estudio. Se trata de modificar las metodologías hasta ahora empleadas en el plano didáctico y evaluativo, de como que se constituya en información valiosa de validación de aprendizajes, Martínez(2002).

El ministerio de educación, en el documento recursos para la auto instrucción en el portafolio (Mineduc, 2009) destaca que sus ventajas van más allá de una recopilación de documentos que sirvan de evidencia de las tareas desarrolladas. Se enfatiza en que es una oportunidad para que el alumno vaya reflexionando sobre su nivel del logro en el proceso de aprendizaje. Se añade que el trayecto del portafolio debe favorecer una continua reflexión de su propio avance sobre la base de procesos meta cognitivos contribuyendo en el desarrollo de la autonomía por parte del estudiante (Mineduc, 2009). Lo anterior reafirma la perspectiva que se ha discutido en la sección precedente de este escrito, pero además introduce un signo de alerta, en tanto que el portafolio no es la simple acumulación de documentos y carpetas, ello debe ir necesariamente acompañado de procesos de reflexión en profundidad, de toma de decisiones para la mejora, de establecimientos de estos mecanismos y en lo posible, la determinación de estrategias de mejora, por el propio estudiante mediante la autoevaluación con sentido (Sadler, 2007, 2010).

Para la creación de estas actividades, se ha tenido en consideración la teoría socioepistemológica de Ricardo Cantoral (1999), puesto que estamos situados en la educación de adultos y jóvenes. Este autor plantea que, particularmente en este nivel, cobra relevancia entregar una matemática con sentido para su vida cotidiana, donde las prácticas sociales generan un conocimiento situado en su contexto. Lo anterior, sumado a las instancias de retroalimentación que se intencionan (Black, et al, 2004) debiera permitir la recogida de información sobre procesos meta-cognitivos en el aula de matemática, con referencia al contenido que se ha seleccionado, que ,en este caso, corresponde a la unidad de fracciones en primer nivel medio (EPJA).

METODOLOGÍA

Esta investigación se basa en una perspectiva cualitativa y se estructura desde un diseño de investigación-acción (Yin,2009) La muestra es intencionada, se compone de xxx estudiantes pertenecientes a la modalidad EPJA, de un primer nivel medio en un C.E.I.A. de la provincia de Concepción. Los datos serán recogidos mediante grabación de audio, notas de campo, registro de incidentes o eventos de aula y revisión de las actividades y notas de metacognición del portafolio sugeridos por Hernandez Sampieri (2014),Esto es seguido de grupos de enfoques para

recoger las percepciones de los estudiantes sobre la metodología implementada. Para el análisis de los datos se utilizarán herramientas diagramas causa y efecto, identificación de prioridades, levantamiento de categorías de observación, levantamiento de categorías de análisis Hernandez Sampieri (2014),

La investigación se desarrolla de acuerdo las siguientes fases: diagnóstico de la problemática educativa a abordar; diseño de actividades de aprendizaje y metodología del portafolio; validación de la propuesta por jueces expertos, implementación de las actividades diseñadas, evaluaciones formativas, acciones de retroalimentación, bitácoras meta-cognitivas, todo lo anterior formando parte del portafolio; monitoreo en el proceso para evaluar la intervención; aplicación de grupos focales con los estudiantes participantes del estudio.

AVANCES Y RESULTADOS PRELIMINARES

En consonancia con la presentación de este paper, la investigación se encuentra en la etapa de intervención. Se ha implementado, específicamente, la primera sesión de clases, en donde se han llevado a cabo cuatro actividades con foco en el fortalecimiento del aprendizaje a partir de la experiencia y profundización en la reflexión de las respuestas de los estudiantes, sumado a la aplicación técnicas de retroalimentación y bitácoras meta-cognitivas.
Algunos hallazgos, todavía muy preliminares, en esta etapa inicial de la intervención, permiten esbozar las siguientes ideas:

Se advierte que para los estudiantes resulta muy difícil reflexionar en su saber y el proceso del aprendizaje involucrado en el desarrollo de una tarea, no obstante dar otro sentido a la revisión de actividades entre pares generó un ambiente de clase que favoreció el planteamiento de dudas, y la oportunidad para que los estudiantes se expresaran con mayor frecuencia.

Los estudiantes verbalizan que sienten desconfianza en relación a que lo que ellos hacen por si solos está correcto, entonces, la posibilidad de compartir y comentar el desarrollo de la tarea en conjunto parece ser una instancia valorada por ellos.

Referencias

Ausubel, D. (1983). psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México: trillas.
Black, P. and Wiliam, D. (2006). 'Developing the Theory of Formative Assessment'. In John Gardner (ed.) Assessment and Learning. SAGE publications. pp. 81-100.
Black, P. and Wiliam, D. (2009). 'Developing a Theory of Formative Assessment', Educational Assessment Evaluation and Accountability, 21, 5–31.
Black, P. and Wiliam, D. (2012). 'Assessment for Learning in the Classroom'. In John Gardner (ed.) Assessment and Learning (Assessment in Education). SAGE Publications. pp. 11-32.
Cantoral, R. (1999). Approccio socioepistemologico a la ricerca in matemática educativa. La matemática e la sua didattica, 3, 258 – 273.
Espinoza, O. (2017) educación de adultos en chile: percepciones y valoraciones de sus beneficiarios.
Hernandez Sampieri, C. (2014). Metodología de la investigación. mexico: Mc graw hill education.
Jiménez, F. (1 enero 2015). uso del feedback como estrategia de evaluación: aportes desde un enfoque socio constructivista. actualidades investigativas en educación, 15 número 1, 1 - 24.
Osses, S. and Jaramillo S. (2088). metacognición: un camino para aprender a aprender. estudios pedagógicos xxxiv, no 1, 187-197.
Martínez, N. (2002). el portafolio como mecanismo de validación de aprendizaje perfiles educativos. instituto de investigaciones sobre la universidad y la educación, vol. xxiv, núm. 95, 54-66.
Mineduc. (2009). RECURSOS PARA AUTO INSTRUCCIÓN INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN / PORTAFOLIO. 1 octubre 2018, de educar chile Sitio web: http://ww2.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?GUID=75697581-4cfc-40fe-9493-acab9203875e&ID=217486.
García Carpintero, E. (enero - junio 2017). el portafolio como metodología de enseñanza-aprendizaje y evaluación en el practicum: percepciones de los estudiantes. revista de docencia universitaria, 15 número 1, 241 - 257.
Sadler, D.R. (2007) 'Perils in the meticulous specification of goals and assessment criteria', Assessment in education: Principles, Policy & Practice, 14: 3, 387-392.
Sadler, D.R. (2010) 'Beyond feedback: developing student capability in complex appraisal', Assessment & Evaluation in Higher Education, 35: 5, 535-550.
Yáñez, V. (2004). Texto de estudio: Postítulo de Especialización en Evaluación del Aprendizaje. (1ª ed.) Chile: Instituto de Investigación, Desarrollo y Capacitación.

Yin, R. (2009) Case Study Research: Design and Methods (Applied Social Research Methods series, Volume 5 – fourth ed.). SAGE Publications Ltda.

CB 061

LA CONSTRUCCIÓN Y ABSTRACCIÓN DEL SIGNIFICADO DEL INFINITO: UNA MIRADA DESDE LAS NEUROCIENCIAS

Tamara Díaz-Chang, Elizabeth-H Arredondo.
Universidad Austral de Chile, Universidad de los Lagos.

tamara.diaz@uach.cl, elizabeth.hernandez@ulagos.cl

Pensamiento Matemático

RESUMEN

Este trabajo tiene como propósito presentar el estado de la cuestión del avance de un proyecto de investigación que plantea y explora la construcción y abstracción del significado del infinito matemático; apoyándose en el enfoque ontosemiótico para examinar la emergencia de éste, cuando los sujetos de estudio resuelven tareas y dialogan durante una entrevista semi-estructurada individual, y en la técnica de la neurociencia 'eye-tracking' para explorar las configuraciones cerebrales que se activan. Lo anterior se inserta bajo una metodología mixta con el fin de encontrar correlaciones entre las configuraciones cerebrales, los significados institucionales y personales presentes en el estudio.

Palabras clave: Infinito, neurociencias, signos, significados, eye-tracking.

EL ESTADO DE LA CUESTIÓN

El fenómeno de interés de este estudio es la interpretación del infinito que hacen un grupo de estudiantes universitarios, mientras se enfrentan a la resolución de una serie de tareas en una entrevista semiestructurada. Para ello consideramos necesario analizar este fenómeno desde diferentes dimensiones, a saber, los significados de infinito que se identifican en matemáticas, los resultados de investigaciones que se han obtenido en la educación matemática respecto a éste, y en específico, el fenómeno de abstracción y los resultados relacionados desde las neurociencias.

El infinito presente en las matemáticas

El infinito es parte de nuestro vocabulario cotidiano como la idea que se opone a la finitud. Cuando evocamos este objeto matemático, generalmente lo asociamos a no tener fin. El interés en éste, apareció en el desarrollo de nuestra civilización desde los antiguos griegos, y aunque no aparece en sí mismo como objeto de estudio de las axiomáticas, es un concepto fundamental desde el punto de vista epistemológico. La relevancia del infinito y su presencia implícita en problemas fundamentales, ha incidido a lo largo de la historia en la actividad investigativa de muchos matemáticos. A continuación, presentamos un análisis histórico de la concepción del infinito, que tiene como fin mostrar las dificultades que los matemáticos de diferentes períodos, identificaron al tratar de darle significado.
El infinito aparece por primera vez en la civilización griega en el siglo VI a. C. con Anaximandro(Stillwell, 2010), a través de su ápeiron, la primera sustancia de la cual estaban hechas todas las cosas; se concebía como algo neutral, imperecedero, infinito, ilimitado, y a partir de este postulado argumentaba que el universo contenía un número infinito de mundos, que la duración de éste era infinita, y que el material del cual estaban hechas todas las cosas también lo eran, por lo que no tenía sentido temporal. La filosofía eleática del siglo V a. C., a través de las paradojas de Zenón, intentaban mostrar a filósofos-matemáticos que las concepciones que se tenían sobre el infinito llevaban a situaciones aparentemente contradictorias. En la conocida paradoja de Aquiles y la tortuga, el tiempo y el espacio eran infinitamente divisibles. Así es como Aquiles, el más rápido de los hombres no podría alcanzar nunca al más lento de los animales, la tortuga, incluso si le daba a ésta una ventaja inicial en la carrera. Mientras Aquiles recorría el camino que la tortuga llevaba por ventaja inicial, la tortuga habría recorrido otra porción, aunque más pequeña. Cuando Aquiles recorría esta última porción de camino, la tortuga ya había avanzado otra porción más pequeña, y así sucesivamente, la tortuga llevaría siempre la ventaja en espacios infinitamente pequeños, con lo cual, Aquiles no podría alcanzarla nunca. En esta paradoja Zenón argumentaba que el movimiento no existía, y que era un engaño de nuestros sentidos. En realidad, el problema surgía al querer tratar la magnitud continua del tiempo como algo discreto. El tema central de la paradoja eran los procesos infinitos (“infinito potencial”). Aquiles no podría alcanzar a la tortuga dado que es imposible realizar una cantidad infinita de actos. Según Zenón, la suma de un número infinito de intervalos de tiempo positivos no podía ser finita.

El desarrollo de las matemáticas en la Grecia del siglo IV a. C. se caracterizó fundamentalmente por la influencia de dos escuelas filosóficas fundadas en Atenas, la Academia fundada por Platón, y el Liceo creado por Aristóteles. En la Academia surgió el llamado método de exhaución griego, que se le atribuye a Eudoxo en el siglo IV a. C., a quien también se le atribuye la noción de “tan pequeño como se quiera”. Aristóteles (384-322 a. C.) argumentaba que solo existía un infinito, el infinito potencial, y que el infinito actual no tenía cabida alguna. Una implicación de esta postura la podemos ver en la Proposición I del libro X de Euclides (325-265 a. C.), donde se expresa que dadas dos magnitudes distintas, si de la mayor se sustrae una magnitud mayor que su mitad, y del resto se sustrae una magnitud mayor que su mitad y si este proceso se repite continuamente, quedará alguna magnitud más pequeña que la menor de las magnitudes dadas inicialmente. Este sencillo resultado tuvo consecuencias importantes para el desarrollo posterior de las matemáticas, pues en este principio subyace la formulación de la idea de límite sin hacer mención del infinito.

Hacia el siglo III a. C., Arquímedes estuvo muy cerca del moderno concepto de infinito matemático, a pesar de que en sus obras solo se nombra la palabra infinito dos veces. La decisión de ocultar dicho término revela las exigen-

cias de la época para evitarlo, puesto que era considerado por Aristóteles como el "innombrable". Sin embargo, las evidencias indican que Arquímedes no trató solamente con el infinito potencial, sino que también consideraba que no todos los objetos infinitos en número eran iguales. Se puede decir que se refería al concepto de cardinal que posteriormente precisó Cantor, por lo que aceptaba al concepto del "infinito actual".

La problemática sobre el infinito potencial y actual se pudo comprender mejor como resultado del trabajo de Kant (1790) en filosofía, y de Bolzano (1817 y 1851) sobre la continuidad de funciones y sobre las paradojas del infinito, pasando de un estatus contradictorio al de paradójico. Cantor propuso su teoría sobre los números transfinitos en 1883, logrando proporcionar a las matemáticas una estructura que integraba los diferentes infinitos. Su éxito se basó en negar la afirmación de que el todo es mayor que cualquiera de sus partes, y en precisar el concepto de potencia de una colección infinita de objetos, teniendo dos conjuntos la misma potencia si se establece una correspondencia biunívoca entre los elementos que pertenecen a uno y otro conjunto. Cantor y Dedekind, como otros matemáticos de esta época, empezaron a preguntarse si no estarían asumiendo la existencia de cierto continuo de números reales, sin probar su existencia. Así es como en este tiempo, se inició el estudio de la naturaleza del continuo, y en este caso fue Weierstrass quien marcó la diferencia, al decidirse a trabajar un continuo donde los infinitesimales no tenían cabida. El hecho de contar con una caracterización precisa del continuo, propició que Weierstrass pudiese abordar propiedades de los conjuntos infinitos en la recta.

Uno de los problemas que más le preocupó a Cantor, fue determinar el cardinal transfinito que le corresponde a la potencia del continuo, y desde el comienzo, planteó las diferencias entre el infinito actual y el infinito potencial. Rechazó las cantidades infinitamente pequeñas porque parecían contradecir la concepción misma del infinito actual, y carecían de una estructura propia como un cuerpo teórico matemático. Sin embargo, posteriormente, a mediados del siglo XX, Abraham Robinson demostraría lo contrario, iniciando el análisis no estándar y usando la teoría de modelos en la fundamentación de los infinitesimales. Su enfoque axiomático y riguroso, le permitió introducir los infinitesimales como números hiperreales no nulos, cuyo valor absoluto es más pequeño que cualquier número real estándar. A pesar de ser considerado controversial por algunos, su trabajo, así como el de matemáticos anteriores, nos ha mostrado que la noción ontológica del infinito ha ido variando a lo largo del tiempo, de acuerdo a los cambios históricos conceptuales de cada época.

Con este acercamiento histórico del concepto de infinito, identificamos los dos tipos de infinito matemático que serán las nociones que exploraremos, a partir del diseño de tareas apoyadas en el uso de softwares. Esto nos permitirá identificar qué noción es más accesible a los estudiantes, y el tipo de problemas más recomendados en cada caso. Enseguida expondremos los resultados más significativos que se tienen sobre investigaciones desde la didáctica de las matemáticas del infinito.

Las investigaciones sobre Infinito: una mirada desde la didáctica de las matemáticas

Los procesos de enseñanza y aprendizaje relacionados con este objeto, han sido abordados desde diferentes marcos teóricos a lo largo del desarrollo de las diferentes teorías de la didáctica de las matemáticas. La apropiación del concepto del infinito es uno de los procesos más difíciles y complejos para los estudiantes. Se sabe que, dada su naturaleza, el sistema cognitivo de un individuo no puede apropiarse de este concepto, a través manipulaciones operativas representadas por teoremas formalmente rigurosos (Dubinsky, Weller, Mc Donald y Brown, 2005). Sin embargo, el infinito es un concepto clave en la matemática moderna y en disciplinas como el análisis real, el análisis funcional, la geometría diferencial o las ecuaciones diferenciales, que se cimentan en conceptos comunes como la convergencia, la continuidad, la derivada y la integral. Todos estos conceptos se basan en procesos infinitesimales que en última instancia se definen, desde el punto de vista axiomático, en base a la noción de límite. La relación directa entre límite e infinito es clave en estos procesos.

La neurociencia cognitiva combina estrategias experimentales de la psicología cognitiva con varias técnicas experimentales de la neurociencia, como el eye-tracking (Schindler, y Lilienthal, 2018), para examinar cómo las funciones

cerebrales soportan las actividades de aprendizaje. Los estudios cognitivos sobre la naturaleza del aprendizaje, han sido apoyados en los últimos años, por este tipo de diseños experimentales.

Desde la perspectiva cognitiva, existen varios trabajos como los de (Lakoff y Núñez, 2000), (Arzarello, Bosch, Gascón y Sabena, 2008), y (Demers, Miranda y Radford, 2009), que resaltan el papel relevante que tiene el uso de diferentes modalidades sensoriales en los procesos de integración y abstracción del infinito, y en la construcción de conceptos de lo simple a lo complejo. En concordancia con esto, es un hecho conocido de las investigaciones neurocientíficas, que en la ejecución de cualquier tarea, o proceso de pensamiento, intervienen en general, varias zonas cerebrales, además de que la forma en la cual el cerebro organiza y procesa la información, es diferente en cada individuo. Además, revelan los diferentes procesos mediante los cuales se interconectan diferentes conceptos en el cerebro, y los mecanismos naturales de categorización que en él ocurren (André y Radford, 2009).

Una de las propuestas más interesantes en este contexto, es diseñar experimentos que pongan a prueba resultados obtenidos de las investigaciones neurocientíficas, en las salas de clases. De manera recíproca, estrategias de aprendizaje ya conocidas desde el punto de vista didáctico, pueden ser puestas a prueba a través de estas novedosas técnicas de investigación (Tokuhama-Espinoza, 2011). Usando múltiples lentes y una perspectiva interdisciplinaria, nos proponemos reinterpretar los resultados de las investigaciones que sobre el infinito se han realizado hasta el momento, desde la mirada de la epistemología, del análisis cognitivo, y la neurociencia. A continuación, se desarrolla los referentes teóricos que organizan los elementos que pretendemos mirar en el estudio.

LOS SIGNIFICADOS PERSONALES E INSTITUCIONALES

La idea del significado es usada de manera informal en estudios didácticos (Godino y Baranero, 1994). Sin embargo, el estudio de esta noción nos ayuda a comprender las relaciones entre las distintas formulaciones teóricas, y en específico, plantea una reflexión epistemológica de los objetos matemáticos. Por una parte, esta reflexión se hace sobre los significados establecidos a través de la historia y que dejan registro en libros a los que llamaremos institucionales, y por otra parte, sobre los que generamos a partir de la práctica con un objeto matemático y que son susceptibles a cambio, los que llamaremos significados personales. Enseguida expondremos la noción de configuración ontosemiótica con el fin de observar su doble dimensión, para el análisis de la resolución de tareas que exploren el uso del significado del infinito actual y potencial en un grupo de estudiantes universitarios, y caracterizar qué tipo de conocimiento construyen éstos, la emergencia de estos signos y significados, que se correlacionan con las configuraciones cerebrales que se activan en el proceso.

La configuración ontosemiótica

Esta configuración tiene un carácter dual, epistémico o cognitivo (Pino-Fan, Godino y Font, 2015), la cual implementaremos para caracterizar de forma sistemática los elementos lingüísticos, procedimientos, propiedades, argumentos que se movilizan en las prácticas relacionadas con la aprehensión del infinito. Con ello pretendemos describir estas prácticas en la resolución experta del problema, en su configuración epistémica, mientras que en la configuración cognitiva, se analizará la producción desarrollada por un grupo de estudiantes universitarios, y la correlación entre las configuraciones cerebrales que se excitan de manera simultánea.

REFLEXIONES Y LINEAS FUTURAS DE ACCIÓN

Este trabajo está en fase inicial de planteamiento de la problemática de estudio. En esta primera etapa se pretende estudiar la interpretación del infinito, mientras un grupo de estudiantes universitarios resuelven problemas apoyados en el uso de softwares. Para ello se propone observar dicha interacción desde una metodología de trabajo mixto, en su vertiente cualitativa con la configuración epistémica que relaciona los significados que aparecen cuando los estudiantes resuelven una tarea, mientras que desde el punto de vista cualitativo, se explora con la técnica del eye-tracking (Morris, Sansosti y Was, 2017), una medición biométrica que nos proporciona información sobre la

regiones cerebrales que se activan cuando el sujeto se enfrenta a tareas cognitivas en general. Para la correlación entre estas herramientas metodológicas, haremos uso del software QDA-miner, que nos permitirá hacer minería de datos entre el discurso (oral y gestual), y la medición obtenida a través del eye-tracking.

A partir de los elementos anteriormente descritos, consideramos que podremos dar respuesta a las siguientes preguntas de investigación ¿qué configuraciones cerebrales se establecen mientras generamos significados del infinito?, ¿qué tipos de problemas o actividades de aprendizaje apoyadas en el uso de la tecnología, favorecen el proceso de abstracción del infinito?

Referencias

André, M. & Radford, L., (2009). Cerebro, cognición y matemáticas. RELIME, 12 (2), 52-55.
Arzarello, F., Bosch, M., Gascón, J. & Sabena, C. (2008). The ostensive dimension through the lenses of two didactic approaches. ZDM. The International Journal on Mathematics Education. 40, 179–188.
Demers, S., Miranda, I. & Radford, L., (2009). Processus d'abstraction en mathématiques. Imprimeur de la Reine pour l'Ontario et Université Laurentienne.
Dubinsky, E., Weller, K., Mc Donald, M. & Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An APOS-based analysis. Educational studies in Mathematics, 58, 335-359
Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherches en Didactique des Mathématiques, 14 (3), 325-355.
Lakoff, G., & Núñez, R., (2000). Where Mathematics come from. New York, USA: Basic Books.
Morris B., Sansosti, F. & Was, C., (2017). Eye-tracking technology applications in educational research. Pensylvannia, USA: ABISA Book Series.
Pino-Fan, L., Godino, J. D. & Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. BOLEMA, 29(51), 60 – 89.
Schindler, M., & Lilienthal, A.J., (2018). Eye-tracking for studying mathematical difficulties -also in inclusive settings. PME-42 Conference paper.
Stillwell, J., (2010). Mathematics and its history. New York, USA: Springer Science+Business Media.
Tokuhama-Espinoza, T., (2011). Who knows most about learning? or why the brain is not talked about in schools. New Horizons in Education.

CB 062

TOMA DE DECISIONES DE PROFESOR AL ENSEÑAR ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES EN TERCER AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA

Teresa Carrasco; Eugenio Chandía
Universidad de Concepción

terecarrasco@udec.cl; echandia@udec.cl

Didáctica de estadística y probabilidades

RESUMEN

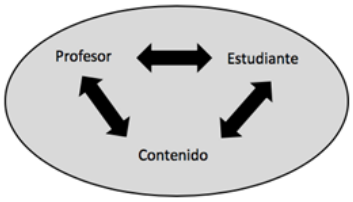
Se realiza un análisis a las Prácticas de Instrucción (PI) de un docente que realiza una clase de probabilidades, se define una PI como el resultado de una Toma de Decisión (TD), que surge a partir de la Percepción e Interpretación en un ambiente de instrucción. Se basa en enfoque de Estudio de Caso y se ha seleccionado una metodología cualitativa de enfoque interpretativo. Los principales resultados lograron evidenciar las etapas que el docente pasa para llegar a la TD y como gatilla en una interacción de práctica, se observa que estas interacciones tienen un medidador: profesor, estudiante o contenido.

Palabras clave: Prácticas de Instrucción, Toma de decisión, Probabilidades.

ANTECEDENTES

Dado el propósito de la investigación, a continuación, se presentan los componentes que la constituyen: Práctica de Instrucción, Percepción, Interpretación, Toma de Decisiones y Conocimiento Cognitivo. Para cada uno de ellos se entrega una definición y dada la metodología de la investigación, se entregan antecedentes de cómo medirlos.
Prácticas de Instrucción

Muchas investigaciones han usado esta variable para analizar clases de matemática, refiriéndose a estas como prácticas de enseñanza, prácticas de clase, prácticas pedagógicas, oportunidades de enseñanza, estrategias de enseñanza, etc. (Cohen, Raudenbush, & Ball, 2003; Dehoney, 1995); sin embargo, se establece la PI como un proceso de interacción entre el profesor, los estudiantes y el contenido en un ambiente de aprendizaje, como la sala de clases como se observa en el Esquema 1. (Cohen et al., 2003).



Esquema 1: Triángulo didáctico (Gallagher, 2016)

Estas interacciones se dividen en 3, de acuerdo con sus mediadores:

a) Practicas de instrucción mediadas por contenido: Aquellas prácticas que tratan de promover interacción mediante la discusión matemática en la clase. Tales prácticas involucran el seguimiento, selección y secuenciación de acciones, soluciones, estrategias y respuestas de los estudiantes (Boston, Bostic, Lesseig, & Sherman, 2015)

b) Practicas de instrucción mediadas por el profesor: El profesor implementa tareas, plantea preguntas, y al genera discusiones buscando la reacción, en particular del estudiante. Estas reacciones tienen directa relación con los procesos de abordaje e interpretación de los estudiantes a las tareas planteadas, las cuales se conectan con sus trayectorias de aprendizaje (Amador & Lamberg, 2013; Wilson, Sztajn, Edgington, & Myers, 2015).

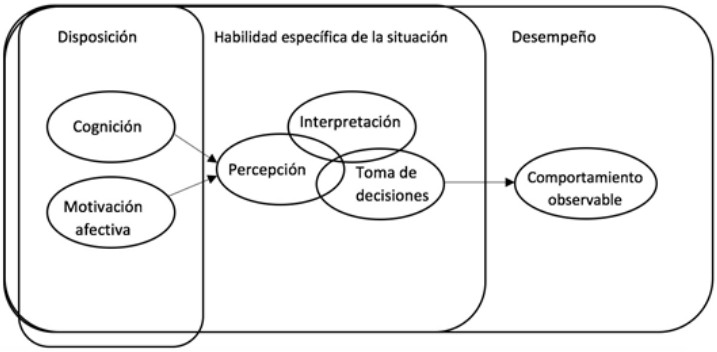
c) Practicas de instrucción mediadas por el estudiante: El profesor reconoce trayectorias que realiza el estudiante, conoce los modos de pensar y actuar frente a determinados tipos de tareas, conceptos, contenidos o problemas, los cuales son base para su enseñanza.

Para esto, el profesor deberá monitorear el trabajo de los estudiantes, viendo las soluciones, estrategias, errores, dificultades y procedimientos que muestran al enfrentarse a las tareas tomando decisiones respecto a la selección para compartir o para confrontar o para establecer conexiones entre ideas, conceptos, representaciones o procedimientos matemáticos. Para tomar estas decisiones el docente pasa por un proceso de percepción e interpretación de eventos en un entorno de instrucción. Las cuales se enmarcan en las habilidades de instrucción matemática. (Blömeke, Busse, Kaiser, König, & Suhl, 2016)

Habilidades de Instrucción Matemática

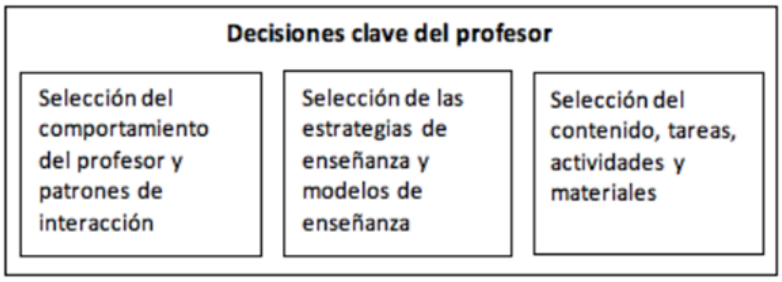
Basándose en el marco propuesto por Blömeke, Gustafsson, et al., (2015) y König et al. (2015) desarrolló las habilidades específicas de la situación para la enseñanza de la matemática en su denominado modelo PID: (P) Percibir eventos particulares en un contexto instruccional, (I) Interpretar las actividades percibidas en un entorno de instrucción que corresponde a dar sentido a los eventos y (D) Tomar decisiones, ya sea anticipando una respuesta a las actividades de los estudiantes o proponiendo estrategias de instrucción alternativas. (Blömeke, Gustafsson, et al.,

2015; Santagata & Yeh, 2016). Dicho modelo se representa en el Esquema 2.



Esquema 2: Competencia modelada como un continuo (Blömeke, Gustafsson, et al., 2015)

El foco de este modelo, para esta investigación se basa en la toma de decisión, Clough, Berg, & Olson (2009), proporcionan una representación visual general para ayudar a los profesores en formación y en ejercicio a conceptualizar estas muchas decisiones de los docentes, y comprender su importancia e interacciones, el esquema 3 presenta un extracto de las decisiones claves del profesor.



Esquema 3: Extracto Marco Teórico ilustrando las decisiones del profesor y sus interacciones (Clough, Berg, & Olson, 2009)

METODOLOGÍA

Dado que el interés de este estudio apunta a indagar respecto de la toma de decisiones de un profesor al enseñar estadística, se basa en el enfoque de Estudio de Caso, ya que se analizará la particularidad de un docente (Simons, 2011) y se ha seleccionado una metodología cualitativa de enfoque interpretativo (Taylor & Bogdan, 1998). Este enfoque, dado el tipo de datos que se recolectan (discurso por medio de entrevistas), permite comprender de forma profunda las características de las personas sobre los fenómenos en los cuales son participes. De este modo, conociendo lo que el docente evidencia sobre sus percepciones, interpretaciones, y sus dominios cognitivos, se puede obtener información sobre las características de las tomas de decisiones que nos permitirán identificar las distintas interacciones de su práctica.

Para el logro de los objetivos se desarrollaron

Etapa 1: Grabación de clases y selección de vídeo viñetas: Consistió en grabar las clases de toda la unidad de Datos y Azar, y luego se seleccionaron 9 viñetas de video con una duración de entre 0:22 y 1:50 minutos, las cuales se enmarcaban en los tres esquemas de interacción de prácticas.

Etapa 2: Construcción y aplicación de entrevista semi-estructurada: Estas viñetas se presentaron al docente y se le aplicó una entrevista semi-estructurada con el fin de profundizar en cada una de las etapas para llegar a la toma de decisión.

Etapa 3: Transcripción y codificación de la entrevista: Para realizar el análisis, se utilizaron las transcripciones de la entrevista. Dicho texto se analizó usando la perspectiva de la Teoría Fundamentada (Strauss & Corbin, 2002) puesto que permite desarrollar teoría desde los datos empíricos. Esta decisión se funda en que de este modo se conseguirá, a partir de categorías descriptivas, desarrollar conceptos analíticos y sus relaciones con el fenómeno estudiado (Vollstedt, 2015). Se separaron las codificaciones para cada variable (Conocimiento cognitivo, Percepción, Interpretación y Toma de Decisión) específicamente se siguieron los siguientes pasos: codificación abierta, axial y selectiva (Vollstedt, 2015); aplicadas no de manera secuencial, sino que paralela y recursiva.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Se muestran los resultados y evidencias recogidas obtenidas de la entrevista semi-estructurada y sus codificaciones, en el siguiente orden: Caracterizaciones individuales del uso del conocimiento, precisión de la percepción, tipos de interpretaciones y toma de decisiones como causa de las interacciones de las prácticas.

Caracterización del uso del conocimiento: Emergieron 4 categorías: como técnica estadística, como recurso, como objetivo y para entender conceptos estadísticos. Respondiendo al objetivo de caracterizar el uso del conocimiento, se utilizaron tres lineamientos que reporta la literatura estadística con respecto a lo que se debe desarrollar en una clase:

Alfabetización estadística: Para lograr la alfabetización estadística utiliza distintas técnicas y recursos, como el uso de fórmulas básicas, el diagrama de árbol, reducción de problemas, y conexión a contenidos matemáticos conocidos, como el cálculo de porcentajes.

Razonamiento estadístico: El docente, en sus afirmaciones: “pero mas allá de calcular con la fórmula, porque de un principio yo les podría haber dicho esto se calcula así ya y enseñarles a como distinguir los elementos, me interesaba que tuvieran el concepto de la probabilidad que se ocupaba en todo momento” (Profesor, 13 de Julio de 2018), busca enfatizar el entendimiento conceptual más que el procedimental, esto demuestra que busca desarrollar razonamiento estadístico.

Pensamiento estadístico: No se evidencia.

Precisión de la percepción: Se categorizó la percepción en torno a la precisión de ésta, específica y holística. Investigaciones anteriores han utilizado esta variable como herramienta para determinar el grado de experiencia del docente; sin embargo, se considera valido utilizarla, ya que surgió de forma natural en las categorías durante la codificación.

Tipos de interpretaciones: El profesor interpreta a sus estudiantes identificando 2 grandes áreas: Errores: En la frase “ya los chicos parece que entienden lo que estaban haciendo, pero no lo entendían como función sino que lo entendían como un calculo parcializado” en este caso identifica un error en el concepto de función de probabilidad, ya que percibe que los alumnos entienden lo que es función, entienden lo que es probabilidad, pero no eran capaces de unir ambos conceptos para llegar a la función de probabilidad, expresa que el estudiante.

Sentidos o significancia: Este docente, se identifica con un rol de interprete “Mi clase o yo en esos momentos no me siento profe, sino que me siento intérprete de las ideas, de las ideas matemáticas de los estudiantes” por lo tanto, en ese rol, su función es determinar las trayectorias de pensamiento de los estudiantes e identificar cuales son los significados que está adquiriendo el estudiante frente a los conceptos o a las tareas entregadas.
Toma de decisiones: Se identificaron de acuerdo al Marco para la Toma de Decisiones tres características principales, a continuación se presentan las codificaciones de cada una de ellas.

Elección de estrategias de enseñanza y modelos de enseñanza: en la situación que se expone a continuación “que

no habían llegado a la solución correcta, entonces le hice una reducción del mismo, eso, para hacerlo mas comprensible" el docente toma una decisión con respecto a la estrategia de reducir el problema para hacerlo más comprensible.

Elección de contenidos, tareas, actividades y materiales: cuando el profesor expresa "de un principio yo les podría haber dicho esto se calcula así ya y enseñarles a como distinguir los elementos, me interesaba que tuvieran el concepto de la probabilidad" está evidenciando que su objetivo está centrado en comprender el concepto de probabilidad, y seleccionó la actividad o el problema en función de ello.

Selección de comportamiento del profesor y patrones de interacción: en el siguiente caso "ya los chicos parece que entienden lo que estaban haciendo, pero no lo entendían como función si no que lo entendían como un calculo parcializado entonces por eso le hice todas esas preguntas" el profesor estaba monitoreando el trabajo y detectando los errores, una vez detectado el error decide hacer ciertas preguntas que le permitan al estudiante comprender el concepto que estaba detrás o que andaban buscando.

Referencias

Amador, J., & Lamberg, T. (2013). Learning Trajectories, Lesson Planning, Affordances, and Constraints in the Design and Enactment of Mathematics Teaching. Mathematical Thinking and Learning, 15(2), 146–170. https://doi.org/10.1080/10986065.2013.770719

Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J., & Suhl, U. (2016). The relation between content-specific and general teacher knowledge and skills. Teaching and Teacher Education, 56, 35–46. https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.02.003

Blömeke, S., Gustafsson, J. E., & Shavelson, R. J. (2015). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. Zeitschrift Fur Psychologie / Journal of Psychology, 223(1), 3–13. https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000194

Boston, M., Bostic, J., Lesseig, K., & Sherman, M. (2015). A comparison of mathematics classroom observation protocols. Mathematics Teacher Educator, 3(2), 154–170. https://doi.org/10.5951/mathteaceduc.3.2.0154

Clough, M. P., Berg, C. A., & Olson, J. K. (2009). Promoting effective science teacher education and science teaching: A framework for teacher decision-making. International Journal of Science and Mathematics Education, 7(4), 821–847. https://doi.org/10.1007/s10763-008-9146-7

Cohen, D. K., Raudenbush, S. W., & Ball, D. L. (2003). Resources , Instruction , and Research. Educational Evaluation and Policy Analysis, 25(2), 119–142. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0438-6.

Dehoney, J. (1995). Cognitive Task Analysis: Implications for the Theory and Practice of Instructional Design. Annual National Convention of the Association for Educational Communications and Technology.

Gallagher, H. A. (2016). Professional Development To Support Instructional Improvement : Lessons from Research, 1–9.

Santagata, R., & Yeh, C. (2016). The role of perception, interpretation, and decision making in the development of beginning teachers' competence. ZDM - Mathematics Education, 48(1–2), 153–165. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0737-9

Simons, H. (2011). El estudio de caso: Teoría y práctica. Madrid. Retrieved from http://books.google.es/books/about/Bases_de_la_investigaci?n_cualitativa.html?id=TmgvTb4tiR8C&pgis=1

Strauss, A., & Corbin, J. (2002). Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. https://doi.org/10.4135/9781452230153

Taylor, S., & Bogdan, R. (1998). Introducción a los métodos cualitativos en investigación. Introducción a Los Métodos Cualitativos de Investigación, 1–11. https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004

Vollstedt, M. (2015). To see the wood for the trees: The development of theory from empirical interview data using grounded theory. Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education, 23–48. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6

Wilson, P. H., Sztajn, P., Edgington, C., & Myers, M. (2015). Teachers' Uses of a Learning Trajectory in Student-Centered Instructional Practices. Journal of Teacher Education, 66(3), 227–244. https://doi.org/10.1177/0022487115574104

CB 063

LA CODOCENCIA, REAL IMPACTO EN EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO ESCOLAR.

Alejandra Eunice Figueroa Zapata
Universidad de Concepción

alejandraefigueroa@gmail.com

Sistematizaciones de Experiencias de Aula

RESUMEN

En este escrito se presenta un estudio cuyo objetivo es analizar las interacciones que se desarrollan durante una clase, en el aula que ha implementado el sistema de co-docencia matemática. La metodología consideró el análisis descriptivo sobre aspectos generales de la clase y sobre resultados de interacción de los docentes con un estudiante, que cumple la condición de ser retroalimentado en un mismo problema matemático por ambos docentes, analizando el feedback entregado e intentando dilucidar el real impacto que la co-docencia proporciona en el conocimiento matemático escolar.

Palabras clave: Co-docencia, feedback, interacciones, didáctica de la matemática

INTRODUCCIÓN

Dentro del contexto escolar chileno, se han establecido una serie de políticas públicas a lo largo de los años. Bajo este marco, se han observado las experiencias educativas de otros paises, con el fin de fortalecer la educación chilena por medio del levantamiento de nuevas políticas públicas (Aziz dos Santos, 2018).

Considerando lo anterior, algunas políticas públicas que se han implementado y adoptado a partir del año 2013, es así como dentro de las orientaciones técnicas para programas de integración escolar (PIE), se considera la contratación de profesionales por los recursos de Subvención Escolar Preferencial (SEP), siendo éstos asistentes de la educación de primero a cuarto básico, educadores diferenciales para estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE) en todo nivel y profesores especialistas de acompañamiento en el aula. (MINEDUC, 2012).

Dentro de esta realidad, algunos colegios utilizan este recurso para contratar profesionales en diversas áreas, es por tanto que el trabajo de co-docencia se configura como una acción que continuamente invita a la reflexión sobre la práctica pedagógica y la inclusión en educación, como estratégia para responder a la diversidad (Dúran, Orrego, Basualto, & Urbina, 2017).

Idealmente, la co-docencia incluye la colaboración en todas las facetas del proceso educativo. Abarca la evaluación colaborativa de las fortalezas y debilidades de los estudiantes, la determinación de metas educativas apropiadas y los indicadores de resultados, el diseño de estrategias de intervención y la planificación para su implementación, la evaluación del progreso de los estudiantes hacia las metas establecidas y la eficacia del proceso de co-enseñanza. Lo que es ideal y lo que es pragmático, sin embargo, a menudo son diferentes. Las variaciones en las necesidades de los estudiantes, el número de empleados y el tamaño de la clase, las responsabilidades profesionales que compiten entre sí y la programación son algunas de las razones por las cuales la colaboración en toda la gama de actividades que apoyan la enseñanza conjunta no siempre es posible. (Cook & Friend, 1995)

CO-DOCENCIA E INTERACCIONES EN EL AULA MATEMÁTICA

Considerando estos antecedentes, nace el interés de estudiar las interacciones que se desarrollan en el aula con la utilización de un recurso humano adicional, con y sin NEE, para así responder si los docentes designados para tal fin benefician el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Para estudiar este tipo de interacciones, es importante considerar aspectos teóricos que permitan esclarecer los criterios que presenta el feedback entregado, para lo cual se puede observar las condiciones del Feedback, preparar al estudiante para elaborar un juicio multicriterio (analítico o configuracional) y el tránsito del feedback hacia la autoevaluación (CPEIP; MINEDUC, 2006). Sumado a lo anterior, la orientación que proporcionen los docentes al estudiante para propósitos particulares de esta investigación, serán categorizadas como feedback demandante, definido como aquellos comentarios que proporcionen al estudiante la capacidad de obtener un resultado para resolver el problema y como feedback orientador, definido como aquellos comentarios que proporcionen al estudiante la capacidad de realizar un análisis del problema para comprender el proceso y no solo la solución.

El propósito de este reporte, es por tanto exponer una experiencia de aula donde está presente la co-docencia y verificar el real impacto en el conocimiento matemático de los estudiantes, mediante el análisis de las interacciones realizadas por los docentes.

METODOLOGÍA

El estudio se enmarcó en una perspectiva cualitativa de investigación, de tipo descriptiva mediante la observación de una clase de dos profesores de matemática, los cuales llevan realizando trabajo de co-docencia en conjunto durante los últimos dos años en un colegio de la comuna de Yungay, Ñuble, la observación fue llevada a cabo en la

clase de matemática de 7º Básico de dicho colegio.

La observación fue llevada a cabo previa autorización de los docentes invitados a participar de manera voluntaria en el estudio. Se utilizó una grabación de las intervenciones de los docentes con los alumnos; además de un registro visual escrito, permitiendo de esta forma recoger información de los minutos en que los estudiantes interactuaron con los docentes, más específicamente uno de ellos, en un problema matemático específico. El contenido que es utilizado para llevar a cabo la clase a ser observada es "plano cartesiano y vectores", siendo el objetivo específico observado mencionado por el docente "desplazar figuras 2D, mediante un vector en el plano cartesiano".

Mediante un registro de observación descriptiva, se evidenciaron los aspectos generales de la clase, presentados en Inicio, Desarrollo y Cierre, con foco en las actividades realizadas por el docente, co-docente y trabajo de los estudiantes, además de llevar un registro contable de la cantidad de interacciones realizadas por cada uno de los docentes en el aula. Posterior al evento de observación, se realizarán las transcripciones de los audios respectivos, organizándolas de forma tal de seleccionar aquellas en las que el docente principal y el co-docente interactúa con un estudiante seleccionado que cumpla la siguiente condición: interactuar en un mismo problema matemático con ambos docentes.

El análisis de los registros auditivos fue realizado mediante el tipo de feedback entregado por los docentes, para establecer si es del tipo prospectivo o retrospectivo, demandante u orientador contrastando el feedback entregado al estudiante por cada uno de los docentes y buscando establecer criterios que permitan evidenciar si la co-docencia permite un aporte realmente significativo en el aula.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para efectos de llevar a cabo el análisis de los resultados, se asignó la siguiente codificación:
P1: Docente responsable de la asignatura de matemática en el curso 7ºB
P2: Docente responsable de co-docencia y acompañamiento en el aula de 7ºB
E1: Estudiante designado para la observación.

Sobre aspectos generales de la clase (Registro de observación descriptiva)

Los profesores ingresan a la sala de clase, se utilizan los primeros 3 minutos para saludar y preparar el ambiente de la clase, P1 se ubica en la parte delantera de la sala, mientas que P2 toma ubicación en la parte posterior de la sala de clase.

Inicio: P1 presenta un problema para trabajar en conjunto e ir resolviéndolo mediante las respuestas obtenidas de los estudiantes, además de reforzar los conceptos referidos al contenido, esto se desarrolla hasta el minuto 12.

Desarrollo: Durante el minuto 13 P1, proyecta un problema de traslación para que los estudiantes resuelvan, posteriormente P1 y P2 responden dudas de los estudiantes, la distribución de esta rotación evidencia que P1 observa el trabajo de los estudiantes sentados al lado derecho mientras P2 el izquierdo. A partir del minuto 19, P1 pregunta a los estudiantes los resultados obtenidos, mencionando el método de traslación que debe ser empleado y las características de la respuesta que se debía obtener, realizando preguntas generales que eran respondidas por algunos de los estudiantes del curso y guiando la discusión de la clase mediante un feedback orientador, que proporcionó a los estudiantes una guía de lo que deben realizar a lo largo de la actividad del día y con respecto al objetivo de la clase. Paralelamente, P2 explica personalmente a los estudiantes que solicitan ayuda para resolver la tarea matemática. A partir del minuto 26 y hasta el minuto 72, P1 entrega a los estudiantes una guía de trabajo. P1 y P2 posteriormente recorren los pasillos de la sala de clase, de forma homogénea, acercándose a aquellos que solicitan su ayuda, se puede evidenciar que una de las diferencias existentes es que los estudiantes para solicitar ayuda levantan la mano y dicen: "profe, profesor, o profesor P1", por el contrario, no se evidencia la solicitud directa a P2.

Cierre: No observado, la normalidad de la clase es interrumpida en el minuto 72 de la grabación por el centro de estudiantes, motivo por el cual finaliza la observación.

Sobre resultados de interacción con E1 en un mismo problema matemático.
Se presentan las transcripciones de dos interacciones con el estudiante E1, junto con los tiempos designados de la grabación y de la respectiva clase cuya duración fue de 90 minutos.

P1, audio de grabación 00:55:21 - 00:56:17
1. P1: ¿Cuánto seria? A ver cuenta otra vez… recuerda que yo cuento de aquí para allá ¿cierto? 1234567
2. E1: 7
3. P1: 7 y luego baja, 123456, como baja es negativo. Ya y eso …y haz el dibujo, tienes que hacer… el vector
4. E1: sería, ahh lo tengo que dibujar desde acá, ¡desde el origen!
5. P1: de ahí para acá, porque es como se desplaza el vector, ahora después haces el del origen…
6. E1: ¿entonces tendría que ser una flecha así?
7. P1: No, 7 para acá y 6 para abajo, ubica primero ese punto en el plano, vamos
8. E1: Ahí está el 7… por acá seria
9. P1: Ya hazlo, entonces el vector origen va de aquí hacia allá… eso ¿cierto? ¿Y la flechita hacia donde va? Ahora une estos dos puntos.
10. E1: ¿Qué puntos?
11. P1: Ese con ese
12. E1: ¿Así?
13. P1: mas o menos así y ese tendría que ser el mismo vector que ese…

P2, audio de grabación 01:02:15 - 01:04:12
14. E1: ¿Profe es necesario hacerle los paréntesis?
15. P2: Si es necesario
16. E1: Y profe profe esto está bien o hay que hacerlo como vector
17. P2: Ya a ver, ehh, ya… ¿tu que escribiste?
18. E1: Las coordenadas
19. P2: Claro, las coordenadas del punto P a P', pero nos preguntan por el desplazamiento ¿Cuánto se movió? Entonces, Si P está en el (-4,-2) y p' esta en el (2,2) ¿Cuánto se movió para llegar ahí?
20. E1: En serio, o sea ¿hay que hacer eso?
21. P2: Si, el ¿Cuánto se movió? Y ese ¿Cuánto se movió? es el vector de desplazamiento
22. E1: Ahh es que el P1 nos explicó otra cosa, nada que ver, …, vamos a hacer las dos cosas mejor.
23. P2: ¿Qué le dijo el profesor P1?
24. E1: Eso, yo le pregunté y marqué las coordenadas, …si y escribir sus coordenadas
25. P2: Es que mira dice, representa el desplazamiento ¿tu escribiste algún desplazamiento?
26. E1: No
27. P2: No, tú solo escribiste los extremos, o las coordenadas de los puntos, ya y acuérdate que ese desplazamiento se da por un vector, si, se da por un vector, entonces, claro y lo que tú hiciste está bien, porque tú escribiste las coordenadas de los puntos, pero no es lo que te pide, ¿ya? Representar el desplazamiento ¿Cuánto se desplazó de p a p'? ¿ya?

A MODO DE CONCLUSIÓN

Producto de la información recolectada en la presente investigación y dado el análisis realizado para tal fin, se pueden manifestar ciertas consideraciones que se presentan a continuación. En cuanto a aspectos generales, el feedback entregado por los dos docentes en I0 es en su totalidad es de un enfoque analítico, con orientación retrospectiva, enfocando el análisis en la orientación del feedback entregado, podemos catalogar las interacciones de P1 y P2 en 1,3,5,7, 11, 15 y 21 como feedback demandante, mientras que, en 17, 19, 25 y 27 evidenciar un feedback orientador.

Cabe mencionar, de acuerdo con el registro de observación descriptiva, que las solicitudes de algunos estudiantes presentan un carácter preferencial de P1 por sobre P2. Esto podría deberse a muchos factores personales tanto de P1 como de P2, así como también al tipo de feedback proporcionado por cada uno de los docentes, advirtiéndose que cuando se observa una resolución grupal de ejercicios por parte de P1, utiliza mayoritariamente feedback orientador, pero al entregar feedback directo al estudiante este resulta ser mayoritariamente demandante, lo cual le permite al estudiante resolver de forma más rápida el problema que el feedback proporcionado por P2, en su mayoría caracterizado como orientador. Se observan 51 acercamientos a los estudiantes por parte de P1 y 46 acercamiento a estudiantes por parte de P2 a lo largo del desarrollo de la clase, esto puede evidenciar alrededor del doble de interacciones en el aula para realizar feedback, que el que se puede obtener en la misma clase con la presencia de un docente en el aula.

Una de las limitaciones que puede presentar este estudio es que ha sido realizado a pequeña escala, motivo por el cual se considera que los resultados obtenidos, podrían otorgarnos indicios de una problemática presente en el aula intervenida por el trabajo de co-docencia, proponiéndose como plano a ser analizado en futuras investigaciones.
Como proyección se considera estudiar la co-docencia desde su organización en las directrices que presente cada establecimiento, en los niveles en los cuales se desempeña, así como también la percepción de los estudiantes con respecto a esta labor y la de los docentes participantes; evidenciar si existen roles definidos dentro del aula, cuál es la distribución por horarios que presentan los profesores co-docentes para realizar una planificación de clase en conjunto y si las intervenciones que realizan los docentes están enfocadas, ambas a un mismo tipo de feedback, o si lo realizado es intrínseco de la labor docente particular de cada uno de ellos.

Referencias

Aziz dos Santos, C. (2018). Evolución e implementación de las políticas educativas en Chile.
Cook, L., & Friend, M. (1995). Cook, L. Friend, M. Focus on Exceptional Children, 28(3), 1–16.
CPEIP; MINEDUC, C. (2006). Marco Buena Enseñanza. Maval Ltda., Septima Ed, 43. Retrieved from fileId=17c321fb-9ae1-8737-7153-b119e0837ae6&documentId=-291f00a6-921a-32e7-b8da-b4cbbe9c15ba
Dúran, C., Orrego, P., Basualto, P., & Urbina, C. (2017). Prácticas de co-docencia : el caso de una dupla en el marco del Programa de Integración Escolar en Chile. Estudios Pedagógicos XLIII, 2, 355–374.
MINEDUC. Orientaciones PIE 2013 (2012). Chile.

CB 064

DESCUBRIENDO ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS EN EL MAPUDUNGUN

Stefan Berres & Anahí Huencho
Universidad Católica de Temuco

sberres@uct.cl, ahuencho@uct.cl

Etnomatemática y Estudios socioculturales en Educación Matemática.

RESUMEN

En la gramática del mapudungun aparece el concepto del "comitativo", que realiza operaciones explícitas de combinaciones de pronombres personales o sus representaciones equivalentes. Dichas operaciones lingüísticas podrán ser representadas a través de un semigrupo. Esta contribución revela la conexión de conceptos lingüísticos y matemáticos. Dicho conexión permite elaborar materiales didácticos de matemática, para fomentar un pensamiento abstracto-algebraico, pero no en base de una epistemología occidental, sino por una incrustación en el pensamiento mapuche, representado por la estructura gramática de sus expresiones orales.

Palabras clave: Etnomatemática, Lingüística matemática, Mapudungun, Estructura algebraica, Semigrupo.

INTRODUCCIÓN

En un ámbito notoriamente "monocultural" es fácil no hacer caso a la pluralidad epistemológica de construcciones intra-matemáticas con su alto potencial de traspasar entornos culturales.

El objetivo de esta contribución consiste en levantar y describir conceptos intra-matemáticos que podrán describir patrones inter-culturales en el marco de la etnomatemática, al ilustrar la conexión del objeto matemático con el objeto lingüístico, y su diálogo en un entorno didáctico de aula. La hipótesis es que los conceptos culturales son incluidos explícita o implícitamente en la lengua mapuche y se pueden determinar patrones matemáticos desde éstos.

Con la clasificación de algebra abstracta se puede demostrar que la estructura sintáctica del mapudungun cuenta con construcciones gramaticales que son homomorfos a ciertas estructuras algebraicas. En particular, se analiza algebraicamente la estructura gramática de acompañamiento. Como ejemplo ilustrativo sirve la frase de Harmelink (1996, p. 144):

¿Nütramkapalayimi tañi kure eymu? (¿No viniste a conversar con mi esposa?)
La construcción conceptual atrás es la combinación de pronombres personales:
Eymi (tu) + fey (ella) = Eymu (Uds. dos)

La sistematización de todos las posibles combinaciones de dos y tres pronombres personales revela la estructura algebraica correspondiente.

ANTECEDENTES

Mirando en la gramática del mapudungun, una de varias diferencias es la presencia de un "dual", siendo la dualidad uno de los ejes principales del rakizuam mapuche. En vez de la dicotonomía singular-plural, emerge la tricotomía singular-dual-plural, donde el dual se refiere a un conjunto de dos, y el plural a un conjunto de más que dos. Esta tricotomía se manifiesta en la conjugación de los verbos y los pronombres personales, ver Tabla 1.

	Singular	Dual	Plural
Primera persona	Iñche	Iñchiw	Iñchin
Segunda persona	Eymi	Eymu	Eymün
Tercera persona	Fey	Fey egu	Fey egün

Tabla 1: Lista de pronombres personales, por tipo y número de personas

En base de la representación de distintos tipos y números de personas, se puede averiguar, como se podrán combinar distintos conjuntos. Este combinación de conjuntos de personas es algo pensable independiente de una lengua particular, pero solamente es realizable gramaticalmente en un idioma particular. Las combinaciones de pronombres personales están enlistadas en Tabla 2.

	Iñche	Iñchiw	Iñchin	Eymi	Eymu	Eymün	Fey	Fey egu	Fey egün
Iñche	Iñchiw	Iñchin	Iñchin	Iñchiw	Iñchin	Iñchin	Iñchiw	Iñchin	Iñchin
Iñchiw	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin
Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Iñchin
Eymi	Iñchiw	Iñchin	Iñchin	Eymu	Eymün	Eymün	Eymu	Eymün	Eymün
Eymu	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Eymün	Eymün	Eymün	Eymün	Eymün	Eymün
Eymün	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Eymün	Eymün	Eymün	Eymün	Eymün	Eymün
Fey	Iñchiw	Iñchin	Iñchin	Eymu	Eymün	Eymün	Fey egu	Fey egün	Fey egün
Fey egu	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Eymün	Eymün	Eymün	Fey egün	Fey egün	Fey egün
Fey egün	Iñchin	Iñchin	Iñchin	Eymün	Eymün	Eymün	Fey egün	Fey egün	Fey egün

Tabla 2: Combinaciones de pronombres personales en el mapudungun

La construcción de esta tabla pasa por un proceso inductivo. Por ejemplo, si “nosotros” nos juntamos con “ustedes” o “ellos”, el conjunto resultante será uno de “nosotros” ampliado, o si “él” se junta con “ella”, entonces salen “ellos dos”. Si dos individuos se juntan entonces resulta una pareja, en todos los demás casos resulta un grupo mayor que dos, que será representado por un “plural”.

Ambigüedad en la combinación de pronombres personales

Hay una ambigüedad en la combinación de dos la primeras y segundas personas singulares. La ambigüedad emerge del hecho, de que si dos individuos distintos se juntan entonces se genera una pareja, pero ¿que pasará si se trata de un mismo individuo que se suma?

Retomando la combinación de la primera personas, nos referimos al “plural mayestático”, que hace (auto-)referencia a un individuo en el plural. En inglés, por ejemplo hay la distinción para “I” y “me”, aparte del “myself”. La multiplicidad de una persona, que cumple distintos roles al mismo tiempo, advocan también las neurociencias. Entonces “yo”+”yo”=”nosotros dos” es una opción.

Yo, dice el primer autor de esta contribución, y, yo, confirmo como el segundo, entonces nosotros dos, hemos dejado Tabla 2 de esta manera, para dejar una construcción análoga entre primera, segunda y tercera personal singular, y de tal manera poder establecer una “asociatividad” en las posibles combinaciones, que a la vez permiten establecer una estructura algebraica más sofisticada posible, en forma de un semigrupo.

Lingüística: La figura del comitativo

El mismo fenómeno grámatico es denominado por distintos autores de distinta manera, por ejemplo como “acompañamiento” (Harmelink, 1996), “comitativo” (Zuninga, 2006), o “grupalizador” (Hernández Sallés et al. 2006). Por ejemplo, Hernández Sallés et al. (2006, p. 71) formula las siguientes frases:

eymi lepüymi Millakoya emu	tú barriste con Millakoya
iñche amun waria mew ñi ñuke iñchiw	yo fui al pueblo con mi madre
eymi amuymi waria mew mi ñuke emu	tú fuiste al pueblo con tu madre
ta mi wenhüy amuy ñi ñuke egu	tu amiga fue con su madre

Tabla 3: Ejemplos de estructura gramática

METODOLOGÍA

¿Cual era la metodología para identificar una estructura gramática del mapudungun como un caso de estudio de etnomatemática?

En primer lugar hay convicción que cualquier acercamiento a una cultura solamente podrá ser sustentable a través de su lengua. En segundo lugar, se sigue la hipótesis que la misma matemática es una lengua, que solamente se puede adquirir y perfeccionar al procesarlo como lengua, con su propia simbología, que en su cohesión interna y razonamiento inter-matemático no traducible. La tercera hipótesis es que la matemática que es inherente de una cultura transciende lo obvio o básico como construcciones de aritmética o de geometría. Por ejemplo, juegos podrán implicar conceptos matemáticos y permiten generalizaciones. La cuarta hipótesis es que el nivel de matematización no tiene un límite, salvo por la competencia del protagonista.

La debilidad de este método es similar al método de investigación-acción, donde depende todo del investigador-actor, de su nivel y de capacidad de sistematización.

Como metodología tenemos el siguiente procedimiento: Contando con un conjunto de conceptos matemáticos de cualquier nivel, siempre cuando se encuentra una situación etnocéntrica con nuevos contextos, se evalúa como se podría aplicar los conceptos matemáticos. Obviamente hay que revisar muchas situaciones, típicamente este método no resulta en algo fructífero, o no es obvio, pero si, algunas veces funciona. Y justamente estos éxitos se documentan y difunden.

ANÁLISIS

En la parte de análisis se elabora la estructura matemática que se tiene En esta situación el análisis consiste de álgebra, en elaborar la estructura algebraica. Antes de poder avanzar con la matematización se debe identificar con qué extensión de una posible matematización es puede trabajar.

Restricciones por reglas del comitativo

La simple combinación de pronombres puede ser considerado como juego, pero en el mapudungun sale una representación explícita de la combinaciones. La especificación más precisa del comitativo sale de la gramática Smeets (2008):

The principal paticipant may be first, second or third person. The companion may be second or third person. A first person principal participant may have a second or third person for companion. A second or third person principal participant can only have a third person for companion.

Distinguen el participante principal y el participante acompañante. Cada tipo de participante puede ser representado de varias maneras, no solamente por pronombre personal, sino por su nombre. Incluso el participante principal podrá ser representado por la conjugación el verbo.

El número de persona (primera, segunda, tercera persona) del acompañante debe ser mayor del número de persona del participante principal. Si el participante principal es de primera persona, entonces el participante acompañante deberá ser de segunda o de tercera persona. De otra manera, si el participante principal es de segunda o tercera persona, entonces el participante acompañante deberá ser de tercera persona.

Este concepto lingüístico excluye la combinación de dos primeras o dos segundas personas. También excluye la figura de una primera persona no podrá ser una persona acompañante. La operación eymi + iñche = inchin no tiene su representación lingüística como tal, sino solamente podrá expresarse por la omisión del “iñche”, por la presencia

implícita de quien habla. Ahora, es parte de especulación si se podrá romper este patrón lingüístico.

Unos ejemplos del comitativo en la obra de Havestadt (1777). Se puede apreciar que ya se detectó y describió esta figura gramática, a pesar de ser interpretada por el filtro de la gramática de latín.

Pedro, Francisco inchiñ zuguain.	p. 13	Pedro, Francisco y yo hablamos.
Mi pu peñi eimün akumissapa-laimün.	p. 14	Tu y tus hermanos no fueron a misa.

Tabla: Ejemplo de comitativo en Havestadt (1777, p. 13f)

La referencia al mapuzugun como “chilizugu” es un anacronismo, que al parece fue utilizado en su época, del mismo modo como la denominación del área de la región metro por “Mapocho”. Otro anacronismo sería el uso de “reche” para el “mapuche”. También se encuentran varias palabras que no son documentados en diccionarios más actuales como “kütralwe” para “cocina”.

La degeneración del comitativo se debe más probablemente a la influencia del español, que induce una simplificación y homogenización. Un efecto similar se observa en el uso del “primo” para referirse a un familiar, a pesar que hay muchas finuras para expresar relaciones familiares en el mapudungun.

Otro efecto de degeneración se nota en la rigurosidad del orden de palabras, en particular en el concepto de posposición de una conjunción. En una posposición se pone una conjunción después de la palabra a la cual se refiere. Por ejemplo “Rakizuam kimün egu” respeta la posposición, mientras “Rakizuam egu kimün” aplica el concepto de preposición, algo no propio de la gramática del mapudungun.

CONCLUSIONES

Este trabajo representa un ejemplo que demuestra cómo se puede romper el colonialismo en la educación al aplicar ideas intra-matemáticas en un contexto inter-cultural. Esta adaptación no se enmarca en bajar a un nivel disciplinar mas simple, sino por subir a un nivel más avanzado. La pluralidad epistemológica intra-matemática podrá florecer en un contexto de inter-culturalidad, siempre y cuando los protagonistas como los profesores de matemática, sean bien formados en su manejo intra-disciplinar.

La estructura gramática del acompañamiento del mapudungun es homomorfo a la estructura algebraica de un semigrupo comutativo.

Una observación “trivial”, es que para avanzar en la línea propuesta todo depende de la competencia del profesor en dos dimensiones pertinentes, específicamente la competencia (1) matemática, y (2) en temas interculturalidad. Si la competencia didácticas contemplas estas dos dimensiones, entonces podemos avanzar. En particular, el proceso de matematización depende de la competencia disciplinaria que la promueve.

Esperamos, que este tipo de ejercicio, de vincular la gramática con matemática, pueda generar una mayor sensibilidad en los aspectos lingüísticos, revitalizando el mapudungun y generar nuevas instancias de desarrollo didáctico en matemática en todos los niveles educativos.

Referencias

Smeets, I. (2008). A Grammar of Mapuche.
Harmelink, Bryan. (1996). Manual de Aprendizaje del Idioma Mapuche: Aspectos Morfológicos y Sintácticos. Ediciones Universidad de La Frontera, ISBN 956-236-077-6
Augusta, Fray Félix José de. (1903). Gramática araucana. Valdivia, Chile: Imprenta Central J. Lambert.
Hernández Sallés, A., Ramos Pizarro, N., y Henchulaf Cayuqueo, R. (2006). Gramática básica de la lengua Mapuche. Corporación Nacional de Desarrollo Indígena - Universidad Católica de Temuco.
Zúñiga, Fernando. (2006). Mapudungun: El habla mapuche. Centro de Estudios Públicos, Santiago, ISBN 956-7015-40-6.
Havestadt, Bernhard. (1777). Chilidugu sive res Chilenses vel Descriptio Status tum naturalis, tum civilis, cum moralis Regni populique Chilensis, inserta suis locis perfeetae ad Chilensem Linguam Manuductioni. Münster.

CB 065

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES. INTERACCIONES OCULTAS EN LA CONSTRUCCIÓN DE UN TRABAJO MATEMÁTICO COLABORATIVO

Carolina Henríquez Rivas; Rafael Arancibia; Romina Menares
Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Talca; CIAE Universidad de Chile; Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

cahenriquez@utalca.cl; rafael.arancibia@ciae.uchile.cl; romina.menares@pucv.cl

Pensamiento Matemático – Nivel Superior

RESUMEN

En la presente investigación consideramos el trabajo matemático colaborativo y la resolución de problemas. Estudiamos cómo afectan las interacciones de los resolutores en el espacio de trabajo matemático individual y en equipo durante las diferentes fases de la construcción del conocimiento, al resolver un problema. El constructo de los Espacios de Trabajo Matemático es el sustento teórico. Las experimentaciones se desarrollaron en un taller de RPAcción en el marco de la iniciativa ARPA, en formación inicial de profesores. Los resultados aportan tanto a los análisis de evidencia empírica, como a la ampliación de la perspectiva teórica en juego.

Palabras clave: Espacio de Trabajo Matemático, Resolución de Problemas; Trabajo Colaborativo.

1 INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas (RP) es un tópico de investigación ampliamente tratado, que no deja de tener presencia en Educación Matemática (Liljedahl, Santos-Trigo, Malaspina & Bruder, 2016). Dicho tópico se considera un elemento indispensable (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2009; Niss, 2002), que ofrece oportunidades para establecer conexiones razonadas entre distintos elementos matemáticos, promoviendo el desarrollo de habilidades como examinar, representar y aplicar. Según la NCTM (2000), la RP permite la práctica de procesos asociados al pensamiento matemático avanzado como abstraer, analizar, conjeturar, generalizar y sintetizar.

En este contexto, la iniciativa de desarrollo profesional docente llamada Activando la Resolución de Problemas en las Aulas, busca capacitar docentes y docentes en formación a través de talleres. Una de las estrategias utilizada por esta iniciativa, para abordar la RP, consiste en proveer de espacios de trabajo en grupo que permitan desarrollar un trabajo colaborativo para crear estrategias que permitan resolver problemas desafiantes.

La presente investigación aborda una problemática relacionada con la resolución de problemas de matemáticas y el trabajo colaborativo. Específicamente, se estudia cómo afectan las interacciones de los resolutores en el espacio de trabajo matemático individual y del equipo durante las diferentes fases de la construcción del conocimiento al resolver un problema. Al considerar los alcances del trabajo matemático en contextos de resolución de problemas, buscamos profundizar en lo siguiente aspectos: a) La relación entre el trabajo individual y trabajo colaborativo; b) La caracterización dada por las interacciones y el trabajo matemático en colaborativo; c) Las implicancias del trabajo matemático colaborativo y sus dificultades.

En la siguiente sección (2) se presentan los elementos que conforman los fundamentos teóricos de la investigación.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Espacio de Trabajo Matemático

Consideramos el constructo denominado Espacio de Trabajo Matemático (ETM), el cual se define como un ambiente organizado para permitir el trabajo de las personas que resuelven problemas matemáticos y, se constituye por dos planos, cognitivo y epistemológico, en relación con los contenidos matemáticos del dominio en juego (Kuzniak, 2011; Kuzniak, Tanguay & Elia, 2016). En el plano cognitivo están presentes los procesos de visualización, construcción y prueba y, en el epistemológico, el representante, artefactos y referencial. Las componentes de estos planos, se articulan mediante las génesis semiótica, instrumental y discursiva (Henríquez-Rivas & Montoya-Delgadillo, 2015, 2016).

En las interacciones entre las génesis y componentes se definen los planos verticales, que permiten relacionar el ETM caracterizando e identificando diferentes fases de trabajo en relación a una tarea dada. Estos son: semiótico-instrumental [Sem-Ins], instrumental-discursivo [Ins-Dis], y semiótico-discursivo [Sem-Dis] (Kuzniak & Richard, 2014). En el ETM es posible analizar diferentes entradas al trabajo según las componentes involucradas, lo que se denomina circulación entre las componentes de los planos (Montoya-Delgadillo, Mena-Lorca & Mena-Lorca, 2014).

En el ETM existen tres tipos, un ETM de referencia, definido sobre criterios matemáticos; un ETM idóneo, relativo a la enseñanza de un saber en una institución dada con una función definida; y un ETM personal, según la relación del individuo con un problema, sus conocimientos, reflexiones y capacidades cognitivas. En este trabajo consideramos el estudio del ETM personal y, acuñamos la idea de ETM personal-colaborativo, que proviene del interés por estudiar cómo afecta en el trabajo individual, las interacciones en un contexto colaborativo.

Los elementos teóricos presentados, enfatizan en el trabajo matemático del individuo al resolver un problema matemático dado. Sin embargo, cuando el ETM personal del individuo se ve influido por las interacciones sociales

y el trabajo colaborativo influenciado por otros en la resolución de problemas, nos surge cuestionamientos basados en la perspectiva teórica en juego, estos son: 1) ¿Cómo el constructo del ETM toma en cuenta esta componente social en la elaboración del trabajo matemático personal? 2) ¿Cómo se desarrollan las circulaciones en el ETM personal en estos casos? 3) ¿Hay dificultades que obstaculizan el ETM en estos casos?

En la perspectiva del ETM, los problemas si bien no son parte del modelo, sí son su activador y su razón de ser (Kuzniak, 2011). En la presente investigación, un problema es considerado como un activador de las circulaciones del ETM personal-colaborativo.

3 METODOLOGÍA

Este estudio considera el análisis del trabajo matemático de individuos que resuelven un problema en contexto colaborativo. La investigación se enmarca en un paradigma cualitativo, en particular un Estudio Instrumental de Casos (Yin, 2003; Stake, 1999). Esto nos permite analizar en detalle el espacio de trabajo matemático personal de los futuros profesores en formación inicial y cómo influye en su trabajo las interacciones, tomando en cuenta que el contexto en el cual se desarrolla el trabajo es la resolución de problemas. La metodología de investigación considera: análisis a priori en torno a las soluciones del problema y en el ETM personal hipotético, una fase de experimentación que aquí denominamos RPAcción y, el análisis a posteriori y evaluación de resultados.

3.1 Sujetos participantes

Los participantes son estudiantes de Pedagogía en Matemática de dos instituciones universitarias de la Región de La Araucanía, quienes al momento de la sesión cursaban desde primero al último año de formación. La conformación de los grupos fue aleatoria y los participantes no tenían instrucción previa. El taller se desarrolló al finalizar el año 2017. Los participantes se distribuyen de la siguiente forma: 29 de la institución 1, y 2 de la institución 2.

3.2 ARPA y taller RPAcción

En el marco de la iniciativa Activando la Resolución de Problemas en las Aulas (ARPA), desarrollado al interior del Centro de Modelamiento Matemática (CMM) y al Centro de Investigación Avanzada en Educación ambos de la Universidad de Chile (CIAE) de la Universidad de Chile, se realizan experiencias utilizando una metodología de resolución de problemas que permite la apropiación de contenidos matemáticos y el abordaje de dificultades de enseñanza. Estas experiencias se caracterizan por la participación activa de los profesores resolviendo problemas no rutinarios en grupo y la discusión de problemas emblemáticos en plenaria.

ARPA busca capacitar docentes mediante talleres de desarrollo profesional efectivos, los cuales proveen de habilidades matemáticas del currículo orientados a la resolución de problemas que impliquen un cambio en el modo de abordar la matemática y su aprendizaje y más importante aún generar un cambio consecuente en sus acciones en la sala de clases (Espinoza, Darragh, & Peri, 2016). Existen tres modalidades de taller: RPAcción, RPContenido y RPAula. En específico, el taller RPAcción es una estrategia con foco en el docente cuya finalidad es proveer una experiencia grupal en resolución de problemas. En nuestro caso, la experimentación está situada en dicho taller en la formación inicial del profesorado de matemática.

3.3 Presentación del problema a estudiar

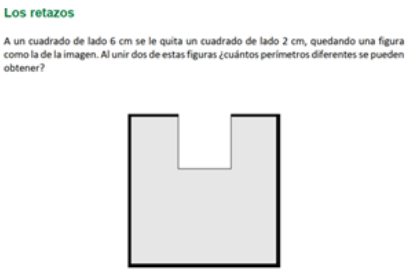


Figura 1: Problema planteado en sesión *RPAcción*.

El problema del taller RPAcción que será analizado es el siguiente (figura 1), el cual es de autoría de uno de los investigadores del presente trabajo.

En el caso propuesto, hemos considerado diferentes tipos de heurísticas a priori en la resolución del problema que consideramos podrían emerger, las que dependen de la unión de las figuras: 1) uniones simples, 2) uniones torcidas y 3) solución dinámica. Para cada caso consideramos que se pueda o no superponer. De todos estos tipos, consideramos la posibilidad de superponer o no las figuras. Un ejemplo de estas posibilidades se muestra en la siguiente tabla (2).

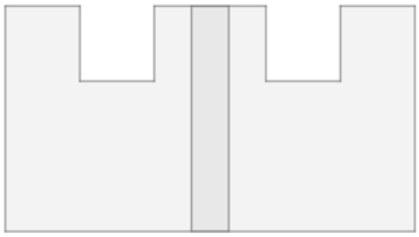
Tipo de solución a priori	Elementos de la circulación del ETM
Uniones simples, con superponer 	Este caso es activado desde el proceso visualización y la génesis semiótica, en la cual es fundamental la conversión del enunciado del registro natural al figural (Duval, 1995), y los tratamientos al interior de este último. El superponer las figuras supone una forma distinta de movilizar las figuras y sus propiedades, lo cual asociamos a con la visualización no-icónica del tipo inventeur bricoleur, especialmente descomposición heurística de las figuras (Duval, 2005). La figura funciona como un artefacto simbólico (Rabardel, 1995), lo que permite construir la nueva configuración. En este caso, es activada la componente referencial pues requiere identificar y poner en práctica las propiedades de la figura; es decir, el plano vertical privilegiado es [Sem-Ins], y la componente referencial. La justificación del trabajo y los aspectos matemáticos de ello, dependerán de los conocimientos del individuo que resuelve.

Tabla 2: Ejemplos de tipos de solución y elementos de los análisis basados en el ETM.

3.4 Recogida y análisis de datos

La recopilación de datos fue mediante la observación participante y no participante, dependiendo del rol de los investigadores (un investigador tuvo el rol de monitor en el taller, los otros dos fueron observadores sin intervenciones), videograbaciones, transcripciones de las videograbaciones y el registro escrito de los participantes. Para los análisis de datos consideramos las siguientes etapas:

i) Diseño de un protocolo basado en el ETM en contexto colaborativo
ii) Identificación de los grupos de trabajo colaborativo
iii) Análisis y caracterización del tipo de ETM colaborativo

El diseño del protocolo basado en el ETM, busca identificar las interacciones y trabajo colaborativo por grupo (G1, G2, …). Este permite reconocer los siguientes aspectos:

Intervalo: Un episodio relevante de las interacciones en la resolución del problema.

Fases: Los análisis y el diseño del protocolo articulan elementos de la Teoría de la Interdependencia Social del Aprendizaje Cooperativo (Aviv, Erlich, Ravid & Geva, 2003). Específicamente, el modelo de análisis de interacción especifica que el proceso de construcción del conocimiento con contempla 5 fases: 1) Compartir/comparar conocimientos; 2) Descubrir/Explorar desacuerdos; 3) Síntesis a través de la negociación; 4) Probar/modificar la síntesis propuesta a través de esquemas, teoría, hechos, creencias; 5) Pruebas para llegar a acuerdos que admitan el cambio de conocimientos. Así, los procesos de construcción de conocimiento de los diferentes escenarios cooperativos diferirán en las fases que alcancen.

Interacción: Reconocemos qué integrantes se relacionan en la interacción.

Observaciones: Por si fuera necesario dejar explícito alguna observación.

ETM: Analizamos e identificamos aquellos elementos del ETM que son privilegiados en el intervalo analizado. Estas pueden ser planos verticales, circulaciones, componentes, o bien génesis.
Cada integrante del grupo lo denotamos con E1, E2, E3 (nombrando a los futuros profesores en sentido horario, comenzando desde la izquierda). Cada grupo se conforma de 3 futuros profesores.

4 ANÁLISIS PARCIALES DE LAS CIRCULACIONES EN EL TRABAJO COLABORATIVO

Un extracto de los análisis al ETM personal-colaborativo según las fases de interacción a uno de los grupos se muestra a continuación (tabla 3).

Intervalo	Fase(s)	Interacción	ETM	Observaciones
[1:50 - 3:27]	1 y 3	E1/E2	Aquí son privilegiadas la génesis discursiva y el proceso de visualización.	E1 sostiene una idea. Mayormente E2 se opone a E1. E3 permanece pasiva a la interacción.
[3:30 - 4:27]	3	E1/E2/E3	Inicialmente, predomina la génesis semiótica (figural), luego, el trabajo se basa en lo discursivo, por lo que el plano que se privilegia es [Sem-Dis].	E1 se da cuenta de que su idea es errónea; E3 le hace ver su error en su figura (que era la que guiaba su trabajo). Sin embargo, existe en todo momento una conversación en torno a figuras “imaginarias” (aquí no las dibujan) que forman parte del desarrollo.

[5:20 - 7:20]	2	E1/E2/E3	Predomina la génesis figural.	E3 plantea una nueva solución a partir de una nueva figura. Y E1 junto a E2 dibujan la nueva configuración de figuras.

Tabla 3: Extracto del análisis al trabajo colaborativo del grupo 1

5 CONCLUSIONES PARCIALES

Este estudio busca ahondar y explicitar cómo ciertas componentes de naturaleza epistemológica y cognitiva se vislumbran en un trabajo desarrollado en contexto colaborativo. Nos cuestionamos cómo en una perspectiva teórica, estos elementos pueden ser considerados en un marco teórico que analiza el trabajo matemático que deja invisible las interacciones de otros en el trabajo personal. Nos interesa profundizar en este sentido, no solo en términos de los análisis de la evidencia empírica, sino que desde la perspectiva teórica. Observamos cómo el predominio de componentes del trabajo matemático, como la visualización, influyen en el desarrollo del trabajo matemático de otros.

Este trabajo se propone como la primera etapa de una investigación más amplia que busca profundizar e indagar en nuevos horizontes teóricos en la Didáctica de la Matemática, así como también, diseñar propuestas que permitan influir en la formación de profesores de matemáticas y en la puesta en escena de estas prácticas de enseñanza en el trabajo en el aula del profesor.

Agradecimientos:
C. Henríquez-Rivas y R. Arancibia han sido parcialmente apoyados por el proyecto FONDEF ID14I20338

Referencias

Aviv, R., Erlich, Z., Ravid, G., & Geva, A. (2003). Network analysis of knowledge construction in asynchronous learning networks. JALN, 7(3), 1-23.

Duval, R. (1995). Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Traducción al castellano de Myriam Vega. Berne: Peter Lang.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnements. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 10, 5–53.

Espinoza, C., Darragh, L. & Peri. A. (2016). Oportunidades para mejorar la calidad de las clases en matemáticas. XX Jornadas Nacionales de Educación Matemática (13 – 14). Lugar: Valparaíso, Chile.

Henríquez-Rivas, C. & Montoya-Delgadillo, E. (2015). Espacios de trabajo geométrico sintético y analítico de profesores y su práctica en el aula. Enseñanza de las Ciencias, 33(2), 51-70.

Henríquez-Rivas, C. & Montoya-Delgadillo, E. (2016). El Trabajo Matemático de Profesores en el Tránsito de la Geometría Sintética a la Analítica en el Liceo. Boletim de Educação Matemática, 30(54), 45-66.

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). Problem Solving in Mathematics Education. ICME-13 Topical Surveys. https://doi.org/10.1007/978-3-319-40730-2

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Eds.) (2009). The Strands of Mathematical Proficiency. Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics (7th ed.) (pp. 115-155). Washington, DC: National Academy Press.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 16, 9-24.

Kuzniak, A. & Richard, P. (2014). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, 17(4-I), 5-15.

Kuzniak, A. Tanguay, D. & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. ZDM Mathematics Education, 48, 721–737.

Montoya-Delgadillo, E., Mena-Lorca, A. & Mena-Lorca, J. (2014). Circulaciones y génesis en el espacio de trabajo matemático. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, México, 17(4-I), 181-197.

NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standars for school mathematics. Reston, Va: NCTM.

Niss, M. (2003). Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics : the Danish Kom Project. Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin.

Stake, R. (1999). Investigación con estudio de casos (2a Ed.). Madrid: Ediciones Morata.

Yin, R. (2003). Case Study Research. Design and Methods. London: SAGE Publications.

CB 066

IDEAS DOCENTES SOBRE LA ARGUMENTACIÓN EN LAS MATEMÁTICAS DEL KÍNDER

Claudia Cornejo-Morales, Manuel Goizueta.
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

claudia.cornejo.m@mail.pucv.cl, manuel.goizueta@pucv.cl

Educación Matemática en Pre escolar.

RESUMEN

En esta comunicación breve se describe el diseño, implementación y análisis preliminar de la entrevista semi-estructurada realizada con educadores de párvulos, que tiene como objetivo caracterizar ideas sobre la argumentación en el aula de kínder cuando se trabajan temas asociados a la matemática. Los principales resultados dan cuenta de una comprensión de la argumentación en las matemáticas del kínder como un proceso explicativo, con rasgos comunicativos.

Palabras clave: Argumentación, Educación Parvularia, Didáctica del preescolar.

INTRODUCCIÓN

En la sala de clases de kínder, el educador(a) de párvulos tiene un rol importante como guía y mediador del aprendizaje de los niños. Anthony y Walshaw (2009) reportan que el desarrollo de las comprensiones matemáticas por parte de los niños de kínder, estimulados por su curiosidad natural y la exploración de su entorno, ocurre con frecuencia en contextos sociales y enfatizan que, si bien las interacciones entre los párvulos pueden apoyar el aprendizaje, es más probable que las interacciones adulto-niño funcionen como andamiaje para la apropiación de los contenidos matemáticos. Diversos autores sugieren que lo que el profesor piensa o cree sobre la matemática que está enseñando juega un rol importante en el aula en relación con los aprendizajes de sus estudiantes. Hedges (2002) enfatiza que las creencias de los docentes, más que su conocimiento, han sido consideradas como el determinante más importante de las interacciones de enseñanza y aprendizaje de calidad en los entornos de la primera infancia. Gil-Cuadra y Rico (2003) indican que conocer las concepciones y creencias del profesor, como profesional reflexivo que toma decisiones racionales, permite comprender sus actitudes y posiciones sobre el desarrollo de una tarea. Por otra parte, consideramos que la argumentación tiene un rol fundamental pues se posiciona como un elemento transversal dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Existe una gran cantidad de currículos escolares que plantean la idea de que la educación matemática debe ayudar a la formación de ciudadanos reflexivos, críticos y con capacidad de análisis y argumentación. El currículo chileno propone el desarrollo de la competencia argumentativa desde los primeros años de la educación básica hasta los niveles superiores de la enseñanza media. Asimismo, organismos internacionales consideran la argumentación dentro de sus organizaciones del currículum (e.g., Programme for International Student Assessment, PISA). Dada la importancia de las creencias del profesor y del desarrollo de competencias argumentativas en el ámbito escolar, nos preguntamos ¿Cuáles son las ideas que tienen las educadoras de párvulos sobre la argumentación en el kínder? En particular, estamos interesados en caracterizar ideas docentes sobre la argumentación en el aula de kínder cuando se trabajan temas asociados a la matemática. Para responder la cuestión anterior, hemos diseñado e implementado entrevistas con educadoras de párvulos; mediante las que caracterizamos sus ideas sobre argumentación en el kínder, las características de los argumentos estudiantiles y el lugar que tiene la argumentación en la planificación y gestión de las clases. Una premisa clave en el desarrollo de esta entrevista es que las ideas docentes sobre la argumentación impactan sobre lo que las educadoras hacen y proponen en el aula y, consecuentemente, en el desarrollo de la competencia argumentativa de los párvulos.

SUSTENTO TEÓRICO: ARGUMENTACIÓN Y CREENCIAS DOCENTES

Para Müller y Perret-Clermont (2009) la argumentación es una actividad humana que requiere del uso del lenguaje y la capacidad de reconocer la posición de otro, implica las habilidades de lógica y razonamiento e involucra las dimensiones cognitiva, comunicativa y afectiva de los individuos. Para comprenderla no basta analizar lo que se dice, es necesario considerar quiénes interactúan, cómo se relacionan y cuáles son los propósitos que orientan la interacción, entre otros. La argumentación ha sido investigada por diversos autores desde distintas perspectivas en general y en matemáticas. Toulmin (1958, 2007) considera los argumentos según elementos estructurales y aspectos lógicos y semánticos, e introduce la noción de campo argumentativo para dar cuenta de particularidades epistémicas relacionadas al dominio de referencia. Propone un modelo para analizar las estructuras argumentativas y explicar el uso de la razón en las prácticas cotidianas de la argumentación. Perelman y Olbrechts-Tyteca (1958) plantean un inventario de técnicas de argumentación. Para ellos, cada argumento se desarrolla hacia cierto destinatario o audiencia, donde la validez de la argumentación depende de su aceptación por la audiencia. En su tratado sobre argumentación, Perelman y Olbrechts-Tyteca (1969, 1989) se ocupan de los medios discursivos para obtener la adhesión del auditorio, por lo que examinan la técnica que se emplea para persuadir y convencer. Plantean que, para llegar a una buena argumentación, se necesitan vínculos con la audiencia, tomar la palabra, ser escuchados y atendidos por la audiencia. Naess (1966) propone tres conceptos básicos para una teoría de la argumentación. Según Santibañez (2012) el primer concepto corresponde a que, antes de que un desacuerdo se pueda resolver, las incomprensiones entre los que discuten deben ser eliminadas; el segundo, tiene que ver con que para lograr la clarificación, se requiere de un acto de interpretación en el que se asigna una proposición a una formulación, la que

debe ser aceptable para los involucrados y las circunstancias; y la tercera es que, para resolver una diferencia, los que discuten deben expresar evidencia a tanto a favor como en contra del punto de vista que defienden para dar cuenta de su posición. Los autores evidencian ideas sobre cómo entender la argumentación, así se observan ideas asociadas a argumentar para explicar, argumentar para persuadir, argumentar para justificar una posición y argumentar para comunicar ideas y resultados. Estos autores repercuten en los trabajos asociados a la argumentación en matemáticas. Krummheuer, amplía la idea de argumentación en el aula de matemáticas de los niveles iniciales. Krummheuer (1995) entiende la argumentación como una característica de la interacción social y en concordancia, Krummheuer (2013) identifica dos tipos de argumentación en el aula de kínder: diagramática (en la que prima el uso de recursos materiales para argumentar) y narrativa (caracterizada por la secuencialidad y una mezcla entre lo real y lo imaginario); nociones con las que analiza la actividad de los estudiantes. Por otra parte, según Da Ponte (2009) el estudio de las perspectivas de los profesores y sus filosofías personales constituye una parte importante del trabajo en educación matemática, donde existen diversos posicionamientos sobre qué es una creencia y sobre cómo influyen en la práctica docente. En este escrito entendemos una creencia de acuerdo a los planteamientos de Pajares (1992) quien consideró que las creencias están conformadas por tres componentes: el cognitivo (conocimiento), el afectivo (emoción) y el conductual (acción). Enfatiza en que las creencias son un tipo de conocimiento basado en evaluaciones y juicios ligados a la componente afectiva y que la forma de inferir las creencias es a través de las palabras de las personas sobre lo que dicen que pretenden y hacen.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

El diseño e implementación de la entrevista se enmarca en un estudio doctoral que busca caracterizar los argumentos estudiantiles en las matemáticas del kínder cuando se estudia la construcción del número, y cómo evolucionan estos argumentos a lo largo del año escolar. Los datos del estudio se obtienen de dos fuentes; observación de clases de dos educadoras de párvulos y las entrevistas que realizamos con ellas. La observación de clases es el corazón de la toma de datos, pero la entrevista complementa la comprensión de aquellas prácticas observadas en las clases. El objetivo de la entrevista, en concordancia a los objetivos de investigación de la tesis doctoral, es "caracterizar ideas docentes sobre la argumentación en el aula de kínder cuando se trabajan temas asociados a la matemática". Con ella, pretendemos obtener información sobre lo que el educador de párvulos piensa sobre la argumentación y su evolución en el kínder. La recopilación de esta información dará cuenta de las características propias del nivel, donde el profesor es el "adulto significativo" que media y genera oportunidades de aprendizaje para los párvulos, dentro de las que se podría encontrar la oportunidad de desarrollar competencias del tipo argumentativo.

Descripción del guión de la entrevista

En el guión de la entrevista no se habla de argumentación, pues asumimos que el uso de este término por parte de los entrevistados puede ser distinto de nuestro uso. En cambio, hacemos uso de términos más laxos, que hacen referencia o guardan una relación cercana con la argumentación, para así acercarnos a los significados de los entrevistados. Así, hablamos de explicaciones, justificaciones, diálogos y preguntas, como prácticas asociables con la argumentación en el aula de kínder, entregándole al entrevistado la responsabilidad de la utilización de una palabra u otra. La entrevista fue aplicada individualmente a dos educadoras de párvulos (EP1 y EP2) en el establecimiento educacional en el que se desempeñan, con una duración de 30 minutos aproximadamente. La entrevista semi-estructurada consta de 17 preguntas, las que hemos organizado en ámbitos de interés sobre la argumentación en las matemáticas del kínder. Los ámbitos de interés son 3: características de argumentos estudiantiles; relevancia de la argumentación en el aula, que incluye el lugar que se le da en la planificación y gestión de clase; e ideas generales sobre argumentar en el kínder. De estas 17 preguntas, la primera y última son preguntas de inicio y cierre, respectivamente. La primera pretende conocer las motivaciones del entrevistado para ser educador de párvulos y la última, entrega la oportunidad al entrevistado de pronunciarse sobre un tema que haya quedado pendiente o no se haya desarrollado en la entrevista.

El ámbito "Caracterización de argumentos" contempla 5 preguntas basadas en una situación hipotética de aula, y

pretende indagar sobre las características y los niveles de desarrollo de los argumentos que identifica el profesor en el aula de kínder. En este ámbito se propone una actividad de aula, la que consiste en que los estudiantes escriban el cardinal de una colección y tres respuestas posibles. Se entregan las respuestas por separado (sin un orden que sugiera complejidad) al docente y se le solicita que las ordene de acuerdo a la complejidad de los desempeños observados en cada una y que los explique. Las preguntas de este ámbito se realizan de forma concatenada, y son las siguientes: ¿Qué respuesta te parece más completa, más sofisticada?, ¿Por qué?, Si piensas en la participación a lo largo del año de tus estudiantes, ¿con qué viñeta se relaciona?,¿Cuál es más frecuente?, y ¿Cuál te gustaría que se diera con más frecuencia? El ámbito "Relevancia de la argumentación" tiene como objetivo identificar la importancia que tiene la argumentación para el educador de párvulos cuando planifica y gestiona una clase de matemáticas en el kínder y considera 9 preguntas, entre las que destacan: Cuando un estudiante dice algo confuso sobre alguna tarea o actividad, explica algo con dificultad, ¿Qué haces? ¿qué le dices?, ¿Para qué hablan entre ellos?, ¿Logran explicarse?, ¿En matemáticas el diálogo es particularmente relevante?, y ¿Para qué te sirve que los estudiantes dialoguen (hablen) cuando realizan tareas matemáticas? El ámbito "Ideas generales sobre argumentación" contempla sólo una pregunta: ¿Qué es para ti argumentar en las matemáticas del kínder?, la que tiene por objetivo que el entrevistado diga, con sus palabras y comprensiones, lo que entiende por argumentar en las matemáticas del kínder. A pesar de sólo ser una pregunta, este ámbito es clave para la investigación.

El análisis de datos es un Análisis del Contenido, que pretende convertir los registros en datos para ser tratados, con la finalidad de obtener datos tratables, significativos y explicativos de un hecho (Bardín, 1986). Las entrevistas han sido transcritas y analizadas según categorías analíticas en dos dimensiones. Para la primera dimensión, relacionada con la finalidad de los argumentos, tenemos cuatro categorías: explicar, justificar, comunicar y persuadir. Argumentar para explicar (A-E) se entiende como un proceso descriptivo que da cuenta de los pasos, actividades, cálculos, entre otros, que se han realizado para llegar a un resultado o comprensión de algo, que se puede dar en dos ámbitos: explicar algo a sí mismo y a otros. Argumentar para justificar (A-J) se entiende como asumir una posición en relación a un argumento. Al hablar de argumentar para comunicar ideas (A-C) nos referimos a la actividad de un interlocutor cuando comunica lo que ha hecho en alguna actividad usando ideas matemáticas, incluyendo vocabulario. Argumentar para persuadir al interlocutor (A-P) se observa cuando alguien explica lo que ha hecho a otro para convencerlo de algo. Para la segunda dimensión, tendremos dos categorías sugeridas por Krummheuer (2013): argumentación diagramática (A-D), entendida como aquellos argumentos que hagan uso de recursos materiales para llevarse a cabo, y argumentación narrativa (A-N), como aquellos argumentos caracterizados por la secuencialidad e historias, con mezcla entre lo real e imaginario.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

El análisis y los resultados de la entrevista se presentan agrupados en consideración de los ámbitos de interés propuestos y de las categorías analíticas antes descritas. Para el ámbito "Caracterización de argumentos" ambos entrevistados dan cuenta de las características diagramáticas (A-D) de los argumentos en el kínder durante el año escolar. EP1 concluye que lo que espera, lo que pasa y lo más elaborado de acuerdo al nivel, tiene que ver con el uso de recursos concretos (e.g., los dedos) y dice: "porque están haciéndolo concreto, y de ahí llegan al resultado". EP2 no observa diferencias entre las respuestas ni grados de elaboración entre ellas, y enfatiza que : "las tres (respuestas de los estudiantes de las viñetas) están bien y cómo llegaron al resultado también" y menciona que la respuesta más frecuente en el nivel es aquella que hace uso de los dedos y del dibujo del número.

En el ámbito "Relevancia de la argumentación", en la pregunta sobre dificultades para argumentar y explicar algo, EP1 indica que para abordarlo "trato de guiarla poco a poco, porque hay niñas que necesitan que uno las guíe, pero igual llegan a la respuesta, o sea, uno sabe que ellas saben, pero hay que ayudarlas un poco más, no todas son iguales" y que, en última instancia, "le digo que tiene que prestar más atención". EP2 indica que ella trata de modelar la actividad que están haciendo -con modelar se refiere a hacer la actividad frente a la niña para que ella haga lo mismo o parecido- y que como último recurso: "se lo hago, se lo enseño, se lo muestro". En las preguntas sobre explicaciones entre estudiantes y su importancia, EP1 reporta que sus estudiantes no logran explicarse entre ellos

y EP2, en primera instancia, cree que sí lo hacen, que se corrigen los errores, pero luego rectifica diciendo: "quizás no se explican tanto pero se dan cuenta que la otra (niña) se equivoca… he visto a otras niñas que van y le hacen la tarea porque la otra no sabe y yo la estoy ayudando, pero se la está haciendo, no le explica pero se lo hace. Eso pasa más pasa que explicar, se lo hacen ellas". Ambos entrevistados afirman que, entre los estudiantes, la explicación no se observa con frecuencia pero que son conscientes de los errores y dificultades del otro. Sobre el diálogo en el aula, ambos reportan que es importante en la clase de matemáticas, pues, según EP2: "me importa que hablen porque ellas mismas se van entregando conocimiento.Aunque EP1 indica que dialogar es importante "en algunas actividades sí y en otras, no tanto".

Para el ámbito "Ideas generales sobre argumentación", EP1 indica que argumentar en el kínder es Explicar (A-E) pues "que ellas argumenten es saber que están entendiendo lo que uno les dice" y que "ellas expliquen lo que uno les pregunta. Entonces ahí te das cuenta si entendió o le falta un poco". En esta respuesta EP1 enfatiza en las características narrativas (A-N) de los argumentos, aunque en las preguntas sobre elaboración identifica que los estudiantes logran una argumentación diagramática (A-D), con recursos. Cuando se pregunta por otras finalidades de los argumentos en el kínder, EP2 indica que: "ellas se explican y ayudan más que nada. No son así como tan peleadoras en ese sentido", pues entiende a la argumentación mayoritariamente como explicación (A-E) con rasgos comunicativos (A-C), y a las otras formas de argumentar como conflictos entre estudiantes. EP2 entiende a la argumentación como explicación (A-E) con elementos comunicativos (A-C) mencionando que argumentar en las matemáticas del kínder es "que ellas me digan el por qué o cómo o cuándo realizaron o lograron aprender algo o por qué ellas lo saben y dónde lo aprendió... es como argumentan". Al igual que EP1 da cuenta de elementos narrativos (A-N), pero en respuestas anteriores dice que es más frecuente la argumentación diagramática (A-D) en el nivel. Finalmente, EP2 reporta la inherencia de la argumentación en las matemáticas del kínder mencionando que "ellas te van diciendo el por qué lo hicieron. Sin preguntarlo ellas lo dicen. Ellas, con o sin preguntar, lo dicen, ellas hablan, hablan..."

CONCLUSIONES Y REFLEXIONES

Las educadoras entienden la argumentación como una explicación (A-E) de procesos, pasos y actividades que se llevan a cabo para resolver una tarea, con elementos comunicativos (A-C). Asimismo, considerando las características concretas del nivel, dan cuenta de una comprensión diagramática de la argumentación (A-D). Al referirnos al nivel de elaboración de argumentos, las educadoras los identifican en términos de correctos e incorrectos, con dificultades para establecer niveles de desarrollo entre ellos. El diseño, la implementación y el análisis de las entrevistas nos entregan herramientas para comprender el kínder, sus matemáticas y sus argumentos.

Agradecimientos. Esta investigación es posible gracias a CONICYT a través de la beca de Doctorado Nacional 2017-folio 21171532.

Referencias

Anthony, G., & Walshaw, M. (2009). Mathematics education in the early years: Building bridges. Contemporary Issues in Early Childhood, 10(2), 107-121.

Bardin, L. (1986). Análisis de contenido (Vol. 89). Madrid, España: Ediciones Akal.

Da Ponte, J. P. (2009). Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros. Colección Digital Eudoxus, 1(5).

Gil Cuadra F., Rico Romero L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Enseñanza de las ciencias, 21 (1), 27-47.

Hedges, H. (2002) Subject Content Knowledge in Early Childhood Curriculum and Pedagogy. Unpublished Master's thesis, Massey University, Palmerston North.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures, 229-269. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Krummheuer, G. (2013). The relationship between diagrammatic argumentation and narrative argumentation in the context of the development of mathematical thinking in the early years. Educational Studies in Mathematics, 84, 249-265.

Müller, N., & Perret-Clermont, A. N. (Eds.) (2009). Argumentation and education: Theoretical foundations and practices. Dordrecht, Países Bajos: Springer Science & Business Media.

Naess, A. (1966). Communication and argument. Elements of applied semantics. London: Allen and Unwin.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. Review of Educational Research, 62(3), 307-332.

Perelman, C., & Olbrechts-Tyteca, L. (1958). La nouvelle rhétorique: Traité de l'argumentation. Bruselas, Bélgica: Universidad de Bruselas.

Perelman, C., & Olbrechts-Tyteca, L. (1969). The new rhetoric: A treatise on argumentation (Translation of La nouvelle rhétorique: Traité de l'argumentation). Paris, Francia: Presses Universitaires de France.

Perelman, C., & Olbrechts-Tyteca, L. (1989). Tratado de la argumentación. España: Gredos.

Santibáñez, C. (2012). Teoría de la argumentación como epistemología aplicada. Cinta de Moebio Revista Electrónica de Epistemología de Ciencias Sociales, 43, 24–39.

Toulmin, S. (1958). The uses of argument. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.

Toulmin, S (2007). Los usos de la argumentación. Barcelona, España: Ediciones Península.

CB 067

CONSTRUCCIÓN DE DEFINICIONES EN EL AULA DE GEOMETRÍA CON EL APOYO DE GEOMETRÍA DINÁMICA

Claudia Vargas
Universidad Pedagógica Nacional

cmvargasg@pedagogica.edu.co

Didáctica de la Geometría

RESUMEN

En esta comunicación breve se caracteriza el uso que se le dio a un programa de Geometría Dinámica cuando un grupo de estudiantes de grado décimo estaban inmersos en el proceso de producir y evaluar definiciones de una figura geométrica. Para ello, se muestra ejemplos del trabajo realizado por dos grupos de estudiantes cuando estaban inmersos en dicha actividad. Se concluye que el programa de geometría dinámica se convirtió en una herramienta para descubrir las propiedades de la figura y para la formulación de argumentos al momento de evaluar posibles definiciones.

Palabras clave: Definir, Geometría Dinámica, Geometría

INTRODUCCIÓN

Lo reportado en este documento hace parte de una investigación que se realizó para optar por el título de Magister en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia). Como parte de este estudio, se analizó la forma en la que un grupo de estudiantes de grado décimo utilizó un programa de Geometría Dinámica para proponer y evaluar definiciones para una figura geométrica (Vargas y Betancur, 2015). A continuación, se reportan algunos de los resultados de esta investigación, junto con los antecedentes y la metodología utilizada.

ANTECEDENTES

Una definición en geometría es un enunciado bicondicional que contiene solamente las propiedades necesarias y suficientes para que una figura o relación pueda ser etiquetada por una expresión (Herbst, Gonzalez, y Macke, 2005). Una definición no incluye todas las propiedades de un objeto, sin embargo predeterminan al concepto dentro de un sistema teórico de una manera no circular y consistente (Calvo, 2001). Dado que una definición no reporta todas las propiedades del objeto, es posible construir diferentes conjuntos de propiedades suficientes y necesarias que conlleven al mismo objeto. Esto permite que para un objeto puedan existir muchas definiciones equivalentes (Chesler, 2012).

Respecto al trabajo con definiciones en la clase de geometría, Herbst et al. (2005) indican que la comprensión del proceso de definir por parte de los estudiantes implica la creación de escenarios en los cuales, por una parte, el estudiante deba describir figuras geométricas, para determinar características comunes que permitan definirla y diferenciarlas de otras figuras geométricas, y por otra, generar figuras a partir de un conjunto de propiedades específicas. Por su parte, Escudero, Gavilán, y Sánchez, (2014) destacan que un estudiante ha aprendido a definir cuando: pasa de asumir la definición como un nombre a entenderla como una lista de características del objeto; reconoce que una definición incluye unas características mínimas del objeto, y no una lista exhaustiva; reconoce que a partir de un listado de características pueden encontrar definiciones equivalentes.

El uso de geometría dinámica para favorecer el proceso de definir

El proceso de definir figuras geométricas a partir del descubrimiento de sus propiedades suficientes y necesarias ha sido objeto de estudio por parte de algunos investigadores. De Villiers (1994) señala el gran potencial de la geometría dinámica para que los estudiantes comprendan la caracterización jerárquica de los cuadriláteros. Es a través de la geometría dinámica que pueden clasificar un conjunto de conceptos, de tal manera que los conceptos más particulares forman subconjuntos de los conceptos más generales. Sáenz-Ludlow y Athanasopoulou (2008) muestran como un software de geometría dinámica (Geometer's Sketchpad) se convierte en una herramienta para realizar el paso conceptual entre un dibujo y una figura geométrica. Haciendo uso del arrastre y de la animación, los estudiantes pueden encontrar con mayor facilidad interrelaciones jerárquicas que permiten clasificar una figura geométrica, lo cual permitirá evidenciar el avance de los estudiantes en la conceptualización de lo que significa definir una figura geométrica a partir de sus propiedades suficientes y necesarias. Finalmente, Govender (2003) concluye que el trabajo con este software le permite al estudiante asumir el proceso de definir como una actividad creativa y no como un cuerpo teórico inmutable.

Las anteriores investigaciones están enmarcadas en el trabajo de un conjunto de autores que abogan en favor de que el estudio de las definiciones en el aula de clase sea diferente al tratamiento que tradicionalmente se le ha dado. Para ello, consideran que es necesario que los estudiantes se involucren en situaciones que permitan la construcción de una definición.

Metodología

La investigación desarrollada se llevó a cabo en un colegio de la ciudad de Bogotá, con siete estudiantes de grado

décimo (14 – 16 años). En total se realizaron siete sesiones, cada una con una duración de cuatro horas. Durante el desarrollo de la secuencia, estos estudiantes trabajaron en dos grupos: el Grupo 1 conformado por Saúl, Noé y Néstor, y el Grupo 2 constituido por Andrea, Martín, Leonardo y Armando. Pese a que la institución cuenta con amplios recursos tecnológicos y varias aulas especializadas, ninguno de los estudiantes sabía cómo utilizar las herramientas de geometría dinámica que ofrece el programa GeoGebra.

Como parte de la investigación, se desarrolló una secuencia de actividades cuyo propósito era que los estudiantes reconocieran que las definiciones son arbitrarias y que participaran de manera genuina y autónoma (Perry et al., 2013). En las primeras seis sesiones se desarrolló un trabajo en torno a una figura geométrica conocida: el cuadrado. La primera intención era que los estudiantes reconocieran que la definición usual de cuadrado (cuadrilátero con cuatro ángulos rectos y lados congruentes) no es económica porque para construirlo en geometría dinámica no se requerían todas las propiedades que esta incluye. La segunda intención era que los estudiantes reconocieran que las definiciones son arbitrarias porque las condiciones que ellos construyeron ya eran suficientes para establecerlas como definición de cuadrado. La tercera intención era que los estudiantes propusieran definiciones equivalentes a partir de otras propiedades de la figura. Esto dio lugar a la cuarta finalidad que consistía en aceptar o rechazar las definiciones propuestas, ya sea desde la teoría o a partir de la representación en geometría dinámica. En algunos casos, al hacer la construcción de la figura a partir de las propiedades reportadas en las definiciones propuestas, se obtenían figuras que no eran cuadrados. Esto permitió que los estudiantes establecieran que un conjunto de propiedades no define la figura si es posible construir un contraejemplo. La séptima sesión, fue de evaluación y análisis. Esta tenía como objetivo que los estudiantes encontraran todas las propiedades de una figura dada que era desconocida para ellos (la cometa). Luego se les propuso que determinaran conjuntos de propiedades de la figura que la definieran y conjuntos de propiedades que no definieran la figura.

Análisis

A continuación se ejemplifican dos momentos en los cuales los estudiantes hicieron uso del programa de geometría dinámica cuando estaban inmersos en el proceso de definir.

Episodio 1: El Grupo 1 descubre una propiedad acerca de los ángulos
Durante el primer momento de la actividad, los estudiantes identifican propiedades de la figura que intentan definir. En este proceso, el Grupo 1 indica que la figura tiene dos parejas de ángulos congruentes. A partir de un cuestionamiento de la profesora acerca de la utilidad de GeoGebra para comprobar las afirmaciones realizadas, los estudiantes deciden tomar las medidas de los ángulos del cuadrilátero. Debido a que se evidencia que lo que ellos proponen no es totalmente cierto (Figura 1). Saúl y Noé empieza a buscar justificaciones para este hecho.

Saúl: ¿Eso por qué no da?

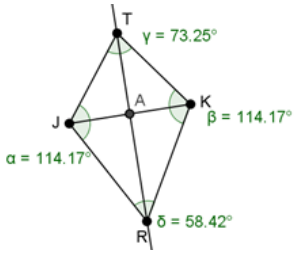


Figura 1

Noé: ¡Ah! Es porque, esperé. Es porque en uno el ángulo está más abierto que en el otro. O sea, acá [∠JTK] el ángulo está más abierto que acá [∠KRJ].
Saúl: Por lo que está más unido a la diagonal… Porque vea, digamos… […]Digamos, mientras este punto [T] este más, o sea, con menos distancia hacia esta diagonal [$\overline{(JK)}$], el ángulo va a ser más abierto. […]

Noé: Vea, si…si agrandamos… [Arrastra R] ¡Ah! Mira, otra condición. Si movemos el punto R, los ángulos que forma la diagonal, qué son congruentes entre sí, así se mueva esto [punto R], siempre van a ser iguales… Siempre van a ser congruentes. […]
Saúl: Que al arrastrar el punto R los ángulos J y K permanecen congruentes. [Néstor escribe.]
En este episodio se puede observar que al realizar la comprobación en GeoGebra, el grupo obtiene varios contraejemplos, los cuales invalidan la aserción del anterior argumento. Ello generó en Saúl el deseo de determinar porqué.

Al analizar el papel que juega la geometría dinámica en el desarrollo de la tarea, puede inferirse que en la primera parte, la geometría dinámica se utiliza para comprobar una propiedad y descartarla. Posteriormente, el software es utilizado para buscar una explicación a un resultado obtenido que los sorprende. Finalmente, el programa es empleado por Saúl para verificar su afirmación.

Episodio 2: El Grupo 2 descubre un primer conjunto de propiedades que definen la figura
Después de que los estudiantes han encontrado varias propiedades de la figura, evalúan conjuntos de propiedades que podrían definir la figura. Andrea propone un conjunto de propiedades [154]: "Soló una diagonal biseca la otra" y "las diagonales son perpendiculares". Para evaluar esta posible definición, Armando construye un $\overline{(AB)}$ y su punto medio C. Luego traza una recta perpendicular a $\overline{(AB)}$ por C y ubica los puntos D y E en la perpendicular. Finalmente, construye el ADBE (Figura 2).

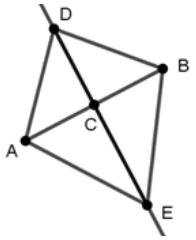


Figura 2: Construcción propuesta por Armando para evaluar una definición

Los estudiantes quieren mostrar que las propiedades escogidas no definen la figura. Por ello, Martín le proponen a Armando que arrastre los vértices de ADBE hasta que sea un cuadrado:
Armando: [Utiliza distancia y mide los lados y arrastra la figura hasta que parece un cuadrado] Sí da cuadrado. Entonces esas propiedades no lo definen. […]
Leonardo: Pero no. La embarramos. Usted me corrige ¿no?…porque nos están diciendo "solo una diagonal biseca a la otra", eso quiere decir [muestra las diagonales de la figura] que la otra…
Armando: [Interrumpe a Leonardo]. En el cuadrado no se cumple…
Andrea: Porque en el cuadrado las dos se bisecan…
Leonardo: Vea. Volvimos a la cometa.
Armando [Mide las longitudes de los lados, los ángulos y de los segmentos determinados por los extremos de las diagonales y el punto de intersección para mostrar que se bisecan]. […]
Leonardo: Ahí demostramos que con esas dos (propiedades) es suficiente para hacer la cometa.

La construcción realizada por Armando en GeoGebra muestra que él tiene un buen dominio del software que le permite realizar una construcción robusta de un cuadrilátero a partir de unas propiedades. Por otra parte, Martín propone un plan para garantizar que las dos propiedades analizadas no definen la figura. Para ello, propone arrastrar la figura para tratar de conformar un cuadrado. Él reconoce que si encuentra un contraejemplo, es decir, una figura que cumpla las condiciones pero no sea cuadrado, podrá descartar como definición el conjunto de propiedades evaluadas. El programa le permite darse cuenta a estos estudiantes que al convertir el cuadrilátero en cuadrado, no se cumplen las condiciones que se están evaluando y concluyen que siempre que se cumplan las dos propiedades evaluadas, entonces la figura será una cometa.

CONCLUSIONES

El programa de geometría dinámica permitió a los estudiantes detectar invariantes de la figura, establecer propiedades de esta, y comprobar y refutar definiciones. La forma como cada grupo utilizó el programa fue diferente. En el Grupo 1, primó el uso de la función arrastre (sin medida) para descubrir propiedades de la figura. Los estudiantes dedujeron propiedades a partir de lo que veían y, solamente bajo la insistencia de la profesora, tomaron medidas o intentaron construir un contraejemplo utilizando el programa. La geometría dinámica les permitió construir elementos adicionales de la figura (las diagonales) que permitieron confirmar propiedades que imaginaron y a su vez, descubrir nuevas propiedades. En este grupo de estudiantes se evidenció el deseo de justificar teóricamente lo que observaban. En el Grupo 2, los estudiantes utilizaron la función arrastre conjuntamente con las herramientas de medición de ángulos y segmentos que ofrece el software de geometría dinámica. Fue así como este grupo de estudiantes argumentaron a favor o en contra de una posible definición. Se evidenció también un buen manejo del programa, puesto que para comprobar o descartar definiciones, realizaron construcciones auxiliares.

A pesar de que ambos grupos se apoyaron del programa de geometría dinámica en diversos momentos, cuando se les pidió a los estudiantes que determinaran conjuntos de propiedades de la figura que no la definían, predominó la representación de contraejemplos usando papel y lápiz. Esto posiblemente se debió a que era la primera vez que tenían a su disposición el programa de geometría dinámica. En general, la geometría dinámica se convirtió en una herramienta para descubrir las propiedades de la figura, tarea difícil de realizar con el uso exclusivo de lápiz y papel. Por último, se consideró que el software les dio a los estudiantes la confianza que se necesita para comunicar a otros sus ideas, porque tenían evidencias para respaldarlas.

Referencias

Calvo, C. (2001). Un estudio sobre el papel de las definciones y las demostraciones en cursos preuniversitarios de Cálculo Diferencial e Integral. Universitat Autònoma de Barcelona.

Chesler, J. (2012). Pre-service Secondary Mathematics Teachers Making Sense of Definitions of Functions. Mathematics Teacher Education and Development, 14(1), 27–40.

De Villiers, M. (1994). Rol y función de una clasificación jerárquica de cuadriláteros. For the Learning of Mathematics, 14(1), 11–18.

Escudero, I., Gavilán, J., & Sánchez, G. (2014). Una aproximación a los cambios en el discurso matemático generados en el proceso de definir. Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa, 17(1), 7–32.

Govender, R. (2003). Constructive evaluation of definitions in a Sketchpad context. Learning and Teaching Mathematics, (9), 29–32.

Herbst, P., Gonzalez, G., & Macke, M. (2005). How Can Geometry Students Understand What It Means to Define in Mathematics? The Mathematics Educator, 15(2), 17–24.

Sáenz-Ludlow, A., & Athanasopoulou, A. (2008). The GSP, as a technical-symbolic tool, mediating both geometric conceptualizations and communication. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Eds.), Semiotics in mathematics education. Epistemology, history, classroom and culture (pp. 195–214). The Netherlands: Sense Publishers.

Vargas, C., & Betancur, J. (2015). Análisis del comportamiento de los estudiantes cuando proponen una definiciónpara una figura geométrica con el apoyo de geometría dinámica. Universidad Pedagógica Nacional.

CB 068

ADHERENCIA, EXCLUSIÓN Y OPACIDAD: FENÓMENOS QUE DEJAN EN DESVENTAJA AL ESTUDIANTE DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICAS

Claudio Enrique Opazo Arellano, Francisco Cordero Osorio y Héctor Alejandro Silva Crocci
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Universidad de Santiago de Chile

copazo@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx, hector.silva.c@usach.cl

Formación de profesores, superior.

RESUMEN

La formación del estudiante de Pedagogía en Matemáticas presume claridad sobre el conocimiento que los nuevos recursos humanos aprenden para enseñar. Sin embargo, una pregunta obligada es: ¿Qué aprenden? Y todavía más ¿De qué naturaleza es el conocimiento que adquieren en este proceso de formación? Estas preguntas nos orientan a discutir la hegemonía del discurso Matemático Escolar (dME) y los fenómenos que provoca. Acentuamos nuestro estudio a la adherencia y la desventaja que genera en el estudiante de Pedagogía en Matemáticas. Exhibimos la epistemología que norma la enseñanza de la matemática escolar y discutimos la emergencia del constructo identidad disciplinar en la formación inicial del docente de matemáticas desde el Programa Socioepistemológico Sujeto Olvidado y la Transversalidad de Saberes, una expresión de resistencia a la centración del objeto matemático.

Palabras Claves: Usos y significados del conocimiento matemático, espacio disciplinar, resignificación.

Introducción

Aprender para enseñar. La formación de los estudiantes de Pedagogía en Matemáticas se ha orientado bajo esta consigna, de ahí el desarrollo de programas de formación inicial que abarcan determinados conocimientos. En este sentido, los campos disciplinares que se buscan articular en la formación inicial son: la Matemática, la Educación y la Matemática Educativa (Soto, 2013). Desde nuestra perspectiva, no es claro cómo se articulan. Sin embargo, se presume que esta articulación promueve una formación integra y coherente con las necesidades del futuro profesor de matemáticas.

En este contexto, se cuestiona la naturaleza del conocimiento matemático que aprende el estudiante de Pedagogía en Matemáticas. El objetivo es reflexionar sobre la epistemología que hegemónicamente norma la enseñanza de la matemática escolar y provoca al menos tres fenómenos producto de su centración al objeto matemático, estos son la adherencia, la exclusión y la opacidad del conocimiento matemático.

En la comunicación breve se acentuará la adherencia al dME y la desventaja que ella provoca en el futuro profesor de matemáticas, se destaca la imposibilidad que tiene el estudiante de Pedagogía en Matemáticas para trastocar la matemática escolar producto de no cuestionar en su formación inicial la matemática que aprende.

Además, se debate el papel de la identidad disciplinar en la formación inicial docente (Opazo-Arellano, Cordero y Silva-Crocci, 2018). Constructo que nace a la luz del Programa Socioepistemológico Sujeto Olvidado y la Transversalidad de Saberes (SOLTSA) que desarrolla el Dr. Francisco Cordero Osorio a partir de considerar a la práctica social (Cantoral y Farfán, 2003; Cantoral, 2013) como un sujeto olvidado, es decir el conocimiento matemático del otro que es producto de su cotidiano y no está en lo habitual de la enseñanza de la matemática escolar (Cordero, 2017).

La adherencia al dME y la identidad disciplinar en el estudiante de Pedagogía en Matemáticas

Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto (2015) realizaron un trabajo arduo en torno al estudio del dME. De ahí se logró precisar cómo el papel hegemónico provoca en quien aprende un conocimiento matemático utilitario que el futuro profesor no puede transformar, una consecuencia es la adherencia a los procedimientos y argumentos que están presentes en la matemática escolar.

En este sentido, el estudiante de Pedagogía en Matemáticas en su formación inicial aprende un conocimiento que responde a una naturaleza distinta de su conocimiento matemático. La primera, responde a una selección arbitraria del conocimiento que un grupo de personas realiza: el dME. La segunda, es el conocimiento matemático de la gente que produce en su cotidiano: la construcción social del conocimiento matemático (CSCM) (ver tabla 1).

dME	CSCM
Hegemonía	Pluralidad epistemológica
Utilidad	Funcionalidad
Centración en los objetos matemáticos	Centración en prácticas sociales
Sin marcos de referencia	Transversalidad
Continuidad y linealidad del conocimiento matemático	Desarrollo de usos del conocimiento matemático

Tabla1: Categorías del dME y de la CSCM (Soto, 2014).

La tarea pendiente de la matemática escolar es incorporar la epistemología de la gente en la enseñanza de la matemática, ya que en este proceso los usos y significados del conocimiento matemáticos que son producto de la actividad humana se soslayaron; dejando en desventaja la matemática del otro.

Con este panorama la identidad disciplinar es un factor fundamental, ya que va a proveer un espacio disciplinar

donde se van a valorar los usos y significados del conocimiento matemático del que aprende (Opazo-Arellano, Cordero y Silva-Crocci, en prensa). En este proceso es importante que el estudiante de Pedagogía en Matemáticas se despoje de la hegemonía del dME. Para tal fin, el futuro profesor de matemáticas en un escenario propio de su comunidad debate un conocimiento matemático donde se transita de la centración al objeto matemático a la matemática funcional.

Una pregunta en este sentido es: ¿Cuál es el escenario del estudiante de Pedagogía en Matemáticas? Desde nuestra perspectiva, y atendiendo un conocimiento matemático específico se puede afirmar que el futuro profesor de matemáticas experimenta una transversalidad del conocimiento donde el hilo conductor es el desarrollo de los usos de las gráficas en las prácticas institucionales; en este caso en la formación inicial. Cordero, Cen y Suárez (2010) identificaron seis usos de las gráficas presentes en los planes de estudios y libros de textos que son utilizados en el Bachillerato del Instituto Politécnico Nacional, México. Estos son: distribución de puntos, comportamientos geométricos, análisis de la curva, cálculo de área, cálculo de volumen y análisis de información (ver figura 1).

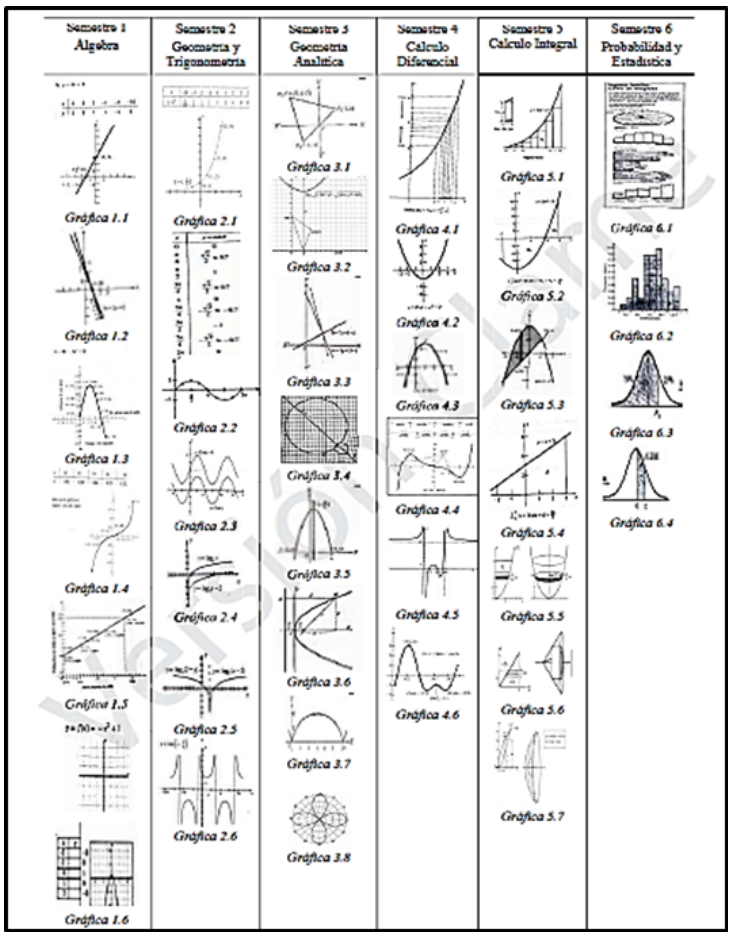


Figura 1: Gráficas en los libros de textos (Cordero, Cen y Suárez, 2010, p. 197).

En nuestra investigación discutimos el caso del análisis de la curva, como una expresión clara del escenario donde el estudiante de Pedagogía en Matemática está adherido a los argumentos que norman lo habitual de la enseñanza de la matemática escolar: el criterio de la primera y segunda derivada. Análisis cualitativo del comportamiento de la función donde se soslayan los usos y significados del conocimiento matemático del futuro profesor de matemáticas, es decir la simultaneidad de las derivadas.

Identificar el escenario implica reconstruir cómo el estudiante que está en formación inicial aprende a analizar la curva para adquirir un argumento distinto del algebraico, es decir la gráfica en su formación inicial se percibe desde la necesidad de tener una representación de lo que él opera con el álgebra. Seguramente este proceso es relevante

para su enseñanza, ya que por medio de la gráfica podrá explicar el concepto de función. Sin embargo, su conocimiento, sus usos y significados son opacados por la hegemonía del dME; por ende, lo que aprende está sujeto a una epistemología dominante que deja en desventaja la matemática de la gente.

A modo de cierre

La discusión que se presenta en esta reflexión atiende el conocimiento matemático, su naturaleza y el impacto que tiene la hegemonía del dME en la enseñanza de la matemática. Una consecuencia es la adherencia al dME, sin embargo emerge la identidad disciplinar para contrapesar la adherencia y despojarse desde la construcción social del conocimiento matemático de la centración al objeto matemático.

La premisa de tener una formación inicial estable en torno al conocimiento matemático que aprende el estudiante de Pedagogía en Matemáticas, se tensa desde el SOLTSA a partir de cuestionar la naturaleza del conocimiento que aprende el futuro profesor de matemáticas. Cabe señalar que la Matemática Educativa busca incorporar el conocimiento que es propio de la gente y que es producto de su actividad humana, pero que se ha soslayado en lo que aprende en la escuela el otro.

Agradecimientos: Esta comunicación breve se sustenta con investigaciones que están financiadas por CONACYT con el Proyecto Una categoría de modelación matemática. La pluralidad epistemológica y la transversalidad de saberes: los aprendizajes de los significados de la matemática en las ingenierías y en los diferentes niveles educativos. Clave 284259-CB-2018

Referencias

Cantoral, R., y Farfán, R.M. (2003). Matemática Educativa: una visión de su evolución. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 6 (1), 27-40.

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento. Barcelona, España: Gedisa.

Cordero, F., Cen, C., y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de textos: Una práctica institucional en el bachillerato. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 13 (2), 187-214.

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H., y Soto, D. (2015). El Discurso Matemático Escolar: la Adherencia, la Exclusión y la Opacidad. Barcelona, España: Gedisa.

Cordero, F. (2017). La matemática y lo matemático. Transversalidad y modelación: un programa socioepistemológico. Manuscrito en preparación.

Opazo-Arellano, C., Cordero, F., y Silva-Crocci, H. (2018). ¿Por qué estudiar la identidad disciplinar en la formación inicial del docente de matemáticas? Premisa 20 (77), 5-20.

Opazo-Arellano, C., Cordero, F., y Silva-Crocci, H. (en prensa). Valorar los usos y significados del conocimiento matemático del estudiante de Pedagogía en Matemáticas: una tarea pendiente. F. Cordero (comp.) Diálogo entre grupos de investigación. Reflexiones sobre la conformación de programas de investigación en la Matemática Educativa. Barcelona, España: Gedisa.

Soto, D. (2013). El campo de la formación del profesorado de matemáticas y la exclusión de la construcción social del conocimiento matemático. El caso de un programa específico. En Dolores, C., Socorro, M., Hernández, J., Sosa, L. Matemática Educativa: La Formación de Profesores (121-139). México, D.F: Díaz Santos.

Soto, D. (2014). La dialéctica Exclusión-Inclusión entre el discurso Matemático Escolar y la Construcción Social del Conocimiento Matemático. Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F. México.

CB 070

ESTUDIO ACERCA DE LAS REPRESENTACIONES REFERENTES A VARIABILIDAD ESTADÍSTICA EN LA ENSEÑANZA MEDIA EN CHILE - LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR ES MÁS QUE UNA FÓRMULA

Eduardo Piña Flores, Héctor Hevia Soto
Universidad Alberto Hurtado, Universidad Alberto Hurtado

eduardo.pina@umce.cl, hctr.hevia@gmail.com

Didáctica de estadística y Probabilidades

RESUMEN

Cruzando información obtenida de los Programas de Estudio vigentes (1°básico a 4° medio), Textos de Matemática utilizados frecuente en Establecimientos Educativos (solo enseñanza media) y las repuestas de una guía de trabajo aplicada a Docentes de Matemática en ejercicio (que realicen clases de Estadística), se recopilarán antecedentes que faciliten la creación de propuestas, especialmente didácticas, para la enseñanza y el aprendizaje de la desviación estándar que involucren representaciones no limitadas solo a un cálculo algorítmico. Todo lo anterior en base al contexto de la realidad Chilena y cimentado, principalmente, en aspectos de las Teorías de J. Bruner y R. Duval

Palabras clave: didáctica, estadística, variabilidad, desviación estándar

INTRODUCCIÓN

El presente estudio pretende recopilar antecedentes que faciliten la creación de propuestas, en especial didácticas, para la enseñanza y el aprendizaje de la desviación estándar que involucren representaciones que no se limiten solo a un cálculo algorítmico.

La primera parte de la investigación consiste en un análisis descriptivo de la frecuencia de ciertos conceptos relacionados, íntimamente, con el concepto de variabilidad en los Programas de Estudio vigentes (1ºbásico a 4ºmedio). Posteriormente, se obtendrán extractos de textos de Matemática de uso frecuente en Enseñanza Media relacionados a una categorización de los conceptos más frecuentemente obtenidos. Interrelacionando estas dos informaciones, se diseñará y aplicará una guía de trabajo a Docentes de Matemática en ejercicio (que realicen clases de Estadística), cuyas preguntas estarán formuladas en base a las representaciones de la desviación estándar más utilizadas. Lo anterior pretende evidenciar que existe una preponderancia de actividades en Enseñanza Media que solo involucran un cálculo algorítmico frente al concepto de desviación estándar.

Una breve evidencia del problema

He aquí una cita textual de la plataforma educativa KhanAcademy.org:

"¿Por qué estamos ocupando tiempo en aprender a realizar un proceso que ni los estadísticos usan? La respuesta es que aprender a realizar este proceso a mano nos da una idea de cómo funciona realmente la desviación estándar. Este conocimiento es muy valioso. En lugar de ver a la desviación estándar como un número mágico que nuestras hojas de cálculo o programas de computadora nos dan, podremos explicar de dónde sale ese número"
De lo anterior, se puede presumir que lo que viene a continuación de la cita es una explicación muy elaborada, quizá constructivista, ingeniosa, o al menos diferente de la manera habitual de presentar la desviación estándar. Pero, solo se explica paso a paso como calcularla en un "problema de planteo" y, a lo más, se hace alusión a que una parte de su cálculo tiene relación con una distancia.

Según Jerome Bruner es necesario que Docentes y Estudiantes trabajen con representaciones «enactivas». Comprender algo de una forma no imposibilita que se pueda comprender de otras formas distintas.

Según Raymond Duval, si no hay representación, no hay actividad matemática, y peor aún, sí no hay cambios de representación, al menos un par de representaciones, o un tratamiento de ellas, los estudiantes no trabajan los puntos claves para el aprendizaje.

DESARROLLO

Mediante la revisión de bibliografía, principalmente internacional (no fue posible encontrar documentación generada en Chile al respecto) y, la suposición de que la desviación estándar se enseña preponderantemente mediante la aplicación de un algoritmo, se pretende recopilar información que facilite la creación de propuestas, en especial didácticas, para la enseñanza y el aprendizaje de la desviación estándar que involucren diferentes representaciones.

Antecedentes

- Crocker (1981): "Conocer si los sucesos se relacionan y, con qué intensidad lo hacen, facilita a las personas explicar el pasado, controlar el presente y predecir el futuro"
- Wild y Pfankuch (1999): Un componente básico del pensamiento estadístico, es la percepción de la variación de los datos (y por tanto de la dispersión misma)
- Fischbein (1987, c.p. en Meletiou, 2000): Las concepciones previas son importantísimas en la construcción de nuevas concepciones

- Shaughnessey (1999, cp. en Meletiou 2000, p.11): "…hay un excesivo énfasis en la enseñanza, evaluación e investigación de las concepciones de los estudiantes de medidas de tendencia central, en detrimento o ausencia del desarrollo de las concepciones de dispersión o variabilidad"
- Vergnaud (1990, c.p. en Moreira, 2002): Las concepciones son fundamentales ya que son "precursoras de conceptos científicos a ser adquiridos"
- DelMas y Yan Liu (2004): La comprensión de la variación estadística y de las medidas de dispersión es un requisito esencial para la comprensión de conceptos más complejos, así, una comprensión incompleta de la desviación estándar en particular, puede limitar a los estudiantes en su comprensión de temas avanzados de la inferencia estadística como el de las distribuciones de muestreo, los intervalos de confianza y los test de hipótesis
- Raymond Duval (2004): "…lo que primero importa para la enseñanza de las matemáticas no es la elección del mejor sistema de representación sino lograr que los estudiantes sean capaces de relacionar muchas maneras de representar los contenidos matemáticos."
- Raymond Duval (2004): "La actividad matemática se realiza necesariamente en un "contexto de representación". Por ejemplo los números naturales se pueden representar con material como cerillas (IIIII IIIII), con puntos, con una presentación poligonal, y también con el sistema de notación decimal, que tiene un signo algo extraño, el cero. Pero los estudiantes también deberían ser capaces de reconocer el mismo objeto matemático de conocimiento en otros contextos de representación y usarlos"
- Díaz y Landázuri (2009): "…existen concepciones en los estudiantes que no pueden desconocerse y que el docente debe tener en cuenta para entender como sus estudiantes conciben un concepto y en consecuencia planear la instrucción en busca de un aprendizaje más significativo."
- Escolano (2009): Los libros de texto escolar dan cuenta de las formas de enseñanza esperadas en un determinado tiempo y lugar. Son el testimonio de lo que se produce y de la mentalidad dominante de una determinada época, que responde al conocimiento academicista que deben transmitir las instituciones educativas.
- Ferreira y Mayorga (2010): Los libros de texto escolares son un apoyo para el aprendizaje y guían al profesor en su gestión de enseñanza.

*Está pendiente una indagación más profunda de estos antecedentes con motivo de ver si corresponden a la realidad de Chile y/o de esta época.

Se indago en los Programas de Estudio del MINEDUC (1ºbásico a 4ºmedio) en busca de los siguientes conceptos relacionados con variabilidad (y su frecuencia de aparición):

Desviación, desviaciones, desviación estándar, desviación típica, dispersión, dispersa, disperso, dispersas, dispersos, error, margen de error, ensayo y error, varia, varían, variado, variación, variaciones, variación porcentual, variabilidad, cambio porcentual

* No se considera, para el recuento, el concepto de "variable" en contextos "algebraicos"
* Se evita considerar, para el recuento, el concepto "variado" al utilizarse como sustantivo de "distinto", así como el de "variando" al utilizarse como sustantivo de "cambiando"
*Se consideró el Programa de 2ºmedio actualmente vigente y el anterior dado que el actual entró en vigencia recién este año

Se categorizaron los conceptos en tres categorías según su frecuencia

A partir de una muestra aleatoria de 40 Establecimientos de la región Metropolitana se obtuvo información acerca de los Textos de Matemática más utilizados desde 1ºbásico a 4ºmedio. No fue posible acceder a 15 de los Establecimientos pero, dado que hay una clara tendencia a utilizar los que son otorgados por el MINEDUC (más de 70%), es que la recolección de datos se detuvo.

Se revisaron los libros de texto indicados anteriormente (solo los de Enseñanza Media) en busca de actividades en

los que se hiciera referencia a un concepto de los más frecuentes en los Programas de Estudio.

En este momento la investigación está en la fase de recolección y clasificación de dichos extractos, Posteriormente se categorizarán estos extractos según las diversas representaciones de la desviación estándar detectadas. Dicha clasificación se hará, por el momento y dependiendo de lo que el tiempo permita, en base al modelo de representaciones de Jerome Bruner y, además, en base a una categorización de concepciones presente en una tesis de Díaz y Landázuri (2009) para la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia). Se espera que como producto final, se puedan analizar las distintas representaciones obtenidas desde cada una de estas miradas y desde ambas a la vez.

CONCLUSIONES A PRIORI

Dado que el estudio está en la fase de recolección de datos desde los libros de texto, no es posible, aún, confirmar la suposición de que la desviación estándar se enseña principalmente mediante su representación algorítmica.

Sin embargo, el análisis de los datos obtenidos a partir de los Programas de Estudio es claro:
En enseñanza básica la aparición de los conceptos: Desviación, desviaciones, desviación estándar, desviación típica, dispersión, dispersa, disperso, dispersas, dispersos es insignificante) en contraste con la aparición de los conceptos error y ensayo y error

La aparición de los conceptos: Varia, varían, variado, variación, variaciones, variación porcentual y cambio porcentual recién se vislumbra a finales de la Enseñanza Básica

Lo anterior no necesariamente en contextos estadísticos pero consideramos significativo que se trabaje ampliamente con algunos de estos conceptos y no se aproveche la instancia para cimentar bases sólidas para la construcción de conceptos estadísticos.

Referencias

Estepa, A., Del Pino, J. (julio de 2013). Elementos de interés en la investigación didáctica y enseñanza de la dispersión estadística. Números, 83, 43-63

González, I., Batanero, C. y Contreras J. M. (2015). Recursos interactivos para el estudio de la varianza: Análisis de su idoneidad didáctica. pp.31- 38

Batanero, C. (1998). Recursos para la educación estadística en Internet. Uno, 15, 13-26

Díaz, L. & LandázuriI, M. (2009). Concepciones de Desviación Estándar en Estudiantes de Educación Media.(tesis para Maestría). Universidad Pedagógica Nacional. Colombia

Díaz, L., LandázuriI, M. & Fernández, F (2010). Concepciones de Desviación Estándar en Estudiantes de Educación Media. SlideShare.net. Sitio web: https://es.slideshare.net/luzdiaz1773/concepciones-de-la-desviacion-estandar. Obtenido el 15 de septiembre de 2017

Varianza y desviación estándar. Disfruta Las Matemáticas.com. Sitio web: http://www.disfrutalasmatematicas.com/datos/desviacion-estandar.html. Obtenido el 17 de septiembre de 2017

Calcular la desviación estándar paso a paso. KhanAcademy.org. Sitio web: https://es.khanacademy.org/math/probability/data-distributions-a1/summarizing-spread-distributions/a/calculating-standard-deviation-step-by-step. Obtenido el 4 de agosto de 2017

Botasso, O. (2009). El coeficiente de correlación, una historia de debates movilizantes. Revista Médica de Rosario. 75, 80-82.

Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J. y Medina E. (2007). The Role of Technology in Improving Student Learning of Statistics. University of California: eScholarShip. http://escholarship.org/uc/item/8sd2t4rr

Estepa, A.; Gea, M. M.; Cañadas, G. R. y Contreras, J. M. (2012). Algunas notas históricas sobre la correlación y regresión y su uso en el aula. Números. Revista de didáctica de las Matemáticas, 81, pp. 5-14

Canada, D. (2004). Elementary Preservice Teachers' Conceptions of Variation. Tesis de Doctorado para la obtención del título de Doctor en Philosophy in Mathematics Education. Portland State University

Bruner, J (1995). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Peter Lang S.A. Editions scientifiques européennes. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática.

CB 071

ESPACIOS DE TRABAJO MATEMÁTICO DEL PROFESOR QUE ENSEÑA FRACCIONES

Fabricio Valdés Nieto. Mauricio Gamboa Inostroza.
Universidad de Concepción.

fabricio.valde@live.cl. maurigamboa@udec.cl.

Didáctica del Álgebra

RESUMEN

Esta comunicación es un avance de tesis de Magister, centrado en el estudio de caso relativo al conocimiento que los profesores de Matemática presentan respecto a la fracción al resolver tareas matemáticas y al enseñar el concepto. Se ha detectado una marcada tendencia a la interpretación de la representación fracción como parte de un todo y una desprolija articulación entre éste y sus otros significados al enseñar la fracción. Se corrobora esto con resultado de cuestionario.

Palabras clave: fracción, ETM, circulaciones

ANTECEDENTES PRELIMINARES

La fracción es uno de los conceptos que en educación matemática ha sido más estudiado, por la importancia que tiene en el aprendizaje asociado a diversos objetos matemáticos y que son tratados en diversos niveles educativos chilenos, tales como son los significados de parte-todo, operador, cuociente, medida y razón. La comprensión global de estos significados y su enseñanza ha sido un claro problema para los docentes (Hincapié, 2011).

Se ha observado que gran parte de los docentes de matemática frente a la pregunta ¿qué es una fracción?, tienden a dar respuestas como "es la parte de un todo", "es lo que hay entre el cero y el uno", presentando un significado de fracción inclinado hacia la idea de parte-todo.

Problemática de la enseñanza de la fracción

En un docente que enseña la fracción influencia su conocimiento personal y profesional, el que pondrá en práctica al diseñar, aplicar y actuar frente a preguntas y respuestas de estudiantes e improvisar acciones. Es necesario investigar cuáles son los conocimientos que el profesor maneja y declara sobre la fracción a nivel de la resolución de tareas matemáticas y de su enseñanza, entendiendo que el trabajo personal con la fracción en situaciones que demanden la aplicación del concepto reflejarán un acercamiento a las concepciones que el docente tiene de la fracción y que incidirán en la enseñanza del concepto a los estudiantes que él diseñe (Rojas, Flores, & Carrillo, 2015). Luego es conveniente hacer la pregunta que guiará la investigación: ¿Cómo se caracteriza el conocimiento que los profesores de matemática tienen respecto a la fracción en la resolución de tareas matemáticas y en su enseñanza?

MARCO TEÓRICO

La teoría de los Espacios de Trabajo Geométrico (ETG) de Kuzniak y Houdement (citados en Kuzniak & Richard, 2014) tienen como dominio inicial la Geometría. Sin embargo, el espacio de trabajo se pudo extender a otras áreas de la Matemática permitiendo establecer el Espacio de Trabajo Matemático general (ETM) (Kuzniak, Montoya-Delgadillo, & Vivier, 2016).

El análisis de los ETM apoya la comprensión desde el punto de vista didáctico de lo que se pone en práctica en el trabajo matemático escolar, desde un ambiente de trabajo pensado y organizado que lo facilita. De esta teoría se rescata la importancia que da a la articulación entre los dos niveles que definen a un ETM: un plano de epistemológico, en relación estrecha a los contenidos matemáticos, y un plano cognitivo, que se relaciona con el pensamiento del sujeto que hace matemática o se enfrenta a una tarea matemática. Esta articulación permite el análisis de las situaciones de enseñanza o aprendizaje (Henríquez Rivas, Menares Espinoza, & Montoya Delgadillo, 2014) y se da entre tres génesis: la semiótica, instrumental y discursiva. La semiótica, basada en los registros de representaciones semióticas que proporciona un sentido a los objetos del ETM y les confiere el status de objetos matemáticos operatorios; la instrumental, que hace funcional los artefactos en el proceso constructivo que permite el trabajo matemático; y una génesis discursiva de la prueba, que usa las propiedades del referencial teórico para ponerlas al servicio del razonamiento matemático y de una validación no exclusivamente icónica, gráfica o instrumentada (Kuzniak & Richard, 2014).

En la teoría de los ETM se distinguen tres tipos de espacios de trabajo: de referencia, definido según la relación con el saber, e idealmente sobre criterios matemáticos; idóneo, según se enseña este saber en una institución dada con una función definida, y personal, según se enfrenta el problema con los propios conocimientos matemáticos y sus capacidades cognitivas (Henríquez Rivas et al., 2014).

En esta investigación se estudiará el ETM idóneo y personal del profesor, ya que se desea caracterizar el trabajo matemático que el docente desarrolla frente a una tarea matemática y cómo éste la presenta y enseña a sus estudiantes para su aprendizaje. Será necesario caracterizar las circulaciones que el enseñante evidencia en los diversos

planos. La caracterización del ETM idóneo del profesor presentará cómo éste transpone los conocimientos del marco referencial de la Matemática a situaciones didácticas planeadas para su clase, condicionado esto a su formación, entre otros. Por otra parte, las circulaciones que el docente muestre en su ETM personal darán luces de cuán cerca o lejos está de su ETM idóneo y cómo influye esto a la construcción del ETM personal del estudiante (Gamboa-Inostroza & Mena-Lorca, 2015).

METODOLOGÍA A UTILIZAR

Diseño metodológico

Debido a que este trabajo de investigación pretende comprender el conocimiento que los profesores disponen y aplican al ejecutar tareas que involucran la fracción y la enseñanza de la fracción, se ha elegido el estudio de caso como el mejor diseño de investigación, ya que este permite, a través de la generación de teoría fundamentada, construir un esquema analítico-comprensivo del fenómeno en estudio (Bautista, 2011). Se ha diseñado un estudio de caso para profesores de una comunidad educativa, a los que se les aplicarán los instrumentos de investigación. Para dar validez metodológica al estudio se validarán con juicio de expertos en el tema a investigar y se realizará un pilotaje de su aplicación. Para dar validez a los datos obtenidos se hará una triangulación entre los que se obtengan de los dos instrumentos y los datos que se obtengan del análisis de documentos de producción de los docentes, tales como producciones de los docentes, así como también se considerará para esto el análisis histórico-epistemológico de la fracción.

Análisis del ETM personal e idóneo del profesor que enseña fracciones

Los elementos del ETM idóneo y personal del profesor se identificarán mediante el análisis de la producción escrita que hagan los docentes al ejecutar tareas emblemáticas relativas a fracciones, así como también de efectuar su diseño y puesta en práctica para la enseñanza. Esas tareas consideran los distintos significados de la fracción, sus posibles interrelaciones y relaciones con otros conceptos. Otro aporte a la identificación de las características de los ETM idóneo y personal del enseñante de fracción será una entrevista semiestructurada que permitirá contrastar los desarrollos de las tareas matemáticas con el conocimiento declarativo que manifiesta el profesor enfrentado al análisis de su propia producción y situaciones de enseñanza que se le proponen, los que apuntan al ETM idóneo del profesor.

El estudio de las circulaciones en los planos Ins – Dis y Sem – Dis en los ETM personal e idóneo del profesor permitirá conocer cómo el profesor enfrenta tareas matemáticas que a su vez enseña. Será interés en esta investigación la detección de adecuadas génesis que posibiliten la construcción de las diversas representaciones de la fracción. Para esto se ha tomado la rotulación propuesta por Montoya, Mena-Lorca y Mena-Lorca para describir las circulaciones entre los polos 1: representamen, 2: artefactos, 3: referencial, A: visualización, B: construcción y C: prueba (Montoya-Delgadillo, Mena-Lorca, & Mena-Lorca, 2014).

Resultados preliminares de cuestionarios de tareas matemáticas y de entrevista

Actualmente se ha aplicado un pilotaje de los instrumentos cuestionario de tareas matemáticas y cuestionario de entrevista (semi-estructurada). Se presentan algunos de los resultados más relevantes encontrados hasta ahora en el desarrollo de algunas tareas matemáticas emblemáticas y uno de los diálogos de la entrevista aplicados a un docente de matemática que enseña la fracción.

Tarea 1

Calcule 3/4 de 2/3 de 540 kg de uva de todas las maneras distintas que pueda.

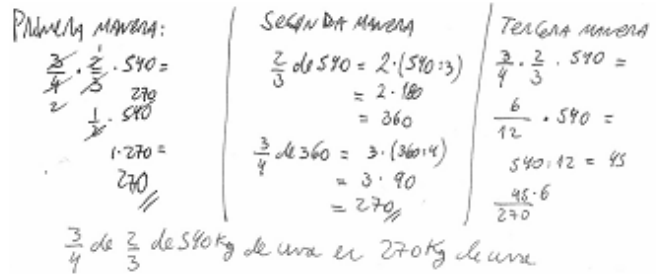


Figura 1. Respuesta a la tarea 1 del cuestionario de tareas matemáticas

En el registro del desarrollo de esta tarea se observa claramente una circulación en los planos Sem– Dis y Sem – Ins del ETM personal. Esto apoyado en la idea de que ejecuta la tarea con el artefacto de la operatoria algebraica "fracción de una cantidad", aplicado de tres maneras distintas, para luego dar respuesta verbal escrita en lenguaje natural. Se observa una circulación A.1.2.B y 3.2.B.

Tarea 3

Dos pasteles se deben repartir equitativamente entre tres personas, ¿cuánto le corresponde a cada uno? Resuelva y exprese de todas las maneras distintas que pueda. Argumente.

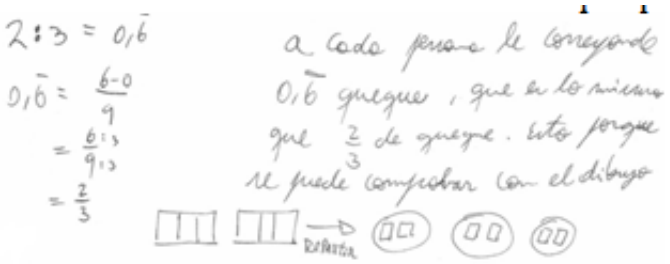


Figura 2. Respuesta a la tarea 3 del cuestionario de tareas matemáticas

La tarea 3 fue desarrollada por el profesor activando las génesis semiótica, instrumental y discursiva del ETM personal. Se observa una circulación entre los polos artefacto: divide numerador entre denominador para obtener el decimal; construcción: da la respuesta a la pregunta; la prueba, la visualización y el representamen: representación figural de la fracción y argumentación de la respuesta en lenguaje natural (2.B.C.A.1).

Tarea 5

En un curso de 5° año básico "A" la razón entre niños y niñas es 3 : 4 , mientras que en el 5° año "B" la razón entre niños y niñas es . Si se unen los estudiantes de ambos cursos, ¿cuántos niños por cuántas niñas habría? Explique su respuesta.

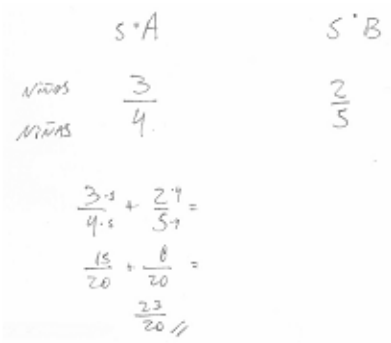


Figura 3. Respuesta a la tarea 5 del cuestionario de tareas matemáticas

Para la tarea 5 el docente muestra una activación de la génesis semiótica e instrumental del ETM personal, circulando por los polos representamen: escribe las razones como fracciones; artefactos: adiciona las razones, y la construcción: determina una nueva razón como precursora de la respuesta a la pregunta de la tarea. Se presenta entonces una circulación 1.2.B. Sin embargo, está ausente la activación de la génesis discursiva, aun solicitándola en el enunciado de la tarea.

Diálogo entre entrevistador (E) y profesor entrevistado (P)

1. E: ¿Qué es una fracción? Exprese y desarrolle todas las ideas que tenga acerca del concepto, relacionándolas si es posible.
2. P: Es simplemente cuando estamos hablando de lo que hay entre el 0 y el 1 (…) una fracción es una parte de un todo (…) es una parte de una cantidad (…) y lo que hay más allá, dependiendo.

Se observa aquí una interpretación parcial del significado de fracción, orientada a la representación de números en el intervalo real 0-1, a la idea de fracción como parte-todo o la representación decimal de una fracción y en la recta numérica.

3. E: ¿Cómo se relación fracción con razón?
4. P: Se relaciona en las particiones, por lo mismo siempre quiero hacer la unión antes (entre conceptos), pero termino haciéndola después. Que expliquen la misma fracción en una razón y ahí va como por el todo. Ahí siempre se confunden si. Por ejemplo, de cinco autos tenemos cuatro que son rojos. Lo explican como razón y después como fracción y ahí siempre aparece la rayita fraccionaria y aparecen dudas.

El docente aquí relaciona a la razón con la fracción, presentando poca claridad en el manejo de la diferencia entre objetos matemáticos y representación de ellos.

5. E: ¿Cómo ud. enseña la fracción en los niveles educativos en que imparte clases? De ejemplos según nivel.
6. P: En 1° (básico) no se enseña, se parte de 3°, ahí solo parten con las fracciones propias, con objetos que ellos conozcan, desde el dibujo. Se puede repartir una piza, pero un trozo no es la piza. En cuarto básico empiezan con las fracciones impropias y la adición y sustracción. En quinto ahí es cuando empiezan los problemas porque tienen que hacer transformaciones, como sumar fracciones de distintos denominadores. Ya no es lo que conocían.

Aquí se presenta el conocimiento de la profesora en cuanto a temporalidad de los contenidos del currículo de matemática actual en los niveles educativos en que se enseña la fracción. Sin embargo, se observa una clara tendencia hacia la representación figural del significado parte-todo, así como también una marcada tendencia hacia los procedimientos algorítmicos que implica la fracción en este modelo.

7. E: ¿Qué dificultad presenta ud. al enfrentar la enseñanza de las fracciones y al relacionarlas con la razón?

P: Realmente ninguna. Me gusta enseñar las fracciones, pero con sí con la razón, lo vemos como parte del todo se puede relacionar hasta cierto punto, porque si vemos cantidad como hombres con las mujeres, eso ya

como que no es la parte de un todo, como para enseñarles que es fracción propia y me cuesta rectificarlo.

Si bien la docente en primera instancia manifiesta no tener dificultad al enseñar fracción, se pone de manifiesto que sí tiene dificultad para relacionar en la enseñanza a la fracción con la razón.

CONCLUSIONES PRELIMINARES

En el desarrollo de las tareas matemáticas, que tienen por objeto conocer las características del ETM personal del profesor, se aprecia una marcada tendencia al uso de representaciones figurales o simbólicas de fracción y artefactos tales como procedimientos algorítmicos (la fracción de una cantidad o la adición de fracciones), los que llevan en algunos casos a resultados incoherentes a la situación (razón entre cantidades de niños y niñas 23:20). En efecto, se observó que en el desarrollo de la tarea 5 el docente suma razones, considerando para ello la expresión fraccionaria de ellas y luego una interpretación de estas fracciones como parte-todo. Este desarrollo además está relacionado con la respuesta a la pregunta que se hace en entrevista (14), corroborándose una inadecuada interpretación de la razón como fracción en el significado parte-todo, ya que la razón actúa aquí como un índice de comparación entre cantidades de distinta naturaleza (niños v/s niñas). De esta manera se verifica una coherencia entre el ETM idóneo y personal respecto al trabajo con la fracción, vale decir el docente enseña la fracción de acuerdo a sus propias concepciones y no transpone los significados de fracción adecuadamente a la enseñanza.

La caracterización del ETM idóneo y personal del profesor que enseña la fracción requerirá de la revisión de los instrumentos aplicados a modo de mejorar la obtención de la información relevante, así como la aplicación de estos instrumentos a nuevos docentes participantes de la investigación.

Referencias

Bautista, N. P. (2011). Proceso de la investigación cualitativa: epistemología, metodología y aplicaciones. Bogotá, Colombia: Manual Moderno.

Gamboa-Inostroza, M., & Mena-Lorca, A. (2015). Paradigmas algebraicos: un aporte a la teoría del Espacio de Trabajo Matemático.

Henríquez Rivas, C., Menares Espinoza, R., & Montoya Delgadillo, E. (2014). Construcción de un espacio de trabajo matemático en la formación de profesores. XIX JNEM, 1–5.

Hincapié, C. (2011). Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota. Universidad Nacional de Colombia.

Kuzniak, A. ;, & Richard, P. (2014). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. Relime, 17(4), 5–39.

Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E., & Vivier, L. (2016). El espacio de trabajo matemático y sus génesis. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 15(Universidad de Costa Rica), 237–251.

Montoya-Delgadillo, E., Mena-Lorca, A., & Mena-Lorca, J. (2014). Circulaciones y génesis en el espacio de trabajo matemático. Relime, 17(4), 181–197.

Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales. Bolema, 29(51), 143–166.

CB 072

ERRORES SOBRE ISOMETRÍAS EN EL PLANO, MANIFESTADAS POR ESTUDIANTES DE 6°AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA.

Fernanda Cortés Frías, Maritza Ramírez Robles, Macarena Valenzuela Molina.
Universidad Alberto Hurtado.

Fernanda.almira@gmail.com, Maritza.ramirezrobles@gmail.com
mvalenzuelamolina@gmail.com

Errores, obstáculos y dificultades en la Enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

RESUMEN

La siguiente investigación tiene por objetivo analizar los errores y dificultades de los estudiantes de 6°básico en la identificación de isometrías en el plano. Para aquello, se les presentará un test escrito el cual consistirá en un pequeño ejercicio de respuesta cerrada, permitiendo identificar y describir los posibles errores.

Palabras clave: Isometrías, transformaciones, traslación, rotación, reflexión.

ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN

En la enseñanza de la geometría en educación básica, en nuestra experiencia de práctica en aula hemos experimentado y detectado algunas dificultades en el estudio de los movimientos y transformaciones en el plano, específicamente en la comprensión de isometrías, según Malara (2000) en su investigación, declara que la dificultad se origina en la visualización de las posiciones y cambios que se realizan en el plano, en consecuencia la internalización del conocimiento se hace complejo, más aún al momento de identificar estas transformaciones de una figura en el plano, nos referimos a traslaciones, reflexiones y rotaciones. Por la razón anterior, surge nuestro interés por el estudio de estos errores y dificultades en los movimientos isométricos en el plano, de tal manera de mejorar nuestra práctica en aula con la identificación oportuna del error que cometen los estudiantes para mejorar su aprendizaje.
Por lo que hemos podido observar, la relación de transformaciones en el plano con la definición de congruencia de figuras planas, en ocasiones no son correctamente internalizadas, lo que causa una confusión entre el concepto y la figura observada en el plano. Por lo que la investigación busca dar respuesta a esta problemática, con la finalidad de crear y diseñar estrategias que permitan que el estudiante internalice cada una de las transformaciones isométricas con la analogía de figuras congruentes.

Otra dificultad presentada por Malara & Iaderosa (2000), es la aplicación de la movilidad de la figura en la rotación, ya que en general, cuando se le pide al estudiante rotar o girar la figura en x grados, generalmente, se realiza este movimiento hacia la derecha (según el sentido del reloj), cuando el movimiento correcto es hacia el lado contrario según la definición de rotación vista por los mismos autores. En esta misma idea, la identificación del punto o eje de rotación para el movimiento.

En el presente trabajo, nuestro objetivo es describir errores en la identificación de transformaciones isométricas, para esto Malara & Iaderosa (2000) abordan acerca de las dificultades encontradas en alumnos de 12 – 13 años en el aprendizaje de la isometría plana. El cual describe una dificultad generalizada en la proyección y visualización de los movimientos de la figura, es decir, que el o la estudiante, al momento de aprender sobre las isometrías y aplicar el conocimiento en las actividades y/o ejercicios presentados, no diseñan correctamente las construcciones de las figuras correspondientes a los movimientos.

MARCO DE REFERENCIA

Para este investigación nos situaremos en un primer momento sobre las definiciones de Godino y Ruiz (2002), sobre la identificación de isometrías en el plano, permitiéndonos esclarecer el contenido estudiado e identificar de forma más precisa los errores y dificultades de la misma.

Las transformaciones en el plano son movimientos rígidos si se cumple que la distancia entre cualquier par de puntos P y Q, es la misma que la distancia entre sus imágenes de dicha transformación, formándose nuevos puntos P' y Q'. Estos movimientos son llamados también isometrías debido a que conservan la forma y medidas de las figuras. (Godino y Ruiz, 2002, p.477)

Existen tres movimientos rígidos del plano básicos: traslaciones, rotaciones y simetrías.

Traslación
Nos referimos a este movimiento cuando todos los puntos de una figura cualquiera en el plano se mueven en una misma dirección y distancia, determinadas por el vector que especifica la dirección y distancia a la que se trasladan los puntos del plano. (Godino y Ruiz, 2002, p.477)

Rotación
Este movimiento consiste en girar todos los puntos del plano alrededor de un punto fijo en un cierto ángulo, este giro queda determinado tanto por el centro O como por la amplitud del ángulo orientador correspondiente. Record-

emos que la direccionalidad del giro o rotación se considera positiva si se produce al sentido contrario a las agujas del reloj, para esto se consideran las posiciones iniciales y finales de los puntos en el plano. (Godino y Ruiz, 2002, p.477)

Reflexión
Este movimiento se le asemeja al reflejo de la figura en un espejo, la reflexión se produce fijando una recta o eje de reflexión el cual indica el movimiento de la figura original, hallando para cada punto P, otro punto P´, tal movimiento invierte la orientación de las figuras, es decir, los puntos que están a la derecha del eje de simetría pasan a estar a la izquierda después de la transformación y viceversa. (Godino y Ruiz, 2002, p.477)

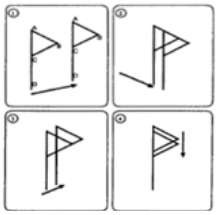
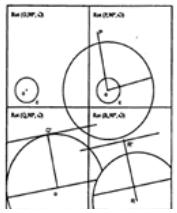
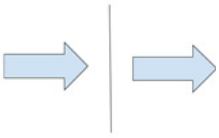
Error	Descripción	Autor	Ejemplo
Traslación	Dificultades para visualizar el vector que representa la traslación que opera sobre la banderola, como lo indica la ficha, y su acción sobre otros elementos que no se presentan en la figura. En particular se pueden observar algunos obstáculos entre la dirección de la traslación y la del asta de la banderola o la de otros elementos	Malara & Iaderosa (2000)	
Rotación	Los estudiantes asocian la amplitud del ángulo de rotación con el largo de los arcos que unen un par de puntos correspondientes, o mejor dicho, al largo de los rayos de dichos arcos, lo que les impedía captar la invarianza del ángulo respecto a los puntos sobre los cuales se realizaba la rotación.	Malara & Iaderosa (2000)	
Reflexión	Los estudiantes asocian la posición de la figura a la transformación referida a la reflexión, aplicando su definición para justificar la identificación del movimiento.	Cortés y Ramírez	

Tabla 1: Tipología de errores

METODOLOGÍA

La metodología a utilizar será de origen cualitativa (Hernández y Batista, 2010) puesto que el objetivo de esta investigación es identificar y describir el error o dificultad en la identificación de transformaciones isométricas. De este

modo, se pretende describir de forma particular cada error y/o dificultad con un análisis de contenido (Flick, 2004), de tal manera de observar las producciones de los estudiantes identificando respuestas comunes y errores que se manifiestan.

La recogida de datos se llevará a cabo en un sexto básico con 18 niños y 16 niñas, quienes responderán un test por medio de diversas guías de desarrollo, en la que los estudiantes tendrán que determinar y justificar el tipo de transformación isométrica de una figura dada en un plano.

Los sujetos de estudio pertenecen a un colegio en Santiago de Chile, quienes tienen 6 horas de matemática en la semana. El test se les aplicó durante los primeros 20 minutos del tiempo de clase, se les entrega una guía a cada uno, la cual contiene 3 movimientos de figuras en un plano.

El estudiante deberá identificar a qué tipo de transformación corresponde cada una de las imágenes, fundamentando su respuesta.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

A partir de los referentes nombrados anteriormente, se ha propuesto 3 categorías de análisis, como se presenta en la tabla 2.

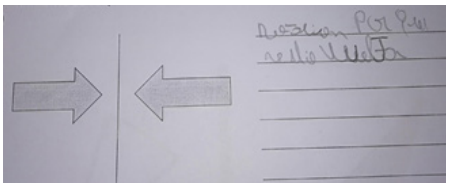
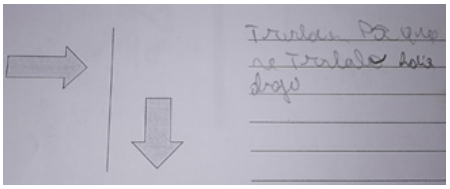
Categoría de análisis	Descripción	Ejemplo de error
Error 1	Las y los estudiantes asocian el movimiento de rotación con el de reflexión, visualizando el giro desde el sentido básico, sin tomar en cuenta que éste movimiento requiere de un punto centro que determine el ángulo de amplitud del movimiento.	
Error 2	Se comprende la definición del movimiento de traslación, en el que la figura se traslada en dirección y distancia, aunque se olvida que éste movimiento no requiere de modificación de la figura.	
Error 3	Las y los estudiantes relacionan el movimiento isométrico con la visualización de la figura intacta, sin cambios ni modificaciones.	

Tabla 2: Respuestas y tipología de errores de los estudiantes.

A partir de la tabla 2, podemos identificar los tres tipos de errores categorizados anteriormente, lo que nos evidencia que en el error 1 los y las estudiantes confunden los movimientos en el plano entre ellos. En el error dos se comprende la definición pero se olvida las especificaciones. Y en el error 3 relacionan el movimiento isométrico con la visualización de la figura intacta, sin cambios ni modificaciones. Lo que demuestra que los estudiantes no conocen los conceptos de los movimientos de figuras en el plano.

CONCLUSIÓN

Respecto al contenido de isometrías, consideramos necesario estudiar y analizar los errores y dificultades presentes en la conceptualización de los movimientos, pues como docentes y/o futuras docentes, al momento de implementar nuestras actividades curriculares, debemos tener en cuentas estos aspectos del aprendizaje.

Evidenciamos que las y los estudiantes confunden los conceptos de las transformaciones isométricas y su explicación por lo que el conocimiento se debe abordar desde una mirada mucho más completa y provechosa para el o la estudiante, puesto que éste es un contenido que requiere de la aplicación de contenidos y habilidades relacionadas con las matemáticas.

Referencias

Flick, U. (2004). Introducción a la investigación cualitativa. Madrid: Morata.
Hernández, R., Fernández C. y Batista P. (2010). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill.
Godino, J y Ruiz F. (2002). Geometría y su didáctica para maestros. España, Proyecto Edumat-maestros.
Malara N. & Iaderosa R. (2000). Acerca de las dificultades encontradas en alumnos de 12-13 años en el aprendizaje de la isometría plana. Italia. GEI. Vol.12. N2.

CB 073

EVIDENCIAS DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE SEXTO AÑO BÁSICO.

Gabriel Urrutia Manríquez, Fabián Quiroga Merino

gabrielurrutia@udec.cl fquiroga@udec.cl

RESUMEN

A partir de la necesidad de documentar evidencias de razonamiento geométrico en estudiantes de un sexto básico de un colegio de la comuna de Cabrero, se planificaron e implementaron algunas actividades durante la ejecución de la unidad de Geometría para luego analizar los resultados obtenidos y relacionarlos con los niveles de razonamiento de Van Hiele. Este análisis y las respuestas de los estudiantes entregan evidencias concretas de la forma en que cada uno logra o no obtener una respuesta parcial o total.

Palabras clave: razonamiento geométrico

INTRODUCCIÓN

Esta investigación surge a partir de los resultados insatisfactorios obtenidos en el diagnóstico de Matemática 2018 en el eje de geometría por los estudiantes de sexto básico de un establecimiento de la comuna de Cabrero. A pesar de que el estudio se enmarca dentro de la realidad local del establecimiento, es muy importante recordar que a nivel nacional el panorama en Chile, es bastante similar en los resultados de mediciones estandarizadas como SIMCE, PSU, PISA ó TIMSS; también es importante mencionar que aunque estas pruebas son aplicadas en distintos niveles de escolaridad, los resultados en el ámbito de la geometría son muy similares, lo que demuestra que algo está ocurriendo con esta área de la Matemática.

Así lo expresan Aravena y Caamaño (2013) donde señalan que "una de las áreas de las matemáticas con mayores dificultades y obstáculos de aprendizaje en Chile durante los últimos 20 años ha sido la geometría ya que, en la mayoría de los centros de enseñanza, apenas se trabaja".

En uno de sus artículos de la Revista Chilena de Educación Matemática 2; Aravena, Camaño y Cabezas (2007) señalan que "los estudiantes presentan serias dificultades y obstáculos tanto en la comprensión de los conceptos, como en los procesos geométricos y en el desarrollo de un pensamiento argumentativo y deductivo." Además agregan que "este hecho no les permite desarrollar procesos de pensamiento y razonamiento matemático.

Así mismo, Duval (1998) afirma que, desde la perspectiva del aprendizaje de la geometría, el problema básico de la enseñanza es lograr que los alumnos usen los diversos tipos de razonamiento en forma integral y se apoyen en aquellos que más posibilidades de conceptualización personal les brinden.

Se asume entonces, que los estudiantes que participarán del estudio, no se han enfrentado a tareas que promuevan y favorezcan el desarrollo de un razonamiento geométrico en ellos, lo que repercute en la adquisición y consolidación de los conceptos y además dificulta o debilita el logro de los aprendizajes esperados del programa de estudio para cada nivel. Podría ser, en cierta manera, que lo anterior explique los resultados obtenidos hasta el momento.
Adquieren relevancia entonces, tanto la tarea de identificar qué se entiende por razonar en geometría como la de determinar qué tipos de actividades propician diversas formas de razonamiento en los estudiantes que sirvan para validar el conocimiento geométrico y aporten al desarrollo de mecanismos de argumentación, socialmente aceptados. Muy ligado a esto, surge la necesidad de encontrar evidencias de los procedimientos que desarrollan los estudiantes cuando se enfrentan a determinadas actividades en geometría, describir este desempeño y relacionarlo con alguno de los niveles de razonamiento que postula el Modelo de Van Hiele.
Para el desarrollo de la investigación se han planteado los siguientes objetivos:

OBJETIVO GENERAL

Documentar evidencias de razonamiento geométrico en estudiantes de sexto básico al desarrollar diversas tareas durante la implementación de la unidad de geometría del programa de estudio de su nivel.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Ejecutar la planificación de la unidad de geometría de sexto año básico 2018.
- Seleccionar e implementar diversas tareas geométricas en el marco de la ejecución de la planificación de la respectiva unidad en el nivel sexto básico.
- Analizar y describir, con base en el modelo de Van Hiele, las evidencias de razonamiento geométrico de los estudiantes al desarrollar diversas tareas en la unidad de geometría de sexto básico.

DESARROLLO

Para la puesta en marcha de las distintas actividades que involucra la investigación, se han considerado diversos constructos y antecedentes teóricos que guían oportunamente el desarrollo de los objetivos, así como también estudios y experiencias previas similares de donde se rescatan los aportes que se detallan a continuación.

Camargo, Samper y Leguizamón (2000), como resultado de uno de sus proyectos de investigación identificaron tres acciones de la actividad geométrica consideradas importantes porque contribuyen al desarrollo del razonamiento. Estas acciones son: conceptualizar o construir conceptos y relaciones geométricas, investigar o indagar acerca de relaciones entre objetos geométricos y sus propiedades a partir del establecimiento de conjeturas, con miras a dotar de significado a los teoremas; y demostrar o construir una prueba para validar un enunciado geométrico atendiendo a las reglas establecidas para ello.

Estos autores estudiaron cada una de estas acciones a la luz de un modelo teórico de razonamiento. Para la conceptualización, la investigación la acogieron al modelo de van Hiele (Clements y Battista, 1992) complementado con la teoría de Vinner y Hershkowitz (Jaime, Chapa y Gutiérrez, 1992) acerca de la construcción de conceptos. En relación a la acción de investigar, hicieron uso de la teoría de Balacheff (2000), en la que se diferencian las formas de acercamiento a la solución de un problema que invita a la formulación de conjeturas. Y con respecto a la acción de demostrar utilizaron la caracterización de los diversos tipos de razonamiento formulada por Raymond Duval (1998) quien establece una relación entre los discursos informales y formales en el proceso de construcción de un recurso de validación.

El modelo teórico, sustento de este estudio, será el modelo de los niveles de razonamiento de Van Hiele relacionándolo con la acción de conceptualizar propuesta por los autores que se mencionaron anteriormente.

“Construir un concepto no se limita a conocer la definición formal de éste y algunos ejemplos prototípicos; incluye también razonar articulando la información proveniente de muchas experiencias de diferente naturaleza, todas encaminadas a ampliar la imagen conceptual para ponerla en consonancia con la definición formal” (Vinner y Hershkowitz, 1983, citado en Jaime, Chapa y Gutiérrez, 1992, p. 52).

En resumen, lo expuesto anteriormente da cuenta de la necesidad de indagar en las acciones que realizan los estudiantes cuando se enfrentan a una tarea geométrica relacionada con la acción de conceptualizar, identificando así el nivel de razonamiento (según Van Hiele) en el que se encuentran para luego proponer tareas que les permitan acceder a niveles superiores.

METODOLOGÍA

La investigación responde a una tradición cualitativa, centrada principalmente en una metodología de investigación-acción.

Los sujetos de estudio serán los 36 estudiantes (entre hombres y mujeres) que componen el curso sexto básico “A” del colegio de Cabrero.

La intervención se realizará durante la ejecución de la unidad de geometría de sexto año básico, planificada para ser abordada en el segundo semestre de 2018. El responsable de esta ejecución es el investigador quien también será el encargado de implementar las tareas previamente diseñadas con el fin de recopilar evidencias de razonamiento geométrico en las respuestas de los estudiantes para posteriormente describir, contrastar y clasificar estas respuestas en distintos niveles a la luz del modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele.

Las tareas serán implementadas de forma natural al igual que todas las que compondrán la unidad, es decir, no

habrá una connotación especial ni mayor importancia para que no se genere una preocupación extra o nerviosismo en los estudiantes, ya que esto podría limitar su desempeño frente al desarrollo de la tarea.

Una de las tareas que se implementarán en el desarrollo de esta unidad de geometría es la siguiente:
"Una figura tiene todas las propiedades que se presentan a continuación. ¿Qué figura es?"
- Es una figura cerrada de cuatro lados rectos.
- Tiene dos lados largos y dos lados cortos.
- Los lados largos son de igual longitud.
- Los lados cortos son de igual longitud.

Los instrumentos para la recogida de datos serán las hojas de respuestas a las tareas (previamente seleccionadas para la investigación) que contendrán las producciones de cada uno de lo es estudiantes, por ello es muy necesario solicitar a los estudiantes que dejen registro escrito de todos sus procedimientos e ideas que surjan cuando estén resolviendo la tarea, incluso si no logran responderla en su totalidad o aunque no estén cien por ciento seguros.
La validez de los datos recogidos estará dada por las producciones que los alumnos realicen en cada una de las tareas que se presenten, estas evidencias pueden ser la misma hoja de respuesta, o también fotografías digitales y/o impresas de ella.

El análisis de los datos obtenidos se llevará a cabo mediante la contrastación de las producciones de los estudiantes, con distintos referentes teóricos y sus indicadores del razonamiento geométrico, describiendo así las evidencias recopiladas en los resultados de cada una de las tareas que los estudiantes respondan y determinando el nivel de razonamiento en el que se encuentran según cada tarea.

La tarea descrita anteriormente, es una tarea que ya se encuentra validada y aplicada en otro estudio y para la cual se describieron los siguientes niveles de razonamiento frente a las producciones de los estudiantes.

Nivel 1. Estudiantes que no pueden obtener una configuración global de una figura a partir de las características particulares dadas. No logran formar una conceptual a partir del listado de propiedades.
Nivel 2. Estudiantes que determinan únicamente un prototipo de figura que cumple con las cuatro condiciones dadas, sin percatarse de la existencia de otros tipos de figuras que satisfacen tales condiciones. Su imagen conceptual está ligada, probablemente, a propiedades que ellos han añadido por considerarlas obligatorias, o a propiedades que distinguen entre sí a las figuras.
Nivel 3. Estudiantes que admiten la existencia de más de un tipo de figura que cumple las propiedades dadas, porque aceptan que la no inclusión de una propiedad en el listado no significa que la figura no pueda tener esa propiedad; sin embargo, su análisis no es exhaustivo y la imagen conceptual del objeto no es completa.
Nivel 4. Estudiantes que describen el amplio panorama de prototipos de cuadriláteros que cumplen las condiciones y/o explícitamente excluyen los paralelogramos que no las satisfacen. Su imagen conceptual abarca todos los posibles casos.

AVANCES Y PRIMEROS RESULTADOS

En la aplicación de esta primera experiencia participaron 18 estudiantes, los que se encontraban en la sala en ese preciso momento. La actividad propuesta a los estudiantes es la que se mencionó en la sección anterior, y luego de analizar las respuestas de cada estudiante se pueden explicitar los resultados obtenidos y relacionarlos con los distintos niveles de razonamiento geométrico descritos.

Gran parte de los estudiantes (dos tercios), responde la actividad señalando que la figura descrita es un rectángulo y apoyan y justifican esta respuesta usando las propiedades que se les entregan. Como solamente son capaces de evocar una figura que cumple con las condiciones dadas, son estudiantes que se encuentran en el segundo nivel de las categorías descritas. Lo interesante de las respuestas de este grupo de estudiantes es que algunos de ellos

justifican su elección apoyándose con las propiedades de la figura rectángulo, y además ejemplifican estas propiedades escribiendo una medida a cada uno de los lados de la figura.

El otro tercio de los estudiantes, no apoya su respuesta en las propiedades de la figura y por lo tanto no existe una evidencia concreta de la justificación a la elección.

Algunos estudiantes apoyan su respuesta realizando un dibujo de la figura que creen que es la indicada por cumplir con todas las propiedades que se listaron.

Referencias

Aravena, M.; Caamaño, C. Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule. Talca, Chile., RELME, 16(2),(2013). 139-178.

Balacheff, N. (2000). Procesos de prueba en alumnos de matemáticas. Bogotá: una empresa docente.

Burger, W. y Shaughnessy, M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. Journal for Research in Mathematics Education, 17 (1), 31-48.

Camargo, L., Samper, C. y Leguizamón, C. (2000). Desarrollo del razonamiento a través de la geometría euclidiana (propuesta de investigación presentada a la Convocatoria del CIUP). Bogotá: Centro de Investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional.

Clements, D. y Battista, M. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning: a Project of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 420-459). New York: National Council of Teachers of Mathematics.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view? En C. Mammana y V. Villani (Eds.), Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century (pp. 37-52). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Vasco, C. (1988). Sistemas geométricos. En O. Múnera (Comp.), Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas (vol. II, pp. 47-112). Bogotá: Dirección General de Capacitación y Perfeccionamiento Docente, Currículo y Medios Educativos, Ministerio de Educación Nacional.

CB 074

COLABORACIÓN ENTRE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y DE EDUCACIÓN DIFERENCIAL PARA PROMOVER LA ARGUMENTACIÓN Y LA INCLUSIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS: UNA EXPERIENCIA DE FORMACIÓN PROFESIONAL

Horacio Solar Bezmalinovic1, Pilar Peña-Rincón1, Constanza San Martín Ulloa2
1Pontificia Universidad Católica de Chile, 2Universidad Diego Portales

hsolar@uc.cl, ppenar@uc.cl, constanza.sanmartin@udp.cl

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática.

RESUMEN

En el contexto de la Línea de Inclusión Pedagógica del Centro de Justicia Educacional (CJE), profesores de matemáticas y educadores diferenciales que hacen clases en 7º básico, participan de un curso de formación de una duración aproximada de 8 meses que promueve la argumentación como práctica inclusiva en el aula de matemáticas. Uno de los estudios en curso es analizar los procesos de colaboración que favorecen el desarrollo de la argumentación en el aula de matemáticas. A raíz de una de las sesiones del curso que buscaba promover el desarrollo de habilidades para la colaboración, se reporta algunos resultados en relación a uno de los objetivos del estudio de identificar obstaculizadores de la colaboración para promover la argumentación en el aula de matemática tales como las preconcepciones sobre el rol profesional de los y las docentes de educación diferencial, y facilitadores tales como una disposición hacia la co-enseñanza.

Palabras clave: colaboración profesional, educación inclusiva, habilidades matemáticas, argumentación.

INTRODUCCIÓN

Una educación inclusiva es aquella que se caracteriza por generar y promover oportunidades de participación y aprendizaje para todos y todas los y las estudiantes en el espacio escolar. En este sentido, el trabajo colaborativo entre los docentes se ha identificado como un elemento clave para el desarrollo de centros inclusivos (Blanco, 2006; Darling-Hammond, 2001) que, además de favorecer el desarrollo de las organizaciones, al promover la cooperación entre profesionales, contribuye al desarrollo de aprendizajes de calidad (Villa, Thousand & Nevin, 2008).

En el contexto educativo chileno, la política pública impulsada por el MINEDUC a partir de la promulgación del Decreto 170/2009 y orientaciones para el trabajo profesional en el marco de los Programas de Integración Escolar, el concepto de trabajo colaborativo se ha asociado con los apoyos proporcionados a los estudiantes por equipos interdisciplinarios, con particular foco en los equipos de aula generalmente compuestos por docentes de educación básica o de asignaturas específicas (por ejemplo: matemáticas) y de educación diferencial. Desde esta mirada, se han realizado algunos estudios a nivel nacional que dan cuenta de escasas prácticas de trabajo colaborativo debido a: relaciones profesionales asimétricas, resistencias hacia el trabajo colaborativo, carencia de tiempo y concepciones no compartidas sobre roles profesionales (Rodríguez y Ossa, 2014). En este escenario, surge como fundamental la formación tanto inicial como permanente de los docentes en la línea del trabajo colaborativo (Rodríguez Hernández, 2009) para el desarrollo de habilidades de los estudiantes.

La colaboración en el aula, puede favorecer de mejor manera el desarrollo de habilidades matemáticas que promueve el currículum de matemáticas. En particular, una de las habilidades que promueven las Bases Curriculares es la argumentación, la cual "se aplica al tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos. La argumentación y la discusión colectiva sobre la solución de problemas, escuchar y corregirse mutuamente, la estimulación a utilizar un amplio abanico de formas de comunicación de ideas, metáforas y representaciones, favorece el aprendizaje matemático..." (Mineduc, 2013, p.89).

Efectivamente, varios países han considerado a la argumentación como una de las habilidades principales en el currículum de matemáticas (Solar, Azcárate, & Deulofeu, 2012). Uno de los estándares académicos fundamentales en matemáticas en EEUU (Common Core Math Practices) hace referencia a la construcción de argumentos viables y a la evaluación del razonamiento de otro . Además, las orientaciones curriculares del National Council of Teachers of Mathematics señalan que una de las prácticas de enseñanza eficaz es la promoción del diálogo entre los estudiantes, dado que les permite construir una comprensión compartida de las ideas matemáticas a través del análisis y comparación de sus enfoques y argumentos (NCTM, 2014).

Si bien el principal propósito de la política pública al potenciar la colaboración entre docentes en el aula es mejorar las oportunidades de aprendizaje para todas y todos los estudiantes, entendemos que para poder desarrollar una clase de matemática inclusiva es vital que exista la posibilidad de contrastar ideas entre estudiantes, y entre estudiantes y profesores, lo que está íntimamente relacionado con la capacidad de argumentar. Para esto, es fundamental que los docentes implicados en procesos de colaboración profesional comprendan e identifiquen las acciones que, desarrolladas en conjunto, pueden favorecer el desarrollo de habilidades matemáticas tales como la argumentación. En el grupo de investigación "Competencias Matemáticas" (COMMAT) se han venido realizando investigaciones sobre el desarrollo de las competencias matemáticas en el aula y específicamente en argumentación (Solar et al., 2012; Solar & Deulofeu, 2016). En proyectos anteriores (Fonide 511091, Fondecyt 11130675) hemos concluido que por medio de un proceso de formación continua, los profesores son capaces de cambiar sus prácticas para promover la "argumentación en el aula de matemáticas". Bajo esta experiencia, vemos necesario que profesionales que colaboran de manera conjunta en aula, tales como profesores que hacen clases de matemáticas y educadores diferenciales, puedan participar de un programa de formación que permita el desarrollo de la habilidad de argumentar en sus estudiantes. Es así que como parte de la Línea de Inclusión Pedagógica del Centro de Justicia Educacional (CJE), se desarrolla un proyecto cuyo propósito es estudiar cómo el desarrollo de la argumentación favorece prácticas inclusivas en el aula de matemáticas. Para el desarrollo de este objetivo, un grupo de profesores de

matemáticas y educadores diferenciales que hacen clases en 7º básico, participa de un curso de formación de una duración aproximada de 8 meses (12 sesiones cada 15 días) y tiene como propósito promover la argumentación como práctica inclusiva. El curso se basa en el modelo Mejoramiento de las Experiencias Docentes [MED] (Solar, Ortiz, & Ulloa, 2016), centrado en el análisis de la práctica mediante el uso de videos. El estudio se está llevando a cabo en establecimientos públicos de 5 comunas de la Región Metropolitana que presentan un alto porcentaje de estudiantes inmigrantes y estudiantes pertenecientes a pueblos indígenas, además de ser altamente vulnerables. La muestra es de 57 establecimientos, 61 profesores de matemáticas de 7° grado (12 y 13 años), 50 profesores de educación diferencial y 2048 estudiantes.

Dentro de este proyecto cuantitativo que busca medir el impacto de la argumentación en las prácticas inclusivas, se ha levantado un estudio cualitativo más acotado que pretende analizar los procesos de colaboración que favorecen el desarrollo de la argumentación en el aula de matemáticas, para lo cual se han definido tres objetivos específicos, a saber: i) Identificar obstaculizadores y facilitadores de la colaboración para promover la argumentación en el aula de matemáticas; ii) Identificar las percepciones respecto del rol de docentes de educación diferencial y de matemáticas al promover la argumentación en el aula de matemáticas; iii) Caracterizar la colaboración entre docentes de educación diferencial y de matemáticas al promover la argumentación en el aula de matemática.

A continuación se describe la metodología de este estudio cualitativo y algunos de sus resultados preliminares respecto al primer objetivo específico mencionado anteriormente.

METODOLOGÍA

Se está realizando un estudio de casos múltiple en los que se aprecie una colaboración entre docentes de matemáticas y educadores diferenciales en el transcurso de la intervención (curso de formación). Se realizarán entrevistas y se aplicarán cuestionarios para identificar qué elementos obstaculizan y facilitan la colaboración para promover la argumentación, y para identificar las percepciones respecto del de rol del docente de educación diferencial y del de matemáticas en la clase de matemáticas. Además, se analizarán grabaciones de clases colaborativas para caracterizar la colaboración entre estos docentes/profesionales al promover la argumentación en el aula de matemática. Dado que estamos aún en fase de recolección de datos, a continuación describiremos una de las sesiones del curso en el que se busca promover el desarrollo de habilidades para la colaboración entre profesores de matemáticas y educadores diferenciales.

El propósito de esta sesión para los participantes fue comprender la relevancia de la colaboración profesional, así como las características de distintos modelos de co-enseñanza y, reflexionar respecto de la pertinencia del uso de esos modelos en función de elementos contextuales. Cabe destacar que la experiencia de aprendizaje fue diseñada en base al modelo de co-enseñanza de estaciones (Cook y Friend, 1995). Desde el punto de vista de la investigación, con esta sesión se buscaba contribuir al logro del objetivo referido a la identificación de obstaculizadores y facilitadores de la colaboración para promover la argumentación en el aula de matemáticas.

La sesión comenzó con una dinámica de trabajo grupal que tuvo como propósito destacar los aspectos implicados en la colaboración y las ventajas de las actividades colaborativas.

RESULTADOS

El desarrollo de esta experiencia de aprendizaje con los participantes del estudio, ha permitido levantar resultados preliminares respecto a la colaboración profesional entre ambos docentes, los cuales hemos organizado en distintas categorías que se presentan en la tabla 1:

Obstaculizadores	Facilitadores
Escasa formación profesional: Los participantes destacaron que un obstáculo para desarrollar por ejemplo, el modelo de co-enseñanza paralela, es que en ocasiones los docentes de educación diferencial no cuentan con el "manejo del conocimiento pedagógico matemático".	Actitud y disposición positiva de los profesionales que colaboran: Se destaca con fuerza que un elemento clave es la disposición para el trabajo colaborativo
Visión del rol de el/la profesor/a de educación diferencial por parte de docentes y estudiantes: Tanto docentes como estudiantes tienen asociada la labor el/la profesor/a de educación diferencial a la atención de quienes participan del programa PIE. Por lo tanto, muchas veces los/las estudiantes no validan el rol docente de este/a profesor/a en la clase, con lo que se limita la posibilidad de participar en el proceso de enseñanza a toda la clase, y en la promoción de situaciones argumentativas entre todos y todas las estudiantes.	Posibilidad de crecimiento profesional al aprender del y con el otro/a. Ambos profesionales ven que el otro tiene recursos para la enseñanza que en conjunto pueden potenciar el aprendizaje de los y las estudiantes, y el propio aprendizaje. El aprendizaje sobre el fomento de la habilidad de argumentar ha sido un buen ejemplo de esta posibilidad de aprender y de enseñar en forma conjunta.
Visión del rol de el/la profesor/a de educación diferencial por parte de la institución: los participantes señalan que en los centros escolares se brinda prioridad a que este profesional cubra la ausencia de profesores de la clase programada o de otra, por sobre la función de participar en la co- enseñanza para garantizar el aprendizaje de todos los estudiantes de la clase	Existencia de horas destinadas a este fin: aunque es insuficiente el tiempo de trabajo conjunto entre profesores disciplinares o de educación básica y de educación diferencial, tanto dentro como fuera del aula, los docentes valoran que actualmente exista esta posibilidad.

Tabla 1: Obstaculizadores y facilitadores para el trabajo colaborativo por medio de la co-enseñanza

CONCLUSIONES

La experiencia en curso muestra que mediante el trabajo colaborativo y la co-enseñanza es posible impulsar el desarrollo de la habilidad de argumentar en el aula de matemática.

Los factores que facilitan alcanzar este propósito dicen relación con la disposición mayoritaria tanto de los/as profesores/as disciplinares como de educación diferencial al trabajo conjunto y la co-enseñanza, y con las posibilidades de desarrollo profesional y de mejora del aprendizaje de los estudiantes que implica. Este grupo de profesores señala que sólo en algunos casos han percibido relaciones profesionales asimétricas y resistencia hacia el trabajo colaborativo. En el marco de este curso de formación, han tenido la posibilidad de aprender juntos cómo potenciar el desarrollo de la habilidad de argumentar en el aula de matemáticas, y de ver cómo la presencia de ambos en el aula, facilita la conducción de este proceso, ya que junto con incentivar a todos los estudiantes a la participación, pueden estar atentos a las potenciales contribuciones de las y los estudiantes para desencadenar situaciones argumentativas. La existencia de horas para el diseño y la implementación de clases conjuntas, también es un factor facilitador cuando la institución no las destina a otras labores. Si se garantizara el uso de estas horas para este fin, los y las docentes podrían avanzar en el dominio de la conducción de situaciones de argumentación mediante el análisis de las situaciones argumentativas experimentadas en las clases realizadas mediante co-enseñanza.

Dentro de los factores que obstaculizan este propósito, en primer lugar se destacan las preconcepciones sobre el rol profesional de los y las docentes de educación diferencial derivadas del desempeño histórico en el marco del programa PIE; por otra parte requerir un mayor desarrollo profesional para trabajo colaborativo en que los docentes educadores diferenciales tienen carencias en el conocimiento pedagógico matemático.

El desarrollo de la habilidad de argumentar requiere del contraste de ideas entre todos y todas las estudiantes, de una conducción eficaz de la clase que preste atención a las posibles contribuciones para desarrollar situaciones argumentativas y que formule preguntas que incentiven a comunicar ideas y fundamentos. En la medida que más estudiantes se animan a comunicar sus ideas, aumentan las posibilidades de desarrollar situaciones argumentativas. Y el hecho de que existan dos docentes conduciendo la clase, permite fomentar la participación de todos y todas y optimizar la conducción del proceso. A ello se debe que los factores que facilitan y obstaculizan la co-enseñanza son en sí mismos factores que afectan la conducción del desarrollo de la habilidad de argumentación.

Referencias

Blanco, R. (2006). La equidad y la inclusión social: Uno de los desafíos de la educación y la escuela hoy. Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación , 4 (3), 1-15.

Cook, L., & M. Friend. 1995. Co-teaching: Guidelines for creating effective practices. Focus on Exceptional Children
28, no. 3: 1–16 .

Darling –Hammond, L. (2001). El derecho de aprender. Crear buenas escuelas para todos. Barcelona: Ariel.

Mineduc. (2013). Bases curriculares chilenas 7o básico a 2o medio. Santiago: Mineduc.

NCTM. (2014). Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All. Reston, VA: NCTM.

Rodríguez Hernández, H. (2009). La inclusión educativa y la formación de profesores de esucación especial. En M. Casanova y H. Rodríguez (Coords.), La inclusión educativa un horizonte de posibilidades (pp. 99-128). Madrid: La Muralla.

Rodríguez Rojas, F. F., & Ossa Cornejo, C. J. (2014). Valoración del trabajo colaborativo entre profesores de escuelas básicas de Tomé, Chile. Estudios pedagógicos (Valdivia), 40(2), 303-319.

Solar, H., Azcárate, C., & Deulofeu, J. (2012). Competencia de argumentación en la interpretación de gráficas funcionales. Ensenanza de Las Ciencias, 30(3), 133–154.

Solar, H., & Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. Bolema - Mathematics Education Bulletin, 30(56), 1092–1112. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13

Solar, H., Ortiz, A., & Ulloa, R. (2016). MED: Modelo de formación continua para profesores de matemática, basada en la experiencia. Estudios Pedagógicos, 42(4), 281–298. https://doi.org/10.4067/S0718-07052016000500016.

Villa, R., Thousand, J. & Nevin, A. (2008). A Guide to Co-teaching. Practical Tips for Facilitating Student Learning. Thousand Oaks: Corwin Press.

CB 075

EL TRABAJO INTERDISCIPLINAR EN MODELADORES MATEMÁTICOS E IMPLICANCIAS EN LA EDUCACIÓN

Jaime Huincahue y Karina Vilches
Vicerrectoría de Investigación y Postgrado y Facultad de Ciencias Básicas. Universidad Católica del Maule

jhuincahue@ucm.cl kvilches@ucm.cl

Etnomatemática y Estudios socioculturales en Educación Matemática

RESUMEN

En el presente trabajo, se determinan los componentes existentes en el trabajo interdisciplinar que realizan modeladores matemáticos e ingenieros como parte del programa de Doctorado en Modelamiento Matemático y Aplicado de la UCM en Chile, con el fin de reconocer elementos claves para un exitoso trabajo de modelamiento matemático. Mediante una metodología cualitativa, se utiliza el Análisis Temático como marco metodológico, siendo mediante el software atlas.ti el tratamiento analítico del análisis. Los primeros resultados muestran un entorno de reciprocidad entre las disciplinas que intervienen, siendo de relevancia para el desarrollo y éxito del trabajo, el que hemos denominado Sistema Recíproco.

Palabras clave: Modelación matemática, interdisciplina, modeladores matemáticos.

INTRODUCCIÓN

Al situar la atención hacia la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, es de interés reconocer cuales son los usos del conocimiento matemático que son requeridos en su formación, para lograr establecer puentes entre el conocimiento matemático y su realidad.

Por otro lado, muchas aproximaciones de la modelación matemática han reconocido este puente como fuente de estudio (Frejd y Bergsten, 2018), estableciendo fases o componentes específicos del proceso de modelación según los enfoques teóricos y en distintos niveles educativos.

Una conocida incorporación del modelar en el estudio PISA, propone posicionar al conocimiento matemático como una fuente que problematice los desafíos de las actuales sociedades, teniendo como fin que los estudiantes usen lo aprendido en situaciones usuales de la vida. Otro caso que plantea un foco distintivo, proviene desde la metodología STEM (Breiner, Harkness, Johnson & Koehler, 2012), destacando el rol de la matemática en las ciencias, la tecnología y la ingeniería como disciplinas colaborativas, reconociendo una proximidad hacia un trabajo interdisciplinar (Klein, 2013), en donde la valoración educativa del saber transforma y restablece constantemente el factor polisémico de los objetos matemáticos, para así, brindar mayores y mejores tratamientos didácticos en la escuela desde situaciones reales (Tsupros, Kohler & Hallinen, 2009).

Tanto la visión de PISA como la metodología STEM, son enfoques que consideran lo interdisciplinar como una actividad que brinda alternativas para reconocer a la matemática desde contextos de modelación; por tanto, una posible fuente de estudio para la mejora de prácticas de enseñanza. Como antecedente a lo anterior, Van del Wal, Bakker y Drijvers (2017) analizan 14 entrevistas a ingenieros técnicos holandeses, reconociendo 7 entornos de alfabetización tecno-matemática para el ingeniero del siglo 21, pero también, evidencia que la matemática que han estudiado en su formación es vista como una isla en todo el proceso, y que su importancia es limitada cuando se instalan en un escenario laboral. Esta situación, plantea interrogantes sobre la matemática que debe ser tratada en la formación de ingenieros, y consecuentemente, establecer aproximaciones didácticas con mayor pertinencia para cada grupo de personas. En este sentido, la presente investigación plantea que la actividad interdisciplinar, es un foco de estudio para la construcción de prácticas de modelación en la educación, siendo de interés, estudiar la práctica de los modeladores matemáticos en un entorno interdisciplinar, siendo la siguiente pregunta de investigación, una guía de nuestro estudio: ¿Qué componentes describen la acción de modelar que efectúa el modelador matemático profesional en su ejercicio interdisciplinar?

Muchas ediciones ICTMA muestran investigaciones dirigidas hacia lo que hacen y piensan los estudiantes para la generación de resultados didácticos, sin explícitamente considerar la práctica misma del modelador matemático, siendo que su práctica sostiene la autenticidad de la actividad del modelar, siendo ambos focos de interés. Esto no significa que basta una transposición del conocimiento para reconocer a la modelación escolar, ya que son conocimientos e intereses distintos (Barbosa, 2006). Para ello, consideramos como hipótesis que existen componentes intrínsecos que permiten realizar la actividad profesional del modelador matemático, lo cual, puede repercutir en la práctica escolar (e.g., la experiencia de Henry Pollak como modelador en la industria, entendiendo el impacto de sus aportes en el enfoque educativo [Galbraith, 2012]).

En el trabajo de Frejd y Bergsten (2016), se estudian los modeladores matemáticos profesionales, reconociendo elementos que actúan como germen de la construcción de modelos matemáticos, como son el comportamiento de datos, otros modelos reconocidos en la literatura, o bien, resultados teóricos de la disciplina de contexto. También, Frejd y Bergsten el año 2018, reportan la concepción de modelación matemática en modeladores matemáticos profesionales, logrando evidenciar 4 indicadores en la actividad de modelar: descripción, comprensión, abstracción y negociación. Finalmente, se reconocen estudios dirigidos hacia el modelador matemático, pero las características socioculturales entre grupos de estudio, posicionarán resultados complementarios a los ya existentes. Para ello, se ha constituido un marco conceptual acorde a la investigación.

MARCO CONCEPTUAL

La literatura respecto a la interdisciplinariedad desde el interés de este trabajo, ha sido estudiada desde un enfoque educativo de la Matemática (Williams et al., 2016), permitiendo concebir una claridad teórica respecto a lo que es interdisciplinariedad, la labor en equipos de tal naturaleza, su cosificación y cómo los resultados que han sido generados para la educación matemática han logrado describir este tipo de relación entre disciplinas. Desde la postura de Klein (2013), consideraremos que:

interdisciplinarity integrates information, data, methods, tools, concepts, or theories from two or more disciplines or bodies of knowledge to address a complex question, problem, topic, or theme. Work may occur individually or in teams, though in the latter case, communication is essential to successful collaboration (p.13).

Los equipos interdisciplinarios necesariamente requieren tener relaciones con ciertos elementos en común, cumpliéndose generalmente que poseen al menos un objeto de estudio o uso. Concordando con Williams et al. (2016), este objeto en común brinda una colaboración recíproca entre cada una de las disciplinas, el que no necesariamente se enmarca con el mismo significado, sino que el diálogo y la colaboración permite dirigir la labor interdisciplinar hacia un producto o resultado, siendo muchas veces el motivo de tal actividad.

En el Trabajo Interdisciplinar (TI) como lo propone Williams et al. (2016, p.9), se reconoce el trabajo unidisciplinar, utilizando ciertas reglas, herramientas, problemáticas propias y significados orgánicos de cada disciplina, aunque en el desarrollo interdisciplinar se reconoce un trabajo sinérgico que escapa de cada una de las disciplinas de forma autónoma, como lo describe la figura 1. Sin embargo, estos objetos en común no necesariamente poseen la misma función, ya que ciertos objetos pueden ser concebidos para plantear los borden interdisciplinares, otros para cruzar tales bordes y otros que nacen producto del trabajo de mancomunidad.

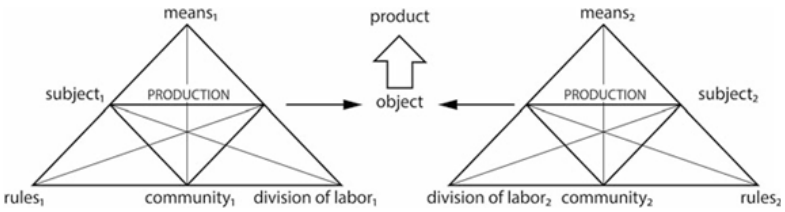


Figura 1. La actividad de un proyecto interdisciplinar a partir de un objeto o un motivo (Williams et al., 2016).

Bajo tal posición, los grupos que participan y colaboran en trabajos interdisciplinares, requieren de un conocimiento entre las formas de interacción e investigación interdisciplinar, para así, ubicar a la labor fuera de las actividades condescendientes de cada una de las disciplinas. Este tipo de conocimiento (comunicación interdisciplinar) no necesariamente está institucionalizado en las personas que participan, siendo común que los procesos comunicativos requieran ciertos tiempos para un fluido desarrollo (Klein, 2013).

METODOLOGÍA

Para el reconocimiento de los componentes que conforman el trabajo interdisciplinar del modelador matemático, se requiere conocer, analizar e interpretar el discurso de los participantes, para lo cual, se ha decidido utilizar el Análisis Temático (Braun y Clark, 2006) como marco metodológico, sin la consideración de una codificación preliminar para el análisis discursivo, para la caracterización de cierta flexibilidad y objetividad en el método.

Los participantes del estudio, son 4 investigadores que participan en el claustro del programa de Doctorado en Modelamiento Matemático y Aplicado de la Universidad Católica del Maule en Chile, que actualmente trabajan en tres líneas de investigación: reconocimiento de patrones, análisis epidemiológico y sistemas agropecuarios. Dos son modeladores matemáticos con una importante experiencia en interdisciplinariedad en diversas áreas, los

cuales, llamaremos Diego y Franco; además, los otros dos investigadores son ingenieros de formación (electrónico y agrónomo), los cuales llamaremos Amaru y Victor.

Para conocer su práctica interdisciplinaria, se construye una entrevista semi-estructurada en base a la descripción del trabajo interdisciplinar, las relaciones entre las disciplinas y los alcances de sus resultados.

ANÁLISIS Y PRIMEROS RESULTADOS

La práctica analítica en el proceso de codificación, en la generación de las categorías y temas, fue desarrollado por el software Atlas.ti, con el fin de facilitar el proceso y la configuración del mapa temático. Inicialmente, se realiza una transcripción de las 4 entrevistas, para después codificar la práctica interdisciplinar de los entrevistados, resultando 83 códigos. Luego de generar un segundo análisis y ajuste de códigos en base a la pregunta de investigación, se reconocen elementos iniciales que configuran el TI, evidenciando interrelaciones entre ellos.

Al entablar un proyecto interdisciplinar centrado en la acción de modelar matemáticamente un fenómeno, se configura un sistema complejo en donde intervienen las comunidades de ambas disciplinas, en nuestro caso, la matemática y una disciplina de contexto (Agropecuaria y Reconocimiento de Patrones reconocidas como disciplinas interdisciplinares). Sin embargo, la actividad interdisciplinar se aleja de una simple conjunción entre disciplinas, ya que los aspectos colaborativos, comunicacionales y sinérgicos en torno al problema, priman en su desarrollo y en su producto. Al respecto, se reconoce un elemento conceptual de significancia: un sistema híbrido y sinérgico por naturaleza que llamaremos Sistema Recíproco (SR, figura 2), que es parte del TI como un ente articulador y no recae en la única práctica del MdrM o del ExpDC, sino que es un sistema generado gracias al TI que posee una estructura y un orden (que en general es no lineal), en donde se conforma y desarrolla la solución al problema interdisciplinar que se aborda. En este sentido, no es un conjunto, sino un sistema.

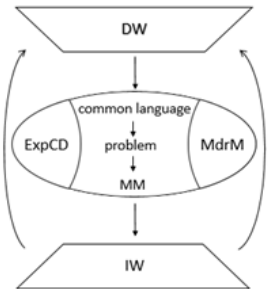


Figura 2. Sistema Recíproco. Un ambiente común en el TI.

A la fecha, los componentes que han logrado ser visualizados provienen de tres planos: 1) trabajo interdisciplinar, 2) trabajo disciplinar, y 3) visión de las matemáticas. Ellos, son planos en donde habitan, al menos, un componente respecto a los resultados esperados.

En el primer plano, se reconoce como componente a la intelección, ya que es reconocido fuertemente desde el inicio de la actividad interdisciplinar, y no desaparece durante todo el proceso. Además, se reconoce cierta diversidad en los métodos utilizados, generando en ocasiones, características deductivas e inductivas durante la resolución del problema interdisciplinar. En este sentido, un posible componente tendría que ver con la flexibilidad metodológica con el fin de responder al problema interdisciplinar. En el plano 2, surgen los estatus disciplinares para la resolución del problema interdisciplinar, destacando que el impacto del problema interdisciplinar recae hacia la disciplina de contexto y no hacia la matemática. Finalmente, en el tercer plano se caracteriza la función instrumental de la matemática, destacando que las funciones que realiza en las actividades interdisciplinares tienen que ver con otorgar una estructura al problema (por lo tanto, a la solución), planteamiento de interpretaciones, optimización y predicción de fenómenos de estudio.

PROSPECTIVAS

Por el estado de la investigación, podemos afirmar que al menos hemos encontrado un componente, que hemos denominado Intelección. Este componente sostiene la intención de realizar el trabajo interdisciplinar.

Desde el ámbito de la educación, la intelección es reconocida como el constante esfuerzo por entender el fenómeno propuesto en una tarea de modelación. Esta acción es clave para el desarrollo de una tarea, lo cual, conlleva el conocimiento del contexto de la tarea de modelación, la información de relevancia que se utilizará en la confección del modelo, y también, las funciones del conocimiento matemático en contextos no matemáticos. Otro aspecto que sostiene en algún sentido a la intelección, es la motivación del estudiante por realizar la tarea. Lo último, es claramente visualizado en el análisis de la investigación, siendo explícitas las declaraciones de los entrevistados respecto al gusto del trabajo interdisciplinar. Desde tal situación, es de relevancia considerar en la confección de tareas de modelación, aspectos motivacionales hacia los estudiantes, para que les permita mantener la acción de querer entender con precisión el fenómeno de estudio.

Referencias

Barbosa, J. C. (2009). Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2(2), 69-85.

Braun, V., y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. Qualitative Research in Psychology, 3, 77–101.

Breiner, J., Harkness, S., Johnson, C. & Koehler, C. (2012). What Is STEM? A Discussion About Conceptions of STEM in Education and Partnerships. School, science and mathematics. 112(1), 3-11.

Frejd, P. y Bergsten, C. (2016). Mathematical modelling as a profesional task. Educational Studies in Mathematics. 91, 11-35.

Frejd, P. y Bergsten, C. (2018). Professional modellers' conceptions of the notion of mathematical modelling: ideas for education. ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 50, 117-127.

Galbraith, P. (2012). Models of Modelling: Genres, Purposes or Perspectives. Journal of mathematical modelling and applications. 1(5), 3-16.

Klein, J. (2013). The State of the Field: Institutionalization of Interdisciplinarity. Issues in Integrative Studies, 31, 76-74

Tsupros, N., Kohler R., y Hallinen J., (2009). STEM education: A project to identify the missing components. Pennsylvania: Intermediate Unit 1 and Carnegie Mellon.

Williams, J. M., Roth, W.-M., Swanson, D., Doig, B., Groves, S., Omuvwie, M., Borromeo-Ferri, R. & Mousoulides, N. (2016). Interdisciplinary mathematics education: A state of the art. Berlin: Springer.

CB 076

CONCEPCIONES, INTERPRETACIONES Y SIGNIFICACIONES DE LOS ESTUDIANTES EN EL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO

Norma Benavides, Camila Casich, José Galaz
Universidad Central de Chile, Liceo Bicentenario Ignacio Carrera Pinto

n.benavides.gonzalez@gmail.com, c.casichvargas@gmail.com, progalaz@gmail.com

Errores, obstáculos y dificultades en la Enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

RESUMEN

La sociedad exige un ciudadano informado, capaz de analizar correctamente la información que recibe por diversas fuentes, para poder concluir y tomar decisiones asertivamente. En este sentido, la formación que reciben los estudiantes de Enseñanza Media en Chile procura que estos desarrollen el razonamiento estadístico.

La investigación analiza las concepciones, interpretaciones y significaciones de los estudiantes de estos conceptos y como estos los aplican en situaciones contextualizadas, logrando establecer interesantes conclusiones a partir de los resultados obtenidos.

Palabras clave: media aritmética, mediana, concepciones, interpretaciones, significaciones

INTRODUCCIÓN

Esta investigación se centra en el eje de Datos y Azar, particularmente en los conceptos de media aritmética y mediana, analizando las concepciones, significaciones e interpretaciones que tienen los estudiantes de tercer y cuarto año de enseñanza media, así como también como estos los aplican en situaciones contextualizadas. A continuación se muestran antecedentes de la problemática; el marco teórico de la investigación, basado en el currículum nacional y la Teoría Antropológica de lo Didáctico; la metodología utilizada; los resultados de la investigación y las conclusiones de la misma.

ANTECEDENTES

La sociedad actual exige un ciudadano informado y competente, capaz de tomar decisiones asertivas, analizando correctamente la información que recibe por diversos medios. Para comprender algunas situaciones que ocurren, se hace necesario algunos conceptos estadísticos, los cuales permiten obtener ciertas conclusiones. En este sentido la investigación se centra en los conceptos de media y mediana y su aplicación en contextos. De acuerdo a lo anterior, existe la necesidad de profundizar los conceptos estadísticos más allá de la realización de meros cálculos, sino que más bien, generar análisis de la información y fomentar la alfabetización estadística, la cual se define como la capacidad de aplicar mucho más que estadística mecánicamente, es la habilidad de leer e interpretar de forma crítica datos y usar la estadística como evidencia en contextos cotidianos o profesionales (Ridway, Nicholson, & McCusker, 2011).

En el currículo escolar chileno, el modelamiento de datos es incorporado desde la enseñanza básica en la asignatura de matemática, siendo su objetivo principal el desarrollar el razonamiento estadístico, modelamiento de datos e interpretación de ellos. De hecho, la aplicación de estos conceptos se extiende a las diferentes áreas de la vida cotidiana; puesto que, se aplican en el carácter económico, político y social. Estos objetivos de aprendizaje son trabajados también en otros países, debido a que se evalúan en pruebas estandarizadas, de carácter internacional y nacional. Los objetivos de evaluación en común de todas las pruebas mencionadas, reflejan la importancia de formar estudiantes con grandes habilidades para interpretar y analizar de forma crítica y lógico matemático las aplicaciones en contextos cotidianos y profesionales.

MARCO TEÓRICO

Currículum Nacional

De acuerdo a lo planteado por el MINEDUC, se espera que los estudiantes de los niveles séptimo y octavo básico logren realizar ciertos análisis, inferencias y puedan obtener la información a partir de los datos estadísticos, logrando interpretar la información, dándole una validación con respecto a sus opiniones y decisiones; que sean capaces de determinar situaciones utilizando las medidas de tendencia central; de la misma forma, se espera que los estudiantes de primero y segundo medio puedan analizar la información de datos presentados en gráficos, que puedan explicar la información a través de un histograma o polígono de frecuencia, que interpreten datos agrupados en intervalos y organicen tablas de frecuencia, que calculen la media, moda y mediana. A partir de estos objetivos de aprendizaje a

Teoría Antropológica de lo Didáctico

La TAD se ocupa del estudio de pares de Organizaciones Matemáticas y Didácticas (OM, OD). De acuerdo con Chevallard (1985), una OM está compuesta por varios tipos de tareas matemáticas cuya realización requiere técnicas matemáticas que, a su vez, se justifican en tecnologías y teorías matemáticas específicas. Una OD se refiere a la manera de organizar el estudio matemático que se lleva a cabo en una institución, y su estudio resulta más complejo que el de las OM.

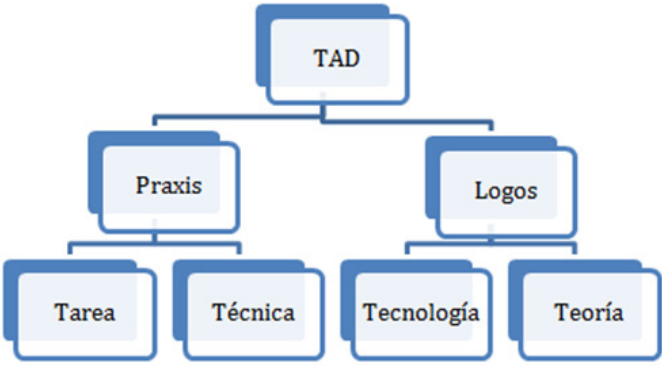


Imagen 1: Teoría Antropológica de lo Didáctico.

La noción de praxeología se integra con cuatro principales elementos en dos bloques. El primero es el bloque técnico-práctico, relativo al saber-hacer y que está compuesto por una tarea, se expresa con cualquier verbo y forma parte de un tipo de tareas y una técnica que representa una determinada manera de realizar un tipo de tareas. El segundo bloque se denomina tecnológico teórico y engloba una tecnología que justifica racionalmente la técnica; y una teoría definida como enunciados abstractos que justifican el discurso tecnológico. La totalidad de términos mencionados; tarea, técnica, tecnología y teórico; conforman una praxeología puntual, es decir, es relativa a un único tipo de tareas (Paredes, 2013).

MARCO METODOLOGICO

Por las características propias de la investigación, este estudio es mixto, con énfasis cualitativo, no obstante se utilizan análisis descriptivos, con el fin de observar las muestras en la realidad y como ésta se establece en los estudiantes. El estudio se realiza sobre la base de un muestreo intencionado, con estudiantes que según sus actitudes de responsabilidad y compromiso con su desempeño escolar son capaces de responder el instrumento con seriedad y colaboración. La muestra son estudiantes de tercer y cuarto año de Enseñanza Media de tres establecimientos educacionales, dos de ellos tienen dependencia particular subvencionada y uno de ellos es particular. Luego de hacer una primera revisión de las respuestas dadas por los estudiantes, se seleccionan las 30 más representativas según los temas a evaluar, debido a que algunos instrumentos presentan demasiadas preguntas sin responder o sin justificar lo expresado.

El instrumento para recolectar la información consta de dos partes, en primer lugar una encuesta KPSI, cuestionario cuya intención es autoevaluar al estudiante con el objetivo de obtener la percepción que el estudiante tiene de su grado de conocimiento en relación a los conceptos estadísticos de la investigación, para luego contrastar estos resultados con los obtenidos en las preguntas abiertas de desarrollo. La segunda parte del instrumento es de preguntas abiertas, de desarrollo y justificación de su procedimiento, cuyo objetivo es determinar la situación en la que se encuentra cada estudiante. A través de éstas, se identifican las dificultades y obstáculos de cada estudiante en su proceso de aprendizaje y también sus logros, de tal forma de poder medir que tan exitoso fue su aprendizaje, en base a la concepción, significación e interpretación de los conceptos de media aritmética y mediana.

RESULTADOS

Media aritmética

Al analizar las respuestas se verifican algunas conjeturas realizadas de forma previa a la aplicación del instrumento. La mayor parte de los estudiantes no comprende la pregunta ¿qué entiendes por media aritmética?, puesto que responden la pregunta con la fórmula para calcular la media aritmética o simplemente obviaron esa pregunta. El ejemplo cotidiano dado por los estudiantes se basa principalmente en representar la media aritmética como el pro-

medio de sus notas. Es importante destacar que todos los estudiantes realizan el cálculo de la media aritmética de sus ejemplos de manera exitosa.

Solo dos estudiantes del total, dan una respuesta coherente con palabras claves que pueden definir de buena manera el término de media aritmética, entregando una buena concepción y significación de ésta.

Mediana

Considerando las respuestas de mediana, se puede observar que casi el total de estudiantes entrega una definición que se acerca a la correcta, escribiendo en sus respuestas palabras claves como; "dato central", "número del medio", "ordenar de mayor a menor" y "ordenar de menor a mayor". Considerando los ejemplos entregados, a diferencia de lo que ocurre con la media aritmética, existe una gran cantidad de estudiantes que no da ningún ejemplo. El grupo de estudiantes que si da ejemplos, en su mayoría se refieren a datos numéricos y solo dos estudiantes dan ejemplos en contextos cotidianos no numéricos.

Aplicación en contextos

En una de las preguntas realizadas a los estudiantes, se da a conocer el número de estampillas que tienen diez amigos: Daniel (28), Sofía (23), Arturo (24), Ángel (81), Leonel (27), Ana (25), Carlos (24), Laura (5), Claudio (25) y Pía (28). Se pregunta: ¿Cuál es la mejor estimación del número de estampillas que posee cada uno de estos amigos?

En esta pregunta, los estudiantes no solo deben hacer uso de fórmulas estadísticas, sino que además deben interpretar los datos entregados. Del total de la muestra, tres estudiantes logran realizar la interpretación correcta y responden bien la pregunta, 17 estudiantes responden erróneamente y 10 dejan su respuesta en blanco.

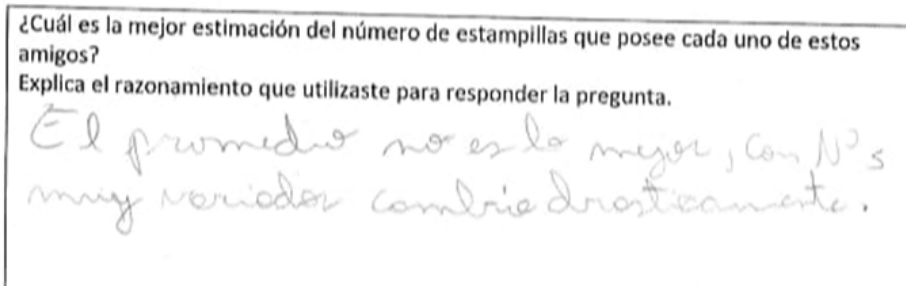


Imagen 2: Repuesta de Media Aritmética de un estudiante

CONCLUSIONES

Según los resultados obtenidos en la encuesta de formato KPSI, se observó que los estudiantes fueron bastante optimistas a la hora de autoevaluarse y medir su grado de conocimiento de los conceptos estadísticos en cuestión, no obstante hay contrastes en los resultados de preguntas de desarrollo.

Los estudiantes tienen mayor noción de media aritmética, no de manera satisfactoria, pero si al menos se logra observar que son capaces de generar cálculos e interpretar algunas situaciones en contextos aplicados. Los análisis de los resultados del concepto de mediana, permite concluir que los estudiantes no saben inferir a partir de datos, no saben la utilidad de su cálculo, solo se observa en sus respuestas que saben calcularlo en preguntas para un número reducido de datos. Cabe señalar que en la vida cotidiana no se suele ver ni oír sobre esta medida de tendencia central. Batanero (1998) menciona en el análisis conceptual y didáctico de la mediana, que hay distintas definiciones y métodos de cálculo, numerosas propiedades tanto numéricas, como algebraicas y estadísticas, así como relaciones con otros conceptos estadísticos, que hacen que su estudio sea más complejo de lo que pueda

parecer a simple vista.

Considerando los desarrollos de los estudiantes las técnicas utilizada por los estudiantes son correctas, respondiendo con un valor a lo que se pide, pero sin un análisis adicional. Como se observó en las respuestas entregadas por los estudiantes, las cuales correspondían a un valor numérico sin contextualizarlos según lo preguntado, permite concluir que los estudiantes no interpretan lo calculado. Al analizar las preguntas que miden el nivel de interpretación de los estudiantes, solo el 10% de la muestra infiere lo necesario y más para responder correctamente lo pedido, otros estudiantes infieren algunas características, pero no significa que respondan correctamente a lo preguntado.

En la actualidad los medios de comunicación difunden información con datos estadísticos, especialmente con valores provenientes de media, por sobre la mediana, por ejemplo cuando se dan los sueldos promedio del país, situación que conlleva a que se distorsione la información y se extraigan en algunos casos conclusiones equivocadas. Es necesario que la sociedad posea un conocimiento apropiado para comprender la información estadística entregada en diversas situaciones, sin duda se debe mejorar el proceso de aprendizaje realizado en las escuelas y liceos, de forma tal que se pueda promover una cultura que permita generar una sociedad más alfabetizada estadísticamente.

Referencias

Ridgway, N. &. (2011). La Estadística toma protagonismo en la escuela media: estrategias didácticas para el acompañamiento de profesores en formación. Conference Paper, 367.
Chevallard, Y. (1985). La transposición didactica. Buenos Aires: Aique.
Paredes., H. M. (2013). la teoria antropologica de la didactica de chevallard como sustento teorico para analizar el saber didactico y matematico en la formacion de profesores en la universidad catolica de concepcion. Actas del VII CIBEM, 4518-4520.
Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. Revista de didáctica de las Matemáticas, 41 -58.
Estrella, S. (2016). Comprensión de la media por profesores de educación primaria en formación continua. Revista electronica de investigación educativa, 1-22.
Sanoja, J. (2015). Alfabetizacion estadística del futuro profesor de matemática. Maracay.
Ministerio de Educación. (15 de octubre de 2018). Curriculum en Linea. Obtenido de www.curriculumenlinea.cl

CB 077

MODELO PREDICTOR DE LA DESERCIÓN DE ESTUDIANTES DE PEDAGOGIA EN MATEMÁTICA

Karla Lira, Marysol Miranda, Juan Muñoz
Universidad Central de Chile

valenzuela.karlastep@gmail.com, marysolelizabet@gmail.com, munozc.juanp@gmail.com

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

La investigación busca desarrollar un modelo predictor de la deserción de estudiantes de primer año de Pedagogía en Matemática de la Universidad Central de Chile. El modelo que estima este nivel se basa en el principio de expectativa condicionada del nivel que alcanza el grado de deserción del estudiante (Nd), causado por los diferentes factores considerados y ordenados en un vector $\vec{X}$.

Palabras clave: modelo probit, modelo predictor, deserción universitaria, formación de profesores

Introducción

Esta investigación se propone desarrollar un modelo predictor de la deserción de estudiantes de Pedagogía en Matemática. Se presentan antecedentes de esta problemática, así como también se expone la metodología de construcción y aplicación del modelo de deserción, levantado desde la perspectiva del rendimiento académico. Se puede analizar en el futuro si el modelo se puede extender a otras escuelas de formación de profesores de matemática y también estudiar otros factores relacionados con la deserción.

Antecedentes

Al realizar una revisión de las distintas asignaturas que del currículum nacional, la asignatura de matemática podría ser considerada para muchos como una de las más complejas. Por lo mismo, son pocos los que se atreven a estudiarla y enseñarla. De acuerdo a los registros que se encuentran en la página web www.mifuturo.cl, el año 2017 se matricularon en primer año 898 estudiantes a la carrera de Pedagogía en Matemática, de los cuales 431 son mujeres y 467 son hombres; la retención en primer año llegó al 74,3% y en segundo año llegó al 59,8% (Ministerio de Educación). Si se agrega a lo anterior, que la matricula a este tipo de programas ha disminuido en los últimos, el panorama se empieza a tornar bastante complicado, pasando de tener 1292 matriculados el año 2011 a 848 el año 2014 y 906 el año 2017 (Centro de Investigación Avanzada en Educación de la Universidad de Chile, 2018).

Al delimitar la problemática a un plano más micro, para la carrera de Pedagogía en Matemática de la Universidad Central de Chile la deserción de sus estudiantes también es un problema que los aqueja. Si bien en los últimos años se ha logrado mejorar este indicador, en los períodos 2014 y 2015 se llegó a los valores más críticos, teniendo una retención en primer año de un 60% y 47,4% respectivamente.

Año	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Tasa de Retención	83,3%	85,0%	63,9%	72,0%	60,0%	47,4%	90%	91,6%

Tabla 1: Tasa de Retención al primer año- UCEN

Al analizar la Tabla 1, se puede ver la variación que ha tenido la retención en primer año para las distintas cohortes. Cabe considerar que en los años 2013, 2014 y 2015 la carrera contaba con un programa vespertino, estudiantes que fueron considerados para el cálculo de la tasa de retención. De esta forma, para el año 2015 la carrera "…posee un indicador de deserción de primer año mayor que el promedio del total de las universidades (21,5%)". (Dirección de Análisis Institucional, 2015)

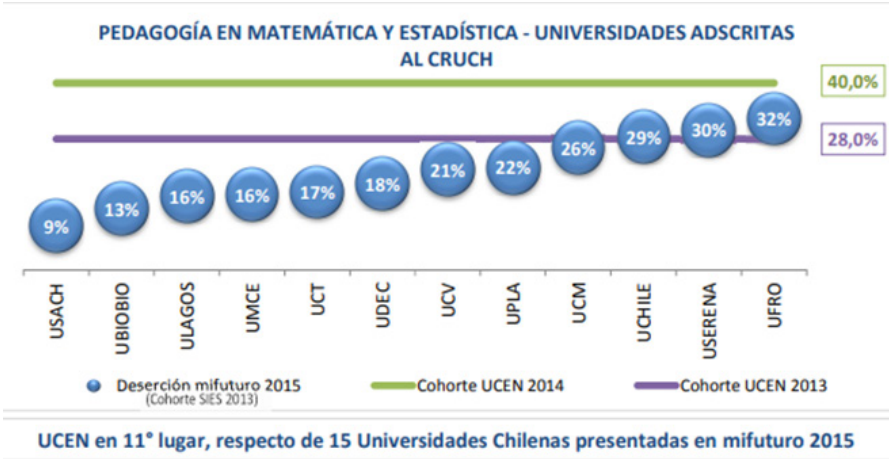


Imagen 1: Tasa de deserción en primer año Pedagogía en Matemática

Como se puede visualizar en la imagen, en solo seis universidades el porcentaje de deserción es menor al 20%, cifra al menos preocupante.

Marco teórico

En la investigación se entiende la retención de primer año y deserción de primer año tal como la plantea la Comisión Nacional de Acreditación (CNA) en el cálculo de indicadores de los diferentes programas, es decir, la tasa de retención de primer año se calcula como el cociente entre el número de estudiantes que ingresan como alumnos de primer año a una carrera o programa en un año determinado y el número de esos mismos estudiantes que se mantienen en la carrera al año siguiente (Fórmula: (N° Alumnos cohorte que permanecen al año siguiente / N° Alumnos cohorte original de la carrera o programa)* 100), análogamente se puede calcular la tasa de deserción de primer año.

El rendimiento académico se define como "una medida de las capacidades del alumno, que expresa lo que éste ha aprendido a lo largo del proceso formativo. También supone la capacidad del alumno para responder a los estímulos educativos." (Pérez Porto Julian, 2008), para esta investigación será considerado como la nota final que tiene el estudiante.

Para definir el modelo probit se considera una distribución de probabilidad gaussiana para F y ψ una función lineal de los impactos de $\vec{X}$; o sea, $\psi(\vec{X}) = b_0 + \sum_{j=1}^{p} b_j X_j$. En este contexto, la probabilidad a estimar es:

$$\pi_{\vec{X}} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{b_0+\sum_{j=1}^{p} b_j X_j} exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right) ds \ .$$

Para el uso de este modelo redefiniremos las variables cualitativas, transformándolas en variables cuantitativas, es decir, la variable género, colegio de procedencia, tipo de enseñanza, entre otras.

MARCO METODOLOGICO

La investigación se realiza desde una mirada cuantitativa, ya que se analizan los datos estadísticamente por medio de un modelo de regresión probit.

El conjunto de los distintos factores (psicosociales, psicológicos, económicos, académicos, etc) ubican al estudiante en algún plano respecto de su intensión a desertar, siendo esto un proceso estocástico. Los factores aquí seleccionados, como también su monitoreo, descansan en la técnica de "muestreo de información rápida", permitiendo construir un modelo "causa efecto" que estima la deserción (o sensibilidad a la deserción). Este modelo se basa en el principio de expectativa condicionada $E\{Nd|\vec{X}\} = p_r(Nd)$, donde Nd representa el nivel que alcanza el grado de deserción asociada al estudiante bajo una condición específica determinada por el vector $\vec{X}$, formado por los distintos factores considerados.

Factores explicativos de la deserción

A continuación se muestran las variables que se han considerado en este estudio, pudiendo incidir en el modelo ya sea marginal o conjuntamente.

Género: Masculino (M), femenino (F).
Nacionalidad: Chilena, otra.
Edad de ingreso a la carrera: Medida en años.

Cambio de distancia: Esta variable se refiere al efecto que pueda producir el cambio en la distancia de hog ar-colegio a hogar-universidad.
Tipo de colegio: Se refiere a la naturaleza del colegio de origen: particular (P), particular subvencionado (PS), municipal (M).
Tipo de enseñanza: Se clasifica en Científico-humanista diurno (CD), científico-humanista vespertino (CN) y otro. En esta última clasificación se incluye la enseñanza técnico profesional en las diferentes áreas.
Tipo de ingreso: Prueba de Selección Universitaria (PSU), otro.
Notas de enseñanza media: Se refiere al puntaje de equivalencia asociado al promedio alcanzado en la en señanza media. Se mide en la escala 1 a 7 en forma continua a un decimal.
Puntaje PSU ponderado: Puntaje alcanzado, en promedio, entre PSU matemática y PSU lenguaje. Se mide en la escala 280 a 850 en forma continua.
Puntaje PSU Matemática: Puntaje alcanzado en PSU matemática. Se mide en la escala 280 a 850 en forma continua.

RESULTADOS ESPERADOS

El modelo se encuentra en proceso de construcción utilizando la base de datos que tiene la carrera y la Dirección de Análisis Institucional, donde se analizará cada una de las variables para identificar su nivel de significancia en el modelo predictor. Se espera que el modelo entregue la información necesaria para detectar de forma temprana a los estudiantes que tengan más probabilidades de desertar de la carrera y poder implementar un sistema de apoyo y acompañamiento adecuado que les permita continuar sus estudios.

ALCANCES Y CONCLUSIONES

El poder construir un modelo predictor de la deserción de los estudiantes de primer año de Pedagogía en Matemática de la Universidad Central será sin duda un aporte para el programa, pues brindará información valiosa a este para diseñar mecanismos de seguimiento a sus estudiantes, también pudiendo extenderse a otras escuelas y/o casas de estudio.

El disminuir la tasa de deserción de primer año, conllevaría posiblemente el aumento de la tasa de titulación de los profesores de matemática, los cuales siempre son muy escasos. Se debe tener presente que en el currículum nacional la asignatura de matemática posee mayor cantidad de horas que otras asignaturas, el Decreto 1264 exento de 2016, estipula que las horas semanales de matemáticas en enseñanza media serán de 7 horas pedagógicas con jornada escolar completa y 6 horas pedagógicas sin jornada escolar completa.

Referencias

Centro de Investigación Avanzada en Educación de la Universidad de Chile. (2018). Evolución de la oferta de fomación docente en carreras de pedagogía en educación media. Santiago: Observatorio de Formación Docente.

Comisión Nacional de Acreditación. (2016). Formulario de antecedentes para la acreditación de carreras y programas de pregrado. Santiago: Comisión Nacional de Acreditación.

Dirección de Análisis Institucional. (2015). Análisis de Deserción de Primer Año de la Universidad Central y el Sistema Universitario por Carreras. Santiago: Universidad Central de Chile.

Ministerio de Educación. (2018.). Mifuturo.cl. Recuperado el 15 de Octubre de 2018, de http://www.mifuturo.cl/

Pérez Porto Julian, G. A. (2008). definicion.de. Recuperado el 13 de octubre de 2018, de https://definicion.de/rendimiento-academico/

CB 078

IMPACTO DE UNA TAREA MATEMÁTICA CENTRADA EN UN JUEGO DE MARCOS

Kevin Campos Vergara
Universidad de Concepción

Kcamposvergara@gmail.com

Análisis de una Tarea Matemática

RESUMEN

El artículo presenta un análisis de una tarea matemática (TM) para introducir las propiedades de una función lineal, centrada en un juego de marcos y las fases de la Dialéctica Herramienta- Objeto de Regine Douady, buscando que los estudiantes sean capaces de visualizar diferentes representaciones del contenido por si solos y con ayuda del docente. El trabajo tiene como objetivo: Determinar en qué medida, una TM que se realiza en el aula promueve el desarrollo de conceptos asociado a las propiedades de la función lineal, teniendo en cuenta el tránsito de los estudiantes por los Marcos que Douady propone.

Palabras clave: Diseño de Tarea Matemática, Juegos de Marcos, Función Lineal.

INTRODUCCIÓN

La Tarea Matemática (TM)

La Didáctica de la Matemática, como disciplina científica, proporciona instrumentos conceptuales y metodológicos que nos permiten investigar sobre diferentes fenómenos que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Es por ello que este trabajo se vale de varios de estos instrumentos para darle una fundamentación desde esta disciplina.

Este trabajo fue inspirado en observar las estrategias de estudiantes ante una TM que sea capaz de brindar una oportunidad de aprendizaje a las propiedades de la función lineal, desde diferentes marcos; aritmético, algebraico, gráfico, entre otros. Se intencionan los marcos en los que la imperfección de correspondencias creará desequilibrios que se trata de compensar. Al revisar las posible y revisando el currículum escolar, al nivel de 8vo años básico que es cuando los estudiantes tienen su primer encuentro con las propiedades de la función lineal, luego de tener nociones de lo que es una función.

ANTECEDENTES

La noción de función es entendida como una de las más importantes en matemática en todos sus niveles (enseñanza básica, enseñanza media, enseñanza superior). Las funciones y sus representaciones está relacionada con la habilidad de modelar situaciones de la matemática misma, otras disciplinas y de nuestro diario vivir, permitiendo expresar la relación entre dos variables utilizando tablas de valores, expresiones algebraicas y/o gráficos (Ruiz-Higueras, 1994). Sin embargo, la aprehensión las propiedades en juego no resultan sencillas para los estudiantes, ya que requiere de un proceso instruccional extenso, que incluya el uso de diversos registros de representación, variados contextos de uso y diferentes niveles de formalización. En este artículo se expone la problemática que inspira este trabajo, dando a conocer como estudiantes se desenvuelven en una tarea matemática, además, evaluando si la tarea matemática cumple su rol, y finalmente si los estudiantes son capaces de pasar por diferentes marcos.

ELEMENTOS TEÓRICOS

Con el propósito de establecer la perspectiva teórica de este artículo se hará referencia a algunos conceptos considerados para el análisis: Schultz (2009) define el término tarea como una actividad que se lleva a cabo en la clase y que dirige la atención de los estudiantes para desarrollar una idea matemática particular, también es posible utilizar una secuencia de tareas para formar la idea, cada una de ellas incluye problemas o ejercicios. Las tareas diseñadas o seleccionadas por el profesor deben promover el desarrollo de competencias genéricas y de competencias específicas en matemáticas, por lo que resulta fundamental conocer cuáles son las características que hacen que una tarea cumpla con estos objetivos.

Douady (1984) menciona la Dialéctica Herramienta - Objeto y su interacción como un proceso de fases en el que el estudiante debe asimilar, adaptar y acomodar un conocimiento para poder lograr la adquisición de algo nuevo, pero esta es la terminología de Piaget, los conceptos usados por Douady son él; Equilibrio, Desequilibrio y Reequilibrio, es decir, hacia un conocimiento nuevo.

Según Douady (1984, p.19):“Para asegurar las relaciones entre el estudiante y el problema es necesario expresar las condiciones sobre los problemas, que hacen que la dialéctica herramienta-objeto y el juego de marcos sean posibles”.

Los marcos no son interesantes si es que no se los relaciona en cuanto a realzar sus propiedades. Pero, ¿Qué es un marco? Douady (1986) señala que marco se constituye de objetos de una rama de las matemáticas, ya sea aritmética, algebra, geométrica, entre otras, y de las relaciones entre esos objetos con las formulaciones provisionalmente

variadas de las imágenes mentales asociadas a esos objetos y a esas relaciones. De ello se desprende un tipo de pensamiento cognitivo en los estudiantes, en donde las imperfecciones crearán desequilibrios que posteriormente se tratarán de compensar, en donde la búsqueda autónoma generará resultados que se podrán relacionar con otros objetos. Los esfuerzos realizados para la búsqueda de un equilibrio podrán traducirse en una superación del objetivo fijado provocando un nuevo desequilibrio y así sucesivamente hasta la construcción de un modelo eficiente para todas las operaciones que quieran hacerse.

METODOLOGÍA

En este diseño, se propone desarrollar una TM para introducir las propiedades de las funciones lineales, evidenciando la razón proporcional, pendiente entre otras:

- El valor de la pendiente de una recta puede asociarse a la variación de la ordenada cuando la abscisa varía en 1 unidad, o, lo que es lo mismo, al cociente
- Una función f cumple las condiciones de linealidad si verifica las propiedades aditiva y homogénea, respectivamente $f(x1 + x2) = f(x1) + f(x2)$
$k \bullet f(x) = f(k \bullet x)$

A partir de una guía con la TM, los estudiantes individualmente deberán abordar la siguiente situación
Don Juan abrió recientemente un local de comida rápida, en donde se realizan diferentes pedidos, ya sea, hamburguesas, papas fritas, completos, colaciones, etc. En algunos lugares determinados de su local ubica los variados precios que tienen cada uno de ellos. Una tarde un cliente llega hasta su local para informarse de cuanto es el precio que tiene que pagar él por 700 completos para el aniversario de su empresa. A don Juan le resulta casi imposible determinar de inmediato cuál es el precio exacto que debe cobrar por dicha cantidad de completos.
El letrero con los precios de los completos que tiene Don Juan es el siguiente:

Cantidad de completos	1	35	70	5	20
Valor en $	700	24.500	49.000	3.500	14.000

¿Cómo se podría arreglar el aviso, para hacer comprensible lo que debe pagar el cliente?
¿Es posible determinar lo que debe pagar el cliente, sabiendo el precio de un completo? ¿Cuál es este precio? ¿Varía el precio unitario si se necesitan muchos completos?

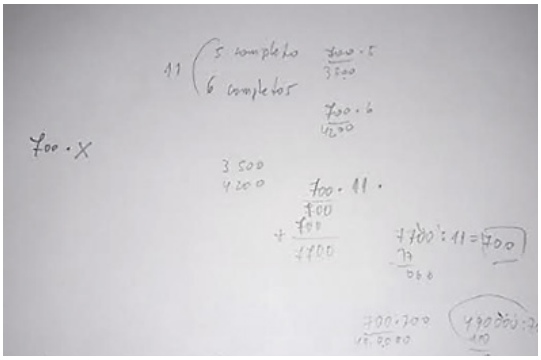
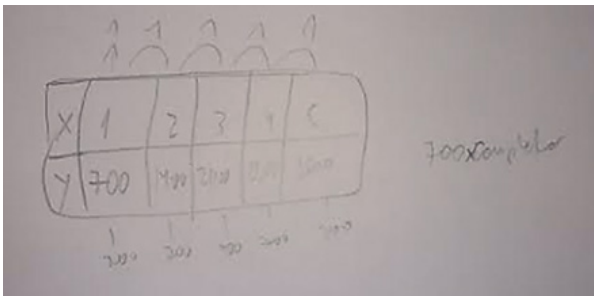
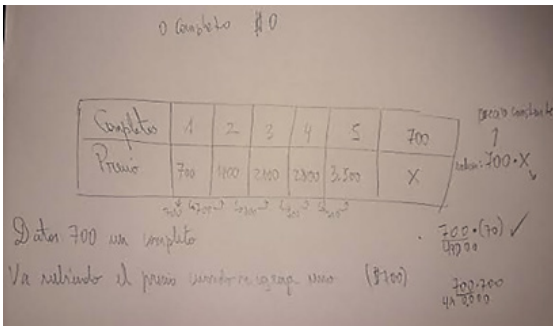
(El estudiante al realizar esta parte de la actividad, se dará cuenta que no le es posible determinar de inmediato cuanto es el valor de 700 completos, ya que, la tabla de precios se encuentra totalmente desordenada y limitada. Es por esto que el estudiante entrará en la fase antiguo, ya que, no tiene las estrategias para determinar de inmediato cual es el valor.)

Para iniciar esta actividad, los estudiantes deberán ordenar los datos de la tabla, ya sea, en cantidad de completos como en el valor de menor a mayor, para así, poder familiarizarse con los datos y empiecen a conjeturar la relación que existe dentro de estas variables.

Luego se les da la instrucción a los alumnos a construir la tabla ordenara que don Juan debiera tener en su local para que las personas pudieran saber con mayor certeza y facilidad los precios de los completos.
Luego de que los estudiantes construyeron y ordenaron la tabla se les plantea la pregunta principal de la actividad: ¿Qué valor es el que tiene que pagar el cliente por los 700 completos?

ANÁLISIS

Los estudiantes al ser puestos en la interrogante del precio de los 700 completos comienzan a conjeturar, no pudiendo determinar exactamente el valor de los completos, ni como poder calcularlo de manera precisa, aun así se decidió crear la TM dando el valor de 1 completo, registro que fue intencionado con el afán de observar si alguien pudo haber contestado inmediatamente, en consecuencia un estudiante mencionó: “Profesor 700 por 700” (Gonzalo)
Algunas producciones de los estudiantes que les permitirán introducirlos a las propiedades de las funciones lineales:

 Fig 1: Evidencia de Propiedad por Raúl	Raúl evidencia una verificación de la propiedad de linealidad dado que adiciona de 2 opciones de completos
 Fig 2: Evidencia de Pendiente por Óscar	Óscar evidencia una variación de unidad, donde podría llegar a decir que la pendiente es 700
 Fig 3: Evidencia de Marco algebraico y Aritmético Por Diego	Diego evidencia el paso de un marco aritmético a un Marco algebraico, y los relaciona.

A continuación se presentarán los resultados según la evidencia entregada por los estudiantes en sus producciones, tanto orales como escritas:

Estrategias	Marco Aritmético	Marco Algebraico	Marco Aritmético y Algebraico	Marco Gráfico
Estudiantes	10	7	10	2

CONCLUSIONES

Se concluye que la TM planteada genera permite pasar por a lo menos dos marcos; aritmético y algebraico, se distingue como el estudiante pasa de un tipo de pensamiento a otro, además las preguntas realizadas van en contexto con el problema planteado, aun así solo un estudiante menciono a viva voz que la opción o estrategia correcta era encontrar el producto de 700 por 700, la mayor parte de los estudiantes logra realizar de buena forma la organización de la tabla, lo que trae como consecuencia que los estudiantes se den cuenta que al multiplicar el valor de un completo por cualquier cantidad de completos que se le pidan a don Juan le dará el valor exacto del precio. Dando a entender que se encuentra en la fase de lo “Explicito”.

La interrogante surge si esta TM propicia de buena manera las propiedades de las funciones y si las características que se dieron facilitaron una buena oportunidad de aprendizaje o introducción de estas, es importante considerar que los datos entregados en la tabla pudieron ser menos evidentes a como lo fueron, puesto que a simple vista

Referencias

Douady, R. (1984).Relación enseñanza -aprendizaje. Dialéctica instrumento - objeto. Juego de marcos, en Cuadernos de Didáctica de las Matemáticas N° 3, Paris: IREM

ICAS Intersegmental Committee of the Academic Senates, Statement of competencies in mathematics expected of entering college students, (en línea), 2010. California State University and University of California, California, USA http://icas-ca.org/competencies-in-mathematics. Acceso 15 Octubre (2018).

Ponce, L., Preiss D. y Núñez, M. Demanda cognitiva en la clase de matemáticas chilena, Primer Congreso interdisciplinario de Investigación en Educación, documento 190 (en línea), Santiago, Chile, 30 de septiembre al 1º de octubre 2010. http://www.ciie2010.cl/?page=view_programa_completo A

Schultz, K. Cognitive Demand and Technology Use in High School, Selection and Implementation of task, PhD, University of Georgia Athens, Georgia (2009).

Ruiz-Higueras, L. (1994). Concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función. Análisis epistemológico y didáctico. Tesis Doctoral (no publicada). España: Universidad de Granada

CB 079

LA RAZÓN MATEMÁTICA EN TRAYECTORIAS DE PREDICCIÓN Y DE ENSEÑANZA

Ary Briones Retamal; Leonora Díaz Moreno, Sebastián Olmedo Nova
Universidad de Valparaíso, Chile

aryescarleth@gmail.com; leonoradiazmoreno@gmail.com; solmedo@live.cl

Sistematización de Experiencia de Aula, Primer año medio

RESUMEN

Se reporta la presencia de la razón matemática en producciones de estudiantes que modelan la elasticidad del resorte por un lado y por otro se analiza una trayectoria de enseñanza para la razón matemática propuesta por textos que provee el Ministerio de Educación. Mediante actividades, articulan con el fenómeno, tabla de datos y expresiones analítico-algebraicas. La articulación establece dipolos modélicos: modelan desde la tabla o la expresión algebraica, la elasticidad del resorte y a su vez relacionan a esta propiedad física del resorte con parámetros tabulares y algebraicos.

Palabras clave: Modelación, Razón Matemática

INTRODUCCIÓN

Se instala una problemática al preguntarse por qué la razón matemática esta invisibilizada en los textos estudiantiles entregados por el Ministerio de Educación (2017, 2011, entre otros) y en las aulas de matemática chilenas (Castro, 2015) tomando la proporcionalidad un mayor protagonismo, lo que concurre con la invisibilidad de la razón matemática. David Block (2001, citado por Castro, 2015) en su tesis doctoral afirma que la razón matemática desaparece progresivamente del discurso escolar y se relaciona entre otros aspectos, con la tendencia a partir del siglo XIX, de formalizar el álgebra y el análisis, ampliando las matemáticas sus dominios hacia nuevos objetos y trivializando los teoremas relativos a razones y proporciones. Interesa evidenciar la presencia de la razón matemática en trayectorias de algoritmos cuando se modela un fenómeno con variaciones de cantidades de magnitudes que ostentan ciertas regularidades.

MODELACIÓN

Existen diversos perspectivas de modelación. Arrieta y Díaz (2015) caracterizan a la modelación como una práctica que articula dos entidades, el modelo y lo modelado. La diversidad, tanto de las entidades que intervienen en la articulación como de la naturaleza de la intervención, hacen posible identificar a la modelación como una práctica recurrente en diferentes comunidades.

La intervención sobre lo modelado es diversa. La articulación de los entes iniciales da lugar a un nuevo ente, al modelo (mo), que resulta adherido a lo modelado (ma). Tal articulación constituye una nueva entidad para la vivencia de quien modela, a esta se le denota (ma, mo) y se la nomina dipolo modélico (DM).

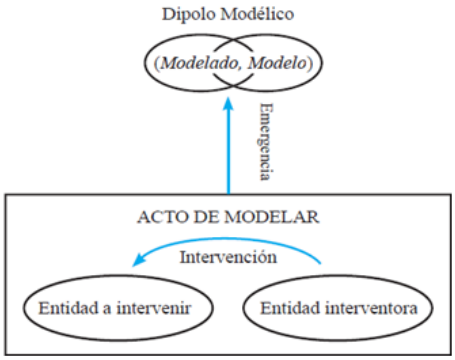


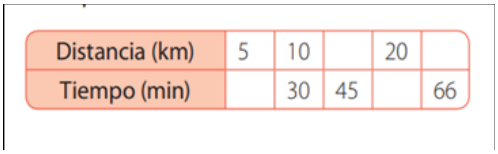
Figura 1: La modelación: El acto de modelar, el modelo, lo modelado y el dipolo modélico (Tomada de Arrieta y Díaz (2015), pag.36)

El acto de modelar también proporciona elementos para analizar la configuración de las prácticas de modelación, distinguiendo las necesarias y las suficientes, las intencionalidades de las mismas y, en consecuencia, provee de un medio para caracterizar cuando un actor modela.

TRAYECTORIA DE ACTIVIDADES EN UN TEXTO DE ESTUDIO

Las trayectorias de actividades nos permiten diferenciar entre las aproximaciones a la modelación en el sistema escolar a partir de actividades propuestas para trabajar en el aula. Como ejemplo se analiza una actividad extraída del Texto del Estudiante de sexto básico, entregado por el Ministerio de Educación el año 2017 (Maldonado y Castro, p. 72),

A continuación, se muestra el tiempo que demora un ciclista en recorrer cierta cantidad de kilómetros. Considera que en recorrer 10 km tarda 30 min. Escribe la razón entre los kilómetros recorridos y los minutos y completa los valores que faltan.



Distancia (km)	5	10		20	
Tiempo (min)		30	45		66

Figura 2: Ejemplo tomado de Maldonado y Castro, p.72.

Los datos presentes en la tabla entregan algunas cantidades de distancias medidas en kilómetros y algunas cantidades de tiempos medidas en minutos. Se pide llenar la tabla de valores con los datos faltantes, lo cual se trasforma en una tarea de completar dicha tabla. Cabe preguntarse si los autores del texto esperan que los estudiantes encuentren la razón entre cantidades de minutos y cantidades de kilómetros recorridos. La consigna Escribe la razón entre los kilómetros recorridos y los minutos supone por respuesta registrar algunas de las más de ocho notaciones para la razón matemática entre los kilómetros recorridos y los minutos, si el ciclista en recorrer 10 km tarda 30 min., esperando al parecer una de ellas correspondiendo a alguna convención implícita del aula,

10 km. es a 30 min.
30 min. es a 10 km.
10km./30min.
30min./10km.
10:30
30:10
1/3
3/1

Se alude a cantidad de kilómetros y minutos ¿minutos de qué? ¿cuántos minutos? ¿qué cantidad de minutos? El lector debe completar el sentido de lo que se pide. Se relaciona cantidad (de la magnitud distancia medida en km.) con una magnitud (medida en minutos) estableciendo una segunda fuente de confusión en la solicitud. A su vez lo que se pregunta pierde asidero y contexto del fenómeno. Las imprecisiones del reactivo obstaculizan que la noción de razón matemática circule en las producciones estudiantiles. Asimismo la consigna completa los valores que faltan se desliza a la acción de buscar el valor faltante que puede recurrir entre otros algoritmos numéricos a la regla de tres o a multiplicar cruzado, perdiendo la oportunidad de robustecer a la razón matemática en su calidad de herramienta de un pensamiento proporcional.

Las reformas curriculares, al orientarse al desarrollo de competencias con base en las estrategias de resolución de problemas, de modelaciones, de comunicación y argumentaciones llegan formulando cambios en la epistemología de la didáctica de la proporcionalidad. El profesorado poco se ha apropiado de los cambios curriculares, siendo más bien confeccionados por el Ministerio de Educación. Desde la teoría socioepistemológica se plantea como indispensable el empoderamiento docente en las epistemologías didácticas que soportan los cambios curriculares que se vienen implementando, en especial los referidos a lo proporcional. Ello propicia que el profesorado se haga protagonista en tanto dueño de su propia práctica (Reyes-Gasperini, D. 2014).

TRAYECTORIAS DE ALGORITMOS DE PREDICCIÓN EN UNA SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

El análisis de la trayectoria de los grupos pone énfasis en la modelación, particularmente en la constitución de dipolos modélicos, según lo conciben Arrieta y Díaz (2015). Los autores trabajan el dipolo modélico con una puesta en escena de un diseño para los aprendizajes basado en la práctica de modelación iniciando con la "numerización de fenómenos" (Arrieta, 2003). Se resalta que esta práctica parte de datos numéricos obtenidos en la interacción con el fenómeno, para establecer redes de modelos con el fenómeno. Para ello consideran tres fases, las cuales se presentan a continuación.

La fase I corresponde a la interacción con el fenómeno, la experimentación. En esta primera fase los estudiantes están bajo una experimentación discursiva en donde se encuentran con datos numéricos, un planteamiento de una situación en lenguaje natural y una representación visual. En esta primera fase los estudiantes deben describir el fenómeno y responder acerca el peso y posición de lo experimentado, aludiendo a la interacción con la investigación. La fase II corresponde a el acto de modelar, la predicción. Esta predicción del fenómeno es a partir de la tabla de datos. Las actividades propician que los estudiantes articulen dos entidades, una el fenómeno, la otra una entidad que actúa en el fenómeno. Los estudiantes deben, bajo sus propios medios, construir un procedimiento de predicción.

Se analiza una muestra de seis grupos que se nominan desde G1 a G6. En trabajo en equipo los estudiantes exponen sus diversas formas de predecir. Por su parte el diseño de modelación sustenta una trayectoria en calidad de conjeturas para sus potenciales desarrollos, trayectoria que no se explicita al estudiantado (cfr. Figura 3).

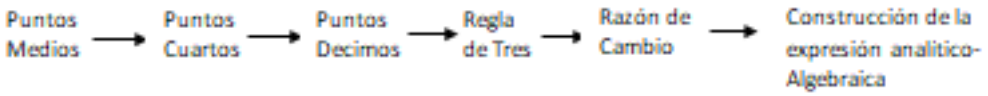


Figura 3: Trayectoria de algoritmos de predicción del diseño “La elasticidad del resorte” (Con base en Sepúlveda, Arrieta y Díaz, 2015)

A continuación se presentan los resultados de la experimentación discursiva aplicada a estudiantes de un primer año medio, con edades en torno a los 15 años de edad, de un establecimiento de la quinta región. Se trabaja con una experimentación discursiva para modelar “la elasticidad de un resorte”. El experimento narrado se configura por la concurrencia de: datos numéricos obtenidos de la interacción con el fenómeno; una narración literal; y, una figura. Con la finalidad de que los estudiantes logren una inmersión en el experimento y su actividad se oriente a modelar la elasticidad del resorte. En esta investigación el fenómeno de la elasticidad del resorte será lo modelado y los estudiantes a través de las actividades propuestas articuladas con el fenómeno, constituirán a la tabla de datos en modelo tabular y a la expresión analítico algebraica en modelo algebraico.

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
-Deltas de cambio -Puntos cuartos -Regla de tres -Construyen la expresión analítico-algebraica -Usan la expresión analítico-algebraica -Modelan algebraicamente	-Puntos medios -Puntos decimos -Construyen la expresión analíti-co-algebraica -Usan la expresión analítico-algebraica -Modelan algebraicamente	-Puntos decimos -Puntos medios -Razón de cambio -Construyen la expresión analíti-co-algebraica -Usan la expresión analítico-algebraica -Modelan algebraicamente

Tabla 1. Trayectoria de algoritmos de predicción de los equipos grupo 1, grupo 2 y grupo 3.

Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6
Regla de tres -------- ------- ------- ------- ------- ------- -------	Puntos medios Puntos cuartos Razón de cambio Modelan algebraicamente --------- -------- --------	Puntos medios -------- -------- -------- -------- -------- -------- --------

Tabla 2. Trayectoria de algoritmos de predicción de los equipos grupo 4, grupo 5 y grupo 6.

ANALISIS

En la tabla 1 y 2 se muestran las trayectorias de algoritmos de predicción de los grupos. Cada grupo toma distintas trayectorias para ir avanzando y resolviendo cada actividad de la experimentación. Al estudiar al grupo 1 se observa que este se involucra en la experimentación identificando los deltas de cambio (peso, elongación), posteriormente encuentran los puntos cuartos para completar la tabla con los datos solicitados, luego la regla de tres con la cual encuentran la razón involucrada en la experimentación. Luego construyen la expresión analítico-algebraica con la razón determinada. Usan esta expresión por lo que la constituyen en modelo algebraico. El grupo 2 por su parte, comienza construyendo los puntos medios, esto es, la división en partes iguales de los intervalos de la tabla de datos completándola. Luego vuelven a dividir los intervalos en diez partes iguales, esto es, la construcción de los puntos decimos. Obteniendo la razón involucrada en la experimentación, con dicha razón construyen una expresión analítico algebraica la que usan en las acciones siguientes constituyéndola en modelo algebraíco. El grupo 3 divide los intervalos de la tabla en diez, es decir, construye los puntos decimos, dicha construcción los lleva a la razón de cambio involucrada en la experimentación. Utilizan la misma estrategia, dividiendo en partes iguales los intervalos (puntos medios), con la razón de cambio de la experimentación construyen la expresión analítico algebraica que utilizan por lo que la constituyen en modelo algebraico. Resta pendiente que los grupos constituyan a la razón en parámetro crucial de la modelación tabular y al coeficiente de la variable de la expresión analítico algebraica en parámetro central al modelo algebraíco.

La estrategia que utiliza el grupo 5 es partir por los puntos medios, para luego encontrar los puntos cuartos y así encontrar la razón que caracteriza a los datos de la tabla. Posteriormente construyen una expresión analítico algebraica que usan aunque no logran constituirla en modelo. Los grupos 4 y 6 recurren a la regla de tres y los puntos medios no logrando dar forma a la actividad de modelación planteada por el diseño.

CONCLUSIONES

Los estudiantes desplegaron sus desarrollos con mediación descentrada. En la actividad de modelación, tres de los seis grupos determinaron la razón de cambios involucrada en la regularidad de los datos provenientes del fenómeno de elasticidad del resorte en estudio.

Las primeras estrategias utilizadas por los estudiantes correspondieron a dividir y a fraccionar invisibilizando las magnitudes en juego, perdiendo de vista el fenómeno que da origen a los cálculos de cantidades que no presenta la tabla y que conducen a la necesidad de predecir con base en las regularidades de los datos de la tabla tomados desde la experimentación. Concurren esas estrategias con imprecisiones en textos escolares que por un lado obstaculizan que la noción de razón matemática circule en las producciones estudiantiles y por otro se deslizan a buscar el valor faltante perdiendo la posibilidad de robustecer a la razón matemática en su calidad de herramienta de pensamiento proporcional.

Referencias

Arrieta, J., Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18(1), 19-48. Doi: 10.12802/relime.13.1811

Briones, A., Mejías, M., Díaz. L. (2014). En busca del dulzor y la razón con estudiantes de enseñanza media. En Actas con Comité Científico de las XVIII Jornadas de Educación Matemática. Universidad de Santiago, Chile.

Block, D. (2001) La noción de la razón en las matemáticas de la Escuela Primaria. Un estudio didáctico. Tesis doctoral, CINVESTAV – IPN, México.

Castro, I. (2015) Razón matemática y configuración de lo proporcional desde prácticas socio escolares de estudiantes de profesorado. Tesis doctoral. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile.

Curiqueo N; Muñoz P; Olmedo S; Díaz L. (2014). Desde el dulzor a la razón matemática. En Actas con Comité Científico de las XVIII Jornadas de Educación Matemática. Universidad de Santiago, Chile.

Ministerio de Educación de Chile (2017) Matemática sexto básico, Chile.

Sepúlveda, C., Arrieta, J., Díaz, L. (2015) Trayectorias constituidas y emergentes en prácticas de modelación desde una mirada socioepistemológica. En Actas con Comité Científico de las XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Sociedad Chilena de Educación Matemática.

CB 080

PROCESOS Y ESQUEMAS DE INSTRUMENTALIZACIÓN EN LA MODELACIÓN Y CONCEPTUALIZACIÓN DE ALGUNAS TEMÁTICAS DEL CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES CON EL USO DEL SOFTWARE CABRI, CON UN ANÁLISIS DESDE LA NEUROMATEMÁTICA

Luis Albeiro Zabala Jaramillo
Universidad de Medellín, Colombia.

lzabala@udem.edu.co

Temática: Didáctica del Cálculo; Nivel educativo: Superior y posgrado

RESUMEN

Se muestran resultados de una experiencia con estudiantes de un curso de Cálculo de Varias Variables implementado instrumentalmente con el Cabri. Se grabaron las interacciones entre los estudiantes al construir objetos geométricos dinámicos. De los análisis, se han encontrado que, al adquirir familiaridad con el Cabri, los esquemas de utilización de las mismas no son auxiliares neutros, donde los estudiantes construyen firmemente su argumentación. La nueva área de las matemáticas nos basamos en la definición de la Neuromatemática que es “rama computacional de matemática aplicada para desarrollar métodos y soluciones de problemas algorítmicos Neuroordenadores” (Galushkin et al 2003, p. 62)

Palabras clave: Modelación, Representación, Geometría Dinámica, Matemática Condicional Neuromatemática

Problemática

Con base en la necesidad de establecer unos nuevos parámetros de acercamiento en la enseñanza-aprendizaje en donde la modelación de algunos temas específicos del Cálculo de Varias Variables (CVV), se ha implementado como proceso de instrumentalización, la aplicación del software Cabri, en donde se pretende involucrar no sólo al docente sino hacer más participes a los estudiantes, con la construcción geométrica y ajuste de parámetros de las solución de ejercicios. La participación en el planteamiento de integrales, tanto para volúmenes como para áreas, es clave para que los estudiantes desarrollen esquemas de utilización de las diferentes temáticas del curso (Rabardel, 1999). Trouche (1996) ha mostrado, que el uso de calculadoras gráficas en la enseñanza-aprendizaje del álgebra escolar, tanto profesores como estudiantes opinan que el uso de estas en el contexto de la clase no requiere de ningún aprendizaje, que son auxiliares neutros, y por tanto, son consideradas neutrales en los procesos de enseñanza y aprendizaje, contrario a lo que se reporta en ese estudio.

Por lo tanto, nuestra investigación aborda la identificación de los procesos y los esquemas de instrumentalización que utilizan los estudiantes en la modelación y conceptualización de algunos temas del CVV, con el uso del software Cabri II plus, que se encuentran opacos en su enseñanza-aprendizaje. Recurrimos a las gráficas como argumentación en situaciones concretas de modelación conceptual basados en la instrumentalización, lo que a su vez provoca que se genere conocimiento (Morales et al 2012), basándonos en que la concepción de modelación es, en sí misma, una construcción del conocimiento matemático (Arrieta y Díaz 2015; Cordero 2006).

Esta investigación no lleva a mirar Sobre la Emoción y el Aprendizaje Fernández (2010) comenta que “Los aspectos de la cognición están directamente relacionados y afectados positiva o negativamente por los procesos de emoción Los aspectos emocionales, el pensamiento y la cognición guardan estrecha relación” (p. 6) cita a Immordino-Yang y Damasio (2007) que comenta que “Las emociones están relacionadas con los procesos necesarios para la adquisición de los conocimientos que se transfieren en la escuela” (p. 3)

Marco Teórico

Nuestra propuesta trabajo se basa en la Teoría de las Representaciones Semióticas (TRS) y la Teoría Socioepistemológica (TSE), pues ambas teorías toman en cuenta a las representaciones graficas como los instrumentos conceptuales para la modelación matemática, entendida como lo que emerge de las discusiones -entre pares-, sobre los diferentes conceptos matemáticos del CVV. En (Suárez, 2007), se presenta un estudio Socioepistemológico que presenta la modelación y la graficación como un binomio que es útil para la resignificación de la variación. En nuestra investigación abordamos los temas de representación gráfica en 3D con el Cabri II Plus, tales como las superficies cuadráticas y las funciones vectoriales, la derivada direccional, planos tangentes, además del desarrollo de las integrales para las áreas y volúmenes así como de los teoremas de Green, Stokes y Gauss, entre otros. Tanto el docente como el estudiante pueden explorar estas representaciones en n dimensiones y pueden variar los parámetros de los objetos construidos; también pueden observar sus invariantes, esto debido a la potencia de la geometría dinámica que aporta Cabri II plus.

A través de la TRS y con el fuerte trabajo de instrumentalización, aunado al análisis de la TSE podemos establecer como el estudiante construye conocimiento matemático. Articulando las dos teorías evidenciamos, tanto el mejoramiento en rendimiento académico, como la apropiación de los contenidos de CVV.

Método

Trabajamos bajo el enfoque cualitativo, bajo un enfoque descriptivo-interpretativo, del tipo de estudio de casos (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 232), (Stake, 2010). Esta investigación se realizó con estudiantes de un curso de CVV de la carrera de ingeniería. Para la investigación fueron creadas actividades apoyadas en el uso del Cabri. En el curso se fomentó la construcción del saber por parte del estudiante a través del empleo de los in-

strumentos tecnológicos del aula. Estas fueron grabadas para observar cómo los estudiantes enfrentan las tareas propuestas y analizar los elementos que generan la apropiación de los contenidos de CVV; además fueron actividades planteadas de manera grupal preferentemente; se analizaron los productos finales entregados y el proceso de desarrollo de los mismos; estudiamos cuáles fueron las argumentaciones que surgen con la instrumentalización y que conceptos matemáticos se ponen en juego.

Resultados

Mostraremos diversos esquemas de utilización con base en la instrumentalización realizada y las diferentes formas de modelación alcanzada en el curso de CVV. Exhibiremos las estructuras desarrolladas por los grupos al enfrentar las diversas tareas y ejercicios propuestos. Presentaremos evidencia del desarrollo de estructuras emanadas de estas actividades, donde resalta el cómo construyeron conocimiento en el curso del CVV, usando la matemática dinámica que el software Cabri II plus proporciona.

Conclusiones

Los estudiantes conectan algunos temas vistos en el curso de CVV, como se muestra con el surgimiento de argumentos, discusiones y consensos entre los integrantes de los grupos. El uso del software (artefacto) junto a la actividad (proceso de instrumentalización) promueve el razonamiento y uso adecuado de tópicos matemáticos. La modelación, la argumentación gráfica y el uso del software fueron elementos importantes en la construcción de conocimientos matemáticos.

Referencias

Arrieta y Díaz (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18(1), 19-48.

Cordero (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matemática. La Matemática e la sua Didattica 20(1), 59-79

Fernández, J. (2010). Neurociencias y Enseñanza de la Matemática. Prólogo de algunos retos educativos, Revista Iberoamericana de Educación, 1-12

Hernández, R.; Fernández, C.; Baptista, P. (2010). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill.

Galushkin, K. SVY, K. (2003). Neuromathematics: tendencias de desarrollo . Appl. Comput. Matemáticas. 2 no. 1, pp. 57-64.

Morales, A.; Mena, J.; Vera, F.; Rivera, R. (2012). El rol del tiempo en un proceso de modelación utilizando videos de experimentos físicos. Revista Enseñanza de las Ciencias 30(3), 237-256.

Immordino-Yang, M. y Damisio, A. (2007): "We Feel, Therefore We Learn: The Relevance of Affective and Social Neuroscience to Education". Mind, Brain, Education 1 (1), 3–10.

Rabardel, P. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. In Bailleul Marc, Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques. Évolution des enseignants de mathématiques; rôle des instruments informatiques et de l'écrit. Qu'apportent les recherches en didactique des mathématiques. Caen, France.

Stake, R. (2010). Investigación con estudio de casos. Madrid: Morata.

Suárez, L. (2007) Modelación – Graficación, Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico. Tesis doctoral. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN: México

Trouche, L. (1996) A propos de l'apprentissage des limites de fonctions dans un environnement calculatrice. Étude des rapports entre processus de conceptualisation et processus d'instrumentation. Thèse, Université de Montpellier.

CB 081

RADIOGRAFÍA DE LAS INTERACCIONES EN CLASES DE MATEMÁTICA DE EDUCACIÓN SUPERIOR CON BAJOS NIVELES DE SELECCIÓN

Valentina Toro-Vidal, Francisco Suárez
Universidad de Chile

valentina.toro@ug.uchile.cl, fco.suarez.salas@gmail.com

Matemática, inclusión y género - Superior y posgrado

RESUMEN

Para saber qué pasa en clases de matemática de instituciones de Educación Superior con poca selección de estudiantes, se observaron 13 clases a través de un protocolo que permite rescatar las actividades principales. Se generó una visualización que muestra cómo se distribuye generalmente una clase de 60 minutos. En general, se observan clases centradas en el docente, pero con preguntas a lo largo de toda la lección. Junto a otras actividades, esto refleja clases que promueven la interacción con y entre estudiantes. En cambio, labores administrativas al inicio y final de las clases restarían tiempo pedagógico importante. Los resultados abren oportunidades para las instituciones y para desarrollos profesionales en el sector.

Palabras claves: Matemática, Educación Superior Técnico Profesional, Observaciones de Clases, Interacciones

INTRODUCCIÓN

En el sistema de Educación Superior chileno existen instituciones con bajos niveles de selección de sus estudiantes, caracterizadas principalmente por no tener como requisito de ingreso un puntaje mínimo en la Prueba de Selección Universitaria (PSU). Los principales exponentes de este tipo de instituciones son los Institutos Profesionales (IP) y Centros de Formación Técnica (CFT), que concentran un 43 % de la matrícula de pregrado (SIES, 2018). Gran parte de sus estudiantes pertenecen a niveles socio-económicamente desfavorecidos (SES, 2016), por lo que enfrentan una oportunidad única para transformar sus trayectorias de vida al estudiar. No obstante, es poco lo que se sabe sobre lo que ocurre en las salas de clases de este sector y, en particular, sobre lo que pasa en sus clases de matemática. Este hecho es preocupante, pues la evidencia internacional apunta a la importancia de esta asignatura y al impacto que produce en el acceso (Kim, Kim, DesJardins & McCall, 2015), retención (Kim et al., 2015; Melguizo, Kosiewicks, Prather & Bos, 2014) y éxito académico (Hodara & Jaggars, 2014) de los estudiantes, además de su aparición transversal en las mallas de las carreras de Educación Superior .

Un enfoque para entender lo que ocurre en las salas de clase es estudiar las interacciones que ocurren en ella: éstas dan forma a la enseñanza y al aprendizaje de la matemática (Yackel, 1996; Sfard, 2001), otorgando nuevas oportunidades a las instituciones y a toda su comunidad. Por ejemplo, en contextos similares a los del foco de este estudio se ha visto que promover el trabajo colaborativo logra que los alumnos avancen en profundidad al resolver problemas matemáticos (Celis, Toro-Vidal & Quiroz, 2017). También se ha visto que en estas instituciones las clases tienen una alta participación de los estudiantes, aunque las actividades propuestas para ellos son de baja demanda cognitiva (Mesa, 2011).

El trabajo aquí expuesto se enmarca en el proyecto FONDECYT 11160656, que busca caracterizar la instrucción de la matemática en instituciones de educación superior de acceso abierto en Chile. Este trabajo se enfocará en mostrar parte de los hallazgos que se han hecho al realizar observaciones de clases en tres instituciones de Educación Superior con bajos niveles de selección.

METODOLOGÍA

La muestra de este trabajo corresponde a 13 observaciones de clases realizadas a 5 docentes en 3 instituciones de educación superior de la Región Metropolitana. De ellas, 8 clases se realizaron después de las 18:30 hrs., correspondiendo a una modalidad vespertina. La institución 1 corresponde a una de las sedes de un IP con más de 35 mil estudiantes, la institución 2 es un IP con 5 mil estudiantes aprox. y la institución 3 es una de las sedes de una universidad con cerca de 25 mil estudiantes y que no tiene puntaje PSU como requisito de ingreso.

Para realizar observaciones de clases se utiliza el CSPCC Protocol (White & Mesa, 2012), el cual genera 5 documentos diferentes para cada clase observada. Este trabajo se concentrará en la información emanada de uno de estos documentos: el Registro de Actividad o Activity log.

En el Registro de Actividades se recogen en tiempo real las actividades básicas ocurridas en una clase. Este documento consiste de una plana que cuenta con bloques que representan 5 minutos de la clase cada uno. Además, en el documento se especifican 14 códigos que representan distintas actividades básicas que podrían ocurrir en la sala de clases, que abarcan desde Profesor Exponiendo (L) o Clase Expositiva con Preguntas (LwQ), hasta Presentación de Estudiantes (P) o Uso de Tecnología (T). También hay un código Otros (O) para actividades no contempladas en los códigos. Durante una clase, el observador debe registrar en cada bloque todas las actividades observadas en los 5 minutos que representa cada bloque. Más de un código puede ser escrito en un mismo intervalo.

RESULTADOS

Las clases observadas duran, en promedio, 81.92 minutos (mín=65 mins., máx=130 mins.). Para presentar la

información recopilada a través del Registro de Actividades, se crearon 6 grupos de códigos o categorías con los códigos para los que existía mayor acuerdo sobre su uso entre los investigadores. Las categorías y los códigos que abarca cada uno se presentan en la Tabla 1, ordenados de mayor a menor participación en clases de los estudiantes. También se detalla la aparición promedio de cada categoría en las 13 clases observadas. Por ejemplo, un 100% de aparición promedio de una categoría equivale a que en todos los bloques de 5 minutos de todas las clases observadas, al menos uno de los códigos de la categoría fue registrado.

Categorías	Códigos que agrupa	Aparición promedio (%)
Trabajo Grupal	Trabajo en parejas (2), Trabajo grupal (G), Presentación de estudiantes (P).	5
Trabajo Individual	Trabajo individual (I).	10
Discusión	Discusión de la clase (D), Exposición larga del docente en respuesta a preguntas o dificultades de estudiantes (E).	12
Interacción con preguntas	Exposición con preguntas (LwQ), Interacciones “atando cabos” (IRE).	44
Clase expositiva	Profesor exponiendo (L).	36
Administración	Actividades administrativas (B).	13

Tabla 1: Aparición promedio de las 6 categorías asociadas al Registro de Actividad, en las 13 clases observadas. Se presentan también los códigos asociados a cada categoría.

Además, el Registro de Actividad permite observar cómo se distribuyen las actividades a lo largo de una clase. En la Figura 1 se muestra cómo se distribuyen estas 6 categorías en una clase de 60 minutos. Esta imagen fue generada a partir de los resultados del Registro de Actividad de cada una de las 13 clases. Cada clase fue normalizada a 60 minutos y se determinó la distribución de actividades para cada una de las clases y se superpusieron las 13 distribuciones. La intensidad de colores representa la aparición de la categoría en las 13 clases observadas: una mayor intensidad del color de una categoría en un tiempo específico, refleja que esa actividad en ese momento específico se observó en una gran cantidad de las clases.

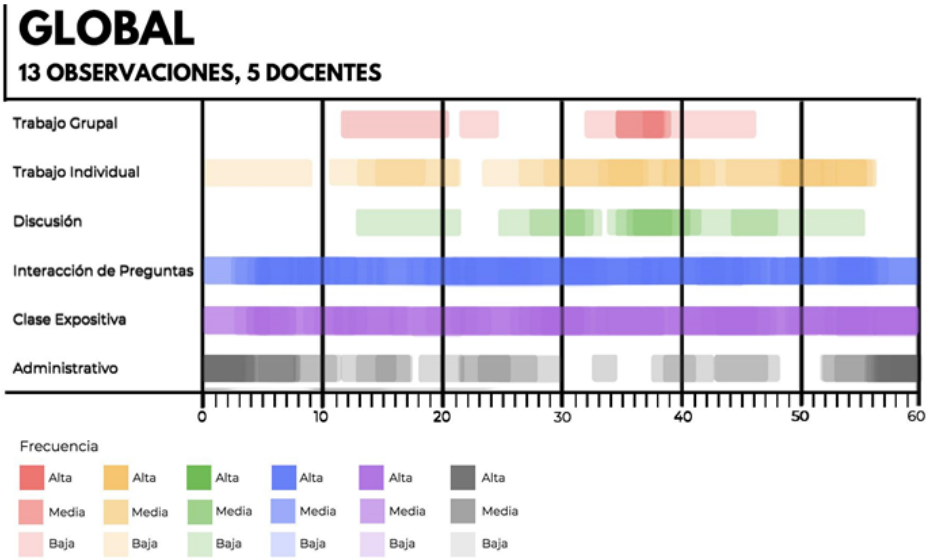


Figura 1: Distribución de las 6 categorías en una clase de 60 minutos, basándose en los resultados del Registro de Actividad de las 13 clases observadas.

Información similar fue generada para dos docentes, Abel y Guillermo, quienes fueron observados en 4 oportunidades. La tabla 3 resume la aparición promedio de las categorías en las clases de cada docente. La imagen con la distribución de las categorías en una clase de 60 minutos para cada docente fue generada, pero no se presenta en el documento por temas de espacio.

Categorías	Aparición promedio (%)	
	Abel	Guillermo
Trabajo Grupal	8	4
Trabajo Individual	4	7
Discusión	23	10
Interacción con preguntas	52	43
Clase expositiva	34	35
Administración	15	17

Tabla 3: Aparición promedio de las 6 categorías asociadas al Registro de Actividad en las clases observadas de los docentes Abel y Guillermo (4 clases por cada docente).

REFLEXIONES

Los resultados muestran clases donde el docente es quien regula la transmisión de contenidos, pero donde se realizan preguntas a lo largo de la lección. Esto habla de la presencia de oportunidades de participación y de aprendizaje de los estudiantes. Aunque no es posible referirse a la demanda cognitiva de estas preguntas, su presencia representa una oportunidad para las instituciones y para desarrollos profesionales que pudiesen trabajar en la calidad matemática de las preguntas realizadas. Además, la aparición de categorías como la Discusión, el Trabajo Grupal o la Interacción con Preguntas muestran que éstas son clases con muchas interacciones.

Por otro lado, la alta aparición de labores administrativas al inicio y al final de la clase y su aparición intermitente a lo largo de la misma, podría estar quitándole tiempo a los contenidos y las actividades matemáticas que se quieran realizar. ¿Por qué consistentemente los docentes deben gestionar estas labores en períodos destinados a la enseñanza? Esta es una pregunta que las instituciones deben plantearse para destinar eficientemente los recursos a sus docentes y sus clases.

Los datos rescatados por docente nos permite ver que dentro de un mismo contexto se pueden observar clases más o menos participativas, según las actividades observadas. Por ejemplo, Abel genera más discusión entre sus estudiantes (23%) y realiza más preguntas (52%) que Guillermo (10% y 43%, respectivamente). Esto deja abierta una pregunta: ¿qué tipo de clase o metodología es la que necesitan los estudiantes en este contexto, donde principalmente hay instituciones técnico-profesionales?

Por otro lado, se destaca que la visualización de los resultados, especialmente la distribución de las categorías en una clase de 60 minutos, se transforma en una herramienta para los docentes, que les permite ver cómo distribuyen su tiempo en la sala. Comparar sus resultados con los de otros docentes o con el promedio de docentes les permite abrirse a preguntas para ver qué rescatar o qué reforzar dentro de sus propias clases.

Finalmente, esta investigación busca visibilizar las clases en instituciones de Educación Superior con bajos niveles de selección. Este trabajo viene a ser un primer acercamiento que entrega información valiosa a tener en cuenta al momento de promover políticas institucionales o públicas en el sector, además de generar preguntas interesantes para nuevas investigaciones en estas instituciones poco investigadas en el contexto chileno.

Referencias

Celis, S., Toro-Vidal, V., Quiroz. (2017). Empowering Classroom Groups: A Driving Obligation of Math Faculty in Open-access Institutions in Chile. 42 Annual ASHE Conference, Houston, TX.

CNED Consejo Nacional de Educación. (2017). Matrícula Sistema de Educación Superior. Obtenido desde: https://www.cned.cl/indices/matricula-sistema-de-educacion-superior.

Hodara, M., & Jaggars, S. (2014). An examination of the impact of accelerating community college students' progression through developmental education. 85(2), 246-276.

Kim, J., Kim, J., DesJardins, S., & McCall, B. (2015). Completing Algebra II in High School: Does it Increase College Access and Success? The Journal of Higher Education, 85, 628-662.

Melguizo, T., Kosiewicz, H., Prather, G., & Bos, J. (2014). How Are Community College Students Assessed and Placed in Developmental Math?: Grounding Our Understanding in Reality. The Journal of Higher Education, 85(5), 691-722.

Mesa, V. (2011). Classroom Interaction between Remedial and College Mathematics Courses in a Community College. Journal on Excellence in College Teaching, 22, 21-55.

SES Subsecretaría de Evaluación Social. (2016). Educación: Síntesis de resultados CASEN 2015. Ministerio de Desarrollo Social.

Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. Educational Studies in Mathematics, 46, 13-57.

SIES Servicio de Información de Educación Superior. (2017). Buscador de Carreras. Ministerio de Educación, Gobierno de Chile. Obtenido desde: http://www.mifuturo.cl/index.php/donde-y-que-estudiar/buscador-de-carreras.

SIES Servicio de Información de Educación Superior. (2018). Informe de Matrícula Educación Superior 2018. Ministerio de Educación.

White, N., & Mesa, V. (2012). Observation Protocol for CSPCC (Characteristics of Successful Programs in College Calculus).

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 27, 458-477.

CB 082

LA REFLEXIÓN EN EL DESARROLLO PROFESIONAL DEL DOCENTE DE MATEMÁTICA.

Ana Duarte Castillo y Elizabeth Gomez Souza
Universidad Nacional Abierta- Universidad Federal do Pará

duarteann@gmail.com y elizabethmathematics@gmail.com

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

Este trabajo tiene finalidad de analizar el concepto de cuidado de sí, descrito en Foucault como algo que debe estar presente en el desarrollo profesional del profesor de matemáticas. La clase 3 de febrero 1982, presente en la hermenéutica del sujeto, se menciona las cartas de Marco Aurelio y cómo éste hace su examen matinal de conciencia, un examen privado. El examen de conciencia en la práctica estoica, como también en la práctica pitagórica, tenía dos formas y dos momentos, uno en la noche, cuando enumeramos los hechos del día para hacer la medición de lo que deberíamos haber hecho; y otro en la mañana, en que, por el contrario, nos preparamos para las tareas que deben hacer. En este escrito, tenemos la siguiente pregunta: ¿Cómo un examen de conciencia contribuye en el desarrollo profesional del docente de matemáticas, para enriquecer su práctica a partir de reflexiones de su actuación en el proceso pedagógico?. Se realizó un análisis de contenido (Krippendorff, 1990) de algunas narrativas de profesores en servicio. Se detectó modificaciones en la práctica pedagógica.

Palabras claves: Cuidado de si, Desarrollo profesional docente, Educación Matemática

Introduccion

Como la mayoría de las matemáticas "dominantes" en nuestro mundo está oculta, los estudiantes necesitan desconstruir críticamente la manera en que esa matemática configura la realidad, para que puedan participar socialmente como ciudadanos informados y críticos en la construcción de una sociedad democrática y socialmente justa para La mayoría de la gente. Un ejemplo de cómo la matemática configura la realidad es:

• ¿Por qué tiene países que, a pesar de tener reservas petroleras, la energía es muy costosa para la mayoría de las personas?
• ¿Cómo es el funcionamiento de la distribución de alimentos en la región donde vivimos?

Para poder desconstruir la configuración antes mencionada, es necesario un tipo de profesor, en este caso un tipo de profesor de matemáticas. Es necesario un profesor reflexivo, capaz de examinar y reexaminar, regular y modificar constantemente tanto su propia actividad pedagógica como su práctica y, sobre todo, a sí mismo, en el contexto de esa práctica profesional. Las palabras clave de estos enfoques sobre la formación del profesorado son reflexión, autorregulación, auto-análisis, autocrítica, toma de conciencia, autoformación, autonomía.

Teniendo que para Michel Foucault, ser crítico es una manera de indicar en qué tipo de asunciones, qué tipo de familiar, no desafiado, modos de pensamiento no considerados. Mostrar que las cosas no son tan evidentes como parecen, percibir que lo que hoy es aceptado como evidente no lo será en el futuro (Foucault, 1994). Entre ellos, el cuidado de sí, que fue un concepto muy importante en la antigüedad.

La expresión "cuidado de sí mismo" es usada por Foucault para referenciar y traducir una noción compleja y rica que los griegos utilizaban para designar una serie de actitudes ligadas al cuidado de sí mismo, al hecho de ocuparse y de preocuparse consigo que es la de epiméleia heautoû. Una de las primeras tareas que él plantea es la de separar esta la noción de epimélea heautoû, de otra noción característica al pensamiento occidental que es la de gnôthi seautón - conocete a ti mismo. La epiméleia heautoû es, ante todo, una actitud ligada al ejercicio de la política. Es decir, un cierto modo de encarar las cosas, de estar en el mundo, de practicar acciones, de tener relaciones con el otro; una cierta forma de mirar a sí mismo; de acciones que se ejercen de sí, para consigo mismo, que hemos asumido, para modificamos, purificamos, transformamos y transfiguramos.

Un ejemplo de la epiméleia heautoû, son las cartas de Marco Aurelio y cómo éste hace su examen matinal de conciencia. Teniendo que el examen de conciencia en la práctica estoica, como también en la práctica pitagórica, tenía dos formas y dos momentos, el examen de la noche, cuando enumeramos los hechos del día para hacer la medición de lo que deberíamos haber hecho; y el examen de la mañana, en que, por el contrario, nos preparamos para las tareas que deben hacer.

Por ello, el objetivo de este escrito académico es analizar el concepto de cuidado de sí, descrito por Foucault como un concepto que debe estar presente en el desarrollo profesional del profesor de matemáticas.

Ahora bien, entre las problemáticas es que durante la vida, y particularmente durante la vida profesional, en este caso la vida profesional de los profesores de matemáticas, independientemente del nivel de la escolaridad en que trabajan, enfrentamos muchos desafíos que generan en nosotros miedos, dudas, delirios , como Eduardo Galeano hace se refiere en el libro las venas abiertas de América Latina. Muchas veces no estamos seguros de cómo lidiar con los sentimientos que nos invaden, de cómo controlar las pasiones, porque no hay espacios en este caso en las escuelas, ni tiempos para hablar, reflexionar y analizar esos sentimientos como un todo. Y mucho menos analizar y reflejar la práctica educativa y la tarea de enseñanza como un todo. Pero tiene experiencias documentadas como el Grupo de Sábado (GdS) en el contexto de Brasil, es espacios de discusión, donde no sólo están profesores de enseñanza Fundamental, campana investigadores de la universidad. El GsS es una comunidad de aprendizaje docente que fue fundada en 1999, de la que se profundizó más adelante.

Pero, esto espacios no se logran de la noche en la mañana, es necesario que los profesores tengan conciencia de su importancia para mejorar la práctica pedagógica; para lo cual Freire (1996) hace referencia a los siguientes:

... la lucha de los profesores en defensa de sus derechos y su dignidad debe ser entendida como un momento importante de su práctica docente, como práctica ética. No es algo externo a la actividad de enseñanza, sino algo intrínseco a ella. La lucha en favor de la dignidad de la práctica docente es tan parte de ella como el respeto que el profesor debe tener a la identidad del alumno, a su persona, a su derecho a ser ... (FREIRE, 1996, p.64)

Por lo tanto, una de las muchas luchas es conseguir espacios de reflexión, formación, análisis, síntesis de la práctica docente.

Por lo expuesto hasta ahora, es que ser profesor, no es un trabajo, es un estilo de vida, porque entre las muchas cualidades que debe tener, es la amorosidad. Si no tiene amorosa con sus estudiantes y con el proceso de enseñar, el trabajo no tiene significado. El profesor progresista debe tener un 'amor armado', para poder sobrevivir las prácticas de su quehacer. Como son las injusticias, la indiferencia del poder público, expresada en la desverguenza de los salarios, entre otros (FREIRE, 1994, pp.52-53).

Cuidado de sí.

En la clase 3 de febrero de 1982, Foucault hace referencia a diversas cuestiones que tienen como punto de encuentro, el cuidado de sí. Estas cuestiones se refieren a: subjetividad y verdad, cuidado de sí y cuidado de los demás: una inversión de relaciones, la concepción epicurista de la amistad, la concepción estoica del hombre como ser comunitario y la falsa excepción del príncipe.

Ahora bien, al principio de la clase Foucault hace referencia fundamentalmente a Alcibíades, y como Sócrates le habla que debía ocuparse si consigo mismo, para poder gobernar la ciudad, para poder ocuparse con sus conciudadanos, En este apartado, el autor muestra la estrechaa relación entre el cuidado de sí y la política.

En cuanto, las expresiones "prácticas de sí" y "cuidado de sí", están lejos de circunstanciar una especie de apaciguamiento del "sujeto -substancia", de la "perspectiva individual", y nos lanza de forma intensa y reiterada en el campo de las " las relaciones de saber -poder, en las que estamos sin duda involucrados. Para tanto, lejos de sugerir que el sujeto contemporáneo deba volver a sí mismo, a fin de descifrar sus estados de conciencia, características individuales, o incluso, rasgos de deseo, Foucault opone a tal procedimiento otras técnicas de sí -bastante distintas de las prácticas de confesión cristiana y del examen psicológico (o de tipo "psicologizante". Tal es el examen matinal de conciencia que hacía a Marco Aurelio como un cuidado de sí.

Ahora bien, la meditación hecha a Marco Aurelio ¿puede ayudar a partir de narrativas, en la reflexión que el profesor de matemáticas debe construir sobre su práctica? ¿Cómo un examen de conciencia contribuye en el desarrollo profesional del docente de matemáticas, para enriquecer su práctica a partir de reflexiones de su actuación en el proceso pedagógico?

Son interesantes estas interrogantes, porque ponen en evidencia la necesidad de que el profesor de matemática reflexione sobre su quehacer diario.

Estas preguntas son como habla Foucault, momentos en la vida donde la cuestión de saber que se puede pensar diferentemente de lo que se piensa, y percibir diferentemente de lo que se ve, es indispensable para seguir mirando o reflexionando (FOUCAULT, 2007, p. 13).

Teniendo que las prácticas del cuidado de sí, tienen como objetivo común el de la conversión a sí mismo a partir del principio del bien, que debe ser buscado en el propio sujeto. Podríamos resumir este punto en la fórmula de poder,

en este caso las relaciones de poder que ejerce el profesor de matemática

Desarrollo profesional docente

En la mayoría de los artículos se habla de formación de profesores de matemáticas (Fiorentini, 2008, Fiorentini, 2002, Fiorentini, 2012 Del puente, 1992; D`Ambrosio, 1993). En un trabajo reciente realizado por Fiorentini, Posos y De Lima, 2018, donde presenta los primeros resultados relativos a la primera fase del proyecto de investigación de ámbito nacional titulado "Mapeo y estado del arte de la investigación brasileña sobre el profesor que enseña Matemáticas" teniendo por objetivo (en el caso de las mujeres, en el caso de las mujeres, en el caso de las mujeres). A partir de los mapeamientos realizados en las 7 regiones, de los 858 trabajos que atendieron a las especificaciones de nuestro corpus, 30385 (35%) tuvieron como foco sólo la formación inicial de los profesores que enseñan Matemáticas.

Pero en muchos, se habla bajo el desarrollo profesional del profesor de matemáticas, entonces ¿cuál es la diferencia entre formación del profesor y desarrollo profesional de profesor de matemáticas? Para dar respuesta a esta pregunta revisamos un artículo de Da Ponte, (1998) hace referencia Las diferencias entre formación y desarrollo profesional. En primer lugar, la formación está muy asociada a la idea de "frecuentar" cursos, mientras que el desarrollo profesional ocurre a través de múltiples formas, que incluyen cursos, pero también actividades como proyectos, intercambios de experiencias, lecturas, reflexiones, etc. En segundo lugar, en la formación el movimiento es esencialmente de fuera para dentro, cabiendo al profesor asimilar los conocimientos y la información que le son transmitidos, mientras que en el desarrollo profesional tenemos un movimiento de dentro hacia fuera, correspondiendo al profesor las decisiones fundamentales con respecto a las cuestiones que quiere considerar, a los proyectos que quiere emprender y al modo en que los quiere ejecutar. La finalidad del desarrollo profesional es hacer a los profesores más aptos para conducir una enseñanza de la Matemática adaptada a las necesidades e intereses de cada alumno ya contribuir a la mejora de las instituciones educativas, realizándose personal y profesionalmente.
Entonces, cuando hablamos de desarrollo profesional del profesor de matemáticas estamos incluyendo un proceso largo a lo largo de toda la carrera.

Uno de los contextos colaborativos más fuerte en Brasil referente a la Formación de profesores es el Grupo de los Sábados, organizado en la UNICAMP por el profesor Dario Fiorentini.

Fiorentini (2004), al discutir sobre el sentido y modalidades de trabajos colaborativos, cita algunos aspectos presentes en estudios y experiencias con grupos colaborativos: voluntariedad, identidad y espontaneidad; liderazgo compartido o corresponsabilidad de apoyo y respeto mutuo.

En esos contextos colaborativos va a aparecer las narrativas, debido a que son uno de los modos de ordenar las experiencias. Según McEwan y Egan (1998) "La narración es una capacidad humana fundamental, y es por eso que el papel que desempeña en la educación merece más atención" (p.9). Una narrativa tiene sus raíces en la propia vida de las personas y, por esa razón, es una herramienta que les permite conocerlas y dar sentido a su propia experiencia. Según Chapman (2008), "dado que las historias que contamos reflejan quiénes somos y en lo que podemos transformarnos, ellas pueden proporcionar una base para recuperar, construir o reconstruir los significados de nuestras experiencias" (p.17).

Ahora bien, el uso de narrativas en el proceso de formación de profesores es una tendencia que se apoya principalmente en los trabajos de Clandinin y Connelly (Connelly y Clandinin, 1995, Clandinin y Connelly, 2000). En ese caso, son narraciones producidas por los involucrados en el proceso educativo, sean ellos estudiantes de profesores o profesores en servicio. En este contexto, las narrativas pueden ser consideradas como un medio de socializar las experiencias vividas en las diferentes áreas de formación. El texto escrito abre una instancia de comunicación que posibilita colocar conocimientos, experiencias, tiempos, espacios y sujetos en primer plano con los cuales y en que se constituyó el conocimiento cargado de significados. Estos aspectos del texto narrativo hacen posible entender

las experiencias, la situación de la experiencia vivida, las continuidades y las interacciones que ocurren (Clandinin y Connely, 2000).

Reflexión Final

A partir de este análisis hecho del concepto de sí, particularmente el examen de conciencia que hacía Marco Aurelio, se puede justificar filosóficamente los procesos de reflexión, especialmente en los profesores de matemáticas a partir de narrativas. En el caso de los profesores de matemáticas a partir de las narrativas (Chapman, 2008, Clandinin y Connelly, 2000, Rincón y Fiorentini, 2008). Y que ellos cambian su práctica pedagógica. Debido a que, el dominio de unas competencias reflexivas para la enseñanza relacionadas con destrezas de reflexión, indagación, autoevaluación, observación sistemática, simulación y colaboración para la mejora de la práctica, frente a otra visión técnica, dominante, y ciertamente más limitada, centrada de manera exclusiva en el dominio de competencias para la intervención

Referencias

CAMELO, F. (2017). Contribuciones a la constitución de la subjetividad política desde ambientes de modelación matemática. Tesis de Doctorado–Universidad Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

D'AMBROSIO, B. (1993). Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. Pro-Posições, Campinas, v. 4, n. 1, p. 10.

DA PONTE, João Pedro. Da formação ao desenvolvimento profissional. Disponível a, v. 20, 1998.

FIORENTINI, D. (2002). Formação de professores que ensinam matemática : um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. Educação em Revista, Belo Horizonte, n.36, p.137-159,.

FIORENTINI, D. (2012) A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. Revista de Educação PUC-Campinas, n. 18,.

FIORENTINI, D. (2008) A pesquisa e as práticas de formação de professores de matemática em face das políticas públicas no Brasil. Boletim de Educação Matemática, v. 21, n. 29,.

FIORENTINI, D. (2004) Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente. Pesquisa qualitativa em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, p. 47-76.

FIORENTINI, D; PASSOS, C.; DE LIMA, R. (2018)Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática..

PAIS, A. (2012)Recovering the meaning of" critique" in critical mathematics education. For the learning of mathematics, v. 32, n. 1, p. 28-33,.

PONTE, J. (1992) Concepções dos professores de matemática e processos de formação.

SILVA, M. (2014) A educação matemática e o cuidado de si: possibilidades foucaultianas. 2014. 192 p. Tese - (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/127614>.

CB 083

EL BINOMIO MODELACIÓN/SIMULACIÓN EN UNA COMUNIDAD DE INGENIEROS CIVILES OCEÁNICOS

Patricio Rodríguez Astudillo, Astrid Morales Soto
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

patricio.rodriguez@pucv.cl, astrid.morales@pucv.cl

Matemáticas en otras disciplinas

RESUMEN

Desde un enfoque socioepistemológico, se caracterizan diversas Comunidades de Conocimiento para poder resignificar los saberes matemáticos tomando como base su uso en diversos escenarios. En lo particular, indagamos en los sistemas de modelación y simulación que utiliza una Comunidad de ingenieros civiles oceánicos para el estudio de mareas y su pronóstico. Se articulan constructos teóricos para tender puentes entre lo escolar y lo profesional de esta comunidad.

Palabras clave: modelación, simulación, ingeniería, oceanografía, socioepistemología

INTRODUCCIÓN

La modelación ha permeado la educación matemática en los últimos años, manifestándose en programas oficiales como una habilidad a desarrollar que favorece el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo un factor que al parecer no es considerado es el propio saber, que ha sido institucionalizado con fines de enseñanza.

DESARROLLO

Cuando el saber matemático es modificado para ser enseñado y se introducen al aula, existe un sistema de razón que norma su organización y modifica no sólo su forma, sino también su estructura, atomizándolo en procedimientos que apuntan al desarrollo de objetos matemáticos terminados, descuidando su génesis original (Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto, 2015)

Desde la Socioepistemología se caracteriza a ese saber institucionalizado como discurso matemático escolar (dME), que posee distintos fenómenos que afectan su construcción. En lo particular de esta investigación, la enseñanza del Cálculo trastoca su ontología y su epistemología, provocando fenómenos de adherencia, exclusión y opacidad. No hay marcos de referencias que lo resignifiquen (Cordero, 2017; Farfán, 2012). Las comunidades educativas adhieren al sistema de razón, provocando actitudes pasivas frente a los contenidos que se enseñan, así como exclusión de su construcción y opacidad de su funcionalidad (Cantoral, 2016; Cordero, 2017). Lo matemático que se aborda en esta comunicación se relaciona con los conocimientos de una comunidad de Ingenieros Civiles Oceánicos (ICO) de una universidad chilena.

Una Comunidad de Conocimiento Matemático

En el ejercicio de caracterizar lo propio de esta comunidad, se le debe distinguir de lo individual, de lo público y de lo universal. En este quehacer reconocemos, en el decir de Cordero (2016a), que no cualquier conjunto de personas juntas componen una comunidad. Más bien, una Comunidad de Conocimiento Matemático formula la triada reciprocidad, intimidad y localidad (ver figura 1). Adicionalmente, Cordero y Silva-Crocci (2012) consideran que una Comunidad de Conocimiento se desarrolla gracias a su identidad en donde se reconocen tres características: legitimidad, resistencia y proyecto.

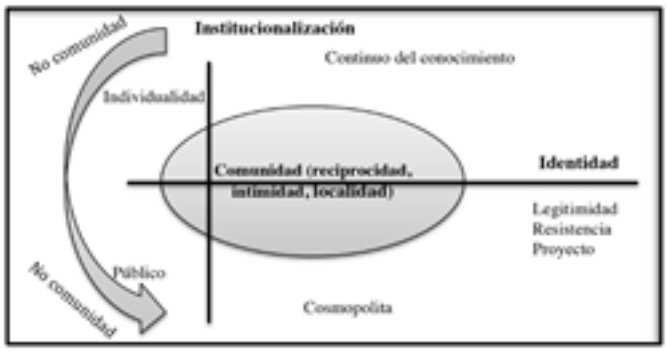


Figura 1: Comunidad de Conocimiento (Cordero, 2016a)

Actividad profesional del ICO

Las actividades que desarrolla un ICO se vinculan con la administración portuaria, diseño e implementación de obras costeras y verificación de estados de las mismas. Por ello es importante realizar estudios previos a la materialización de los proyectos, lo que hace a la modelación de procesos costeros un foco fundamental.

El territorio costero es uno de los más dinámicos en la tierra, donde la regla constante es el cambio (Winckler,

2018). En éste interactúan aire, agua y tierra con ritmos naturales muy agitados que no se encuentran en otros lugares del planeta.

A la complejidad natural descrita, se deben sumar los riesgos asociados a las variaciones del nivel del mar debidas al cambio climático, terremotos, tsunamis y otros fenómenos sobre los que se tiene muy poco -o nada- de control (Martínez, Contreras-López, Winckler, Hidalgo, Godoy y Agredano, 2018). De modo que la manera en cómo se interviene la zona costera debería ser analizada para no sobreexplotar el medio.

De esta manera la costa tiene un comportamiento cambiante, cíclico e irregular el que se intenta pronosticar por medio de estructuras de modelación y simulación computacional.

Modelos de predicción/simulación

La comunidad de ingeniería estudiada considera un modelo como "una representación simplificada de un fenómeno que interesa estudiar, comprender o predecir" (Winckler, 2018, p.9). La complejidad de los fenómenos naturales que ocurren en sistemas acuáticos es tal que se deben identificar procesos dominantes y descartar aquellos que tienen una injerencia menor. De esta forma la complejidad de un modelo depende si éste tiene un objetivo científico o ingenieril, siendo los primeros usualmente más complejos que los segundos. Además, existen limitaciones de recursos -dinero y tiempo- que acotan la complejidad del modelo de estudio.

En esta comunidad se utilizan fundamentalmente dos tipos de modelos, a saber, modelos físicos y modelos numéricos. Los modelos numéricos son los que poseen mayores bondades pues pueden ser implementados utilizando de simulaciones computacionales, evitando los costes de construcción de modelos a escala. Sin embargo, con los modelos físicos es posible interactuar y evidenciar a grosso modo el efecto de determinados fenómenos.

Modelos físicos

Los modelos físicos corresponden a representaciones de un sistema a escala bajo condiciones controladas en un laboratorio u otro escenario. La particularidad de estos modelos a escalas, a diferencia de una maqueta, es que en los modelos físicos se escalan simultáneamente las dimensiones, la cinemática y la dinámica del escenario real, de modo que es posible simular las condiciones reales donde ocurre el fenómeno de estudio (ver figura 2).

Figura 2: Modelos físicos para el estudio de oleaje (Winckler, 2018)

Modelos numéricos

Los modelos numéricos operan con los principios de conservación de masa, momentum y energía por medio sistemas de ecuaciones diferenciales parciales y otras herramientas matemáticas que hacen posible caracterizar la evolución de las propiedades de flujo en dominios de espacio, tiempo y frecuencia. Estos modelos pueden ser clasificados en dos grandes grupos: los modelos determinísticos, donde los datos de entrada y las ecuaciones son lo suficientemente exactos para conocer las propiedades del flujo con gran precisión; y los modelos estocásticos, donde se incorpora la incertidumbre en los datos de entrada y ecuaciones de gobierno.

Para ejemplificar las diferentes aproximaciones a un fenómeno por medio de un modelo numérico, presentamos una aplicación de la ingeniería estructural. En la figura 3 se puede apreciar tres modelos con diferentes grados de complejidad que representan una estructura. El más simple -de izquierda a derecha- consiste en un modelo unidimensional donde cada piso se simula como una masa y todas las columnas como un solo elemento con propiedades equivalentes. En ese modelo podemos conocer a grosso modo el desplazamiento de cada piso pero desconocemos el funcionamiento de las losas y columnas en forma individual. Luego, un modelo bidimensional levemente más complejo, considera el piso como un marco con varias columnas y una losa. En este modelo podemos conocer un poco más sobre la interacción de losas y columnas, pero no es posible caracterizar otros efectos de la estructura. Un modelo tridimensional permite conocer el comportamiento individual de los elementos y su interacción con el resto de la estructura, con costos computacionales superiores pero con una riqueza bastante mayor de la física subyacente. Idealmente, interesaría conocer el comportamiento de la estructura real, pero es prácticamente irrealizable porque en un proyecto ella no se ha materializado o porque los modelos a escala 1:1 -esto es, tamaño real- son demasiado costosos, entre otras razones.

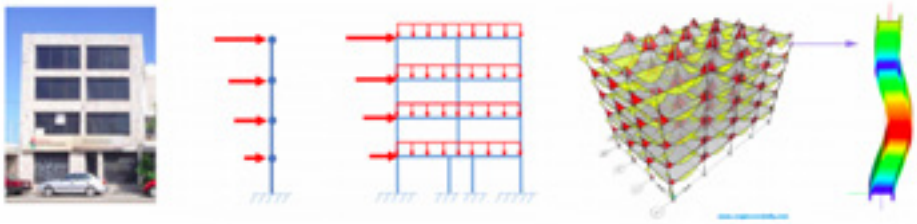


Figura 3: proceso de modelación/simulación numérica (Winckler, 2018)

En la práctica, ambos tipos de modelos son complementarios pues en términos generales, los modelos físicos permiten estudiar en detalle una cantidad relativamente reducida de casos e identificar y ajustar parámetros que posteriormente se utilizarán en el modelo numérico.

REFLEXIONES

Al observar el plan de estudios de esta comunidad, identificamos que la modelación junto a la simulación se declara en diferentes momentos, a pesar de ello se reporta que no hay reciprocidad de los conocimientos del aula con las prácticas que desarrolla el profesional en ejercicio. De esta forma, se fortalece el mito del conocimiento por el conocimiento, es decir, el conocimiento que es válido por sí mismo (Ulloa y Arrieta, 2010).

Afirmamos con ello que si bien la modelación junto a la simulación corresponden a usos recurrentes en el campo laboral del ICO, en contextos de enseñanza queda relegada al tratamiento de expresiones algebraicas -procesos y fórmulas- que se relacionan con un determinado fenómeno, pero que la transversalidad de usos queda opacada debido al dME.

AVANCES

Desde nuestra perspectiva, el binomio modelación/simulación es más que una práctica ejecutada, es más bien un constructo que tiende puentes entre lo escolar y el cotidiano de profesional en ejercicio, dotando de una relación recíproca ambas esferas de conocimiento.

Del mismo modo, debido a los avances del potencial computacional, es posible encontrar que la simulación forma parte de múltiples comunidades, por mencionar alguna de ellas: la práctica médica, los créditos bancarios , sector aeroespacial y defensa, entre otras.

De esta manera, el binomio modelación/simulación que identificamos en la práctica profesional toma la siguiente forma, según se muestra en la figura 4:

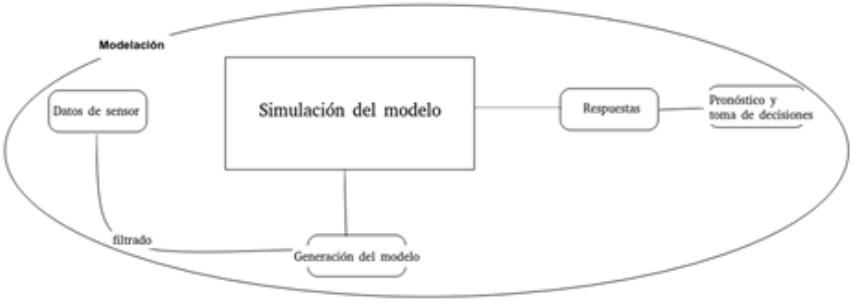


Figura 4: Modelación/simulación del profesional ICO

Los datos son captados desde diferentes fuentes como boyas o altimetrías satelitales, los que pasan por un filtrado realizado por medio de herramientas computacionales, para luego aplicar simulaciones sobre el modelo, identificando y manipulando diferentes parámetros del mismo. En base a dichas simulaciones, se generan respuestas que sirven para el pronóstico y toma de decisiones cuando correspondan. Aunque Izquierdo, Galán, Santos y del Olmo (2008) hacen notar que una simulación rara vez es lineal, se expone de esta forma para mayor simplicidad de la exposición.

CONCLUSIONES

Los avances computacionales han propiciado la emergencia de novedosas técnicas de análisis de en diversas áreas del saber humano (e.g. Izquierdo, Galán, Santos y del Olmo, 2008). En lo particular de esta investigación, se muestran algunos avances respecto al modelado que realiza una comunidad de ingeniería civil oceánica respecto a estudio de mareas. Si bien, en la práctica del profesional se emplean diversas herramientas de modelación y simulación, no sucede lo mismo en el aula, no existe reciprocidad. Habrá que identificar un marco de referencia que resignifique este conocimiento o proponer uno.

Referencias

Cantoral, R. (2016). Teoría socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento (2a ed.). Editorial Gedisa SA, Barcelona.

Cordero, F. (2016a). Modelación, funcionalidad y multidisciplinaridad: el eslabón de la matemática y el cotidiano. En J. Arrieta y L. Díaz (Eds.), Investigaciones latinoamericanas de modelación de la matemática educativa (pp. 59-88). Barcelona, España: Gedisa.

Cordero, F. (2017). La matemática y lo matemático. Transversalidad y modelación: un programa socioepistemológico (en prensa). Convestav-IPN, México.

Cordero, F. y Silva, H.(2012). Matemática Educativa, Identidad y Latinoamérica. El quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar. Revista latinoamericana de Matemática Educativa, 15(3), 295-318.

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H., y Soto, D. (2015). El Discurso Matemático Escolar: la Adherencia, la Exclusión y la Opacidad. Barcelona, España: Gedisa.

Farfán, R. (2012). Socioepistemología y ciencia. El caso del estado estacionario y su matematización. España: Gedisa.

García, E. (2008). Un estudio sobre los procesos de institucionalización de las prácticas de ingeniería biomédica. Una visión socioepistemológica. Tesis de Maestría. México: Cinvestav.

Izquierdo, L., Galán, J., Santos, J y Del Olmo, R. (2008). Modelado de sistemas complejos mediante simulación basada en agentes y mediante dinámica de sistemas. Revista de Metodología de Ciencias Sociales 16, pp. 85-112.

Martínez, C., Contreras-López, M., Winckler, P., Hidalgo, H., Godoy, E., & Agredano, R. (2018). Coastal erosion in central Chile: A new hazard?. Ocean & Coastal Management, 156, 141-155.

Tuyub, I. (2008). Un estudio socioepistemológico de la práctica toxicológica. Un modelo sobre la construcción social del conocimiento. Tesis de Maestría. México: Cinvestav.

Ulloa, J. y Arrieta, J. (2010). La deconstrucción como estrategia de la modelación. En En P. Lestón (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 23, 909-918. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Winckler, P. (2018). Introducción al modelado de procesos costeros. Primera Edición. Valparaí so, Chile: Universidad de Valparaíso.

CB 084

CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS MEDIDOS EN LA EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA INICIAL (EDI) APLICADA A ESTUDIANTES DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN FÍSICA, UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS (UST) : ESTRATEGIAS DE NIVELACIÓN

Pierina Zanocco S; Marcelo Zúñiga H.
Universidad Santo Tomás (UST)

pzanocco@santotomas.cl ; mzuniga@santotomas.cl

Formación de profesores

RESUMEN

Este trabajo presenta el nivel de entrada de 62 estudiantes que ingresan a Pedagogía en Educación Física en la UST, Sedes Santiago y La Serena, en cuanto a conocimientos matemáticos básicos necesarios para aprobar asignaturas troncales; medidos a través de un instrumento con 30 ítems de selección múltiple, cuya confiabilidad corresponde a un alfa de Cronbach de 0,80 y validado por jueces especialistas en la disciplina. Los resultados reflejan bajos niveles de entrada en EDI, no alcanzando, en promedio, un 50% del test. Se presentan estrategias de acompañamiento para lograr la nivelación: Transversalidad en programas de asignaturas y Talleres Extra-curriculares.

Palabras clave: Formación de profesores, Pensamiento Lógico Matemático, Estrategias de nivelación

INTRODUCCIÓN

La Ley 20.903 establece que, para obtener la acreditación de carreras y programas, las universidades deben participar de dos evaluaciones diagnósticas sobre formación inicial en pedagogía; una al inicio de la carrera y otra al menos un año antes del egreso. Esta comunicación se focaliza en la primera de ellas. Con los resultados de EDI, la UST está comprometida a establecer mecanismos de acompañamiento y nivelación para sus estudiantes.

EL INSTRUMENTO

El instrumento está conformado por dos partes, una de Conocimiento Matemáticos Básico y la otra de Resolución de Problemas Matemáticos. A continuación, se presentan dos tablas que describen esto en cuanto a los contenidos seleccionados y las temáticas de la Resolución de Problemas.

N° PREGUNTA	CONTENIDOS MATEMÁTICOS EVALUADOS
1	Números Primos y Compuestos
2	Divisibilidad
3	Series Numéricas
4	Propiedades de los Números Enteros
5	Propiedades de los Números Racionales
6	Representación de Fracciones en Región
7	Representación de Fracciones en la Recta Numérica
8	Razón y Proporción
9	Equivalencia entre Notación Fraccionaria y Decimal
10	Clasificación con Inclusión y Exclusión
11	Combinaciones
12	Porcentaje

Tabla 1: Contenidos matemáticos evaluados

N° PREGUNTA	CONTENIDO MATEMÁTICO APLICADO A LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA
13	Razón y Proporción
14	Máximo común múltiplo
15	Fracción de un todo
16	Expresiones fraccionarias y decimales
17	Algoritmo para resolver un problema
18	Multiplicación y sustracción de números decimales.
19	Adición y sustracción de números enteros
20	Medición
21	Fracción de un todo
22	Relaciones lógicas
23	Relaciones lógicas
24	Relaciones lógicas
25	Relaciones lógicas Gráficos de Barra
26	Gráficos de barra
27	Promedio aritmético

28	Gráfico circular y gráfico de barras
29	Gráfico lineal
30	Gráfico de barras

Tabla 2: Contenidos matemáticos aplicados a la resolución de problemas

El instrumento mencionado que consta de 30 ítems de selección múltiple, con una confiabilidad correspondiente a un alfa de Cronbach de 0,80 y validado por jueces especialistas en la disciplina. Esta se organizó en torno a contenidos matemáticos que los estudiantes aplicarían en asignaturas como : Fundamentos de Anatomía para la Educación Física; Biología de la Actividad Física, Fisiología de la Actividad Física; Nutrición y Bioenergética.

RESULTADOS OBTENIDOS EN LA APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO

Los resultados se presentarán por sede, por tipo de contenido medido y por el total del test.

ESTADÍGRAFOS	CONOCIMIENTO MATEMÁTICO BÁSICO		RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS		TOTAL DEL TEST	
	LA SERENA	SANTIAGO	LA SERENA	SANTIAGO	LA SERENA	SANTIAGO
MEDIA ARITMÉTCA	4.54	5.11	8.8	9.18	13.34	14.29
MEDIANA	4	5	9	9	13	15
MODA	2	5	10	7	14	11
CAMPO VARIACIÓN	2-9	1-9	3-13	4-14	6-20	5-21
DESVIACIÓN ESTÁNDARD	2.09	1.78	2.62	2.73	3.80	3.94
PUNTAJE MÁXIMO	9	9	13	14	20	21

Tabla N°3 “Estadígrafos de posición y dispersión de las partes del test y test completo”

Al analizar Conocimiento Matemático Básico podemos observar que si relacionamos la Media Aritmética con el Puntaje Total de esta parte del test, que corresponde a 12 puntos, se obtiene en promedio un 38 % de logro en La Serena y un 43 % en Santiago.

El mismo análisis de la parte Resolución de Problemas, que consta de un Puntaje Total de 18 puntos, se obtiene en La Serena un 49 % de logro y en Santiago un 51%.
Finalmente incorporando todos los ítems del Test, o sea 30 puntos, en La Serena se obtiene un 44 % y en Santiago un 48 %.

Los datos analizados nos permiten declarar que los resultados obtenidos tienden a conformar un nivel de entrada medio bajo en cuanto a Conocimientos Matemáticos Básicos y Resolución de Problemas. Si bien se identifican estudiantes que sobresalen y con ello obtienen 21 puntos en el test total, logrando un 70 %, corresponde a solo uno en cada Sede.

También se considera relevante identificar los contenidos matemáticos con resultados más descendidos, estos se asocian a divisibilidad y fracciones. Frente a los problemas, los resultados más deficientes se identifican con contextos matemáticos relacionados con fracción de un todo, promedios aritméticos y lectura e interpretación de gráficos lineales.

ESTRATEGIAS DE NIVELACIÓN

Las estrategias aplicadas para lograr mejorar los niveles de entrada de los estudiantes en Matemática corresponden a: Transversalidad y los Talleres Extracurriculares.

La Transversalidad

Desde el año 2011 la Escuela de Educación implementó en todas sus carreras un rediseño curricular, el cual se focalizó, entre otross aspectos, en potenciar la eficacia de los procesos de enseñanza aprendizaje, aplicando medidas remediales de apoyo académico que fuesen oportunas y eficaces. En este punto, Moyano (2010) sostiene que:

"La universidad, como espacio de formación de nuevos profesionales, no solo tiene responsabilidad sobre la transmisión de conocimientos teóricos y aplicados sino sobre la preparación de los estudiantes para la acción futura en esferas sociales que implican la producción de nuevos conocimientos y la transformación de procesos sociales y tecnológicos (p. 466)."

Es así como, para superar deficiencias de entrada y considerando las demandas del campo laboral, se implementó un programa de transversalidad de intervención pedagógica, que integra en los procesos de aprendizaje de algunas asignaturas, un trabajo explícito y progresivo del profesor orientado a la formación de habilidades de pensamiento lógico matemático en los estudiantes.

Entenderemos la transversalidad como un cambio de paradigma en la enseñanza de estas habilidades, el cual ha migrado desde un enfoque normativo y reproductivo hacia uno situado y disciplinar (Ávila, González y Peñaloza, 2013), el cual considera la diversidad de los estudiantes.

Adicionalmente, el proyecto de transversalidad apunta a promover la capacidad reflexiva, el desarrollo del pensamiento crítico y la búsqueda permanente de la verdad para favorecer el logro de una sólida identidad profesional, fundada en un saber pedagógico sustentado en elementos teóricos coherentes y actualizados.

El Pensamiento Lógico Matemático, según Ortega (2008), quien coincide con otros autores, afirma que "Es un conjunto de procesos mentales a través de los cuales se establecen relaciones entre objetos, situaciones, conceptos, que permiten estructurar la realidad". El Pensamiento Lógico Matemático está formado por una red de relaciones, dicho de otra forma, el conocimiento construido por la persona forma estructuras organizadas y la red de relaciones entre los objetos o hechos que la persona crea constantemente. Así, podemos afirmar que el Pensamiento Lógico Matemático es la capacidad que tiene una persona para construir relaciones entre las propiedades de los objetos, elaborar contenidos matemáticos (signos, símbolos, ideas, nociones o conceptos) y resolver problemas basados en el razonamiento. Esta forma de pensamiento se traduce en el uso y manejo de las operaciones mentales o habilidades cognitivas tales como: observar, identificar, relacionar, discriminar, interpretar, argumentar, analizar, inferir, etc.

Para mostrar de qué forma se incluye la Transversalidad en la formación de nuestros estudiantes, se listan algunos de los contenidos procedimentales asociados a las asignaturas troncales.

- Inferencia de las implicancias para el desarrollo óptimo de las estructuras del aparato apendicular a partir del estudio de casos
- Discriminación del fundamento que explica tipos de movimientos ejecutados en casos seleccionados.
- Formulación de conclusiones que involucran aspectos educativos a partir de análisis de casos
- Análisis comparativo de estadísticas nacionales e internacionales vinculadas con el desarrollo de los sistemas nervioso, muscular y cardiorrespiratorio, con el propósito de formular conjeturas.
- Elaboración de diferentes tipos de gráficos de análisis nutricionales, a partir de evidencias empíricas.

Tomando en cuenta el total de asignaturas de la carrera el porcentajes de asignaturas con transversalidad corresponden a un 39 % .

Los Talleres Extracurriculares

Los Talleres Extracurriculares se programan en conjunto con el Centro de Aprendizaje, Unidad Académica Especializada, que brinda orientación y apoyo académico a los estudiantes, seleccionando un profesor diferente al que dicta la asignatura. Se desarrollan seis Talleres determinando el contenido específico que se ha identificado como una debilidad para poder avanzar con facilidad en los contenidos conceptuales o procedimentales de alguna asignatura.

ASIGNATURA	TEMÁTICA
Matemática	Lectura e interpretación de gráficos.
Matemática	Fracciones: orden, equivalencias y operaciones.
Matemática	Razones y Proporciones
Matemática	Resolución de problemas matemáticos con sentido y significado.

Tabla N°4 “Talleres Extracurriculares programados.”

AVANCES

Para determinar los avances logrados, hasta el momento se han evaluado los resultados obtenidos en las dos primeras Pruebas de Conocimientos de las asignaturas que promueven la transversalidad identificando diferencias positivas a favor de la segunda Prueba. También se han realizado entrevistas en profundidad, a los estudiantes, para determinar el grado de aceptación que manifiestan frente a las
estrategias aplicadas para asegurar niveles de logro aceptables. Algunas de sus opiniones se incluyen a continuación:

S1 “Los talleres me han permitido aclarar conceptos matemáticos que no manejaba”
S2 “Aunque debo destinar tiempo extra para asistir a los talleres, vale la pena porque aclaro muchas dudas”
S3 “Al principio me costó entender por qué en las clases de biología tenía que saber leer gráficos, pero después entendí las razones”
S4 “Ahora entendí cómo se obtenía un porcentaje”
S5 “Con estos apoyos he mejorado mis notas, y eso que al principio todo era chino para mi”

PROYECCIONES

Con el propósito de determinar estadísticamente si los avances logrados en los Conocimientos Matemáticos Básicos y Resolución de Problemas son significativos se ha construido un Test equivalente al inicial, el cual se aplicará a fines de noviembre.

CONCLUSIONES

Se considera que aplicando la estrategia Transversalidad, apoyando con los Talleres Extracurriculares se logran avances positivos en los Niveles de Entrada de los estudiantes de la carrera de Pedagogía en Educación Física-

Referencias

Ávalos, B. (2014). La formación inicial docente en Chile: Tensiones entre políticas de apoyo y control. Estudios Pedagógicos, 15(1), 11-28.
Creswell, J. W. (2012). Educational research: Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research (4th ed.). Boston: Pearson Education.
Flick, U. (2014). An introduction to qualitative research (5th ed.). California: Sage.
Korkmaz, Ö. (2012). The impact of critical thinking and logico-mathematical intelligence on algorithmic design skills. Journal Of Educational Computing Research, 46(2), 173-193.
Leal Huise, S., & Bong Anderson, S. (2015). La resolución de problemas matemáticos en el contexto de los proyectos de aprendizaje. Revista De Investigación, 39(84), 71-93.
Peñalva Rosales, L. P. (2010). Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. Política y Cultura, (33), 135-151.

CB 085

VINCULANDO RECURSOS CULTURALES CON LA MATEMÁTICA ESCOLAR: UNA EXPERIENCIA FORMATIVA EN ESTUDIANTES DE PEDAGOGÍA

Tamara del Valle - Gustavo González-García
Universidad Católica Silva Henríquez

tdelvalle@ucsh.cl ggonzalezg@ucsh.cl

Estudios socioculturales en Educación Matemática

RESUMEN

La comunicación presenta los resultados preliminares de una experiencia de formación contextualizada en estudiantes de pedagogía, para el desarrollo integrado de competencias pedagógicas, didácticas y actitudinales relacionadas con un enfoque sociocultural del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, para la justicia social y el reconocimiento cultural. La experiencia se implementó en 52 estudiantes de pedagogía que recogieron conocimientos culturales de apoderados de un colegio de Puente Alto, sector Bajos de Mena. Los resultados muestran fortalezas y desafíos de esta actividad contextualizada, en términos de desarrollar competencias investigativas, didácticas y de identidad docente.

Palabras clave: Formación inicial de profesores, aprendizaje sociocultural, fondos de conocimiento, justicia social.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo busca reportar una experiencia de formación para la enseñanza de las matemáticas, dirigida a estudiantes de pedagogía, la cual está orientada epistemológicamente por concepciones socioculturales del aprendizaje, metodológicamente por situaciones contextualizadas de aprendizaje y axiológicamente inspirada en la justicia social y la construcción social de conocimiento. En la experiencia participaron 52 estudiantes de dos cursos de formación pedagógica: Taller didáctica del número e Investigación Educativa. Asignaturas dictadas por los autores de esta comunicación, como docentes formadores de profesores en la Universidad Católica Silva Henríquez (UCSH).

El propósito de la experiencia fue desarrollar competencias en los estudiantes de pedagogía que les permitieran reconocer y utilizar el conocimiento cultural y cotidiano de familias de un colegio de Puente Alto, para el uso de la enseñanza de las matemáticas. El colegio de nivel básica, está ubicado en el sector Bajos de Mena. Por otra parte, se buscó incorporar a su saber profesional en formación, la necesidad de reconocer el contexto sociocultural de los estudiantes para un mejor aprendizaje y, con ello, también empoderar a comunidades tradicionalmente definidas como vulnerables o carenciadas.

La experiencia es un proyecto de continuidad de otro iniciado el año 2016, con un equipo de investigadores en educación matemática de Michigan State University, EEUU. Proyectos que se vienen desarrollando en dicho colegio de Puente Alto, acompañando la práctica docente de un profesor novel, egresado de la UCSH.
Las competencias que se buscaban desarrollar en los profesores en formación eran pedagógicas y didácticas. En lo pedagógico, se buscó identificar y valorar los conocimientos del hogar y comunidad de los niños de Bajos de Mena, para el uso profesional docente. En lo didáctico, reconocer dentro de este conocimiento cultural, las matemáticas de la vida cotidiana y el uso del conocimiento matemático en el entorno extra escolar de los estudiantes, para el diseño de situaciones de aprendizaje.

Tras estas competencias, básicamente lo que se persiguió fue que los estudiantes incorporarán a su saber profesional la importancia de la dimensión sociocultural del aprendizaje escolar -en general y en particular en matemáticas-, esto es, que el aprendizaje se logra y tiene sentido conectando el conocimiento matemático del aula con el conocimiento y experiencia social de los niños fuera de ella. Lo que es una exigencia epistemológica -permite cognitivamente el aprendizaje-, pero también axiológica -le da sentido al aprendizaje-, debido a que les permite el uso de este aprendizaje para su adaptación activa y para la transformación positiva de su entorno social.
En lo general, lo anterior no es un propósito de formación extraordinario ni original, no obstante se parte del supuesto, avalado en nuestra experiencia como formadores de profesores de matemáticas, que tras este fin declarativo en las propuestas e indicadores de formación docente, los profesores -en formación y en ejercicio- carecen de competencias investigativas para capturar los conocimientos culturales existentes en los hogares y comunidades de sus estudiantes, lo cual afecta el desarrollo de competencias didácticas para crear situaciones de enseñanza matemática con información cultural pertinente. Junto a ello, los profesores no adquieren una actitud hacia el aprendizaje basada en la transformación social y la justicia social, que sea movilizadora del desarrollo de estas competencias.

La experiencia de formación a reportar busca lograr los objetivos de formación propuestos. A continuación, describimos los antecedentes teóricos, la metodología de la experiencia y sus resultados preliminares.

ANTECEDENTES

Los referentes de esta experiencia reúnen variadas líneas teóricas que aportan las biografías y trayectorias investigativas de los investigadores chilenos y de EEUU. Antecedentes teóricos que coinciden en las perspectivas socioculturales del aprendizaje y que están inspiradas en la transformación y justicia social.

En primer lugar, se trata de enfoques teóricos que relevan la naturaleza social, cultural y situada del aprendizaje (Lave & Wenger, 1991); que conectan el aprendizaje con el contexto y la experiencia (Dewey, 1916), y con la me-

diación cultural (Vygotsky, 1978); vinculando la enseñanza de las matemáticas con la vida cotidiana y la cultura de las comunidades (Civil, 2002; Dominguez, 2008), relevando la identidad cultural y la construcción social del conocimiento matemático (Cantoral, Farfán, Lezama & Martínez-Sierra, 2006; Cordero & Silva-Crocci, 2012) para resignificar la matemática en la escuela (Del Valle & Soto, 2015).

En particular esta experiencia integra estos antecedentes al interior del desarrollo del Programa socioepistemológico de investigación en matemática educativa. Se busca incorporar la dimensión sociocultural a las situaciones de aprendizaje en la escuela, de manera de dar sentido, significar, la matemática para su uso en cada entorno social. Aquello exige reorganizar los contenidos curriculares con relación a la vida cotidiana del aprendiz, vinculando los conceptos matemáticos a enseñar en el aula con las prácticas sociales (Cantoral, Montiel &Reyes-Gasperini, 2015).

En coincidencia con este programa, la experiencia utiliza el enfoque teórico-metodológico de los fondos de conocimiento (funds of knowledge, término en inglés). Este enfoque nace a principios de la década de los noventa, en la Universidad de Arizona, USA (González, Coll & Amanti, 2005). Los Fondos son definidos por sus autores como cuerpos de conocimientos y habilidades esenciales existentes en los hogares y comunidades de los escolares, que les permiten a estos individuos y sus familias alcanzar bienestar y desarrollo social. La perspectiva de fondos considera los conocimientos de las comunidades como recursos o activos para la enseñanza. Esto es especialmente importante para las comunidades que tradicionalmente son definidas desde la perspectiva del déficit, es decir, como entornos deprivados culturalmente. Tras los proyectos de investigación basados en los fondos se conforman equipos de investigadores y docentes, quienes, mediante un diseño de estudio cualitativo, contactan y visitan los hogares de los escolares para capturar los fondos de conocimientos, particularmente aquellos que son sensibles a una mejor apropiación del currículum escolar.

Otro antecedente teórico de esta experiencia es la concepción de la enseñanza como educación problematizadora, dialógica y tendiente a la justicia social. En este sentido, este antecedente formaba parte del contenido axiológico que se buscaba formar en los estudiantes de pedagogía, para generar una actitud de reconocimiento y justicia social hacia las comunidades donde enseñan (enseñarán). Este antecedente se recoge de una larga tradición latinoamericana de la educación como práctica de la libertad, iniciada por Paulo Freire. Planteamientos como el cuestionamiento a la educación bancaria, la cual carga de contenidos de enseñanza ajenos a las experiencias existenciales de los educandos, puestos en un diseño vertical y, muchas veces, prescrito de enseñanza por parte de los educadores. Frente a esta concepción, Freire propone una educación problematizadora, donde el programa y contenidos de enseñanza se establece desde la cultura y en diálogo con los educandos, procurando la problematización de ésta, para la recreación y transformación social (Freire, 2005). Dicha educación problematizadora, orientada a la liberación, permite que los sujetos no sólo se adapten al mundo, sino que lo transformen.

Los planteamientos de Freire, son reactualizados en el proyecto de esta experiencia a partir de la discusión teórica de la justicia social, particularmente en los planteamientos de la justicia como reconocimiento (Honneth 1997; Taylor, 2003) y como desarrollo de capacidades (Sen, 2011). Desde esta perspectiva formamos a los futuros profesores, en la idea que exista consideración de los recursos culturales de la comunidad, siendo reconocidos en la interacción didáctica por un imperativo de justicia, no solo epistemológico. Al ser visibilizados estos recursos, se hacen conscientes las capacidades de los educandos en sus vidas cotidianas, potenciando lo que ellos son capaces de hacer, superando la postura del déficit, propia de los contextos tenidos como vulnerables.

Metodología

La experiencia se desarrolló durante el primer semestre 2018, durante los meses de mayo a julio, y consistió en el diseño e implementación de una actividad de formación contextualizada con 52 estudiantes de dos cursos de formación pedagógica: Taller didáctica del número (21) e Investigación Educativa (38). Los estudiantes se organizaron en grupos de dos a cuatro estudiantes y se hicieron responsables de contactar a 20 apoderados del colegio, en sus hogares, y recoger sus fondos de conocimiento. Las actividades específicas que los estudiantes realizaron fueron:

- Lectura, análisis y discusión de los textos teóricos (antecedentes de la experiencia)
- Elaboración de un Informe documental acerca del sector Bajos de Mena
- Caracterización del colegio y sus estudiantes: a partir de documentos y de entrevistas con actores escolares relevantes (coordinador de convivencia).
- Preparación en técnicas cualitativas de observación y entrevistas
- Implementación de dos entrevistas a los hogares
- Preparación para el análisis de la información recogida, en vista del diseño de una situación de aprendizaje.

La actividad formativa terminó para los estudiantes con la elaboración de un Informe final de fondos de conocimiento y su uso didáctico. Los fondos de conocimiento se identificaron a partir de la revisión documental y, principalmente a través de la entrevista a los hogares que se organizaron en tres dimensiones: historia de la familia y del barrio; actividades domésticas del estudiante y en el barrio; y sentido de la vida, educación y rol de los padres. Con los fondos los estudiantes debían hacer un análisis didáctico para visibilizar situaciones de enseñanza matemática. Por último, también se les solicitó a los estudiantes finalizar el informe con una apreciación valórica y experiencial de la actividad desarrollada.

A partir del análisis de los informes finales, discutimos los resultados preliminares más importantes.

Resultados preliminares

Los resultados de la experiencia, por ser recientes, están en proceso de elaboración definitiva, no obstante, resulta interesante comunicar a la XXII Jornadas Nacionales de Educación Matemática la discusión de tres tipos de resultados:

- La preparación metodológica e investigativa de profesores en formación para capturar los conocimientos culturales de los hogares y comunidades.
- La preparación en didáctica de las matemáticas para incorporar los conocimientos culturales en el diseño de situaciones de aprendizaje.
- La formación de una actitud docente orientada al reconocimiento y justicia social, a raíz del reconocimiento de la construcción social del conocimiento.

En relación con la formación investigativa de los futuros profesores, destacamos que los estudiantes muestran alta motivación por los contenidos de metodología de investigación, cuando estos se conectan a un uso práctico y significativo vinculado a la futura práctica profesional. Lo que no suele ocurrir cuando los contenidos de investigación son enseñados teóricamente. Esto es reforzado por un mayor desarrollo de la competencia investigativa, en razón de que los estudiantes deben implementar una entrevista en el hogar, luego analizar la información y conectar los conocimientos generados con la enseñanza. En este sentido, conectan la investigación con la práctica docente, adquiriendo competencias básicas que le permitirán ser un punto de partida para el momento del ejercicio profesional docente. Los resultados no son siempre los esperados en términos de aprendizaje, pero son positivos, porque permiten identificar a los formadores de investigación educativa los contenidos que son más difíciles de lograr; por ejemplo, focalizar las entrevistas hacia una información cultural más útil al diseño de enseñanza y menos anecdótico.

Los resultados preliminares en preparación didáctica en matemática muestran que, para lograr utilizar los recursos culturales en el diseño de situaciones de aprendizaje, es imprescindible la sensibilidad del investigador sobre el uso de la matemática en contextos culturales, ya que sin ella se dejan pasar eventos y acciones donde el conocimiento matemático tiene un funcionamiento y una forma específica. Por ejemplo, algunas entrevistas se limitaban en dar cuenta de eventos pasajeros, dejando pasar las actividades y acciones relacionadas a patrones de comportamiento

de las familias que permiten al investigador indagar en el conocimiento matemático en uso. Por otro lado, los profesores en formación advierten en sus informes la importancia de reconocer la matemática en otras disciplinas y profesiones, dando espacio a la transversalidad del conocimiento.

Con esta actividad se destaca la adquisición de una actitud de compromiso y reconocimiento social en los futuros profesores. Por ejemplo, los estudiantes pasan de una actitud de rechazo a la actividad por razones de exclusión social, a una actitud de valoración de la vida y de las personas entrevistadas. Ello, porque algunos estudiantes partían con una imagen de marginalidad y conflictividad social del sector de Bajos de Mena, influido por videos y reportajes noticiosos del barrio, que distinguen los aspectos problemáticos del barrio: su delincuencia, falta de recursos y carencia de servicios. El contacto "cara a cara" con los apoderados les permite abrir sus mentes a la diferencia y a la inclusión, lo que en muchos casos implica reconocer a otros que no son tan desiguales a ellos mismos. Esto los compromete socialmente y refuerza el rol liberador y transformativo de la educación. Particularmente, aprenden que su práctica educadora está conectada al reconocimiento y empoderamiento cultural de las comunidades y que ello implica prácticas de enseñanza más rigurosas y reflexivas, aprendiendo a conectar contenidos de formación que tradicionalmente se enseñan desconectados: metodología de investigación, didáctica de las matemáticas y fines de la educación.

Referencias

Cantoral, R.; Farfán, R.; Lezama, J. & Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, núm. Esp, 2006, pp. 83-102

Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). El Prograa Socioespistemológico de Investigación en Matemática Educativa: El caso de Latinoamérica. En Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 18 (1): 5-17. DOI: 10.12802/relime.13.1810

Civil, M. (2002). Everyday mathematics, mathematicians' mathematics, and school mathematics: Can we bring them together? In M. E. Brenner & J. N. Moschkovich (Eds.), Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, Vol. 11, Everyday and academic mathematics in the classroom(pp. 40–62). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cordero, F. & Silva-Crocci, H. (2012). Matemática Educativa, Identidad y Latinoamérica. El quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar. Revista latinoamericana de Matemática Educativa, Ciudad de México, v. 15, n. 3, p. 295-318. Nov. 2012.

Del Valle, T. y Soto, D. (2015). La exclusión que provoca el Discurso Matemático Escolar; el caso de la optimización en la escuela. Desafíos y tensiones en la gestión del currículum: Teoría y Práctica. Santiago de Chile: Ediciones UCSH.

Dewey, J. (1916). Democracy and education, in Jo Ann Boydston (ed.) John Dewey: The Middle Works (1899–1924), Volume 9. Carbondale and Edwardsville, IL: Southern Illinois University Press.

Dominguez, H. (2008). The discourse of mathematization: Bilingual students reinventing mathematics and themselves as mathematical thinkers. Dissertation (UMI Database).

Freire, P. (2005). Pedagogía del Oprimido. México: Siglo XXI, Editores, S.A.

González, N., Moll, L.C. y Amanti, C. (2005). FUNDS OF KNOWLEDGE: Theorizing Practices in Households, Communities, and Classrooms. New Jersey: LAWRENCE ERLBAUM ASSOCIATES, PUBLISHERS.

Honneth, A. (1997). La lucha por el reconocimiento: Por una gramática moral de los conflictos sociales.Barcelona, España: Editorial Crítica.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). Situated learning: Legitimate peripheral participation. Cambridge, England: Cambridge University Press.

Sen, A. (2011). La idea de la justicia. Buenos Aires, Argentina: Aguilar, Altea, Taurus, Alfaguara,

Taylor, C. (2003). El multiculturalismo y "la política del reconocimiento". México, DF: Fondo de Cultura Económica.

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society. Cambridge, MA: Harvard University Press.

CB 086

OPTIMIZACIÓN DE ÁREAS DESDE EL ENFOQUE DEL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS ABP

Yaneth Tovar Castrillón, Vanessa Tovar Castro, Martha Cecilia Mosquera Urrutia
Universidad Surcolombiana

021216yaneth@gmail.com, vanesacastro16.vtc@gmail.com ,
martha.mosquera@usco.edu.co

RESUMEN

Se presentan avances de investigación resultado de un estudio de clase realizado en el grado noveno de la Institución Educativa María Auxiliadora del municipio de Elías-Huila, cuyo objetivo consistió en que los estudiantes modelaran una situación de variación y cambio (optimización del área de un rectángulo), teniendo como base un problema del entorno de los estudiantes. Esta clase hace parte del proyecto aprendiendo a estudiar las clases de matemáticas realizado por estudiantes del semillero Club de Apoyo MATemático del Huila (CAMATH) con el objetivo de diseñar, implementar y evaluar una unidad didáctica para la enseñanza del concepto de área en contextos de variación, en una institución educativa del departamento del Huila.

La planeación de la clase se realiza teniendo en cuenta el método de Aprendizaje Basado en Problemas ABP que es considerado un método didáctico que permite al estudiante para profesor, desarrollar capacidades, conocimientos y habilidades, que le permitan identificar, analizar y proponer alternativas de solución a los problemas de enseñanza y/o aprendizaje de la matemática, de manera eficaz, eficiente y humana, utilizando principalmente la Investigación Como Estrategia Pedagógica (IEP). La mirada a los procesos se realiza desde el marco teórico de los modos de pensamiento, propuesto por Sierpinska, los cuales permiten determinar los diferentes significados que adquiere un objeto matemático según el modo en que sea abordado.

Palabras clave: Aprendizaje basado en problemas, modos de pensamiento, variación, cambio, estudio de clases.

INTRODUCCIÓN A LA PROBLEMÁTICA QUE ABORDA LA CLASE

Inicialmente se desarrollaron las dos primeras etapas correspondientes al método Estudio de clases, contando con la participación de los integrantes del Club de Apoyo MATemático del Huila CAMATH y los profesores de matemáticas vinculados con la Institución Educativa María Auxiliadora del municipio de Elías-Huila; en la primera etapa planeación de la clase se realizó una reunión conjunta en donde se trataron temas como: elección del tema de la clase (Optimización de área), los desempeños tanto del docente como de los estudiantes, la metodología y los objetivos de la clase, los posibles errores que podrían tener los estudiantes a la hora de abordar el tema, el problema (con el enfoque del Aprendizaje Basado en Problemas ABP) y la persona que dirigió la clase.

Ilustración 1. Semillero CAMATH

El tema de la clase se eligió pensando en superar la problemática de abordar el estudio de la optimización de áreas solamente a través de las técnicas que proporcionan la primera y la segunda derivada, sosteniendo que estas técnicas no son suficientes para lograr una comprensión profunda del concepto. Cuando hablamos de una comprensión profunda del concepto, pensamos en que los aprendientes puedan comprender la optimización del área en los modos: Sintético geométrico (como rectángulos de diferentes tamaños que se pueden descomponer, recomponer y aplicar en otras figuras, para estimar su tamaño), Analítico Aritmético (a través de las fórmulas que permiten calcular el área de los rectángulos, tablas de valores, gráficas cartesianas que expresan las relaciones entre las variables) y analítico estructural (a través de funciones, relaciones funcionales, derivadas de las funciones y lugares geométricos).

En este sentido el problema fue diseñado con el objetivo de identificar la matemática dentro del contexto de los estudiantes, haciendo uso de la metodología del ABP. La segunda etapa que corresponde a la implementación de la clase se realizó con los estudiantes de grado Noveno siendo Yaneth Tovar y Vanessa Tovar Castro quienes orientaron la clase y 3 integrantes del semillero observadores del proceso.

CONTEXTO SOCIAL EN DONDE SE REALIZO LA EXPERIENCIA

El municipio de Elías está ubicado en la región sur del departamento del Huila, su población aproximada es de 4000 habitantes y se considera uno de los pueblos más ricos en producción agrícola en el departamento. La mayor parte de trabajadores pertenecen al sector agrícola. La ganadería corresponde a medianos productores en explotaciones extensivas. El sector Agrícola, es considerado el más eficiente en el Municipio. Igualmente es reconocido por su carpintería en donde trabajan la madera para la fabricación de muebles. La Institución Educativa maría Auxiliadora está ubicada en el centro del Municipio y sus estudiantes son tanto del casco urbano como rural.

PROBLEMA DESDE EL ABP

Para la elaboración del problema de la clase optamos por el enfoque metodológico de Aprendizaje Basado en Problemas ABP, este tiene 6 etapas que se desarrollaron así: la primera fase de Identificar la situación problemática se realizó teniendo en la problematica abroda en esta investigación. En la segunda fase Definir el problema se ve que los estudiantes tiene dificultad en el manejo de la aritmética y el cálculo (optimización de área), cometiendo errores graves en el nivel de educación en el que se encuentran creando de esta manera un vacío a lo largo de su educación. En las anteriores fases incluyendo Explorar el problema sean encontrado varias investigaciones que

demuestran que esta problemática es notoria en varios estudiantes(incluso los universitarios) un ejemplo son los resultados de las pruebas del Instituto Colombiano para el Fomento de La Educación Superior ICFES y encuestas realizadas a estudiantes universitarios en las que se puede observar como los estudiantes en gran porcentaje son apáticos a la matemática, igualmente el problema abarca a aquellos profesores que aunque dominan muy bien el conocimiento matemático no lo hacen con el conocimiento didáctico para la enseñanza de la matemáticas.

Para Plantear la o las soluciones se tuvo en cuenta la elección de ciertos problemas optando finalmente por ¿Cuál es el rectángulo con mayor área que se puede construir, si su perímetro es de 36 centímetros?, con el fin de hacer más cercano el tema a los estudiantes se optó por modificarlo de cierta manera que ellos lograrán imaginar de mejor manera lo que se quería con el problema, resultando así el problema de la clase

"Don Fernando quiere hacer un galpón para gallinas, pero solo dispone de 36 metros de malla para encerrar un espacio rectangular. ¿Qué dimensiones deberá tener el terreno para encerrar la mayor área posible con esa malla?". Para llevar a cabo el plan se acordó utilizar el método de estudio de clases, con el fin de diseñar una planeación que comprenda su elaboración, su implementación y su evaluación buscando con esto realizar la última etapa de ABP que consiste en Evaluar el proceso de los estudiantes y principalmente el de los profesores

En el diseño de la clase se introdujeron los aspectos analizados en el desarrollo del problema, por este motivo la clase se dividió en tres momentos los cuales fueron punto clave para despertar en los estudiantes la imaginación, la motivación y los modos de pensamiento. El primero momento conocimientos previos: se realizó un repaso sobre los conocimientos necesarios para abordar dicho problema, tales como reconocimiento de las figuras geométricas, propiedades, cálculo del área y el perímetro del rectángulo, variación del área y el perímetro total de una hoja al doblarla 1,2,3,… veces. En este primer momento a pesar de que los estudiantes recuerdan en forma clara estos conceptos, saben diferenciar entre perímetro y área, ángulos interiores, lados paralelos, y saben hacer cálculos, estaban tímidos y cometieron algunos errores..., el más notorio fue que al calcular el área de un cuadrado de lado a, al multiplicar a por a algunos estudiantes obtuvieron como resultado 2a en lugar de a2.

El segundo momento consistió en la presentación del problema de la clase, aclarando algunas dudas que surgieron respecto a "lo que varía, lo que cambia y lo que permanece constante. Para realizar la actividad se dividieron en pequeños grupos de 5, donde se le asignó un rol y unas herramientas necesarias para el trabajo de campo. La actividad se hizo a las afueras del salón en una zona verde donde los estudiantes pudieron crear varios rectángulos con áreas diferentes.

En un tercer y último momento de conclusiones y generalización los estudiantes expusieron los resultados obtenidas, dos grupos de trabajo concordaron en que el rectángulo de mayor área que se podía construir era el de lados 10 y 8 metros respectivamente, cuya área es 80 metros2; se elaboró una tabla para registrar los valores encontrados por todos los grupos y poder determinar si existían más rectángulos cuyo perímetro fuera 36 metros y su área mayor a 80 metros2, concluyendo finalmente que la mayor área se obtenía del rectángulo de lado 9 metros, siendo todos iguales (un cuadrado). En este momento se pudieron apreciar aspectos muy importantes observados por los estudiantes como: "a medida que los lados estan cercanos el área del rectángulo es mayor", "El rectángulo de perímetro 36 metros cuya área es mayor, es el de lado1 = 9 metros y lado2 =9 metros", "El rectángulo de lados 9 metros es un cuadrado", igualmente se propuso trabajar en otras maneras de definir un cuadrado… un rectángulo… un paralelogramo, surgiendo así la definición "El cuadrado es el rectángulo de mayor área".

MARCO TEORICO QUE SUSTENTA LA INVESTIGACIÓN

El marco teórico que sustenta esta investigación es el de los Modos de pensamiento de Anna Sierpinska (2000). Ella distingue tres modos de pensar un concepto: sintético-geométrico (SG), analítico-aritmético (AA) y analítico-estructural (AE). Para esta teoría comprender un objeto matemático, es poder abordarlo articuladamente desde SG, AA y AE (Paraguez, 2012). Por este motivo se considera que para que los estudiantes tengan una mejor com-

prensión del tema de optimización de áreas es necesario que adquiera la habilidad de pensar matemáticamente de estas tres modos: Sintético geométrico (como rectángulos de diferentes tamaños que se pueden descomponer, recomponer y aplicar en otras figuras, para estimar su tamaño), Analítico Aritmético (a través de las fórmulas que permiten calcular el área de los rectángulos, tablas de valores, gráficas cartesianas que expresan las relaciones entre las variables) y analítico estructural (a través de funciones, relaciones funcionales, derivadas de las funciones y lugares geométricos).

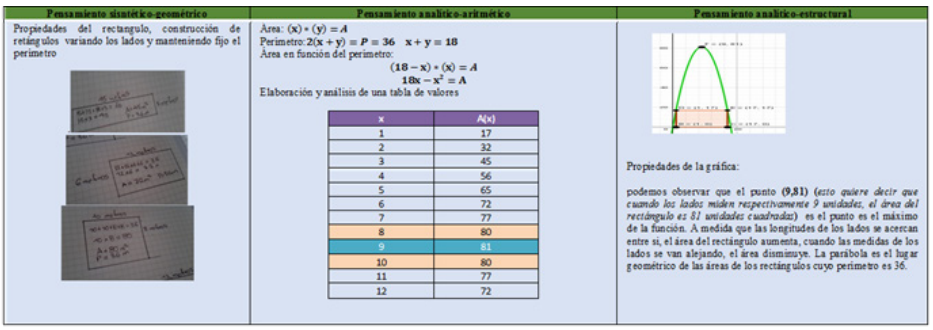


Ilustración 2. modos de pensar la optimización de área

En el desarrollo de la clase se logra evidenciar el transito que tiene los estudiantes de un modo de pensar a otro, para finalmente alcanzar los tres. Pensamiento sintético-geométrico: Se evidencia cuando los aprendientes son capaces de construir una figura geométrica (rectángulo), haciendo variar sus lados y dejando fijo su perímetro (inicio de la clase, conocimientos previos), Pensamiento analítico-aritmético: Se evidencia cuando los aprendientes son capaces de escribir la ecuación del área y perímetro en función de lo que varia y lo que se mantiene constante (trabajo de campo, elaboración de las conclusiones por grupos) y Pensamiento analítico-estructural: Se evidencia cuando los aprendientes logran encontrar regularidades en el cálculo del área del rectángulo, llegando así al resultado esperado en la clase(conclusiones, variaciones en los lados).

Ilustración 3. Desarrollo de la clase

PRINCIPALES CONCLUSIONES

En la reunión realizada a finalizar la clase con los integrantes del semillero y los profesores (etapa de evaluación del estudio de clases) en donde se popuso diseñar el mismo problema pero con números cuadrados menores a 36 (1,4,9,16 y 25) por cuestiones de espacio. En general la clase alcanzó el objetivo inicial, de que los estudiantes pudieran resolver el problema y determinar que el rectángulo de área mayor es aquel que tiene los cuatro lados iguales. Igualmente, para la clase mejorada queda el reto de que los estudiantes creen el modelo de variación y cambio con la función de área de un rectángulo.

Igualmente en el analisis de la clase se ha evidenciado que los aprendientes priorizan la ejercitación y comparación de procedimientos, dando prevalencia al pensamiento analítico aritmético; a pesar de dibujar diferentes rectángulos y dar conclusiones vagas sobre las consecuencias de la variación, se evidencia bastante dificultad en trabajar con cantidades decimales.

Los Principales resultados que se esperan obtener de esta investigación son herramientas tales como Guías de clase, problemas aplicables al contexto y un programa en un sotfware que represente la modelación, con el fin servir como un recurso a estudiantes de Licenciatura en matemáticas y Profesores para que implementen en las aulas de clases.

Referencias

Isoda, M., Arcavi, A., & Lorc, A. M. (2007). El Estudio de Clases Japonés en matemáticas. valparaiso:Ediciones Universitarias de Valparaíso.

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias.

MEN. (2007). mejoramiento del sistema de enseñanza de docentes de matematicas y ciencias naturales. CONVENIO MEN-JICA 2003-2008.

MEN. (s.f.). analisis a priori y resolución de problemas. Obtenido de http://portales.mineduc.cl/usuarios/basica/File/2015/anexon10PresentacionAnalisisAprioriyResoluciondeProblemas.pdf

Paraguez, M. (2012). Teoría los modos de pensamiento: Didáctica de la Matemática. Valparaiso: Instituto de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso-Chile.

Sierpinska, A. (2000). On Some Aspects of Students' thinking in Linear Algebra. En Dorier, J. L.(Eds.), The Teaching of Linear Algebra in Question. Netherlands: KluwerAcademic Publishers.

CB 088

INCORPORACIÓN DE GEOGEBRA EN LA ENSEÑANZA DE CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS PARA INSTITUCIONALIZAR LA SIMETRAL Y EL CIRCUNCENTRO

Guillermo Arancibia; Noemí Pizarro; Constanza Valenzuela
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

guillermo.arancibia@umce.cl; noemi.pizarro@umce.cl ; constanza_v.valenzuela@umce.cl

Uso de los recursos y de las TIC en la enseñanza y aprendizajes de las matemáticas

RESUMEN

Esta propuesta tiene como objetivo analizar y describir, a partir de la contrastación de prácticas docentes, la implementación de geogebra en la enseñanza de construcciones geométricas para institucionalizar los objetos matemáticos de simetral y circuncentro. Se utiliza una metodología cualitativa a través del estudio de caso por medio del Mathematics Teacher's Spealized Knowledge (MTSK). Dentro de los resultados se destaca la importancia desarrollar una con sustento en la argumentación y el razonamiento lógico, la apropiación de conceptos geométricos y sus propiedades y el uso de geogebra, para hacer visible la invarianza del objeto geométrico en conjunto con los estudiantes.

Palabras clave: Geogebra, construcciones geométricas, simetral, circuncentro, práctica docente.

INTRODUCCIÓN

La reflexión sobre la práctica del profesorado es uno de los temas que ha alcanzado mayor relevancia en investigación y formación docente en las últimas décadas, dado que es partir de la reflexión sobre la práctica donde emerge el desarrollo profesional.

Esta investigación pretende contrastar mediante un análisis de las prácticas docentes, dos formas distintas de implementar Geogebra en la enseñanza de construcciones geométricas al momento de institucionalizar objetos matemáticos con estudiantes de enseñanza básica, como la simetral y el circuncentro.

En el marco del proyecto Investigación entre universidad y escuela: "Un análisis sobre el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática por medio de la reflexión conjunta sobre la práctica", se realiza un proceso de práctica conjunta entre profesores, futuros profesores y formadores de profesores en dos cursos de séptimo año de una misma escuela. En esta ocasión sólo nos referiremos a un episodio relevante, que da da cuenta del uso del Geogebra como recurso de enseñanza. De este modo, se analizar analizan y comparan dos casos de estudio respecto al tema de esta propuesta, para finalmente describir la manera en la que es más provechoso el uso de Geogebra en la enseñanza de geometría para conducir aprendizajes significativos en los estudiantes.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La geometría es una disciplina poco trabajada por los docentes en el aula, ya que se destina mayor tiempo a la enseñanza de otras áreas de la matemática, como el álgebra y la aritmética, por lo cual, muchos autores coinciden en que esta ramade la matemática ha perdido importancia y cabida dentro de la sala de clases, lo que perjudica el desarrollo de ciertas habilidades en los estudiantes como la capacidad espacial y la comprensión del mundo que los rodea (Gamboa y Ballestero, 2010; Alemán, 2009; Abrate, Delgado y Pochulu, 2006).

Como consecuencia, es común ver que los docentes presentan dificultades al momento de abordar temáticas relacionadas con la geometría, dónde, la enseñanza de construcciones geométricas se limita sólo a la memorización de fórmulas, definiciones, teoremas, propiedades y a la realización de construcciones mecánicas mediante la repetición de algoritmos (Gamboa y Ballestero, 2010).

A raíz de lo anterior, esta investigación pretende aportar a la mejora de la enseñanza de construcciones geométricas, específicamente, la enseñanza de la simetral y el circuncentro, incorporando Geogebra como un visualizador gráfico para facilitar el aprendizaje de los estudiantes al momento de institucionalizar dichos objetos matemáticos. El problema que surge con esta implementación es el enfoque con el cual el docente utiliza este recurso tecnológico, ya que es bien sabido que el "éxito no radica en el ancho de la banda y ni en la potencia de los ordenadores, sino que radica, como ha sido siempre, en las personas (…) Son las personas las que tienen inteligencia" (Martínez, 2006, p.5), por tanto, es el docente, con sus habilidades y conocimientos, quien determina la manera en cómo se utiliza Geogebra en la enseñanza de objetos matemáticos. Por consiguiente, surge la pregunta de investigación: ¿cuál sería una forma adecuada de incorporar el uso de geogebra en la enseñanza de tópicos de construcciones geométricas para institucionalizar la simetral y el circuncentro, en estudiantes de segundo ciclo de enseñanza básica?, todo esto, a fin de que el aprendizaje que adquieran los estudiantes sea pertinente y significativo.

Para responder a esta interrogante, se trabaja en torno al objetivo de analizar y describir las prácticas docentes en la implementación de Geogebra en la enseñanza de construcciones geométricas para institucionalizar los conceptos y aprendizajes sobre la simetral y el circucentro.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Distintos autores, también el currículo de matemática chileno, postulan que enseñar geometría en la escuela tiene

por propósito principal que los estudiantes describan, entiendan e interpreten el mundo real que viven, desarrollando sus capacidades espaciales y la comprensión del espacio y sus formas. (Villella, 2001; Fabres, 2016 y MINEDUC: Orientaciones Generales para Matemática de 7° Básico a 2° Enseñanza Media, 2018).

Sin embargo, la enseñanza de la geometría observada en la experiencia muestra que se ponen en ejercicio propuestas expositivas, reproductoras de algoritmos y aplicación de fórmulas memorizadas, ausencia de material concreto de apoyo, además del desconocimiento de un modelo didáctico que sustente su enseñanza (Fabres, 2016)

El abordaje de las construcciones de objetos geométricos, muchas de las veces, no se sustenta en características y propiedades geométricas que refleje un conocimiento significativo y profundo por parte del estudiante sobre los conceptos de geometría. Es así como el tratamiento de dichas construcciones se basa en conceptos basados en dibujos y medidas específicas, el uso instrumental de la regla o de una herramienta tecnológica que provee directamente su diseño o dibujo.

Así, cuando se integra algún recurso TIC para apoyar la enseñanza de la geometría se coloca poca atención a los procesos de manejo de los conceptos propios de la geometría y sus características, lo que provoca que en estas construcciones no se visibilicen procesos de invariancia del objeto geométrico. Esto se debe a que el uso de recursos TIC, como Geogebra u otro similar, limitaría la forma de pensar del estudiante que utiliza este recurso – instrumentación de software – determinando el uso instrumental que hace el estudiantes y el docente frente a un ejercicio o problema (Iranzo y Fortuny, 2009).

Esto nos señala la necesidad de que levantar una propuesta de enseñanza de la geometría implementando el uso de una TIC, como Geogebra, que sea realmente adecuada para enseñar construcciones geométricas, en nuestro caso, para la enseñanza de simetral y circuncentro, requiere de un análisis mediante el Conocimiento especializado para el profesor de matemática (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge, MTSK) propuesto Carrillo, Climent, Contreras, Escudero-Ávila., Flores-Medrano, Montes (2014). Este marco comprende el conocimiento del contenido del profesor desde la contribución de Shulman (1986, 1987) y el Mathematical Knowledge for Teaching desarrollado por Ball y su equipo (2008). En este marco teórico se distinguen dos componentes: una referida al conocimiento de la matemática, MK (Mathematical Knowledge), y otra relativa al conocimiento didáctico para enseñar, el PCK. (Pedagogical Content Knowledge).

El MTSK además de ser una propuesta teórica para modelar el conocimiento del profesor de matemática, es una herramienta metodológica, con la cual es posible analizar la práctica. En esta comunicación, sólo consideramos una dimensión, el Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (Knowledge of Mathematics Teaching, KMT) que tiene como foco la enseñanza. En este dominio incluye, entre otros, el conocimiento de los recursos y el uso de ejemplos adecuados tanto en el contenido, como en el contexto y la intención. En esta investigación, queremos analaizar las actividades realizadas con geogebra, como recurso de enseñanza

METODOLOGÍA

Para la realización de esta propuesta se utilizó una metodología de investigación cualitativa, a través del estudio de casos para indagar y describir las prácticas docentes integrando Geogebra al momento de institucionalizar los conceptos de simetral y circuncentro, una por parte de la profesora en formación sin experiencia en el aula y otra por parte de la formadora de profesores, dentro de un contexto de co-docencia entre formadores de profesores, profesoras y la profesores en formación en dos septimos años básicos.

Para indagar las prácticas docentes utilizadas, las clases son videograbadas y posteriormente revisadas y analizada en episodios de enseñanza. Ello permite entender y comprender el conocimiento que los docentes y futuro docente disponen para la enseñanza de la simetral, la forma empleada para incorporar Geogebra en su práctica docente y la conducción de aprendizajes en sus estudiantes con apoyo del software, tanto la futura docente como la formadora

de profesores.

Al disponer de registros videograbados de la clase, la extracción de información se hace de manera minuciosa, registrando episodios críticos o conflictivos, que desde el análisis calmado del investigador se puede entender con detalle lo que allí sucedió (Erickson, 2006).

ANÁLISIS DE RESULTADOS

La planificación y aplicación de las actividades diseñadas para la enseñanza de la simetral y circuncentro, contempla utilizar Geogebra al momento de institucionalizar los conceptos. Aquí se produjeron diferentes episodios conflictivos que permiten analizar la forma en cómo se incorpora Geogebra en la enseñanza de estos objeto matemático, de los cuales consideramos dos episodios relevantes, descritos a continuación, dónde se muestran diálogos entre los estudiantes (Ei), la profesora del colegio (P), la profesora en formación (PF) y la formadora de profesores (FP).

Episodio 1:
Actividad: Como cierre de clase, se resume la construcción de la simetral sobre segmentos realizada durante la clase, y la definición de simetral dada por P, luego se proyecta un triángulo dibujado en Geogebra (con todas las fases preparadas)
PF: Chicos, miren la pizarra, tenemos un triángulo ABC, sobre el segmento AB podemos construir una recta que pase por el punto medio, que es la simetral que ya construyeron con el compás. Esto también lo podemos hacer en los otros lados del triángulo, con el lado AC y el lado CB.
P: Las tres rectas que marcó la PF, ¿qué son y cómo lo saben?
Curso: (a coro) Simetrales.
E1: Por los ángulos rectos y el punto medio.
PF: Estas tres simetrales se juntan en un punto llamado Circuncentro, veamos que, al mover los vértices del triángulo, obtenemos diferente tipos de triángulos, y se pueden dibujar las tres simetrales igual, y además, el circuncentro también está y se mueve.
FP: Si es rectángulo, miren, ¿dónde está el circuncentro?
E4: En el borde.
PF: Entonces, podemos ver que el circuncentro, dependiendo el tipo de triángulo es donde quedando ubicado, a veces fuera del triángulo, adentro o simplemente en un lado del triángulo.
En este episodio se observa que la PF realiza una clase más expositiva y muy dirigida, y que utiliza Geogebra para mostrar lo que va diciendo de manera automática, sin dejar mucho espacio para la reflexión de los estudiantes o que ellos guíen las construcciones realizadas, esto se ve reflejado en que la FP en conjunto con la P deben intervenir para verificar si los estudiantes entienden lo explicado y para hacerles preguntas y guiar su reflexión.

Episodio 2:
Actividad: Como cierre de clase, se resume la construcción de la simetral sobre segmentos realizada durante la clase, y la definición de simetral dada por P, usa Geogebra sin las fases preparadas con antelación en el software.
FP: Chicos, vamos a jugar con el Geogebra, ¿qué hago, una recta, un segmento? (El curso murmura algunos responden “una recta”, otros dicen “un segmento”) Y si hago un triángulo, es un polígono verdad.
Curso: (a coro) Sí.
FP: Voy a dibujar el triángulo ABC, y sobre cada lado vamos a dibujar las simetrales, entonces le digo al Geogebra construye la simetral, pero, ¿cómo se llama la simetral en Geogebra?
E1: Mediatriz.
PF: Entonces dibujo la mediatriz de este lado y aparece, y quiero la de este otro lado hago clic y aparece, y lo mismo en el otro lado, ¿estamos bien? (el curso responde en coro “Sí”), esto es más rápido que nosotros con el compás. Y miren estas rectas se juntan en un punto, y se mueve al modificar el triángulo, ¿qué tipo de triángulo es este, y donde está el punto? (los estudiantes responden a medida que el triángulo se mueve), y ¿ahora? Este punto se llama circuncentro, ¿qué palabra conocen que se parezca a circuncentro, o que empiece con “cir”?

En este episodio podemos ver que la FP realiza una clase dinámica, proponiendo la actividad como un juego, invitando constantemente a los estudiantes a participar en un diálogo conceptual, conduciendo en ellos procesos de reflexión, al momento de construir los objetos geométricos trabajados para la enseñar la bisectriz, interactuando con el software Geogebra y visualizando de manera dinámica las invarianza de objetos geométricos al producir ciertas transformaciones, para finalizar por medio del triángulo rectángulo como referencia: el circuncentro sobre un lado del triángulo, en el interior cuando es un acutángulo y en el exterior cuando es obtusángulo.

CONCLUSIONES

Al utilizar un software de geometría dinámica como Geogebra, como complemento al compás, la enseñanza de construcciones geométricas en estudiantes del Segundo Ciclo de Educación Básica, puede permitir que los aprendizajes sean más significativos y pertinentes, siempre que la planificación y su práctica docente, siempre y cuando, esté basada en criterios de enseñanza tales como:

-Foco en la argumentación y razonamiento lógico

-La apropiación de conceptos geométricos y sus propiedades en la construcción de los objetos geométricos a enseñar

-El uso del software dinámico (Geogebra) con el propósito de hacer visible la invarianza de ciertos objetos geométricos al producir algunas transformaciones

-Conducción de aprendizajes en base a un diálogo e interacción reflexiva profesor – estudiantes, junto con la utilización del software, para discutir y precisar los conceptos geométricos y su construcción, la visualización de su formas, sus propiedades y sus objetos inavariantes.

Como se observa en el segundo episodio, la clase se orienta hacia procesos de aprendizaje geométricos en los estudiantes, bajo una interacción atenta y con sentido por parte del profesor. En la primera estaban todos los pasos construidos, relacionando implícitamente el trabajo de regla y compás con el software, sin dar espacio, a la interacción, sólo a la observación. Para que el KTM emerja de manera adecuada, el software debe utilizarse de manera intencionada para apoyar la argumentación y razonamiento lógico, la apropiación de conceptos geométricos y propiedades y la visualización de las invarianzas del objeto geométrico a enseñar.

A raíz esto, consideramos que es necesario trabajar con Geogebra directamente con los estudiantes, considerando el contexto, donde se intencione que los estudiantes sean partícipes de cada una de las construcciones realizadas, con el fin que comprendan qué se está haciendo y por qué, trabajando en conjunto, donde relacionen las TIC con la regla y el compás, argumenten y comuniquen su conocimiento.

Referencias

Abrate, R., Delgado, G. y Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. Revista Iberoamericana de Educación, 39(1), 1-9. Recuperado de: http://www.rieoei.org/deloslectores/1290Abrate.pdf

Alemán, J. (2009). La geometría con Cabri: una visualización a las propiedades de los triángulos (Tesis de Maestría). Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán: Tegucigalpa M. D. C, Honduras.

Ball, D., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E., y Montes, M. (2014), Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. Universidad de Huelva Publicaciones: Huelva

Erickson, F. (2006) Definition and analysis of data from videotape: some research procedures and their rationales. En J. Green, G. Camili y P. Elmore (Eds.) Handbook of complementary methods in education research (pp. 177-191). Washington, D.C: American Educational Research Association.

Fabres, R. (2016). Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atingente a los contenidos. Estudios pedagógicos, 42(1), 87-105.

Gamboa, R., y Ballestero, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Revista Electrónica Educare, XIV (2), 125-142.

Iranzo, N., y Fortuny, J. (2009). La influencia conjunta del uso de Geogebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. Enseñanza de las Ciencias, 27(3), 433-446.

Martínez, J. (2006). E-learning, tres revoluciones en una: la travesía del desierto. En C. Marcelo, Prácticas de e-learning. España: Octaedro Editorial.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4–14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1–22.

Villella, J. (2001). Uno, dos, tres… Geometría Otra Vez. Buenos Aires: Aique

CB 089

ENSEÑANZA DEL VOLUMEN DESDE EL MATHEMATICS TEACHERS SPECIALIZED KNOWLEDGE

Andrea Godoy Vergara
Universidad Alberto Hurtado

Andi.godoyv@gmail.com

Análisis práctica docente Matemática.

RESUMEN

La presente comunicación tiene como propósito analizar la enseñanza del volumen por medio del Mathemtics Teacher´s Specialised Knowledge. Además de conocer estrategias didácticas y actividades que permitan una mayor comprensión del concepto del volumen por parte de los estudiantes; identificar aquellas dificultades y errores propios del tratamiento del volumen y el rol fundamental en su aprendizaje. Por otro lado, se dará a conocer parte del marco teórico y de la metodología con la cual se realizará la investigación, que como tal y debido a que se encuentra en vías de construcción, no se presentan resultados y conclusiones.

Palabras clave: Volumen, dificultades, estrategia didáctica, investigación acción, MTSK.

INTRODUCCIÓN

En el currículo nacional encontramos los ejes de Geometría y Medición, donde el docente puede utilizar recursos didácticos que permitan desarrollar un aprendizaje en contexto con la realidad de los estudiantes, además de ser un aprendizaje comprensivo que esté basado en el razonamiento y la deducción de los temas planteados. La utilización de recursos y materiales variados que los docentes puedan considerar para la explicación de un objeto matemático, permiten tener una mejor interpretación de los contenidos que abarca esta disciplina.

La siguiente investigación está centrada en la enseñanza del volumen en educación básica y como, a partir de la falta de propuestas para el tratamiento de este objeto matemático, el docente puede propiciar oportunidades de aprendizajes contextualizadas y significativas en los estudiantes. Además, se utilizará el marco teórico "Mathemtics Teacher´s Specialised Knowledge", para analizar dichas oportunidades de aprendizaje y como el conocimiento del docente posee un rol fundamental en el logro de los estudiantes.

ANTECEDENTES

Uno de los primeros acercamientos para la enseñanza del volumen, fue propuesto por Piaget (1948, citado por del Olmo et al., 1993), quien realiza una de las principales contribuciones: las propiedades de conservación y transitividad. La conservación se remite a las cualidades invariantes de ciertos objetos cuando se ejercen transformaciones sobre ellos. Por otro lado, la transitividad, consiste en establecer la igualdad de medidas entre dos objetos gracias un instrumento de medición.

Otro de los problemas que presenta el tratamiento del volumen, tiene estrecha relación con el aprendizaje del concepto mismo y su correspondencia con la capacidad, lo que provoca que ambos conceptos tiendan a confundirse. Por este motivo Olmo (1993, pp. 98) plantea que la relación entre capacidad y volumen es compleja, por ello debemos distinguir entre "capacidad como espacio creado (espacio vacío) y volumen como espacio reclamado (espacio ocupado)"

Potari y Sipiliotopoulou (1996), citado por (Sáiz Roldán,1999) realizaron un estudio que reporta que tanto la forma como el estado del cuerpo a medir influyen en la concepción de volumen en los estudiantes. Ellos plantean "que la visión geométrica del volumen se enfoca en su medición, en particular, en el resultado numérico, y despoja al objeto de sus características físicas."

Como se logra apreciar en la literatura revisada, varias de las investigaciones abarcan las dificultades presentes en el proceso de enseñanza aprendizaje del volumen. Muchas de estas, demuestran que el tratamiento con el que se trabaja el volumen puede desarrollar algún tipo de obstáculo en el aprendizaje de el mismo en los estudiantes. Motivo de lo anterior, se presenta a continuación algunos obstáculos que se pueden desarrollar en el tratamiento del concepto de volumen por parte de los estudiantes.

Obstáculos Ontogénicos del volumen

Para Piaget (1960), citado por (Sáiz Roldán,1999), los significados que desarrollen los estudiantes sobre un concepto como el volumen y su conservación dependerán directamente de la edad que posean al momento de ser trabajados. Para el, entre los siete y once años se logra comprender el concepto de volumen interno. En cambio, entre los doce y trece años se logra comprender los conceptos de volumen ocupado y desplazado.

Obstáculos Didácticos del volumen

Kerslake (1976), citado por (Saucedo, Carbó, & Mántica, 2009), cree que para los estudiantes es más sencillo comprender la noción de volumen interior (lo que puede contener una caja) que la noción de volumen exterior (el espa-

cio que ocupa una caja). Esto debido a que por lo general se presentan los mismos esquemas para enseñar ambos modelos, y, por lo tanto, los estudiantes no poseen la oportunidad de distinguir, de manera clara, quedándose con la idea de que ambos corresponden a lo mismo.

Obstáculos Epistemológicos del volumen

Vergnaund (1983), citado por Sanmiguel Suárez & Salinas Portugal (2011), plantea la comprensión multiplicativa del volumen. Él explica que el volumen puede ser estudiado como magnitud unidimensional o como magnitud tridimensional. La estructura multiplicativa presente en el volumen como magnitud tridimensional es aquella que puede ser obstaculizada por las estructuras aditivas trabajadas con anterioridad en el perímetro.

Problemática

A partir de los datos presentados y considerando los objetivos de aprendizajes que abordar el trabajo con el concepto de volumen durante la enseñanza básica, se logra demostrar que el aprendizaje de este objeto matemático es un proceso complejo. Es por esto por lo que se analizaron los resultados obtenidos por Chile en las diferentes pruebas de medición de enseñanza, como lo son TIMMS y PISA, en relación con los aprendizajes del volumen. Según lo propuesto por Serey "en estas evaluaciones, se evidencian bajos resultados en los aprendizajes relacionados con el volumen, en relación con los demás países evaluados" (2017)

Por otro lado, se observa que en los resultados entregados por TIMMS (2011), citado por Serey M. (2017), solo se obtuvo un 16% de respuestas correctas en la resolución de problemas que involucran llenar una figura tridimensional con bloques paralelepípedos, de un promedio internacional del 25%.

En cambio, en la prueba PISA, (OCDE, 2013, p.40) citado por Serey M., (2017), se entregan resultados de la subescala "Espacio y forma", en la cual un 22% de los estudiantes chilenos logran superar el nivel 2, aunque solo el 2% alcanza a llegar a los más altos niveles de dificultad (el nivel 1 corresponde a competencias elementales y el nivel 6 corresponde a competencias más desarrolladas).

Es a partir de esta realidad, las dificultades presentes en los profesores al momento de enseñar el objeto de volumen, la cual lleva a preguntarse ¿son las actividades utilizadas para el tratamiento del volumen, óptimas para el logro de su aprendizaje? ¿En Las estrategias utilizadas para la enseñanza del volumen, se previenen el desarrollo de obstáculos en el aprendizaje de este objeto?

OBJETIVOS

Para dar respuesta a la problemática antes mencionada, se plantean los siguientes objetivos para la investigación.

Objetivo general

Analizar la práctica docente para la enseñanza del volumen en estudiantes de entre 10 a 11 años, por medio del Mathematics Teacher´s Specialised Knowledge.

Objetivos específicos

- Construir una secuencia didáctica para la enseñanza del volumen en estudiantes de entre 10 a 11 años.
- Implementar una secuencia didáctica para la enseñanza del volumen en estudiantes de entre 10 a 11 años.
- Determinar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas.

MARCO DE REFERENCIA.

El marco teórico para el análisis del estudio es el MTSK (por las siglas en inglés de Mathematics Teachers' Special-

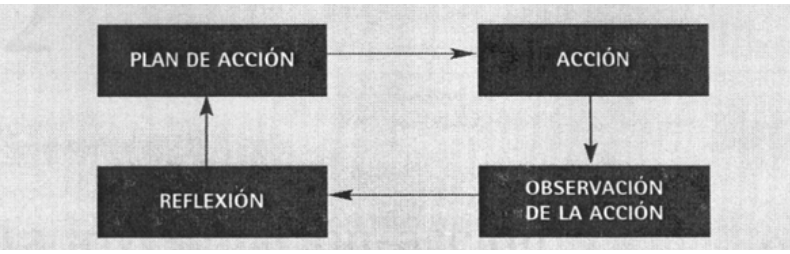
ized Knowledge), cuyo sustento es el conocimiento del profesor y, es a la vez, el producto del desarrollo profesional del profesor gracias a la reflexión sobre su propia práctica.
El MTSK, desarrollado en la Universidad de Huelva, España, comprende el conocimiento del contenido del profesor desde la contribución de Shulman (1986, 1987) y el Mathematical Knowledge for Teaching (MTK) desarrollado por Ball y su equipo (2008). Además de ser una propuesta teórica para modelar el conocimiento del profesor de matemática, es una herramienta metodológica, con la cual es posible analizar la práctica del maestro de matemática por medio de dos componentes: el, MK (Mathematical Knowledge) referido al conocimiento que tiene el profesor de las matemáticas como disciplina científica en un contexto escolar, y el PCK (Pedagogical Content Knowledge) relativo al conocimiento del contenido matemático como objeto de enseñanza – aprendizaje. (Flores, Escudero, & Aguilar, 2013)
Desde la mirada del MTSK, el conocimiento profesional sustenta el desarrollo del maestro, y además es el producto de este desarrollo y la reflexión sobre su práctica, que transcurre tanto fuera como dentro del aula (Climent et al.,2014, p. 42). De este modo, el docente es un resolutor de problemas profesionales, es decir, problemas que se relacionan con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (Climent, 2005). Por lo tanto, es el docente quien formula y refina los problemas profesionales, y mediante la investigación- acción, busca posibles respuestas. A partir de lo anteriormente expuesto, se considera indispensable comenzar a propiciar espacios de discusión y reflexión sobre las prácticas en el aula de matemática, por medio de diversos medios que construyan una comunidad de enseñanza para el aprendizaje.

De acuerdo con los objetivos presentes en la investigación, el MTSK, permitirá reflexionar entorno a las prácticas y a su quehacer docente, desde la construcción secuencia didáctica en relación con el conocimiento didáctico de la matemática, desde su aplicación en relación con su conocimiento pedagógico, hasta la reflexión de su práctica en relación con su conocimiento disciplinar de la matemática.

METODOLOGÍA

No todas las metodologías de investigación sirven para indagar la práctica profesional; dependerá de los propósitos y de las metas que se deseen alcanzar, por este motivo fue necesario elegir aquella en la cual, su finalidad sea mejorar, innovar y comprender los contextos educativos, teniendo como meta la calidad de la educación; correspondiendo así, a la investigación-acción.

Según Bausela Herreras (2004) lo fundamental en la investigación-acción es la exploración reflexiva que el profesional hace de su práctica, la planifique y sea capaz de introducir mejoras progresivas.
La investigación-acción se defiende, pues, como una investigación en la escuela y desde la escuela, realizada por los docentes con el fin de dar respuesta puntual a las situaciones problemáticas que tienen lugar en el aula.



Cuadro 1. Ciclo de la Investigación acción (Latorre, 2003).

El cuadro 1 muestra el ciclo de la investigación-acción, donde el proceso de reflexión en la acción se constituye en un proceso de investigación en la acción (Latorre, 2003). Se observa que el ciclo de la investigación se configura en torno a cuatro momentos o fases: planificación, acción, observación y reflexión. El momento de la observación, la recogida y análisis de los datos de una manera sistemática y rigurosa, es lo que le otorga el rango de investigación.

“La relación entre estos momentos es dinámica y espiralada. Si bien a los fines de presentación y análisis se los enuncia sucesivamente, y existe un punto de partida que es la formulación del problema a investigar, cada uno de estos momentos presupone el siguiente que, a su vez, está determinado por el anterior” (Sagastizabal & Perlo, 2006)

POSIBLES CONCLUSIONES

Se espera que los antecedentes anteriormente presentados provean de sustento una investigación sobre la práctica docente, que fomenten desarrollar la figura de un profesor investigador cuestionando su quehacer docente constantemente. Además de fomentar mejoras en la enseñanza y permitir el desarrollo de variadas y diversas estrategias para el tratamiento del volumen, para mejorar así, las relaciones de Complejización de dicho objeto matemático durante sus tratamientos en los distintos niveles escolares.

Referencias

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What makes it Special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407.

Bausela Herreras, E. (2004, 01 14). LA DOCENCIA A TRAVÉS DE LA INVESTIGACIÓN–ACCIÓN. Iberoamericana de Educación, 35(1), 1-9. Retrieved from https://rieoei.org/RIE/article/view/2871

Clements, D., & Sarama, J. (2014). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. NY & London: Routledge.

Climent, N. (2005). El desarrollo profesioinal del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la Matemática. Michigan: Proquest Michingan University.

Flores, E., Escudero, D., & Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. Bilbao: SEIEM.

Latorre, A. (2003). Cuadro 3. Ciclo de la investigación- acción. In A. Latorre, La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa. (p. 21).

Olmo, M., Moreno, M., & Gil, F. (1993). Superficie y Volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? Madrid: SINTESIS S.A.

Rodríguez, G., Gill, J., & García, E. (1999). Metodología de la investigación cualitativa. España.

Sagastizabal, M. Á., & Perlo, C. (2006). La investigación-acción como estrategia de cambio en las organización. Buenos Aires: STELLA.

Sáiz Roldán, M. (1999). El volumen ¿Por dónde empezar?

Sanmiguel Suárez, M., & Salinas Portugal, M. (2011). DIFICULTADES EN EL RAZONAMIENTO DEL ALUMNADO DE 2° DE ESO RELACIONADAS CON EL CONCEPTO DE VOLUMEN Y SU MEDIDA. Universidad de Santiago de Compostela.

Saucedo, G., Carbó, A., & Mántica, A. (2009). Volumen ¿Qué se necesita conocer para enseñarlo? Revista de Educación Matemática.

Serey, N. (2017). CONCEPCIONES DEL CONCEPTO VOLUMEN EN ESTUDIANTES DE PRIMERO MEDIO. Trabajo de graduación., Universidad Alberto Hurtado, Santiago, Chile.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. American Educational Research Association, 15(2), 4 -14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Fonundations of the new reform. Harvard Educational Review, 1-23.

CB 090

LAS COMPETENCIAS DE ALUMNADO PAQUISTANÍ EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS AL TRABAJAR COOPERATIVAMENTE

Atif Lodhi, Beatriz Cantero.
Universidad Católica del Maule, Universidad de Barcelona.

alodhi@ucm.cl, beacanteror@gmail.com

Etnomatemática y Estudios socioculturales en Educación Matemática

RESUMEN

El objetivo de este estudio es investigar el rol del lenguaje durante la resolución de actividades matemáticas de estudiantes paquistanies escolarizados en Cataluña, España y detectar cuales son las dificultades y estrategias que usan durante la resolución de actividades matemáticas realizadas en una lengua que no es su lengua materna. Para ello se realizó un taller con 4 estudiantes y se observó la lengua utilizada durante las interacciones en pareja y las competencias matemáticas logradas en una evaluación posterior. Los resultados ponen de relieve la utilidad del trabajo cooperativo y el uso de la primera lengua.

Palabras clave: Competencias matemáticas, resolución de problemas, trabajo cooperativo, bilingüismo.

INTRODUCCION

Las migraciones, cada vez más frecuentes, producen el aumento de aulas multiculturales a nivel mundial, por lo que en esta investigación trabajamos con estudiantes de origen migrante. Entendemos las matemáticas como una construccion social y cultural, por lo que la inclusión del bilingüismo en las aulas, enriquece la visión de la educación ampliando las perspectivas de aprendizaje. Compartimos una visión didáctica de la matemática que favorece la metacognición y el protagonismo de las personas participantes en su propio aprendizaje. La reflexión y regulación en una comunidad de aprendizaje de su propia práctica diaria, puede ser de gran utilidad en la transferencia al programa docente y de la integracion de alumnado paquistaní a las aulas del sistema educativo catalán

Sabemos por distintos estudios que los alumnos, donde presentan más dificultades respecto al conocimiento de la lengua y de las matemáticas es en la resolución de problemas, por ello planteamos la realización de un taller, para permitir la interacción del alumnado paquistaní de modo cooperativo resolviendo problemas de tipo algebraico (ecuaciones matemáticas), debido a que el trabajo entre pares, nos proporciona un espacio privilegiado para apoyar al alumnado de origen paquistaní.

MARCO TEORICO

En este trabajo nos basamos en varios autores que ha estudiado el pensamiento algebraico, como Ladson-Billings, 1998 y las dificultades que presentan los estudiantes (Kieran 1992); Kilpatrick et al 2001). Por otra parte, la resolución de problemas juega un importante papel en el desarrollo del álgebra y su enseñanza (Chevallard, 1989; Bell, 1996; Bednarz & Janvier,1996). Sabemos que el uso de la primera lengua en estudiantes de familias que han migrado, facilitan su aprendizaje, tal y como reportan distintos autores (Planas, 2014; Clarkson, 2009; Barwell 2009).En Cataluña, el Departament d'Ensenyament ha elaborado el currículo de matemáticas de la educación secundaria obligatoria (Serramona i Burgués, 2013).En él, explica las competencias matemáticas de cada etapa, graduadas por niveles. En la dimensión propuesta para esta investigación: Resolución de problemas, se detallan 4 competencias: 1. Traducir un problema en lenguaje matemático o una representación matemática utilizando variables, símbolos, diagramas y modelos adecuados.2. Emplear conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para resolver problemas.3. Mantener una actitud de búsqueda ante un problema ensayando estrategias diversas.4. Generar preguntas de tipo matemático y plantear problemas.

METODOLOGIA

El estudio ha optado por una metodología cualitativa etnográfica de estudio de casos. Se implementó un taller que contó con 12 sesiones sobre la resolución de actividades matemáticas algebraicas, centrado en resolución de ecuaciones, el uso de la lengua y las dificultades del alumnado, en que participaron voluntariamente 4 estudiantes paquistaníes de 3º curso de secundaria escolarizadas en Barcelona (equivalente a 1º medio en Chile). Las estudiantes trabajaron individualmente y en parejas resolviendo actividades matemáticas y se registraron las interacciones entre cada pareja. Analizamos las competencias de acuerdo a los criterios del Departamento d'Ensenyament de Catalunya (niveles 1,2, y 3). El objetivo de estas actividades de aprendizaje era desarrollar competencias básicas de resolución de problemas, centradas en la comprensión y planteamiento de las ecuaciones y se analizó también su resolución para ver si cometían errores de ejecución. Estas actividades fueron seleccionadas a partir de diferentes propuestas educativas del currículum escolar y fueron validadas por un grupo de expertos.

RESULTADOS

Trabajo cooperativo

El problema planteado a cada pareja que analizaremos es :"La suma de las edades de dos amigos es 44. Sabemos que uno de ellos es 2 años más grande que el otro. Averigua la edad de cada uno y explica como lo has hecho."

Observaciones del investigador

Las alumnas leen bien la actividad y entienden lo que hay que hacer, pero cuando tienen que escribir una ecuación, tienen dudas sobre como hacerlo. Están confundidas con el uso de las operaciones implicadas. Deben escribir una ecuación correcta y dialogan sobre la manera de hacerlo. Una de ellas, cuando ve que no tiene claro como hay que hacerlo, trata de resolverlo calculando mentalmente por aproximación, e intentando diferentes estrategias para resolver la actividad, en diálogo con la otra alumna.

Primero hace la división de 44 en dos partes (porque son dos amigos). Uno tiene dos años más que el otro, lo primero que hacen es restar dos años de la edad de un amigo y sumar a la edad del otro. Cuando hacen esto, se dan cuenta que la diferencia no es 2 años sino 4 años. Luego de este intento, una de ellas dice que uno tiene 20 años y el otro tiene 22 años pero la suma de dos no da 44. Luego intentan con 26 y 20 y restan 2 de 26 que les da 24, luego le suman al 20 al resultado que es 46 y ven que no puede ser. Están probando siempre con 2. Al final prueban con 1 a ver que pasa con la primera propuesta de 22 años cada uno. Restan 22 menos 1 y suman 1 al otro 22. Al sumar los dos, les da 44. Están alegres porque obtienen el resultado correcto, 21+23 = 44 y la diferencia entre ellos es 2 años. Luego escriben la ecuación que anteriormente dudaban. En el diálogo una argumentaba más que la otra, pero cuando tuvieron clara la ecuación, la segunda alumna lo resolvió con lápiz y papel. Aquí vemos como la lengua les ayuda durante la resolución de la actividad, pues el el curso del diálogo que empezo en castellano, cambian a urdú cuando se encuentran con dificultades, para analizar el problema desde otra perspectiva.

Competencias
Se realizó una evaluación individual de competencias como segunda parte del taller, el problema que analizaremos es:

ACTIVIDAD 2: Mi abuela está enferma y el médico le ha recetado 2 cajas de medicamento de doce pastillas cada una. Ha de tomar una pastilla cada 8 horas. ¿Cuántos días durará su tratamiento?

Actividad 2				
Alumnas	R	S	Z	A
Competencia 1 : Comprensión del enunciado.	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 1	Nivel 2
Competencia 2: Utilización de conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas	Nivel 0	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 3
Lengua utilizada	urdú	inglés	Catalán	Catalán

Tabla 1: Resumen por nivel de competencias y uso de la lengua de la segunda actividad

A modo de ejemplo, mostramos a una alumna, A: La alumna A lee correctamente la actividad y mediante un dibujo de dos cuadrados representa los datos: escribe 12 (pastillas) dentro de cada uno y despues realiza la suma (24). Ademas une con una fecha uno de los cuadrados que ha dibujado y escribe 8h (significa 8 horas). Primero reporta para un dia cuantas pastillas debe tomar y despues de eso, como ella sabia que en total tiene 24 pastillas, y sabia las pastillas que toma en un dia, usa la tabla de 7 hasta tres y encuentra el valor 21, esta alumna tiene dificultades con las multiplicaciones y se sabe la tabla de 7 por eso la usa . Luego se da cuenta que aun le quedan 3 pastillas que corresponden a 1 dia, hace la suma de un dia mas y escribe el resultado de 8 dias.

En esta actividad las alumnas tuvieron más dificultades y requirieron más tiempo. Dos alumnas lo hacen correctamente y lo explican utilizando catalán, e inglés, las otras dos no explican como llegaron al resultado.

CONCLUSIONES

Se aprecia una heterogeneidad de logro de competencias en las 4 estudiantes, resalta también el uso de 3 lenguas para la realización de las mismas (urdú, catalán,inglés), lo que facilita su desarrollo. Permitir el uso de la lengua materna mejora la comunicacion e interaccion entre parejas, por lo que se sugiere favorecer el trabajo cooperativo entre estudiantes migrados.

Referencias

Barwell, R. (2009). Multilingual in mathematics classrooms: An introductory discussion. In R.Barwell (Ed.), Multilingualism in mathematics classrooms: Global perspective (pp. 1-14). Clevedon, UK: Multilingual Matters.

Bednarz, N., & Janvier, B. (1996). Emergence and Development of Algebra as a Problem-Solving Tool: Continuities and Discontinuities with Arithmetic Approaches to Algebra Mathematics Education Library Volume 18, 1996, pp 115-136.

Bell (1996). Problem- solving approaches to algebra: two aspects. In Bemarz et al (eds) Approaches to Algebra. Kluwer Academic Publishers.

Burgues, C., & Serramona, J. (2013). Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Generalitat de Catalunya Departament d'Ensenyament. http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Home/Departament/Publicacions/Col_leccions/Competencies_basiques/competencies_mates_ESO.pdf.

Chevallard, Y. (1989). Le Passage de l'arithmétique a l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collége. Petit X, 19, 43-72.

Clarkson, P.C. (2009). Mathematics quality teaching in Australian multilingual classrooms: Developing a relevant approach to the use of classroom languages. In R. Barwell (Ed), Multilingualism in mathematics classrooms. Clevedon, UK: Multilingual Matters.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester, Jr., (Ed.),Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 707-762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics, National Academy Press, Washington, DC.

Ladson-Billings, G. (1998) Just what is critical race theory and what's it doing in a nice field like education? Qualitative Studies in Education, 1998, VOL. 11, NO. 1, 7-24.

Planas, N. (2014). One speaker, two languages: learning opportunities in the mathematics classroom. Educational Studies in Mathematics, 87(1), 51-66.

CB 091

LA HABILIDAD DE ARGUMENTAR, ANÁLISIS DE UNA CLASE

Claudia Montalba Poblete
Universidad de Concepción

claumontalba@gmail.com

Habilidades escolares en Educación Matemática

RESUMEN

En este trabajo se hace un estudio de una clase de matemática en un sexto básico de un colegio particular subvencionado en la ciudad de Concepción, en la cual se presenta una tarea de tipo abierta, correspondiente a la unidad de ángulos, eje Geometría, cuyo propósito es provocar a los estudiantes a contribuir de tal forma que sean capaces de conjeturar para establecer una propiedad. El segmento de contribuciones de los alumnos es grabado, para posteriormente ser analizado y codificado de manera emergente mediante el software ATLAS. ti, y finalmente clasificar dichas contribuciones en explicaciones, pseudoargumentaciones y argumentaciones.

Palabras clave: Contribución, Ángulos, Explicación, Argumentación.

INTRODUCCIÓN

En el currículo escolar de matemática chileno, se plantea que además de los conocimientos, los estudiantes también deben formarse en habilidades matemáticas. Entre las habilidades declaradas se encuentra la de argumentar y comunicar, que se describe en el programa de estudio, como "la habilidad de argumentar se expresa al descubrir inductivamente regularidades y patrones en sistemas naturales y matemáticos y tratar de convencer a otros de su validez". Sin embargo, las orientaciones ministeriales a través de los planes y programas, como también se refleja en los textos escolares entregados, no dan orientaciones claras de cómo abordarlas en el aula escolar de matemática. Esto deja a disposición de los profesores la elección de las mejores estrategias para alcanzar el cumplimiento de dichas habilidades. De lo anterior, es posible preguntarse: ¿cómo provocar contribuciones en los estudiantes a partir de una tarea?, dada una tarea abierta ¿los estudiantes son capaces de plantear habilidades? ¿son capaces de implementar habilidades matemáticas?, en particular ¿los estudiantes son capaces de otorgar explicación, pseudo-argumentación y/o argumentación?

Para esto, se planteó una tarea de tipo abierta para analizar el tipo de contribuciones de los estudiantes, y si a través de ella son capaces de llegar a conjeturar una propiedad, del eje Geometría, en relación a la medida de los ángulos opuestos por el vértice.

Para analizar esta situación, se grabará una clase en un colegio particular subvencionado de Concepción, específicamente a un sexto básico. Este curso fue seleccionado, ya que al inicio del segundo semestre de este año se comenzó a trabajar con ellos la metodología ARPA, durante tres horas semanales, que consiste en formar a los alumnos en grupos de tres personas, elegidas al azar, y se les entrega un problema o ejercicio, al inicio de la clase, que deben intentar resolver entre ellos, discutiendo las posibilidades y formas de solución. Luego, se escogen dos grupos al azar, y un representante de cada grupo debe explicar en la pizarra la estrategia que utilizó para resolver el problema, provocando participación e interacción entre los estudiantes.

Posteriormente, el video de esta clase será codificado de manera emergente, utilizando el software ATLAS.ti para analizar los resultados, los que serán presentados en este informe.

MARCO DE REFERENCIA

Desde la segunda mitad del siglo pasado, los estudiosos de la argumentación profundizan en la concepción de la argumentación como práctica, como cierto tipo de actividad más o menos regulada. Esta perspectiva puso de manifiesto el rasgo de "explicitud" a la concepción tradicional de la argumentación como "razonamiento". Ello ha supuesto también importantes consecuencias para la noción misma de razonamiento: el modo en que la argumentación hace explícito el razonamiento no es la mera "comunicación de pensamientos", por así decirlo. Más bien, cabría entender que es la argumentación la que hace posible el razonamiento, al instituirlo como actividad que otorga validez. La argumentación constituiría, en realidad, una condición de posibilidad del razonamiento. O, dicho de otro modo: razonamos porque tenemos la práctica de argumentar con otros. (Bermejo, s.f.)

Para abordar el concepto de argumentación, es de gran utilidad conocer el significado de explicación. Balacheff (2000), utiliza este término como una idea primitiva de la cual derivan las de prueba y demostración. Para él, la explicación es un discurso que pretende ser considerado verdadero, pero que no está probado.

Duval (1993), por su parte, establece una distinción entre explicación y argumentación. En la argumentación se trata de mostrar como verdadera una proposición, mientras que, en la explicación, los enunciados son una descripción de un fenómeno, resultado o comportamiento.

La argumentación y la explicación comparten el esquema básico de paso de una premisa a una conclusión, pero se diferencian en las razones que validan este paso. En la argumentación, las razones comunican su fuerza a las

afirmaciones, convirtiéndolas en argumentos y haciendo del enunciado final una conclusión, mientras que en la explicación las razones tienen una función descriptiva al presentar el sistema de relaciones en las que la premisa se produce. (Planas y Morera, 2012)

Cabe señalar que la argumentación es un tipo de razonamiento en el cual se destaca el lenguaje común, ya que se argumenta, o se justifica, con el lenguaje propio de cada persona. Pero ¿qué significa justificar?; para Duval (1999), la justificación tiene que ver con la producción de razones que deben tener valor en relación con la afirmación que apoyan.

Para este estudio se entenderá como explicación a un tipo de discurso que describe una afirmación, sin validarla o refutarla; revelación de la causa de una idea. En cambio, una argumentación matemática, se entenderá como un tipo de discurso que tiene por objetivo determinar la veracidad o falsedad de una afirmación o idea. Y como pseudoargumentación, se entenderá como una idea incompleta, planteando juicios, que se orientan de manera correcta, pero que carecen de completitud o bien, que carecen de conocimiento matemático; sino más bien lo expresan desde conocimiento puro propio.

Estas definiciones se basan en los descriptores relacionados con los conceptos de explicación y argumentación, que entregan dos pautas diseñadas para la observación de clases de matemática: Pauta MateO y MQI. La Pauta MateO fue diseñada respondiendo al contexto de aulas chilenas, y considera desde su construcción la devolución y retroalimentación a los profesores, que incluye indicadores generales y específicos para la enseñanza y el aprendizaje. De estos indicadores nos basamos en específico en el de “Promoción del Pensamiento”.

Por otro lado, la pauta MQI (Calidad Matemática de la Instrucción), es una rúbrica de observación alineada con un núcleo en común que proporciona un marco para analizar la clase matemática en varios dominios. En particular para este estudio, el dominio de “Riqueza de las matemáticas” indicador “Explicaciones”.

METODOLOGIA

Este estudio se realiza con estudiantes de sexto básico, de un colegio particular subvencionado de la ciudad de Concepción. Con ellos, se utiliza la estructura de gestión de la metodología ARPA (Activando Resolución de Problemas en Aula), desde comienzos del segundo semestre del año en curso. Dicha metodología se trabaja en forma grupal, con tres estudiantes, que cada semana van rotando de forma aleatoria, para permitir la interacción entre todos.
La clase que será analizada corresponde a la tercera de la unidad de Geometría, cabe mencionar que en la primera ellos conocieron el concepto de ángulo y su clasificación según la medida; y en la segunda clase construyeron cada uno de esos ángulos con transportador.

En la clase en estudio, luego de organizar los grupos de trabajo, se les presenta una tarea matemática abierta, en la pizarra, que consiste en dos rectas que se intersectan en un punto, y se escribe la medida de sólo uno de ellos correspondiente a 77º, como se muestra a continuación.

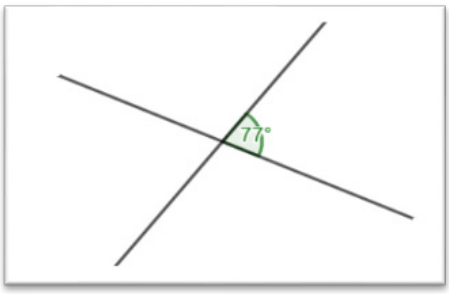


Figura 1

A partir de esta imagen, se les pide que encuentren las medidas de los tres ángulos restantes, sin más intervención de la profesora que lo dibujado en la pizarra.

La intención de esta tarea es provocar a los estudiant es a ser capaces de conceptualizar una propiedad de ángulos, que corresponde a la medida de ángulos opuestos por el vértice, que ellos desconocen. La idea fundamental es ver si los estudiantes contribuyen en la tarea, luego analizar sus producciones, codificarlas de manera emergente con el uso del software, y clasificarlas en explicaciones, pseudoargumentaciones o argumentaciones, según su razonamiento.

RESULTADOS PRELIMINARES

Descripción general de la clase

Dado el ejercicio, se otorgaron 15 minutos de análisis grupal, durante los cuales la profesora evidenció el avance de cada grupo, notando que todos lo tenían resueltos en forma correcta, a excepción de dos grupos cuyo ejercicio estaba terminado, pero de manera errónea. A estos dos grupos se les pidió que pasaran a la pizarra a explicar su procedimiento de resolución, y que cada grupo escogiera al representante para dicha labor.

Ambos comienzan a dibujar la figura dada, completando con las medidas encontradas, y dando a conocer con sus palabras (lenguaje natural y matemático) el porqué de las medidas, guiados por preguntas constantes de la profesora.

Las producciones de los estudiantes en la pizarra tuvieron una duración total de 19 minutos, con intervenciones de los representantes de los grupos elegidos y de alumnos de otros grupos que quisieron participar, sin intervención de la profesora, sino que voluntariamente.

Al terminar de completar los datos en la pizarra, se pide a cada grupo que describa por qué estima las medidas encontradas como adecuadas. Se escucha a cada representante, y se comienza con preguntas guiadas para que relacionen con lo aprendido de la clasificación de ángulos, de tal forma que noten que sus respuestas están erradas, y así mismo logren resolverlo de manera correcta en el momento. Esto con intervenciones de otros compañeros, y constantes preguntas de la profesora, sin validar ni corregir ninguna respuesta.

En el transcurso del segmento descrito, los alumnos manifiestan diversas contribuciones, consideradas como afirmaciones por ellos, con la diferencia de que algunas presentan conocimiento matemático y otros no.

Evidencia de explicaciones, pseudoargumentaciones y argumentaciones

Al analizar la sección de la clase grabada, se clasificó las contribuciones de los estudiantes en explicaciones, pseudoargumentaciones y argumentaciones, considerando las definiciones entregadas previamente. Evidencia de esta clasificación, se muestra en la siguiente tabla, en la cual las producciones de los estudiantes siguen los códigos: (EX) explicaciones, (PS) pseudoargumentaciones y (AR) argumentaciones.

Tabla 1

CÓDIGO	TRANSCRIPCIÓN
EX	P: ¿Y por qué tú dices que cada uno de ellos tienen esas medidas?
	E1: Porque con mi grupo pensamos que todo esto tendría que medir 360. (señalando el ángulo completo)

PS	P: E2, ¿tú qué opinas respecto a que tiene que ser un ángulo de 360º?
	E2: Yo encontraría, no sé si está bien, que sería 360 porque puede dar la vuelta completa.
AR	E3: Como ustedes pueden ver, un ángulo completo es de 360º, y si yo sumo todo, ehh, vamos a sumarlo mejor… (los suma) …es 360º.
AR	P: Ahora, eh, ¿por qué es 103 en particular ése? ¿cómo sacaste ese valor?
	E3: Ya, es que yo sumé 77 más 77 y formaba... (suma) …154, y después, donde el completo es 360, resté 360 en 154 y formaba… (los resta) …206, pero después lo dividí por 2 y formó 103. (Comprueba algorítmicamente)
AR	P: ¿Qué me hace pensar eso, que son del mismo tamaño? (refiriéndose a los ángulos opuestos) ¿cómo sabemos eso? ¿una explicación que me fundamente? ¿E4? (E4 se encontraba levantando la mano)
	E4: Que cuando, por ejemplo, si hubiéramos hecho la mitad del círculo, ehh, tendría 180, entonces tendríamos que sumar 77 más 103, que si hacen 180 es porque, eso.
EX	P: Pero ¿por qué el 77 de allá (refiriéndose al único dato dado) yo lo repito abajo? (señalando el opuesto)
	E4: Porque el 180 también tiene que ser abajo.
PS	P: Ya, a ver E5. (Se da la palabra a E5 que está levantando la mano)
	E5: Eh, es que acá es una sola línea cruzada entre medio, entonces si uno hiciera ése que supuestamente debería estar correcto no podría porque ése como mide menos que el de allá, debería estar un poquito más cerrada, entonces no sería exacta una línea muy derecha.
	P: ¿Lo podrías explicar marcando? (Refiriéndose a marcar en la pizarra)
	E5: Bien, se supone que es una línea de, ésta con ésta deberían ser derechas.
	P: Ya, rectas.
	E5: Sí, pero ¿se dieron cuenta que éste es menos que éste? (mostrando un par de ángulos opuestos dibujados por la E1, que eran de distinta medida). Es un ángulo un poquito más chiquitito, debería ser un poquito más al lado y no quedaría muy derecho.
AR	P: ¿E4 tú podrías explicar lo que dijiste? ¿marcando? (Se pide a E4 que explique marcando en la pizarra lo anterior)
	E4: Acá, ehh, éstos (señalando los ángulos superiores), ambos tienen que sumar 180, porque, o sea, si yo hubiera sacado los de abajo tendría que ser 180 porque sería un ángulo extendido.
EX	P: Tengo el de arriba, 103, ¿verdad?, ¿el de abajito? (refiriéndose a cuánto mide el suplementario que está bajo esa medida)
	E1: 77
	P: Y ¿por qué yo deduzco que es 77?
	(Interviene E6)
	P: ¡Fuerte E6!
	E6: Porque si los sumo da 180.

AR	P: ¿Alguien lo puede explicar? ¿Con sus palabras ahora, lo que acabo de decir?
	E6: Se supone que éste forma un ángulo completo (muestra dicho ángulo), luego tengo que saber cuánto mide éste, éste y éste (señalando los tres ángulos desconocidos), porque sólo me dieron éste (señalando el ángulo dado en el ejercicio: 77º). Y si uno mira, eh ve, éste es un ángulo extendido (señalando cada par de ángulos, uno superior e inferior por ambos lados). Entonces, ehh, como me dieron 77, tengo que ver cuánto falta para llegar a 180, ya que el ángulo extendido mide 180, entonces si a 180 le resto 77 me da 103, y después veo acá (señalando los otros ángulos superior e inferior) que también es lo mismo, resto a 180, eh 77 y me da 103, y si sumo todo eso me da 360.

A MODO DE CONCLUSIÓN

En esta investigación se les presentó una tarea matemática abierta a los estudiantes de sexto básico, incentivando a que los alumnos interactúen, provocándolos a razonar. Así, y basándonos en el marco de antecedentes, podemos ver que, dada la tarea matemática abierta que se aplicó al curso, ellos utilizaron todos los conocimientos que tenían para encontrar las medidas pedidas, tratando de justificar el porqué de los valores encontrados, dando siempre explicaciones, que sólo en algunos casos utilizaban conocimiento matemático, y que son verificados por medio de la prueba, es decir, argumentando. La actividad está marcada por el razonamiento matemático que les permitió plantear conjeturas, que se evidenciaron con las explicaciones, pseudoargumentaciones y argumentaciones.

Por otra parte, el uso de buenas preguntas de parte de la profesora y también el hecho de no dar un juicio a sus respuestas, son importantes para el estudiante para no desanimarse y motivarse a continuar buscando explicaciones, obligándolo a razonar. El razonamiento se evidencia de conocimiento de ángulos que tenían de años anteriores y también considerando las dos clases previas a la que está en estudio. Finalmente, las contribuciones dadas por los estudiantes sirven para establecer una conjetura, que luego se transforma en propiedad: la de ángulos opuestos por el vértice.

Referencias

PLANAS N.; MORERA L. (2012). La argumentación en la matemática escolar: dos ejemplos para la formación del profesorado. El desarrollo de competencias en las clases de ciencias y matemáticas (275-300). Universidad de los Andes.

ARAYA P.; CHANDÍA E.; MARTÍNEZ M.; JORQUERA P. (2000) Observación de clases de matemática usando pautas

CRESPO C. (2005) La importancia de la argumentación matemática en el aula. Universidad de Buenos Aires. Argentina

SOLAR H.; DEULOFEU J.; (2016) Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. Bolema, Rio Claro (v. 30, n. 56, p. 1092-1112)

BERMEJO L. (s.f.) ¿Por qué argumentar y por qué hacerlo bien? Instituto de Filosofía, CCHS-CSIC, Madrid

CB 092

PROBLEMATIZACIÓN DE LA MULTIPLICACIÓN EN BÁSICA

Karina López Fuentealba.
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

kari.lo.fu@gmail.com

Etnomatemática y estudios socioculturales en Educación Matemática.

RESUMEN

La investigación se inició con un Estudio de Clases realizados en el programa de magíster durante el semestre pasado. Como parte de ese trabajo, el informe actual presenta un marco de referencia para problematizar la multiplicación desde el discurso matemático escolar con miras hacia un rediseño y propone tres situaciones de aprendizaje, promoviendo la construcción social del conocimiento en estudiantes de tercero básico. La metodología será un estudio de tipo etnográfico, en que se describan entrevistas y relatos de estudiantes.

Palabras clave: Socioepistemología, problematización, discurso matemático escolar, multiplicación.

INTRODUCCIÓN

En los últimos 30 años ha surgido un constructo teórico cuya línea sistémica pone su énfasis en la democratización del aprendizaje de la matemática que considera la construcción social del conocimiento matemático, conformando una pedagogía transformadora hacia una sociedad del conocimiento. Su visión humanizadora brinda la posibilidad de comprender el más allá del triángulo didáctico extendido a través de las dimensiones epistemológica, didáctica, cognitiva y sociopolítica, considerando la complejidad de estos fenómenos, la mejora educativa, el disfrute de las matemáticas.

La presente es parte de una investigación de tipo etnográfica en curso y forma parte del seminario de Magíster de Didáctica de la Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. En ella se deja entrever un proceso

Pregunta de investigación

¿Es necesario un marco de referencia para problematizar la multiplicación en tercero básico?

Objetivo general

Problematizar el saber matemático escolar (psME) en la multiplicación a partir de un marco de referencia (MR) desde un enfoque socioepistemológico.

Objetivos específicos

Identificar las prácticas sociales asociadas a la multiplicación en el contexto socio cultural del colegio en estudio.
Describir las dimensiones del saber: epistemológicas, didácticas, cognitivas y socioculturales.
Identificar el discurso matemático escolar (dME) que provoca un obstáculo didáctico.
Realizar una aproximación al Rediseño del discurso Matemático Escolar (RdME) en la multiplicación para tercero básico.

MARCO TEÓRICO

Problematización del saber matemático en la escuela

Desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) se hace necesario problematizar el saber Matemático Escolar (psME), específicamente en la multiplicación ya que existe una centración del objeto matemático y un fuerte discurso Matemático Escolar (dME) que contribuye al obstáculo didáctico. Éste proviene de un fenómeno didáctico producido en segundo básico donde se enseña que la multiplicación es una “suma repetida”, lo cual se ha legitimado y hegemonizado bajo el foco de la TSME. Fernández (2007, p. 121) evidencia: “El conocimiento heredado nos dice que la multiplicación debe ser introducida, didácticamente, como «una suma de sumandos iguales». No obstante, una suma no es una multiplicación”. Parafraseando a Ivars y Fernández (2016) el problema aparece porque los estudiantes tienen dificultades para comprender el algoritmo inverso de la multiplicación, lo cual sugiere que es incorrecta la introducción del mismo en situaciones multiplicativas. En cuanto a la dimensión sociocultural, se observa si existe alguna categoría de género que promueva la igualdad y democratización del aprendizaje de la matemática para que se asuma realmente como una construcción social, parafraseando a Farfán y Farfán (2017).

Por otra parte, la evidencia entregada por los estudiantes de quinto básico parte de la investigación muestra que utilizan el algoritmo de la multiplicación con errores y no logran comprender qué significa lo que se está calculando ni por qué el algoritmo es diferente al de la adición, lo cual evidencia Cerritos (2012) en . Esto se debería a un cambio que se da en el concepto de multiplicación a medida que se avanza en el currículo.

Para problematizar el saber y reconocer aquello que regula las prácticas sociales, Montiel (2005) explica que se deben considerar las dimensiones epistemológicas, didácticas, cognitivas y socioculturales. A lo largo de este informe se busca dar respuesta a la pregunta de investigación sobre la importancia de un marco de referencia para problematizar la multiplicación desde el programa socioepistemológico.

Dado lo anterior, este marco de referencia considera la Teoría de Campos Conceptuales de Vergnaud (1991) para indagar sobre una estructura multiplicativa en particular que esté relacionada con el isomorfismo de medida para definir la dimensión cognitiva que se requiere para problematizar la multiplicación desde la TSME. Así mismo, considera la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (2007) para promover el momento adidáctico y la devolución realizada por el profesor que fomentará la discusión y argumentación en los estudiantes del tercero básico. Finalmente, se propone un Rediseño del discurso Matemático Escolar (RdME) desde el discurso Matemático Escolar (dME) detectado en la multiplicación. Se pretende dar énfasis a las prácticas sociales ayuden a dar sentido y profundidad la multiplicación, presentando tres situaciones de aprendizaje en que los estudiantes construirán su propio conocimiento.

METODOLOGÍA

Esta investigación utiliza una metodología descriptiva cuyo diseño es de tipo etnográfico. Los datos fueron recopilados mediante grabaciones, de las cuales los pasajes más reveladores serán transcritos junto a evidencia fotográfica de los estudiantes de tercero básico durante su práctica en aula y sus producciones (con consentimiento informado de sus apoderados). Además, se realizarán entrevistas de tipo informal a dos estudiantes y sus respectivos apoderados.

La investigación se inicia con la detección de una problemática en el marco de Estudio de Clase en marzo. El proceso conlleva una primera etapa de investigación, la problemática requirió de la profundización del objeto matemático, diseño y revisión de una situación de aprendizaje en trabajo colaborativo y puesta en obra de la clase diseñada, con su respectivo análisis a priori. En una segunda fase investigativa, se analizaron las clases desde un marco teórico, contrastando la evidencia con el análisis previo. En la tercera fase, se trabajó a la luz de otro constructo teórico, diseñando una secuencia didáctica a partir de la analizada anteriormente con el mismo objeto matemático. En esta etapa final se sitúa el presente informe como parte de una investigación teórico-empírica bajo un enfoque desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa de Cantoral y colaboradores.

CONCLUSIONES PRELIMINARES

Desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa se destaca las prácticas sociales que emergen en el trabajo matemático de tercero básico estudiado. Éstas se evidencian en las argumentaciones, la colaboración en el contexto áulico y el valor del uso de la multiplicación dado por las acciones de los estudiantes. Esta vivencia se da por ejemplo, al ordenar y contar el material concreto que utilizan, determinar el total de libros que están ordenados en su biblioteca, determinar de una manera eficiente el total de compañeros presentes en su sala según las filas o conocer el total de dinero que tienen, agrupando monedas y billetes, logrando diferenciar en la práctica que un problema aditivo es diferente a uno de estructura multiplicativa, dado por el uso de la palabra “veces”. No se aporta mucha evidencia respecto de la operación inversa, ya que en esta edad está relacionada a un reparto equitativo con grupos de un mismo isomorfismo, sin embargo, ven la operación inversa de la multiplicación como un problema de distribución en que cada grupo “debe tener lo mismo”. Un ejemplo de ello, se produce casi a diario cuando reparten galletas o materiales como útiles escolares. Aparece en su discurso el concepto de ecuación en situación multiplicativa, aunque en su minoría logran determinar “lo que falta” para completar el total de un grupo desde una tabla conocida por ellos (como la del 2, 3, 5, 10). Desde el Estudio de Clases iniciado en marzo y en lo que va del año, los estudiantes del tercero básico han tomado conciencia de que el conocimiento y dominio de la multiplicación como práctica facilita otras acciones cotidianas más complejas, hacia las nociones de proporcionalidad y optimización, aunque sin centrarlos como objeto matemático.

Referencias

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Brunner, J. (1971). Toward a Theory of Instruction. Fifth printing.Cambridge: The Belknap press of Harvard University.

Cantoral, R., Farfán R., Lezama J. y Martínez- Sierra G. (2006). Sociepistemología y representación: algunos ejemplos. Relime, Número Especial, 83-102.

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento. Barcelona: Gedisa editorial.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D. y Montiel, G. (2014) Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(3), 91-116.

Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 18(1), 5-17.

Cantoral, R. (2016). Educación alternativa: matemáticas y práctica social. Perfiles Educativos. XXXVIII. IISUE-UNAM.

Cerritos, H. (2012). El isomorfismo de medidas como estrategia para la resolución de problemas multiplicativos en el tercer grado de la escuela primaria. En Flores, R. (Ed.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 727-735). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Espinoza, L. (2014). La desescolarización del saber: su construcción social desde el malabarismo y las artes circenses. Tesis doctoral publicada. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile.

Farfán, C. y Farfán, R. (2017). Análisis socioepistemológico en la solución de problemas de tipo multiplicativo, nuevos retos. En Serna, Luis Arturo (Ed.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp.855-865). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Fernández, J. (2007). La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica. Revista Iberoamericana de Educación. 43, 119-130.

Montiel, G. (2005). Estudio Socioepistemológico de la función trigonométrica. Tesis de Doctorado. México. CICATA del IPN.

Soto, D. y Cantoral, R. (2014). Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una visión socioepistemológica. Boletim de Educacao Matemática, 28(50), 1525-1544.

Vergnaud, G. (1990). Teoría de los Campos Conceptuales. Recherches en Didáctique des Mathématiques. 10, 2 (3). (pp. 133-170).

CB 093

APRENDIEDO A FLUIR EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: UN CASO DE ESTUDIO SOBRE EL COMPORTAMIENTO DE UNA ESTUDIANTE ATRAVÉS DEL TRABAJO COLABORATIVO

Nicole Fuenzalida, Carmen Espinoza y Farzaneh Saadati.
CIAE y CMM, Universidad de Chile.

nicole.fuenzalida@ciae.uchile.cl, cespinoza@dim.uchile.cl y farzaneh.saadati@ciae.uchile.cl

Habilidades escolares en Ed. Matemática.

RESUMEN

Este estudio hace una revisión sobre los cambios de comportamiento y autoeficacia en una estudiante de segundo ciclo de la enseñanza básica que participa en actividades de resolución de problemas de manera colaborativa. Se analizaron tres sesiones en el aula de resolución de problemas que muestran cambios considerables en su comportamiento en el trabajo en grupo y autoeficacia en resolver problemas. Los resultados destacan el impacto del trabajar colaborativamente en resolución de problemas en clase de matemáticas y puede hacer una contribución importante al trabajo de los profesores chilenos.

Palabras clave: Autoeficacia, comportamiento, resolución de problemas, trabajo colaborativo.

INTRODUCCIÓN

En las escuelas chilenas las habilidades matemáticas están prácticamente ausentes y los docentes actúan en general siguiendo un modelo aprendido de sus profesores escolares y universitarios que ya está obsoleto (Saadati et al., 2018). Distintos estudios caracterizan las clases de matemáticas en Chile como una enseñanza fuertemente centrada en el profesor, donde es él es quién hace las preguntas y hace que los estudiantes sigan la exposición en el pizarrón o trabajen individualmente resolviendo problemas (Araya y Dartnell, 2009). Ellos declaran que los estudiantes hacen muy pocas preguntas matemáticas, prácticamente sin razonamiento matemático deductivo. Según Preiss y otros (2012), cuando los profesores realizan resolución de problemas (RP), se enfocan mayormente en entrenar destrezas y realizar procedimientos rutinarios, de manera que las nociones matemáticas más que desarrolladas, son comunicadas. Frente a este escenario es que nace ARPA. La iniciativa "Activando la Resolución de Problemas en las Aulas" (ARPA) busca capacitar a profesores en RP mediante talleres de Desarrollo Profesional (DP) efectivos, los cuales proveen a los docentes las habilidades matemáticas del currículo, centradas en la RP, que signifiquen un cambio en su percepción de la matemática y su aprendizaje, y que produzcan una transformación consecuente en su acción en el aula logrando mejorar el aprendizaje de la matemática de los estudiantes. ARPA busca proveer un ambiente amigable para que los estudiantes disfruten y se interesen en RP, esto refiere a lo que Csíkszentmihalyi (1990) introduce como experiencia óptima o estado flow (fluir) con lo que ARPA que busca transformar la enseñanza tradicional a una más activa con foco en la RP. El objetivo de este estudio es revisar si ARPA puede cambiar el comportamiento de los estudiantes en la RP y cómo ellos pueden aprender a estar en el flow en la RP.

METODOLOGÍA

La propuesta de ARPA es llevar una metodología al aula para tratar la RP, la que consiste en realizar una actividad de RP centrada en los estudiantes. La principal herramienta es el trabajo en grupo colaborativo entre los estudiantes organizado aleatoriamente y monitoreado por el profesor quien interviene en los grupos cuando estos tienen dudas o dificultades. La interacción profesor hacia el grupo se realiza mediate preguntas o entregando simplificaciones del problema, pero nunca dando respuestas o entregando la solución. El profesor da el tiempo y el espacio para que los estudiantes puedan trabajar en la actividad.

Este es un caso de estudio que toma lugar en un curso en donde se implementan ARPAs en una comuna rural de la región de O'higgins. Este estudio reporta los resultados los cambios en el comportamiento de un estudiante ante la RP. El caso es sobre Rosa, una estudiante que fue seleccionada de manera aleatoria entre los estudiantes de una profesora de matemáticas que participa en el DP de ARPA. Esta estudiante comenzó a trabajar con ARPA en 5° año de enseñanza básica y que continúa con ARPA durante 6° año. La profesora ejecuta ARPAs en el curso de Rosa una vez por mes, y en cada una de sus implementaciones se filmó a Rosa en el trabajo en grupo, además se utilizó una grabadora de audio para registrar en mejor calidad las interacciones de Rosa. Para este estudio se consideraron las primeras tres ARPAs en las que Rosa participó. En las que el nivel de dificultad de los problemas es creciente.
Para el análisis de vídeo utilizamos un marco teórico para identificar los cambios en el comportamiento de Rosa, este se enfocó en dos niveles; primero Rosa como miembro del grupo y segundo Rosa en la RP.

RESULTADOS

ARPA 1: Esta fue la primera experiencia de la estudiante trabajando colaborativamente en la RP. Durante esta experiencia la estudiante no parece estar comprometida con la RP, es más podríamos definirla como una estudiante pasiva debido a que son otras estudiantes del grupo quienes tienen el control del desarrollo del problema. En esta primer ARPA la estudiante trabaja en un grupo conformado por 3 chicas más y en donde 2 de ella lideran la resolución dándole poco espacio a las dos restantes.
E1: Ya, a ver, pueden ser tres triciclos. No, 4 triciclos y nos quedan… 19 menos 12 resten 19 - 12
E2: Se pueden fabricar 3 bicicletas y 4 triciclos
R: Ósea, con 19 ruedas ¿cuánto me alcanza para hacer de estos (bicicletas y triciclos)? (en voz baja)

E1: Para hacer esto (Estudiante señala la hoja de Rosa)
E2: Mira se pueden hacer 3 triciclos y te quedan 10 ruedas (Rosa duda)
E1: Se pueden hacer 3 triciclos y 5 bicicletas (Rosa escribe la solución en su hoja de resolución) Mira, acá pongan la respuesta y acá abajo pongan como lo hicimos. (Rosa mira lo que escriben las estudiantes en sus hojas)

El trabajo en esta ARPA no es propiamente un trabajo colaborativo, si bien se existen pequeños espacios en donde la estudiante puede explicar o preguntar sobre el desarrollo del problema, el grupo no construye sobre las ideas de la estudiante, es más las intervenciones de la estudiante son tímidas, preguntando en voz baja a sus compañeras de grupo. Finalmente, la estudiante no resuelve el problema por sí misma, pero logra comprender gracias al desarrollo de sus compañeras.

Durante el trabajo en la RP la estudiante se mantiene un 45% del tiempo perseverando en la resolución debido a que el desafío resulta muy alto para ella. Es por lo anterior que la estudiante asume que necesita la ayuda de su grupo para entender el problema, ella es pasiva, pero se mantiene atenta y sigue el desarrollo del problema que lideran sus compañeras de grupo. Luego de 12 minutos aproximadamente, en donde sus compañeras resuelven el problema inicial, la estudiante logra comenzar a resolver la extensión entregada por la profesora de manera autónoma.

ARPA 2: Al comienzo de esta ARPA todos los estudiantes interactúan de igual manera, tanto Rosa como sus compañeros de grupo conversan con la finalidad de entender el problema y buscar qué es lo se les solicita. Mientras los compañeros de Rosa afirman conocer el resultado, Rosa no comprende lo que hay que hacer, por lo que pregunta a sus compañeros y no deja de cuestionarse el encabezado del problema lo que finalmente la lleva a objetar los resultados que sus compañeros de grupo proponen sin comprender a cabalidad el enunciado del problema.

A los 7:45 minutos de resolución la profesora interviene por primera vez en el grupo, en esta intervención la profesora indirectamente confirma que el resultado que obtuvo el grupo no es correcto y como ayuda les entrega material concreto. Después de la intervención de la profesora, es Rosa logra mantener activa en la resolución del problema y es quién la lidera manteniéndose un 67% del tiempo en el área optima del flow. Ella es quien toma la iniciativa de resolver el problema y direcciona el grupo para lograr encontrar el resultado. Rosa no se detiene ningún momento de la actividad, es la comprensión del problema y las dudas entorno al enunciado que llevan a Rosa a mantenerse comprometida con la resolución del problema y a involucrar a sus compañeros en la actividad.

ARPA 3: En el tercer ARPA la estudiante se encuentra en un grupo compuesto solo por niñas que no están comprometidas con la RP, en un principio, la estudiante intenta estimular a sus compañeras para que inicien el trabajo colaborativo sin tener mucho éxito:
R: Es que no sé como hacerlo (comienza a buscar lápices)
E 2: Rosa unicornia
E 1: ¿Qué vas a dibujar en artes?
E 3: La pileta.
E 2: Un paisaje
Rosa no logra ningún comprometer a sus compañeras en la resolución ni obtener un resultado hasta que en el minuto 6 de la resolución la estudiante asume que el desafío es muy alto: “No sé cómo hacerlo”, otra estudiante desvía la atención del grupo hacia temas no relacionados con el problema, entonces el grupo completo abandona el trabajo, sin embargo, luego de 1:30 vuelve a leer el problema y retoma su actividad.

Durante esta ARPA, la estudiante utiliza distintas estrategias para mantenerse en el flow de manera activa, entre ellas vuelve leer el problema, trata de involucrar a sus compañeras, les explica sus estrategias sin éxito, pide ayuda a la profesora e interactúa pasivamente con los grupos a su alrededor para obtener ideas. Luego de 20 minutos de trabajo perseverante la profesora interviene guiando de manera excesiva el problema para luego entregar material concreto al grupo con claras instrucciones, esto permite que la estudiante se ubique en el segmento óptimo del flow. Una vez que la estudiante comienza el trabajo con la ayuda del material concreto y de la profesora, ya no le

interesa involucrar al resto del grupo, por lo tanto, el trabajo ya no resulta ser colaborativo y la estudiante resuelve de manera individual el problema y las extensiones.

R: 6, 7, 8, 9, 10. (Organiza y cuenta el material concreto)
E 1: Tengo sueño ¿Quién no quería venir al colegio? Yo no quería venir…
E 2: Si, por eso yo vine porque que había que hacer el trabajo de artes.
E 1: El de historia.
E 2: Historia no nos toca, nos toca tecnología y ese ya lo terminamos.
R: Si hay otra forma (dice organizando su material concreto, sin mirar a sus compañeras para luego escribir en su hoja sin compartir el resultado)

DISCUSIÓN

De acuerdo con los resultados observados durante el primer ARPA de Rosa estuvo completamente ajena al trabajo colaborativo del grupo, lo que significa que no tenía ningun aporte que hacer a la resolución del problema, durate la actividad solo se preocupó por obtener el resultado final. Según Barnes (2004) durante toda la sesión de ARPA 1 Rosa se posicionó como una persona en necesidad de ayuda. Cuando la profesora entrega el problema, Rosa busca ayuda en sus compañeras para comprender el problema, sin embargo, sus preguntas no demuestran suficiente esfuerzo por entender e involucrarse en la resolución. Continua buscando ayuda en sus compañeras para comprender el problema, sin embargo, en los casos que interviene para comprender el problema baja su tono de voz sin ser los suficientemente perseverante para demandar una respuesta que sea suficiente para entender. Esto demuestra que Rosa no cree tener las capacidades para resolver problemas de manera individual. Creemos que Rosa tiene baja autoeficacia en resolver problemas en la estapa incial del programa ARPA.

Como mencionamos anteriormente (ARPA 1) Rosa requiere ayuda para obtener el resultado final. En ARPA 2, como se muetra en los análisis, Rosa asume el mismo rol que en el primer ARPA, sin embargo la diferencia es que en esta ARPA todos los integrantes del grupo toman el mismo rol que ella, todos son capaces de hacer preguntas que no contribuyen en el avance en la resolución del problema, es por esto que Rosa cambia su posición y asume un rol critico y después el de facilitador (Barnes, 2004). En ARPA 3 continua siendo una estudiante que necesita ayuda externa para entender el problema pero debido a las dificutades que tiene para trabajar en grupo, vuelve a cambiar su posición siendo networker (Barnes, 2004), buscando ayuda en fuera de grupo, escuchando conversaciones de otros grupos y preguntando a la profesora y solicitando material concreto. Este escenario permite ver que Rosa aprende a moverse de manera flexible y obtener ventajas sobre el grupo durante el trabajo colaborativo.

Rosa tiene un gran avance en sus habilidades para resolver problemas. De acuerdo a Polya (1954) el primer paso para resolver un problema es entender el problema, en el caso de Rosa inicialmente ella no está interesada en en entender el problema y ella nunca se enfoca en esta etapa, solo busca la respuesta final. Sin embargo este modo de actuar cambia de manera significativa en el ARPA 3. Ella lee varias veces el problema y pone sus esfuerzos (sin importar si es individual, grupal o con material concreto) hasta resolver el problema. Para afirmar es valioso saber que el nivel de dificultad del problema de ARPA 3 es mayor a los anteriores. En la última ARPA es obvio que ella cambia su creencia sobre su capacidad para resolver problemas, esto es un cambio positivo en su autoeficacia. Incluso cuando ella pregunta por una explicación su voz es mas firme que en el primer ARPA.

CONCLUSIÓN

El caso de Rosa nos sirve para ejemplificar, de manera preliminar, los resultados que el DP ARPA tiene en los estudiantes. Rosa, como señalan las mediciones nacionales e internacionales sobre los estudiantes chilenos, posee inicialmente una baja autoeficacia y poco interés en la RP matemáticos, además de no tener estrategias claras para trabajo colaborativa. Durante el transcurso de las tres ARPAs analizadas para este trabajo, se comprueba un notable avance en la capacidad de Rosa para trabajar colaborativamente. Según Barnes (2004) el trabajo colaborativo

provee oportunidades para que cada estudiante pueda tener diferentes posiciones en el grupo, como persona en búsqueda de ayuda o mánager. En donde todo dependerá del cómo el estudiante aprovecha esas oportunidades que el trabajo colaborativo le brinda. En el caso de Rosa nosotros pudimos ver como ella aprendió a sacar ventajas en cada uno de los grupos en los que participó evidenciado que los roles dentro del trabajo colaborativo pueden ser flexibles dependiendo del contexto.

En términos de autoeficacia, Rosa genera independencia en el manejo de estrategias individuales y grupales para trabajar en la RP. Esta flexibilidad es reflejo de las mejoras en la capacidad de autoregulación de Rosa (Schunk & Ertmer, 2000). El constante esfuerzo y perseverancia de Rosa por resolver problemas encuentra en el trabajo colaborativo la posibilidad de construir en base a las ideas de otros, enfrentar estrategias, comprobar resultados, pedir ayuda y salir de errores o comprobar soluciones de un problema. Discutir sobre la RP en un trabajo colaborativo, finalmente le da a Rosa una voz y forja su carácter para conseguir el objetivo que persigue durante las tres ARPAs, resolver un problema por sí misma. Es este objetivo que estimula a cambiar de posiciones en los tres grupos en los que participa, debido a que debe adaptarse a las distintas características de cada grupo y de cada uno de sus compañeros.

De acuerdo con este estudio sugerimos que el trabajo colaborativo como el de ARPA, tiene efectos positivos en el comportamiento y especialmente en la autoeficacia de los estudiantes ante la RP matemáticos, esto es una contribución importante para el trabajo de profesores de matemáticas.

Agradecimientos: Este estudio fue financiado por FONDECYT N°3170673

Referencias

Araya, R., & Dartnell, P. (2009). Saber pedagógico y conocimiento de la disciplina matemática en docentes de educación general básica y media. En Selección de investigaciones primer concurso FONIDE: evidencias para políticas públicas en educación (pp. 157–198).

Barnes, M. (2004, November). The use of positioning theory in studying student participation in collaborative learning activities. In Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education, Melbourne (Vol. 28).

Csikszentmihalyi, M. (1990). Flow: The psychology of optimal experience. New York: Harper y Row.

Polya, G. (1954) Patterns of plausible inference. Princeton University Press, Princeton, NJ, USA.

Preiss, D. (2010). Folk pedagogy and cultural markers in teaching: Three illustrations from Chile. In D. Preiss & R. J. Sternberg (Eds.), Innovations in educational psychology: Perspectives on learning, teaching, and human development (pp. 325–356). New York, NY: Springer.

Radovic, D., & Preiss, D. (2010). Discourse Patterns Observed in Middle-School Level Mathematics Classes in Chile. Psykhe, 19, 65–79.

Saadati, F., Cerda, G., Giaconi, V., Reyes, C., & Felmer, P. (2018). Modeling Chilean Mathematics Teachers' Instructional Beliefs on Problem Solving Practices. International Journal of Science and Mathematics Education, 1-21.

Schunk, D. H., & Ertmer, P. A. (2000). Self-regulation and academic learning: Self-efficacy enhancing interventions. In Handbook of self-regulation (pp. 631-649).

CB 094

INVESTIGACIÓN CONJUNTA ENTRE UNIVERSIDAD Y ESCUELA: UN CASO DE UN CONFLICTO CON LA ENSEÑANZA DE LA BISECTRIZ EN UN ESPACIO DE CO-DOCENCIA

Noemí Pizarro; Constanza Valenzuela; Guillermo Arancibia
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

noemi.pizarro@umce.cl; constanza_v.valenzuela@umce.cl; guillemo.arancibia@umce.cl

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

Esta propuesta tiene como objetivo analizar los conflictos que emerge durante una clase que trata la enseñanza de la bisectriz mediante una co-docencia entre profesores, formadores de profesores y futuros profesores por medio del Mathematics Teacher's Spealized Knowledge (MTSK). A raíz de las características del estudio, se utiliza una metodología cualitativa- interpretativa. Como resultado de este proceso, se pueden observar diferencias sn el conocimiento disciplinario y para enseñanar la bisectriz, que no se observan en la planificación, pero si en la ejecucón de la práctica, lo que conlleva a una reflexión sobre la misma centrada en el pensamiento geométrico.

Palabras clave: Práctica, reflexión. bisectriz, co-docencia, construcciones geométricas.

INTRODUCCIÓN

La reflexión sobre la práctica del profesorado es uno de los temas que ha alcanzado mayor relevancia en investigación y formación docente en las últimas décadas. Sin embargo, esta competencia aún no ha llegado a los espacios de formación del profesorado, pero ¿y cómo reflexionamos? Desaprovechando instancias de desarrollo profesional para la constante mejora de la enseñanza.

A partir de esta situación, dentro del marco del proyecto "Investigación entre universidad y escuela: Un análisis sobre el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática por medio de la reflexión conjunta sobre la práctica"; formadores de profesores, profesores y profesores en formación reflexionamos en conjunto sobre nuestro quehacer. En esta comunicación, sólo nos referiremos a un episodio, que da cuenta de un conflicto en la enseñanza de las construcciones geométricas dentro de un contexto de co-docencia. De esta manera, se espera contribuir a reducir la brecha entre formadores de profesores y profesores en ejercicio que de nuestro sistema como instituciones paralelas, donde ninguno está al tanto de lo que hace el otro (Zeichner, 2010).

Se ha considerado el trabajo con construcciones geométricas porque, recurrentemente, se observa en libros de textos y programas de estudio que se reduce a un trabajo procedimental, lejano a las propiedades disciplinarias que dan sustento al procedimiento. Por ejemplo, para algunos, la regla y el compás son instrumentos del pasado, reemplazados por softwares geométricos que, en la mayoría de los casos, son utilizados para dibujar y no, precisamente, para desarrollar pensamiento geométrico gracias al complemento entre ambos recursos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la planificación conjunta para la enseñanza de la bisectriz, las profesoras (de colegio) indican que la clase es sencilla, sin mayores dificultades, porque es un concepto familiar para los estudiantes puesto que ya ha sido trabajado durante el año anterior. Sin embargo, durante la implementación se produce un conflicto entre los conocimientos previos de los estudiantes y los conocimientos nuevos, dado que los conocimientos entre los distintos actores (formadores de profesores, profesores, futura profesora) discrepan. La situación anterior no se percibió en la planificación para la enseñanza, dado que todos comprendían que hablaan sobre el mismo concepto y procedimiento. Esta contingencia es la que sostiene la pregunta de investigación de esta comunicación ¿cómo consensuar el conocimiento sobre la construcción de la bisectriz entre universidad y escuela?

Nos acercamos a la respuesta de esta pregunta por medio de una actitud interactiva y dialéctica que conduzca a transformar nuestras prácticas desde un trabajo colaborativo , con el fin de evitar que en las prácticas de enseñanza se haga una inducción a la obsolescencia desde los formadores de profesores, como comúnmente se desarrolla en las investigaciones que dependen de universidades y buscan, con buenas intenciones, mejorar los procesos de enseñanza en las escuelas. De esta forma, el objetivo de investigación consiste en analizar un episodio conflictivo durante un co-docencia para la enseñanza de la bisectriz.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El concepto de co-docencia tiene su origen en la abreviación del término "enseñanza cooperativa" (Rodríguez, 2014), también se le conoce como co-enseñanza. Diversos autores definen co-docencia como un proceso formativo donde dos o más docentes entablan una relación de colaboración en la enseñanza de un grupo o de todos los estudiantes pertenecientes a una misma sala de clases, generando un proceso reflexivo de retroalimentación constante y de responsabilidad compartida (Suárez-Díaz, 2016; Rodríguez, 2014; Castro, Izquierdo y Briones, 2017). Por lo que permite a los profesores complementar sus competencias curriculares, didácticas y metodológicas empleadas en la práctica docente.

La co-docencia se genera a través de una participación conjunta e igualitaria entre los profesores antes, durante y

después de la práctica docente, por ende, toda co-docencia requiere de tres ejes centrales denominados: co-planificación (referente al diseño de la enseñanza), co-instrucción (la enseñanza aplicada en el aula), y co-evaluación (Castro, Izquierdo y Briones, 2017), dentro de estas tres etapas la más importante es la primera, ya que una exitosa co-planificación es considerada más importante que la práctica misma debido a que es en este momento donde los docentes se conocen, comparten sus conocimientos y se definen metodologías de enseñanza de acuerdo a las necesidades de los estudiantes, y además, se estipulan códigos verbales y no verbales, los cuales constituyen la clave de la co-instrucción, a fin de reflejar en la práctica docente coordinación, seguridad y confianza entre los profesionales, lo cual repercute en una equidad de roles (sin jerarquía) dentro del aula, lo cual disminuye las posibilidades de conflictos personales y la emisión o interpretación de mensajes contradictorios y ambiguos para los estudiantes (Suárez-Díaz, 2016).

Sin embargo, muchos estudios concuerdan en que la mayor limitante de la co-docencia es la falta de tiempo y espacios efectivos para una planificación conjunta. Aun así, esta forma de enseñanza conjunta conlleva múltiples beneficios para los docentes que la practican, ya que se favorecen procesos de reflexión y retroalimentación permanentes, desarrolla la capacidad de trabajo en equipo y la interpersonalidad, crecimiento profesional, aumento de la autoestima, empoderamiento y seguridad frente a su actuación de enseñanza en el aula, generando un sentido de satisfacción con el trabajo realizado, por otro lado los estudiantes también se ven beneficiados, ya que la proporción entre docente y estudiantes disminuye, logrando abarcar de manera más personalizada la enseñanza de cada uno de los estudiantes, además de un mayor interés y participación en las clases (Suárez-Díaz, 2016; Rodríguez, 2014; Urbina, Basualto, Durán y Miranda, 2017).

- Complementaria, donde los profesores del equipo realizan acciones para mejorar o complementar la enseñanza provista por otro docente, entregando ejemplo, guiando reflexiones o simplemente explicando lo mismo, pero de otra manera.
- En equipo, cuando los docentes brindan la misma instrucción de forma simultánea, en un flujo de acciones que impiden distinguir un líder, alternando los roles de conducir, apoyar, observar y complementar a la clase.

En el ámbito de la geometría, por ser una disciplina compleja y poco trabajada por los docentes en el aula debido a diversos factores, donde el principal consiste en que se destina mayor tiempo a la enseñanza de otras áreas de la matemática, como el álgebra y la aritmética, por lo cual, muchos autores coinciden en que esta parte de la matemática ha perdido importancia y cabida dentro de la sala de clases, lo que perjudica el desarrollo de ciertas habilidades en los estudiantes como la capacidad espacial y la comprensión del mundo que los rodea (Gamboa y Ballestero, 2010; Alemán, 2009; Abrate, Delgado y Pochulu, 2006).

Por esto, es común ver que los docentes presentan dificultades al momento de abordar temáticas relacionadas con la geometría, sobre todo en la enseñanza de construcciones geométricas ya que se deja de lado la matemática fundante y se limita sólo a la reproducción de procedimientos. Claramente esto se podría mejorar con una co-docencia, puesto que esta permite, como se ha señalado anteriormente, buscar en conjunto una mejor metodología de enseñanza priorizando los conocimientos por sobre los procedimiento, a través de una reflexión y discusión sobre el tema, y superando juntos las dificultades que se presentan al momento de enseñar objetos matemáticos complejos como las construcciones geométricas; tema que comúnmente no se mide en el SIMCE y donde cada vez más, la regla no graduada y el compás pierden protagonismo, y en las investigaciones, donde el yugo de los softwares crece cada vez. Sin embargo, la regla y el compás son parte intrínseca de los axiomas que fundamentan la geometría euclidiana (Davis & Hersh , 1989)

El marco referencial de este estudio es el MTSK (MTSK, por las siglas en inglés de Mathematics Teachers' Specialized Knowledge). Que comprende el conocimiento del contenido del profesor desde la contribución de Shulman (1986, 1987) y el Mathematical Knowledge for Teaching desarrollado por Ball y su equipo (2008), distingue dos componentes: una referida al conocimiento de la matemática, MK (Mathematical Knowledge), y otra relativa al conocimiento didáctico para enseñar, el PCK. (Pedagogical Content Knowledge). El MTSK además de ser una pro-

puesta teórica para modelar el conocimiento del profesor de matemática, es una herramienta metodológica, con la cual es posible analizar la práctica, en la amplitud de su palabra, del maestro de matemática. En esta ocasión, por las características del episodio que a continuación presentamos, solo nos referiremos a un dominio del MTSK: el KoT, que consiste en analizar el conocimiento del tema a tratar por el docente, es decir, ¿Qué entendemos por bisectriz? ¿Cuál es el porqué de su construcción? Etc.

METODOLOGÍA

La naturaleza del estudio corresponde a una investigación cualitativa bajo el paradigma interpretativo. De esta forma, se analizará el episodio conflictivo que emerge durante la ejecución de la co-docencia en un séptimo año básico. Se decide videograbar la clase considerando que las acciones que suceden al interior de la sala de clase son complejas y cambiantes, por lo que la extracción de información se hace complejo y desde el análisis calmado del investigador se puede entender con detalle lo que allí sucedió (Erickson, 2006).

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Durante la octava clase, diez, que tiene como objetivo comprender la construcción de la bisectriz de un ángulo por medio de la simetral de un triángulo isósceles, se produce el siguiente episodio:

Formadora de Profesores (FP): ¿Cómo puedo encontrar la bisectriz de este ángulo?, ¿cómo la construyo?
Profesora (P): Chicos, recuerden que esto lo vimos el año pasado y cómo lo construíamos con regla y compás. Se producen murmullos en la sala, algunos expresan que no lo recuerdan, otros hacen referencia a que sí recuerdan pero no lo exponen al curso.
Estudiante1 (E1): Ya me acordé, se ponía el compás en los lados, en la apertura del ángulo en cualquiera de los lados, con la apertura que llega al otro lado del ángulo, y luego se marcaba una equis igual como lo hacemos con la simetral.
P: Ellos se refieren a que marcaban la equis al pararse a un lado y generar el arco con esa apertura, y luego marcaban otro arco con centro en el otro lado del ángulo, y ahí les daba.
FP: Ya… mmm… pero eso ¿está bien?
Estudiante2 (E2): Obvio si lo hizo la profe.
FP (con regla y compás en la pizarra): Pero, ¿saben por qué lo hacían así? Tengo este ángulo alfa, y sobre él voy a construir un triángulo isósceles, como trabajamos en la simetral, y para esto, deben asegurarse de que el triángulo sea isósceles usando para medir el compás, midiendo por cada lado del ángulo la misma distancia, y marcamos los puntos donde llegamos, y sobre ellos con la misma distancia trazo los arcos, y la bisectriz pasa por la intercesión de esos arcos y el vértice del ángulo, ¿entienden?, levante la mano quién entiende (sólo 5 estudiantes del curso levantan la mano).
Profesora en formación (PF, con regla y compás en la pizarra): Chicos, con la profesora, el año pasado, ustedes habían visto la construcción de la bisectriz colocándose con el compás sobre un lado del ángulo y abriéndolo derecho, y con esta apertura, parados sobre un lado del ángulo marcaban este arco, y sobre el otro lado el otro arco, luego unían el vértice del ángulo con el punto de intersección de los arcos y así dibujaban la bisectriz. Pero ahora, lo que la FP les está explicando es que si ustedes construyen la bisectriz así, no pueden asegurar que estos puntos iniciales estén a la misma distancia del vértice del ángulo, haciendo que la construcción realizada no sea exacta, y para asegurar la precisión en el dibujo se construye primero un triángulo isósceles, pero lo importante no es el triángulo en sí, sino que sus otro dos vértice, que es de donde ustedes van ahora a trazar los arcos y unir la intersección de ellos con el vértice para formar la bisectriz, así vamos a asegurar que estas distancias sean iguales, y que la recta que yo construya pase exactamente por la mitad del ángulo.

En este episodio podemos ver cómo se desarrolla una co-docencia de tipo complementaria, según lo descrito anteriormente, puesto que las tres profesoras intervienen en la clase para explicar lo mismo, pero con otros matices. Se aprecia la falta de comunicación entre ambas, FP y P y las distintas construcciones realizadas. El episodio causó

confusión en el alumnado, tanto P como FP no comprendían las explicaciones de la otra. PF considera ambas explicaciones e intenta complementarlas, para salir de la situación y aclarar las confusiones entre los estudiantes, por esta razón se desvió el objetivo de la clase, se esperaba que fuesen los estudiantes, quienes, a partir de la visualización de la simetral, construyeran la bisectriz, pero, como se observa, fue la FP quien, casi como monólogo, explica el porqué de la construcción para evitar las confusiones que se estaban produciendo en ese momento entre los estudiantes, que finalmente, se quedaron con la idea que ahora tenían un conocimiento más sólido que el aprendido el año anterior.

Si bien, es difícil para cualquier profesor reconoce directamente entre pares los errores conceptuales, como el identificado en este episodio crítico, se observa una evolución y aprendizaje en todos los docentes que participaron, respecto su manejo de conocimientos y aprendizajes relacionados con las construcciones geométricas trabajadas en el proyecto, especialmente con la bisectriz. El cambio más profundo lo vemos en P quien, posterior a este episodio, reconoció haber aprendido a abordar la enseñanza de las construcciones geométricas aplicando conocimientos de geometría a diferencia como lo hacía antes, donde enseñaba dibujando con regla, medidas y compás, sin aplicar contenidos matemáticos de construcción. Esto permite destacar que la co-docencia, es una manera efectiva y un espacio para los aprendizajes de los profesores participantes, en especial, para los profesor de matemática del colegio, como fue el caso de la profesora P.

CONCLUSIONES Y REFLEXIONES

La situación de contingencia evidencia una falta de coordinación entre la formadora de profesores y la profesora en la ejecución de la clase, que pudo ser evitada en la planificación de la enseñanza. Al igual que otros estudios, fuimos limitados por el tiempo y el espacio para el trabajo en conjunto. En él, debimos consensuar qué entendemos por el la bisectriz y su procedimiento. En la ejecución, observamos las diferencias del KoT. Para la profesora, hay un procedimiento que no se relaciona con la construcción de la simetral, y para la formadora de profesores es fundamental construir la bisectriz desde la simetral. A partir de esta situación nos preguntamos, ¿y si el episodio hubiese sido sin los estudiantes, en la planificación? ¿cómo la universidad evita la obsolescencia sobre la escuela? La reflexión de la profesora (P) fue provocada por un conflicto in situ, donde pudo observar, junto a sus estudiantes las inconsistencias de sus procedimientos anteriores.

Estas inconsitencias, corresponden a que las construcciones geométricas son trabajadas desde procedimientos pero no desde las propiedades de las figuras, por medio de procesos deductivos.

Finamente, se puede destacar que realizar una enseñanza en co-docencia permitiría vivir procesos de aprendizajes auténticos para todo el equipo participante y muy especialmente para los profesores que trabajan regularmente en la escuela enseñando matemática como fue el caso observado y destacado en este estudio entre universidad y escuela.

Referencias

Abrate, R., Delgado, G. y Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. Revista Iberoamericana de Educación, 39(1), 1-9.
Alemán, J. (2009). La geometría con Cabrí: una visualización a las propiedades de los triángulos (Tesis de Maestría). Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán: Tegucigalpa M. D. C. Honduras.
Ball, D., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407.
Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E., y Montes, M. (2014), Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. Universidad de Huelva Publicaciones: Huelva.
Castro, A., Izquierdo, B., y Briones, E. (2017). La co-docencia en el contexto universitario como estrategia para la innovación docente. IN-RED 2017, Congreso Nacional de Innovación Educativa y de Docencia en Red, 670-882. Valencia: Editorial Universitat Politècnica de València.
Davis, P. y Hersh, R. (1989). Experiencia Matemática. Madrid: Editorial Labor.
Erickson, F. (2006) Definition and analysis of data from videotape: some research procedures and their rationales. En J. Green, G. Camili y P. Elmore (Eds.) Handbook of complementary methods in education research (pp. 177-191). Washington, D.C: American Educational Research Association.
Gamboa, R., y Ballestero, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Revista Electrónica Educare, XIV (2), 125-142.
Rodríguez, F. (2014). La co-enseñanza, una estrategia para el mejoramiento educativo y la inclusión. Revista Latinoamericana de educación inclusiva, 8 (2), 219-233.
Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4–14.
Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1–22.
Suárez-Díaz, G. (2016). Co-enseñanza: concepciones y prácticas en profesores de una Facultad de Educación en Perú. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 18 (1), 166-182.
Urbina, C., Basualto, P., Durán, C., y Miranda, P. (2017). Prácticas de co-docencia: el caso de una dupla en el marco del Programa de Integración Escolar en Chile. Estudios Pedagógicos, XLIII (2), 355-374.
Zeichner K (2010) Rethinking the connections between campus courses and field experiences in college- and university-based teacher education. J. TeacherEduc. 61: 89

CB 095

INCORPORACIÓN DE GEOGEBRA EN LA ENSEÑANZA DE CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS PARA INSTITUCIONALIZAR LA SIMETRAL Y EL CIRCUNCENTRO

Guillermo Arancibia; Noemí Pizarro; Constanza Valenzuela
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

guillermo.arancibia@umce.cl; noemi.pizarro@umce.cl ; constanza_v.valenzuela@umce.cl

Uso de los recursos y de las TIC en la enseñanza y aprendizajes de las matemáticas

RESUMEN

Esta propuesta tiene como objetivo analizar y describir, a partir de la contrastación de prácticas docentes, la implementación de geogebra en la enseñanza de construcciones geométricas para institucionalizar los objetos matemáticos de simetral y circuncentro. Se utiliza una metodología cualitativa a través del estudio de caso por medio del Mathematics Teacher's Spealized Knowledge (MTSK). Dentro de los resultados se destaca la importancia desarrollar una con sustento en la argumentación y el razonamiento lógico, la apropiación de conceptos geométricos y sus propiedades y el uso de geogebra, para hacer visible la invarianza del objeto geométrico en conjunto con los estudiantes.

Palabras clave: Geogebra, construcciones geométricas, simetral, circuncentro, práctica docente.

INTRODUCCIÓN

La reflexión sobre la práctica del profesorado es uno de los temas que ha alcanzado mayor relevancia en investigación y formación docente en las últimas décadas, dado que es partir de la reflexión sobre la práctica donde emerge el desarrollo profesional.

Esta investigación pretende contrastar mediante un análisis de las prácticas docentes, dos formas distintas de implementar Geogebra en la enseñanza de construcciones geométricas al momento de institucionalizar objetos matemáticos con estudiantes de enseñanza básica, como la simetral y el circuncentro.

En el marco del proyecto Investigación entre universidad y escuela: "Un análisis sobre el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática por medio de la reflexión conjunta sobre la práctica", se realiza un proceso de práctica conjunta entre profesores, futuros profesores y formadores de profesores en dos cursos de séptimo año de una misma escuela. En esta ocasión sólo nos referiremos a un episodio relevante, que da da cuenta del uso del Geogebra como recurso de enseñanza. De este modo, se analizar analizan y comparan dos casos de estudio respecto al tema de esta propuesta, para finalmente describir la manera en la que es más provechoso el uso de Geogebra en la enseñanza de geometría para conducir aprendizajes significativos en los estudiantes.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La geometría es una disciplina poco trabajada por los docentes en el aula, ya que se destina mayor tiempo a la enseñanza de otras áreas de la matemática, como el álgebra y la aritmética, por lo cual, muchos autores coinciden en que esta ramade la matemática ha perdido importancia y cabida dentro de la sala de clases, lo que perjudica el desarrollo de ciertas habilidades en los estudiantes como la capacidad espacial y la comprensión del mundo que los rodea (Gamboa y Ballestero, 2010; Alemán, 2009; Abrate, Delgado y Pochulu, 2006).

Como consecuencia, es común ver que los docentes presentan dificultades al momento de abordar temáticas relacionadas con la geometría, dónde, la enseñanza de construcciones geométricas se limita sólo a la memorización de fórmulas, definiciones, teoremas, propiedades y a la realización de construcciones mecánicas mediante la repetición de algoritmos (Gamboa y Ballestero, 2010).

A raíz de lo anterior, esta investigación pretende aportar a la mejora de la enseñanza de construcciones geométricas, específicamente, la enseñanza de la simetral y el circuncentro, incorporando Geogebra como un visualizador gráfico para facilitar el aprendizaje de los estudiantes al momento de institucionalizar dichos objetos matemáticos. El problema que surge con esta implementación es el enfoque con el cual el docente utiliza este recurso tecnológico, ya que es bien sabido que el "éxito no radica en el ancho de la banda y ni en la potencia de los ordenadores, sino que radica, como ha sido siempre, en las personas (…) Son las personas las que tienen inteligencia" (Martínez, 2006, p.5), por tanto, es el docente, con sus habilidades y conocimientos, quien determina la manera en cómo se utiliza Geogebra en la enseñanza de objetos matemáticos. Por consiguiente, surge la pregunta de investigación: ¿cuál sería una forma adecuada de incorporar el uso de geogebra en la enseñanza de tópicos de construcciones geométricas para institucionalizar la simetral y el circuncentro, en estudiantes de segundo ciclo de enseñanza básica?, todo esto, a fin de que el aprendizaje que adquieran los estudiantes sea pertinente y significativo.

Para responder a esta interrogante, se trabaja en torno al objetivo de analizar y describir las prácticas docentes en la implementación de Geogebra en la enseñanza de construcciones geométricas para institucionalizar los conceptos y aprendizajes sobre la simetral y el circucentro.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Distintos autores, también el currículo de matemática chileno, postulan que enseñar geometría en la escuela tiene

por propósito principal que los estudiantes describan, entiendan e interpreten el mundo real que viven, desarrollando sus capacidades espaciales y la comprensión del espacio y sus formas. (Villella, 2001; Fabres, 2016 y MINEDUC: Orientaciones Generales para Matemática de 7° Básico a 2° Enseñanza Media, 2018).

Sin embargo, la enseñanza de la geometría observada en la experiencia muestra que se ponen en ejercicio propuestas expositivas, reproductoras de algoritmos y aplicación de fórmulas memorizadas, ausencia de material concreto de apoyo, además del desconocimiento de un modelo didáctico que sustente su enseñanza (Fabres, 2016)

El abordaje de las construcciones de objetos geométricos, muchas de las veces, no se sustenta en características y propiedades geométricas que refleje un conocimiento significativo y profundo por parte del estudiante sobre los conceptos de geometría. Es así como el tratamiento de dichas construcciones se basa en conceptos basados en dibujos y medidas específicas, el uso instrumental de la regla o de una herramienta tecnológica que provee directamente su diseño o dibujo.

Así, cuando se integra algún recurso TIC para apoyar la enseñanza de la geometría se coloca poca atención a los procesos de manejo de los conceptos propios de la geometría y sus características, lo que provoca que en estas construcciones no se visibilicen procesos de invariancia del objeto geométrico. Esto se debe a que el uso de recursos TIC, como Geogebra u otro similar, limitaría la forma de pensar del estudiante que utiliza este recurso – instrumentación de software – determinando el uso instrumental que hace el estudiantes y el docente frente a un ejercicio o problema (Iranzo y Fortuny, 2009).

Esto nos señala la necesidad de que levantar una propuesta de enseñanza de la geometría implementando el uso de una TIC, como Geogebra, que sea realmente adecuada para enseñar construcciones geométricas, en nuestro caso, para la enseñanza de simetral y circuncentro, requiere de un análisis mediante el Conocimiento especializado para el profesor de matemática (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge, MTSK) propuesto Carrillo, Climent, Contreras, Escudero-Ávila., Flores-Medrano, Montes (2014). Este marco comprende el conocimiento del contenido del profesor desde la contribución de Shulman (1986, 1987) y el Mathematical Knowledge for Teaching desarrollado por Ball y su equipo (2008). En este marco teórico se distinguen dos componentes: una referida al conocimiento de la matemática, MK (Mathematical Knowledge), y otra relativa al conocimiento didáctico para enseñar, el PCK. (Pedagogical Content Knowledge).

El MTSK además de ser una propuesta teórica para modelar el conocimiento del profesor de matemática, es una herramienta metodológica, con la cual es posible analizar la práctica. En esta comunicación, sólo consideramos una dimensión, el Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (Knowledge of Mathematics Teaching, KMT) que tiene como foco la enseñanza. En este dominio incluye, entre otros, el conocimiento de los recursos y el uso de ejemplos adecuados tanto en el contenido, como en el contexto y la intención. En esta investigación, queremos analaizar las actividades realizadas con geogebra, como recurso de enseñanza

METODOLOGÍA

Para la realización de esta propuesta se utilizó una metodología de investigación cualitativa, a través del estudio de casos para indagar y describir las prácticas docentes integrando Geogebra al momento de institucionalizar los conceptos de simetral y circuncentro, una por parte de la profesora en formación sin experiencia en el aula y otra por parte de la formadora de profesores, dentro de un contexto de co-docencia entre formadores de profesores, profesoras y la profesores en formación en dos septimos años básicos.

Para indagar las prácticas docentes utilizadas, las clases son videograbadas y posteriormente revisadas y analizada en episodios de enseñanza. Ello permite entender y comprender el conocimiento que los docentes y futuro docente disponen para la enseñanza de la simetral, la forma empleada para incorporar Geogebra en su práctica docente y la conducción de aprendizajes en sus estudiantes con apoyo del software, tanto la futura docente como la formadora

de profesores.

Al disponer de registros videograbados de la clase, la extracción de información se hace de manera minuciosa, registrando episodios críticos o conflictivos, que desde el análisis calmado del investigador se puede entender con detalle lo que allí sucedió (Erickson, 2006).

ANÁLISIS DE RESULTADOS

La planificación y aplicación de las actividades diseñadas para la enseñanza de la simetral y circuncentro, contempla utilizar Geogebra al momento de institucionalizar los conceptos. Aquí se produjeron diferentes episodios conflictivos que permiten analizar la forma en cómo se incorpora Geogebra en la enseñanza de estos objeto matemático, de los cuales consideramos dos episodios relevantes, descritos a continuación, dónde se muestran diálogos entre los estudiantes (Ei), la profesora del colegio (P), la profesora en formación (PF) y la formadora de profesores (FP).

Episodio 1:

Actividad: Como cierre de clase, se resume la construcción de la simetral sobre segmentos realizada durante la clase, y la definición de simetral dada por P, luego se proyecta un triángulo dibujado en Geogebra (con todas las fases preparadas)

PF: Chicos, miren la pizarra, tenemos un triángulo ABC, sobre el segmento AB podemos construir una recta que pase por el punto medio, que es la simetral que ya construyeron con el compás. Esto también lo podemos hacer en los otros lados del triángulo, con el lado AC y el lado CB.
P: Las tres rectas que marcó la PF, ¿qué son y cómo lo saben?
Curso: (a coro) Simetrales.
E1: Por los ángulos rectos y el punto medio.
PF: Estas tres simetrales se juntan en un punto llamado Circuncentro, veamos que, al mover los vértices del triángulo, obtenemos diferente tipos de triángulos, y se pueden dibujar las tres simetrales igual, y además, el circuncentro también está y se mueve.
FP: Si es rectángulo, miren, ¿dónde está el circuncentro?
E4: En el borde.
PF: Entonces, podemos ver que el circuncentro, dependiendo el tipo de triángulo es donde quedando ubicado, a veces fuera del triángulo, adentro o simplemente en un lado del triángulo.
En este episodio se observa que la PF realiza una clase más expositiva y muy dirigida, y que utiliza Geogebra para mostrar lo que va diciendo de manera automática, sin dejar mucho espacio para la reflexión de los estudiantes o que ellos guíen las construcciones realizadas, esto se ve reflejado en que la FP en conjunto con la P deben intervenir para verificar si los estudiantes entienden lo explicado y para hacerles preguntas y guiar su reflexión.

Episodio 2:

Actividad: Como cierre de clase, se resume la construcción de la simetral sobre segmentos realizada durante la clase, y la definición de simetral dada por P, usa Geogebra sin las fases preparadas con antelación en el software.

FP: Chicos, vamos a jugar con el Geogebra, ¿qué hago, una recta, un segmento? (El curso murmura algunos responden “una recta”, otros dicen “un segmento”) Y si hago un triángulo, es un polígono verdad.
Curso: (a coro) Sí.
FP: Voy a dibujar el triángulo ABC, y sobre cada lado vamos a dibujar las simetrales, entonces le digo al Geogebra construye la simetral, pero, ¿cómo se llama la simetral en Geogebra?
E1: Mediatriz.
PF: Entonces dibujo la mediatriz de este lado y aparece, y quiero la de este otro lado hago clic y aparece, y lo mismo

en el otro lado, ¿estamos bien? (el curso responde en coro “Sí”), esto es más rápido que nosotros con el compás. Y miren estas rectas se juntan en un punto, y se mueve al modificar el triángulo, ¿qué tipo de triángulo es este, y donde está el punto? (los estudiantes responden a medida que el triángulo se mueve), y ¿ahora? Este punto se llama circuncentro, ¿qué palabra conocen que se parezca a circuncentro, o que empiece con “cir”?

En este episodio podemos ver que la FP realiza una clase dinámica, proponiendo la actividad como un juego, invitando constantemente a los estudiantes a participar en un diálogo conceptual, conduciendo en ellos procesos de reflexión, al momento de construir los objetos geométricos trabajados para la enseñar la bisectriz, interactuando con el software Geogebra y visualizando de manera dinámica las invarianza de objetos geométricos al producir ciertas transformaciones, para finalizar por medio del triángulo rectángulo como referencia: el circuncentro sobre un lado del triángulo, en el interior cuando es un acutángulo y en el exterior cuando es obtusángulo.

CONCLUSIONES

Al utilizar un software de geometría dinámica como Geogebra, como complemento al compás, la enseñanza de construcciones geométricas en estudiantes del Segundo Ciclo de Educación Básica, puede permitir que los aprendizajes sean más significativos y pertinentes, siempre que la planificación y su práctica docente, siempre y cuando, esté basada en criterios de enseñanza tales como:

-Foco en la argumentación y razonamiento lógico
-La apropiación de conceptos geométricos y sus propiedades en la construcción de los objetos geométricos a enseñar
-El uso del software dinámico (Geogebra) con el propósito de hacer visible la invarianza de ciertos objetos geométricos al producir algunas transformaciones
-Conducción de aprendizajes en base a un diálogo e interacción reflexiva profesor – estudiantes, junto con la utilización del software, para discutir y precisar los conceptos geométricos y su construcción, la visualización de su formas, sus propiedades y sus objetos inavariantes.

Como se observa en el segundo episodio, la clase se orienta hacia procesos de aprendizaje geométricos en los estudiantes, bajo una interacción atenta y con sentido por parte del profesor. En la primera estaban todos los pasos construidos, relacionando implícitamente el trabajo de regla y compás con el software, sin dar espacio, a la interacción, sólo a la observación. Para que el KTM emerja de manera adecuada, el software debe utilizarse de manera intencionada para apoyar la argumentación y razonamiento lógico, la apropiación de conceptos geométricos y propiedades y la visualización de las invarianzas del objeto geométrico a enseñar.

A raíz esto, consideramos que es necesario trabajar con Geogebra directamente con los estudiantes, considerando el contexto, donde se intencione que los estudiantes sean partícipes de cada una de las construcciones realizadas, con el fin que comprendan qué se está haciendo y por qué, trabajando en conjunto, donde relacionen las TIC con la regla y el compás, argumenten y comuniquen su conocimiento.

Referencias

Abrate, R., Delgado, G. y Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. Revista Iberoamericana de Educación, 39(1), 1-9. Recuperado de: http://www.rieoei.org/deloslectores/1290Abrate.pdf

Alemán, J. (2009). La geometría con Cabri: una visualización a las propiedades de los triángulos (Tesis de Maestría). Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán: Tegucigalpa M. D. C, Honduras.

Ball, D., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E., y Montes, M. (2014), Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. Universidad de Huelva Publicaciones: Huelva

Erickson, F. (2006) Definition and analysis of data from videotape: some research procedures and their rationales. En J. Green, G. Camili y P. Elmore (Eds.) Handbook of complementary methods in education research (pp. 177-191). Washington, D.C: American Educational Research Association.

Fabres, R. (2016). Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atingente a los contenidos. Estudios pedagógicos, 42(1), 87-105.

Gamboa, R., y Ballestero, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Revista Electrónica Educare, XIV (2), 125-142.

Iranzo, N., y Fortuny, J. (2009). La influencia conjunta del uso de Geogebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. Enseñanza de las Ciencias, 27(3), 433-446.

Martínez, J. (2006). E-learning, tres revoluciones en una: la travesía del desierto. En C. Marcelo, Prácticas de e-learning. España: Octaedro Editorial.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4–14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1–22.

Villella, J. (2001). Uno, dos, tres… Geometría Otra Vez. Buenos Aires: Aique

CB 096

MEDICIÓN DE ÁNGULOS EN EDUCACIÓN BÁSICA: ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA SOBRE UN PROBLEMA DE ENSEÑANZA

Noemí Pizarro, Alicia Zamorano, Andrea Godoy
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Universidad de Chile, Colegio Regina Mundi

noemi.pizarro@umce.cl, alicia.zamorano@uchile.cl, andi.godoyv@gmail.com

Didáctica de la Geometría

RESUMEN

La presente comunicación da cuenta de resultados preliminares acerca del conocimiento especializado del profesorado de matemáticas que surge a partir de una investigación conjunta entre formadores y docentes en ejercicio. En particular nos centramos en la medición de ángulos donde detectamos la dificultad del uso del instrumento de medida, transportador, durante la enseñanza de medición de ángulos en la educación básica.

palabras clave: ángulo, transportador, práctica, medición.

INTRODUCCIÓN

Es necesario comprender la práctica docente y su contexto para informarse sobre cómo un o una docente incide en el aprendizaje de sus estudiantes (Darling-Hammond, 2012). Se ha consensuado que el conocimiento profesional del profesorado y su ejercicio tienen un sustento teórico-práctico (Shulman, 2001; Tardif, 2004); por ello, la práctica docente ha llamado la atención de la investigación desde hace unas pocas décadas.

Sin embargo, a pesar de ello, la formación docente continúa alejada de las aulas. Las y los formadores de profesores no se relacionan con la escuela, y a la vez, los y las docentes no se relacionan con las universidades, lo que conlleva un paralelismo contante entre ambos trabajos que, en la práctica, deberían estar interrelacionados (Zeichner, 2010). A raíz de esto, surge el proyecto "Investigación entre universidad y escuela: Un análisis sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática por medio de reflexión conjunta sobre la práctica", donde se espera que profesores de aula y formadores de profesores investiguen en conjunto sobre problemas en la enseñanza de la matemática.

En esta comunicación, nos interesa divulgar un problema puntual para un o una docente de educación básica: ¿cómo enseñar a medir ángulos? A pesar que hablamos de medida, el problema se enfoca en el eje de geometría de cuarto año básico (9 años aprox.). La experiencia docente nos ha mostrado que, a lo largo de la enseñanza escolar y universitaria, el uso del transportador no es uno de los aprendizajes con mayores logros, como tampoco, un aprendizaje relevante. Sin embargo, la conceptualización del objeto matemático y su medición, está estrechamente ligada, por lo tanto, su estudio y análisis, es de interés disciplinario y didáctico.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El proyecto mencionado en el apartado anterior, considera analizar problemáticas sobre la enseñanza escolar que emergen desde el ejercicio docente, con el fin de realizar un trabajo bidireccional entre ambas instituciones. De este modo, una docente de cuarto año básico, considera que desarrollar el objetivo de aprendizaje 8 del plan de estudios de cuarto año "Construir ángulos con el transportador y compararlos" que conlleva medición, comparación, construcción y estimación de ángulos, es bastante complejo. A partir de este objetivo, nos preguntamos, en una primera instancia ¿Cómo enseñar a medir ángulos?

Si observamos libros de texto para formación de profesores o las directrices de los programas de estudio, no encontramos orientaciones sobre cómo enseñar a medir o por qué hay que enseñar a medir. Esta situación no es particular de nuestro país, Guichard (2018) publicó una problemática similar en la escuela francesa, donde explicita que el estudiante debe aprender a usar un transportador, pero nada indica sobre cómo un ángulo puede ser construido y medido en grados.

Con el convencimiento de que el conocimiento para enseñar se observa y se desarrolla en la práctica, el objetivo de esta parte de la investigación, es analizar la práctica de enseñanza de la medición de ángulos de acuerdo a una propuesta de trabajo diseñada entre universidad y escuela.

REFERENTES TEÓRICOS

Definición de ángulo y su medición

La definición de ángulo ha sido considerada por diferentes autores, con mayor o menor cercanía las tareas escolares. Por un lado, Freudenthal (1973) (citado por Kontorovich y Zazkis, 2016) menciona que existen cuatro perspectivas del concepto de ángulo, de cuales dos tienen relación con este trabajo: como una forma estática, propio de la geometría elemental y otra como una forma dinámica proveniente de un giro y que es parte de la gonometría. En la geometría elemental se entiende que un ángulo es una parte del plano que está entre un par de rayos, con un

origen en común. Si bien de esta manera se crean dos ángulos el que es considerado convencionalmente es el más pequeño.

Para otros autores (Mitchelmore & White, 2000) el concepto de ángulo puede ser definido de tres formas distintas: la cantidad de giro de un punto en torno a otro que es la intersección de dos rectas, un par de rayos que tienen origen común y como la región formada por la intersección de dos semiplanos.

Desde el punto de vista de las aproximaciones que entregan los estudiantes sobre el concepto de ángulo cuando se les ha preguntado dan alguna de estos cuatro tipos de respuestas: una esquina que es puntiaguda y afilada; un lugar donde se encuentran dos líneas; la distancia o el área entre dos líneas que se cortan; o la diferencia entre la pendiente de dos líneas (Pegg & Davey, 1991).

La medición de los ángulos se realiza con transportador (generalmente de semicírculo) donde su magnitud es positiva y menor a 180°. También para medir es necesario posicionarse si se va a considerar un ángulo con una definición estática o dinámica. Es estática si se busca la diferencia en la dirección de dos líneas, donde podríamos medir el ángulo superponiendo una sobre otra, o bien por medio de un transportador. Es dinámica si se observa como una rotación, es decir como un movimiento en el plano, donde hay un desplazamiento horario o anti horario. En el saber sabio también es posible encontrar diferentes enfoques en la definición de ángulo: Klein (1927) considera su aspecto dinámico homologándolo a un giro que, dados dos rayos de origen común, lleva a uno de ellos a coincidir con el otro. Para Hilbert (1899) ángulo es el sistema formado por dos semirrayos pertenecientes a distintas rectas que parten desde un mismo punto y yacen el mismo plano. Podemos observar que para Klein el concepto es dinámico y para Hilbert, estático.

Hemos encontrada escasa literatura respecto del uso y las dificultades del uso del instrumento transportador para medir. En Guichard (2017), se indica que el estudiante es quien debe aprender a usar el transportador, pero no se le indica cómo medir un ángulo en grados. El uso de transportador se da para medir y no para construir ángulos, lo que se ha indicado como la 'numerización' de las magnitudes.

¿Es posible una enseñanza de la medición de ángulos que sea coherente con la definición matemática del objeto y que a la vez logre el objetivo de medir?

Conocimiento para enseñar

Para analizar la práctica de la enseñanza, consideramos como referente al Conocimiento especializado para el profesor de matemática (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge, MTSK) propuesto Carrillo, Climent, Contreras, Escudero-Ávila., Flores-Medrano, Montes (2014). Este marco comprende el conocimiento del contenido del profesor desde la contribución de Shulman (1986, 1987) y el Mathematical Knowledge for Teaching desarrollado por Ball y su equipo (2008). En este marco teórico se distinguen dos componentes: una referida al conocimiento de la matemática, MK (Mathematical Knowledge), y otra relativa al conocimiento didáctico para enseñar, el PCK. (Pedagogical Content Knowledge) El MTSK además de ser una propuesta teórica para modelar el conocimiento del profesor de matemática, es una herramienta metodológica, con la cual es posible analizar la práctica. Las componentes se dividen a la vez en seis dominios, que serán a la vez, las dimensiones de análisis de los datos de este estudio. En esta comunicación y sólo por motivos de espacio nos referiremos a dos de estas categorías:

El Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (Knowledge of Features of Learning Mathematics KFLM): Este dominio se enfoca en el contenido matemático como objeto de aprendizaje, por ello se evita mirar al estudiante en sí, dado que la idea es observar las características del proceso de comprensión del estudiante sobre el contenido, que derivan de su interacción con el mismo. En nuestro caso, nos interesa comprender como los estudiantes comprenden la idea de ángulo y su medición

Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (Knowledge of Mathematics Teaching, KMT): el KMT tiene como foco la enseñanza. En este dominio incluye el conocimiento de los recursos, materiales, formas de presentar el contenido, el uso de ejemplos adecuados tanto en el contenido, como en el contexto y la intención. Nos interesa conocer cómo se presenta el ángulo como objeto matemático y el transportador como recurso de enseñanza.

METODOLOGÍA

El estudio, dadas sus características, es un estudio de caso de corte cualitativo y descriptivo de la investigación-acción docente. Para González- Lloret (2012) lo que distingue a la investigación acción cualitativa es su claro objetivo de cambiar y mejorar la práctica o la situación que se está estudiando y no solo su descripción o interpretación. Los datos se recogen tanto de las reflexiones individuales y colectivas de las docentes y formadores de docentes, como de las prácticas de aula por medio de video tape, dado que las evidencias de prácticas de aula son indispensables en la formación docente

En la investigación participan dos profesoras, una es formadora de profesores y la otra es docente de aula, ambas son sujetos y objetos de investigación. Se realizan cuatro clases para el último curso cuarto básico. Para realizar la investigación, se consideran tres instancias de investigación: sobre la práctica, en la práctica y para la práctica. Killion & Todnem (1991), considerando los primeros trabajos de Schön, distinguen estos tres momentos de reflexión; las dos primeras son de índole reactiva, la reflexión en la práctica se lleva a cabo durante el trabajo de aula; la reflexión sobre la práctica se realiza después de un hecho puntual. La reflexión para la práctica es el resultado de las dos anteriores y a la vez, el antecedente de las dos anteriores, dado que componen un ciclo de investigación y acción.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Durante la actividad, se presentaron diversos episodios de análisis que nos permiten detectar factores que indicen en la enseñanza de la medición de ángulos. Cabe destacar que el grupo curso definió colectivamente el concepto de ángulo, y a partir de los elementos relevantes de dicho concepto, comprendió cómo usar el transportador.
Por cuestiones de espacio, en esta comunicación sólo presentaremos un episodio correspondiente a la tercera clase de las cuatro clases implementadas, donde el objetivo es medir ángulos que están dibujados en una hoja de papel blanco con la ayuda del transportador.

En un momento de la clase, durante el monitoreo del desarrollo de la tarea de medir, la formadora de profesores (FP) se acerca a una estudiante para comprobar el trabajo realizado y se desarrolla el siguiente diálogo:
FP: primero hay que posicionarse (indicándole a la estudiante que ubique el centro del transportador en el vértice del ángulo) y el cero y empieza a contar.
E: ¿Así? (ver imagen 1)
FP: cero...cero, diez, veinte, treinta…cincuenta (mientras la estudiante va siguiendo con el lápiz cada uno de los números en el transportador)
E: ¡cincuenta, sesenta, setenta...uy! Ah..pero yo lo medí al revés (y hace el gesto de girar el transportador)
FP: Ah no, tú lo mediste bien, tú lo mediste así, ¿cierto? Tú llegaste al 70 porque lo mediste por los números de arriba, pero te acuerdas que la profesora te dijo…. (la estudiante la interrumpe)
E: pero sí así lo hice
FP: empiezas desde el cero y tu empiezas a avanzar y avanzaste hasta el 110
E: ¿entonces miro los números de abajo?
FP: Sí, miras los números de abajo.

En este episodio evidencia la dificultad que presentan los estudiantes al utilizar el instrumento transportador para la medición de los ángulos. Otro elemento que se presentó como dificultad durante la clase que se realizó medición de ángulos fue la variedad de instrumentos para la medición y donde en varios de ellos faltaban elementos para lograr medir, ya sea el centro para la ubicación del vértice del ángulo, el sentido de los números para la medición

(en sentido horario) y la recta horizontal para ubicar el rayo de origen del ángulo. (ver imagen 1)

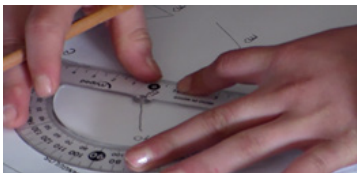


Imagen 1: estudiante midiendo con transportador

Imagen 2: tipos de transportadores utilizados por los estudiantes

CONCLUSIONES

Podemos observar que existe escasa investigación sobre la medición de un objeto matemático tan elemental como el ángulo. Esperamos que esta comunicación sea un aporte para que otros investigadores contribuyan a la investigación y divulgación en miras a la enseñanza de la apropiación de un concepto transversal a todos los niveles de enseñanza.

Por otro lado, nos parece relevante indicar que hablamos de medición, pero nos enfocamos en el eje geometría, de acuerdo al currículo chileno. ¿no son acaso los grados sexagesimales una magnitud? ¿no deberíamos considerar este problema dentro del desarrollo pensamiento métrico y no del geométrico? Las directrices curriculares son casi nulas para comprender cómo se espera que el docente desarrolle la idea de ángulo y su medida, para inferir dónde nos posicionamos.

Los párrafos anteriores dan cuenta que tanto el KTM como el KFLM podrían tener sólo un desarrollo intuitivo, tanto en la formación de profesores como en la práctica docente, lo que también repercute en las empresas que crean material didáctico. Constatamos la gran variedad de instrumentos de medida, que en ningún momento consideran que la medición del ángulo es en sentido anti horario. Algunos, como el transportador C de la imagen 2, ni siquiera cuenta con un punto de partida. Otros, no son transparentes, para que los estudiantes puedan observar si lo están posicionando bien. Por lo demás, los transportadores que hay en el mercado, comúnmente responden a una definición estática y no dinámica. En este escenario ¿Qué hace un docente con 40 estudiantes y una alta variedad de materiales que no apoyan su quehacer?, considerando que su quehacer es probable que sea intuitivo, sin solidez disciplinaria ni didáctica.

Por otro lado, creemos que instancias de investigación conjunta, entre formadores de profesores y profesores de aula crean espacios de reflexión bidireccional que contribuyen a concientizarnos de problemáticas como la que hemos presentado, con el fin de mejorar la formación inicial y continua del profesorado de matemática.

Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407.

Carrillo, N. Climent, L.C. Contreras, D. Escudero-Ávila, E. Flores-Medrano, M. Montes (2014), Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. Universidad de Huelva Publicaciones: Huelva

Darling-Hammond, L. (2012). Evaluating and supporting effective teaching: Developing a systemic approach. Pensamiento Educativo, 49(2), 1-20

Guichard, J. P. (2018). Angles in secondary school: surveying and navigation. In Let History into the Mathematics Classroom(pp. 1-15). Springer, Cham.

Killion, J. &Todnem, G. (1991) A process for personal theory building. Educational Leadership, 48 (6), pp. 14-16.

Kontorovich, I., & Zazkis, R. (2016). Turn vs. shape: teachers cope with incompatible perspectives on angle. Educational Studies in Mathematics, 93(2), 223–243. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9699-2

Mitchelmore, M. C., & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalization. Educational Studies in Mathematics, 41(3), 209-238.

Pegg, J., & Davey, G. (1991). Levels of Geometric Understanding. Australian mathematics teacher, 47(2), 10-13.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4–14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1–22.

Shulman, L. (2001). Conocimiento y Enseñanza. Revista Estudios Públicos, 83, 163-196.

Schön, D. A. (1992). La Formación de profesionales reflexivos: hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones. Barcelona: Paidós.

Tardif, M. (2004). Los saberes del docente y su desarrollo profesional. Madrid: Nancea

Zeichner K (2010) Rethinking the connections between campus courses and field experiences in college- and university-based teacher education. J. TeacherEduc. 61: 89-99.

CB 098

DECONSTRUCCIÓN PARCIAL DE LA ARITMÉTICA MAPUCHE

Sonia Salas-Salinas
Corporación Municipal de Quilpué

sbsalass.doc@gmail.com

Etnomatemática y Estudios socioculturales en Educación Matemática.

RESUMEN

En este trabajo presentamos la descripción del sistema de numeración oral mapuche desde un enfoque sociocultural. Nuestra visión antropológica del conocimiento matemático nos permite describir un conocimiento matemático institucional, presente en las prácticas discursivas cotidianas mapuche, que son validadas por la institucionalidad al incorporar este conocimiento en los recursos curriculares del Sector de aprendizaje Lengua Indígena Mapuzugun. Este trabajo es un aporte al conocimiento común de los profesores de matemáticas de las escuelas situadas en comunidades mapuche; para el diseño didáctico matemático situado y para el currículo de matemática al evidenciar algunos aspectos posibles de articular con la matemática escolar en los primeros niveles de educación primaria.

Palabras clave: Numeración mapuche, análisis epistémico, prácticas discursivas.

INTRODUCCIÓN

Como bien lo plantean Godino, Font, Wilhelmi y Arrieche (2009) la investigación sobre los sistemas de numeración ha sido uno de los temas que hasta hoy constituye un problema en el ámbito de la enseñanza de la matemática. Existen muchos factores que influyen en los procesos de aprendizaje de la matemática en los primeros niveles de la educación primaria, más específicamente, el aprendizaje del sistema de numeración decimal posicional asociado al lenguaje simbólico matemático. Sin embargo, estos autores plantean un tema interesante cuando preguntan ¿Alguien sabe lo qué es el número? Y nos entregan una serie argumentos que nos hacen reflexionar sobre lo que ellos llaman 'significados informales en términos de prácticas matemáticas informales'. Estemos o no de acuerdo con esta denominación 'informal', hay en estos planteamientos una necesidad implícita de considerar el conocimiento matemático de origen como un conocimiento previo, cuando nos planetan:

"(…) las prácticas informales no tienen una existencia meramente "histórica". Coexisten en el tiempo con la formalización científica en las prácticas usuales de las escuelas y determinan el progreso de los significados personales. No son un "mal menor", sino hitos necesarios en el desarrollo cognitivo de los niños y consustanciales a los procesos de transposición didáctica" (Godino, Font, Wilhelmi y Arrieche, 2009, p.44).

Los aportes de los enfoques de investigación socioculturales, han proporcionado evidencia de la existencia de una antropología cultural matemática (Vithal y Skovsmose, 1997). Algunos, nos plantean la exclusión de este conocimiento en los currículos eurocéntricos que dominan los Sistemas Educativos de todo el mundo (Quintriqueo, 2010). En la acualidad la implementación de la Educación Intercultural Bilingüe (EIB) en Chile y Latinoamérica, ha generando el escenario propicio para la investigación del conocimiento matemático de los pueblos indígenas de América desde la Didáctica de la Matemática.

En este escenario, nos proponemos aportar evidencias del potencial educativo del conocimiento matemático mapuche para ser considerado en la educación escolar en contexto mapuche. En este estudio empírico, centramos nuestro interés en las prácticas matemáticas discursivas en mapuzugun, lengua mapuche, presentes en: registros históricos, para deconstruir el conocimiento matemático presente en la memoria individual y colectiva mapuche; y en los documentos oficiales del MINEDUC para la enseñanza del Sector de aprendizaje Lengua Indígena (SLI) Mapuzugun, en los primeros niveles de Educación Básica. Entonces, nos planteamos ¿Cuáles son los nichos ecológicos en los que vive esa aritmética mapuche?, ¿qué características tiene esta aritmética?, ¿existe semejanza con la aritmética escolar? Nuestro objetivo es 'describir prácticas matemáticas mapuche, su potencial educativo y/o posibles conflictos semióticos en el aprendizaje de la matemática escolar'.

MARCO TEORICO Y METODOLÓGICO

Desde un enfoque educativo intercultural y crítico en la Didáctica de la Matemática es pertinente utilizar el término 'descolonizar el saber', 'descolonizar el currículo', entre otros, para referirnos a la relación dialógica que debe darse en las actuales aulas de matemáticas interculturales. En la actualidad, distintas culturas que conviven en este mundo multicultural están en búsqueda de esa liberación y preservar su conocimiento y cosmovisión; sin embargo, son conscientes que es necesario aprender los marcos interpretativos de otras culturas para establecer relaciones dialécticas en igualdad de condiciones disminuyendo las actuales relaciones de poder.

No es nuevo el considerar los aprendizajes previos de los estudiantes a la hora de iniciarlos en un nuevo aprendizaje y más aún si recordamos que desde tiempos remotos hasta hoy, fuera del entorno escolar la mayoría de los niños utilizan los números para: contar, clasificar distintos objetos (color, tamaño, etc.) y cuantificar situaciones de su entorno. Entonces no estamos lejos de comprender que es necesario respetar, valorar e incorporar los conocimientos matemáticos de la cultura de origen de los estudiantes al ingresar a la escuela. La etnomatemática es parte de la práctica cotidiana de los estudiantes dentro y fuera de la escuela, por ello reconocerla como una práctica válida refuerza la creatividad, los esfuerzos, el auto-respeto cultural (D´Ambrosio, 2000), en una sociedad multicultural.

Vithal y Skovsmose (1997) describen cuatro facetas o campos de estudio de la etnomatemática: Antropología cultural matemática y Relaciones entre etnomatemática y educación matemática.

El lenguaje en la instrucción matemática es un tema relevante, en tanto sabemos que 'el lenguaje es el mediador, por excelencia, de todo aprendizaje'. Aun cuando, cada vez encontramos más investigaciones a nivel internacional, desde la Didáctica de las Matemáticas, que abordan los problemas que surgen a partir de esta relación. En nuestro país, la investigación que aborde el complejo escenario a que se enfrentan los estudiantes mapuche al iniciar su educación obligatoria, es muy incipiente. Estos estudiantes tienen que incorporarse a una nueva comunidad de prácticas, la escuela, con nuevas reglas y códigos ajenos a su cultura de origen (Salas, Godino y Quintriqueo, 2016). También, es incipiente la investigación que aborde la cuestión de la enseñanza de la matemática en contextos bilingües y/o multilingües, para comprender qué sucede con el aprendizaje de la matemática cuando los estudiantes están aprendiendo, a la vez, la lengua en la que se imparte la instrucción. Para nosotros es fundamental la noción de lenguaje, pues todo aprendizaje, en las distintas etapas de la vida, está mediado por el lenguaje como lengua hablada en un contexto social, físico, geográfico y cultural (Salas, Godino y Oliveras, 2015).

Iniciamos un trabajo de investigación socio-histórica documental para encontrar a los largo de la historia del pueblo mapuche su conocimiento matemático, específicamente el conocimiento relativo a la aritmética y en particular la estructura aditiva, en el pasado y su relevancia para el presente y futuro (Cohen y Manion, 2002). En esta fase se analizan textos como material empírico para reconstruir la teoría subjetiva de los sujetos, en tanto está presente en la memoria colectica (Flick, 2007). En esta exhaustiva revisión documental, mediante el análisis de contenido, pudimos establecer y deconstruir el conocimiento de la aritmética mapuche para su posterior análisis. Este primer análisis nos arrojó la estructura morfo-matemática de la numeración mapuche y para ello utilizamos el esquema planteado por Bengoechea (2009), desde un enfoque etnomatemático y sociocultural, el que aborda el significado y significante de las palabras numéricas y signos numéricos en un juego de lenguaje específico.

RESULTADOS

Sistema de prácticas discursivas

DÀmore (2003) describe los sistemas numerales en tres idiomas, italiano, español y quechua, logrando con ello evidenciar la estructura lógica que utilizan los quechuas para nombrar los números.

La complejidad de la estructura morfosintáctica de las palabras numérica en español la podemos observar en su estructura morfo-matemática, en tanto podemos apreciar sus irregularidades a partir de la palabra "once". No se aprecia explícitamente la participación del diez ni los 'no ostensivos' en términos de un aprendizaje inductivo. En este caso los objetos matemáticos 'no ostensivos' son la adición y multiplicación que están implícitas en la formación de una cifra de dos a más dígitos, no obstante, en la numeración oral en español cambia de ubicación de acuerdo a su irregularidad.

Entonces, al poner en juego los procesos de codificación y descodificación, la correspondencia entre la palabra numérica y el símbolo no se condicen, por ende puede llevar al estudiante a cometer errores o no comprender el valor del dígito de acuerdo a la posición de éste en las palabras numéricas y en la escritura simbólica matemática. La tabla 1 muestra la composición morfosintáctica de la numeración en mapuzugun y la interpretación aritmética de las palabras numéricas. También el mapuche ideó un sistema numeral oral lógicamente estructurado para facilitar el conteo y las operaciones básicas. Al igual que en quechua, la numeración en mapuzugun de basa en un principio aditivo y multiplicativo. Su estructura morfosintáctica es explícitamente lógica, puesto que utiliza las mismas palabras y las potencias de 10 para formar la cifra. Si bien, no tienen un sistema de notación simbólica propia en su cultura, han adoptado la utilización del lenguaje simbólico matemático occidental. Hemos realizado una interpretación aritmética de la numeración en mapuzugun, donde podemos inferir la existencia de objetos matemáticos 'no ostensivos', al igual que en español. Sin embargo, la regularidad y lógica en la conformación de las palabras

numéricas en mapuzugun, nos permite evidenciar, más fácilmente, dichos objetos y la posición de los dígitos en la formación de cifras de dos y tres dígitos.

Símbolo Numérico	Mapuzugun	Interpretación aritmética		Símbolo Numérico	Mapuzugun	Interpretación aritmética	
1	Kiñe	1		11	Mari kiñe	10+1	
2	Epu	1+1		12	Mari epu	10+2	
3	Küla	2+1		13	Mari küla	10+3	
4	Meli	3+1		14	Mari meli	10+4	
5	Kechu	4+1		15	Mari kechu	10+5	
6	Kayu	5+1		16	Mari kayu	10+6	
7	Reqle	6+1		17	Mari reqle	10+7	
8	Pura	7+1		18	Mari pura	10+8	
9	Aylla	8+1		19	Mari aylla	10+9	
10	Mari	9+1	(10)[1]	20	Epu mari	2(10)	
40	Meli mari	4(10)		5000	Kechu waragka	5(1000)	
50	Kechu mari	5(10)		2625	Epu waragka kayu pataka epu mari kechu	2(1000)+6(100)+2(10)+5	
100	Pataka	10(10)	(10)[2]	9999	Aylla waragka aylla pataka aylla mari aylla	9(1000)+9(100)+9(10)+9	
200	Epu pataka	2(100)		10000	Mari waragka	10(1000)	(10)[4]
312	Küla pataka mari epu	3(100)+10+2		100000	Pataka waragka	100(1000)	(10)[5]
400	Meli pataka	4(100)		500000	Kechu pataka waragka	5(100)(1000)	
500	Kechu pataka	5(100)		602014	Kayu pataka waragka epu waragka mari meli	6(100)(1000)+2(1000)+10+4	
1000	Waragka	10(100)	(10)[3]	1000000	Kiñe waragka waragka	1(1000)(1000)	(10)[6]

Tabla 1. Interpretación aritmética de la numeración en mapuzugun

El resumen de los distintos segmentos de palabras, en español y mapuzugun, con significado matemático que representan un número en la conformación de las palabras numéricas en ambos idiomas, los presentamos en la tabla 2. Estos antecedentes nos pueden indicar las múltiples funciones semióticas que el estudiante mapuche debe establecer para comprender el sistema de numeración decimal posicional en otra lengua y cultura.

Dígito / Lengua	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
Español	uno	dos	tres	cuatro	cinco	seis	siete	ocho	nueve	diez	cien	mil	diez mil	cien mil	millón
	on	do	tre	cator	quin	ses	set	och	nov	ce	ciento(s)				millones
		ve		cuar	cincu				nove	dieci	ientos				
										inte					
										Inti					
										inta					
										enta					
Mapuzugun	kiñe	epu	küla	meli	kechu	kayu	reqle	pura	aylla	mari	pataka	waragka	mari waragka	pataka waragka	waragka waragka

Tabla 1. Interpretación aritmética de la numeración en mapuzugun

Este sistema de numeración en mapuzugun es reconocido por la institucionalidad y lo plasma en los Programas y Planes de Estudio de la asignatura Sector de Lengua Indígena Mapuzugun (SLIM). Esta institucionalización de la numeración mapuche ha llevado a los editores de textos para estudiantes, profesores y educadores tradicionales a utilizar este sistema de numeración en las actividades propuestas a los estudiantes. Por razones de espacio incluimos una imagen, que se puede apreciar en la figura 1. Esta actividad se propone en el texto del estudiante Mapuzugun 1º Básico y en la Guía del Educador Tradicional. En ésta escuchan ül Üñümche de Lorenzo Aillapan, un poema, en el cual aparece la expresión “zoy mari waranka txipanthü rupalnien tañi küme ül ülkantuken mülen mew wera pezkiñ, hace diez mil años que circundo este camino magistral”.

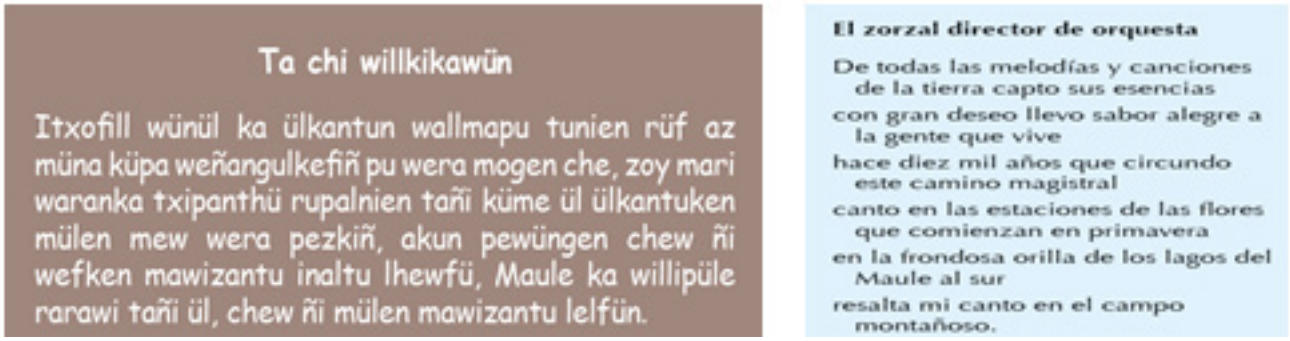


Figura 1. Actividad propuesta al estudiante en el SLIM
Fuente: Guía del Educador Tradicional Mapuzugun 1º Básico (MINEDUC, 2015, p. 114)

Conclusión

Las irregularidades en las palabras numéricas, en español, en tanto introducen variados segmentos de palabras que representan a un número, pueden ser una dificultad para la comprensión del sistema de numeración decimal posicional para el niño mapuche. En tanto, al igual que Bengoechea, creemos que para un hablante adulto puede ser fácil identificar que el segmento "ce" alude al diez y los segmentos "do", "tre" y "cator", aluden al dos, tres y cuatro respectivamente. Sin embargo, para a un estudiante que inicia su formación escolar no es tan obvio, lo que nos lleva a plantear que el sistema de conteo escolar oral en español posee muchas irregularidades sintácticas lo que complejiza la asociación del símbolo matemático que lo representa al superar el ámbito numérico de diez.

Referencias

Bengoechea de, N. (2009). Etnomatemáticas, métodos y objetos culturales. Tesis de Máster. Documento no publicado, Universidad de Granada. España.

Cohen, L. y Manion, L. (2002). Método de investigación educativa. Madrid: La Muralla.

D'Ambrosio, U. (2000). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. Números, (43), 439-444.

D'Amore B. (2003). Matemática en algunas culturas suramericanas. Una contribución a la Etnomatemática. Relime. México D.F., México. 6, 3, 279-290.

Flick, U. (2007). Introducción a la investigación cualitativa. Ediciones Morata. Madrid.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y Arrieche, M. (2009). ¿Alguien sabe qué es el número? Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 19, 34-46.

MINEDUC (2015). Guía del Educador Tradicional para 1° básico. Santiago: Autor.

Quintriqueo, S. (2010). Implicancias de un modelo curricular monocultural en contexto mapuche. Santiago: Lom Ediciones

Ramos, A.B. y Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. La Matematica e la sua didattica, Anno 20, n. 4, 535-556.

Salas, S. S., Godino, J. D., y Oliveras, M. L. (2015). Números mapuches en el currículo de la lengua mapuzugun en la educación básica chilena. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8(2), 194-213.

Salas, S. S., Godino, J. D. y Quintriqueo, S. (2016). Análisis Exploratorio de las Prácticas Matemáticas de dos Estudiantes Mapuches en Colegios con y sin Educación Intercultural Bilingüe. Bolema, 30(55), 481-501.

Vithal, R., y Skovsmose, O. (1997). The end of innocence: a critique of 'ethnomathematics'. Educational Studies in Mathematics,

CB 099

DISTRIBUCIÓN NORMAL Y REGISTROS SEMIÓTICOS

Víctor Maldonado C. / Dr. Héctor Hevia S.
Universidad Alberto Hurtado

vhmc2017@gmail.com / hctr.hevia@gmail.com

Didáctica de Estadística y Probabilidades

RESUMEN

Los docentes del siglo XXI, deben dominar las áreas del saber pedagógico que están a su cargo, además sienten la necesidad de encontrar respuestas a sus interrogantes, buscando nuevos conocimientos (CPEIP, 2006).
El estudio descansa en una investigación cualitativa que busca recoger información, mediante una entrevista en profundidad, acerca de las creencias y concepciones que tienen los profesores de matemática de educación media en relación al objeto de conocimiento de Distribución Normal, para saber como ellos proponen el concepto al enseñarlo en el aula a sus estudiantes; es decir; cómo el profesor exterioriza sus representaciones mentales del objeto en estudio.

Palabras claves: Profesor, fenomenología, concepciones, Distribución Normal, registros semióticos.

INTRODUCCIÓN

Frente a los nuevos desafíos que proponen las reformas curriculares actuales, en las cuales se incorpora la Estadística y la Probabilidad durante toda la trayectoria escolar, la preparación académica de los profesores no siempre es la más consistente. La Estadística es una disciplina relativamente desconocida para muchos profesores, quienes no siempre han tenido una formación adecuada en este tema dentro de sus estudios universitarios iniciales o de formación continua; tienen nociones limitadas, y a menudo erróneas, de ideas básicas como por ejemplo muestra y probabilidad (Del Pino & Estrella, 2012).

El objetivo de este trabajo es indagar sobre las creencias y concepciones que tiene el profesor de matemática de educación media en relación al objeto de estudio: la Distribución Normal en el contexto de la estadística, y estas evidencias servirán como orientación para la elaboración de una monografía bajo la mirada de las representaciones semióticas.

El estudio adopta una metodología cualitativa; una entrevista; cuyo marco referencial es la fenomenología, debido a que provee de un enfoque que estudia el conocimiento a partir de los fenómenos, en este caso, las creencias y concepciones de los profesores respecto a la Distribución Normal.
Este marco teórico, permite explicitar y describir cómo es entendido el fenómeno en estudio, la manera en que han adquirido los profesores un conocimiento y la forma en que lo perciben.

ANTECEDENTES

Los docentes, hoy en el siglo XXI y en cualquier parte del mundo, deben dominar las áreas del saber pedagógico que están a su cargo, esto significa que el profesor debe estar en una permanente actualización de sus competencias. Los docentes sienten la necesidad de encontrar respuestas a sus interrogantes, buscando nuevos conocimientos y métodos de enseñanza que permitan lograr los aprendizajes esperados para sus alumnos, lo que genera también una positiva autoestima entre los docentes, factor importante para generar una mayor expectativa de logro de los estudiantes (CPEIP, 2006).

“Debemos tomar consciencia de la postura que tenemos con respecto a la manera de enseñar y de las posibles implicancias didácticas” (San Trigo, 1993), lo que nos permite reflexionar con respecto a la naturaleza de las matemáticas.

Los estándares orientadores 2012 en Chile para egresados de carreras de pedagogía en matemática proponen lo siguiente: Estándar 20: Está preparado para conducir el aprendizaje de la distribución normal y teoremas límite. Aquí el futuro profesor debe conocer la distribución uniforme, la exponencial y la distribución normal, el significado de sus parámetros, y las aplica a la resolución de problemas.

La prueba de selección universitaria PSU, incorpora nuevos objetivos de aprendizaje a partir del 2017, tales como: 1) Comprender que la distribución de medias muestrales de muestras aleatorias de igual tamaño extraídas de una población tiende a una Distribución Normal a medida que el tamaño de las muestras aumenta (IV Medio) y 2) Utilizar modelos probabilísticos para representar y estudiar diversas situaciones y fenómenos en condiciones de incerteza (IV Medio). Entonces, es importante que los estudiantes tengan profesores preparados para que enseñen estos contenidos.

Según datos estadísticos de un estudio realizado en la Universidad Andrés Bello en base al análisis de un ensayo PSU estandarizado realizado en el año 2016, se determinó que Datos y Azar es el eje curricular matemático donde los jóvenes tienen menos logros, con sólo un 22,8% de acierto (5 respuestas correctas de 21). Este eje contempla las áreas de Probabilidades, Variable Aleatoria, Distribución Normal y Medidas de Tendencia Central (Castro, 2017). De las investigaciones respecto a estadística, existen algunas que han caracterizado perspectivas para analizar

tales como: Tauber (2001) que manifiesta la importancia de trabajar en estadística con datos reales; y Del Pino & Estrella (2012) que frente a los nuevos desafíos que proponen las reformas curriculares actuales, en las cuales se incorpora la estadística durante toda la trayectoria escolar; señala que las nociones de ideas básicas en relación a la estadística son limitadas por parte de algunos profesores de matemática, a menudo erróneas, como muestra y probabilidad. Otras investigaciones (Hevia, 2013) aplican los métodos de la fenomenología para proponer nuevas formas de adquisición del conocimiento estadístico, que permitan una construcción gradual de este conocimiento. Finalmente en cuanto a las investigaciones que han estudiado la práctica docente al interior del aula desde un enfoque disciplinar y pedagógico, han constatado que hay docentes de matemáticas que no tienen la preparación adecuada para manejar con éxito la enseñanza de algún concepto, por lo general se limitan a enseñar contenidos como los presenta un libro de texto; abarcando el mismo grado de profundidad (Jarero, Báez, Cantú & Gómez; 2008).

PROBLEMA A INVESTIGAR

¿Cómo se generó la curva normal?, ¿Cuál es la aplicabilidad real de la distribución Normal?, ¿Qué significa el teorema central del límite?; son algunas de las interrogantes que no siempre sabemos responder como profesor. La mayor parte de los temas de investigación relacionados con la enseñanza de las matemáticas, provienen sin lugar a dudas de la práctica docente y los trabajos que ocupan mayor dominio son los que se han enfocado a la influencia de las creencias y concepciones.

Frente a los antecedentes recopilados, se vislumbra la siguiente interrogante: ¿Qué proponen los profesores de matemática de enseñanza media para el aprendizaje de la Distribución Normal en el contexto de la estadística?; es decir; cómo influyen las creencias y las concepciones en el conocimiento del profesor y cómo es entendido el fenómeno Distribución Normal.

Objetivo general:

Elaborar una Monografía de la Distribución Normal en el contexto de la estadística para profesores de matemática de enseñanza media bajo la mirada de los registros semióticos.

Objetivos específicos:

- Indagar y describir las creencias y concepciones que tienen los profesores de matemática de enseñanza media en relación a la Distribución Normal y su rol en la estadística.
- Diseñar una monografía de aprendizaje para el profesor de matemática, orientada por las evidencias obtenidas de las entrevistas y fundamentada por la teoría de registros semióticos.

MARCO REFERENCIAL

Teoría de las representaciones semióticas: Las representaciones semióticas juegan un papel primordial en la enseñanza de las matemáticas, ya que son las representaciones las que permiten el acceso a los objetos matemáticos, considerando que las matemáticas, a diferencia de otras ciencias, están contenidas de objetos no tangibles. “La actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación. (Duval, 2006).
Sistema semiótico (Tamayo, 2006)

Para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación debe permitir tres actividades cognoscitivas fundamentales asociadas a toda representación:

1) La formación de un conjunto de signos que sean identificables como una representación de algo en un sistema determinado; por ejemplo una fórmula es identificable en el registro algebraico. Esta formación implica una selección de rasgos y de datos en el contenido por representar.

2) El tratamiento es la transformación de una representación en el mismo registro en el cual ha sido formada, haciendo uso sólo de las reglas propias a ese registro. El tratamiento es una transformación interna de un registro.
3) La conversión es la transformación de una representación en otra que pertenece a otro registro conservando la totalidad o una parte solamente del contenido de la representación inicial. La conversión es una transformación externa al registro de partida

La única forma de trabajar con los objetos matemáticos es a través de sus representaciones; es por ello que la teoría de registros semióticos sustenta la construcción de la monografía de enseñanza basada en las evidencias obtenidas de los profesores en relación a las creencias y concepciones respecto a la Distribución Normal; las representaciones externas que se utilizarán ofrecerán al docente diferentes alternativas, conjuntamente con ejemplos de actividades cognoscitivas asociadas a la representación para poder aclarar la forma como se puede abordar dicho concepto desde el contexto estadístico.

Fenomenología: Se utilizará la fenomenología que propone Edmund Husserl, como sustento para la investigación, debido a que provee de un enfoque que estudia el conocimiento a partir de los fenómenos, en este caso, el conocimiento (creencias y concepciones) de los profesores respecto al objeto Distribución Normal. Este marco teórico, permite explicitar y describir cómo es entendido el objeto en estudio, formular hipótesis de cómo han adquirido los profesores este conocimiento y la forma en que lo perciben. La palabra fenomenología, a grandes rasgos se refiere al estudio de los fenómenos, deriva de las palabras griegas fainómenom (fenómenos) y logos (el estudio) (Patocka, 2005). Entonces desde el punto de vista del sujeto que enseña, en particular el profesor, el conocimiento está dado por la forma en como él lo observa y como lo concibe, para luego ser enseñado.

MARCO METODOLÓGICO

La presente investigación se sustenta en el paradigma cualitativo tipo fenomenológico, que implica describir sin concepciones a priori de parte del investigador cuáles son las creencias y concepciones que tiene el profesor de matemática de enseñanza media en relación a la Distribución Normal, en el contexto de la estadística. Para ello se tienen las siguientes fases en la investigación:

Fase 1: Análisis preliminar (Exploratorio). Se invitan a 7 docentes de enseñanza media en ejercicio de una determinada comunidad educativa y se aplicará una entrevista en profundidad, con el objetivo de obtener evidencias: producciones sobre algunas concepciones, creencias y representaciones que se tienen acerca de la Distribución Normal y de su rol en el contexto estadístico.

Fase 2: Análisis de las evidencias. Una vez obtenidas las evidencias en la fase de análisis preliminar. Se procederá a la descripción de las concepciones, creencias y representaciones en relación al objeto Distribución Normal.

Fase 3: Construcción de la monografía. Con las evidencias analizadas más la epistemología del objeto, se obtendrán las orientaciones para el diseño de la construcción de una monografía de enseñanza para el profesor de matemática de educación media en relación al objeto de estudio.

Referencias

Arellano, M., & Cerda, A. (2006). Formación continua de docentes: Un camino para compartir. CPEIP. Santiago: Maval.

Castro (2016). Un análisis en base a un ensayo estandarizado realizado en 2016 reconoció cuál es el tema en el que los estudiantes más se equivocan. Santiago. Recuperado de: http://www.soychile.cl/Santiago/Sociedad/2017/11/05/496755/Conoce-el-eje-tematico-con-mayores-fallos-en-PSU-de-Matematicas-y-algunas-recomendaciones-para-rendir-el-test.aspx

Del Pino, G., & Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educacional Latinoamericana, 49(1), 53-64.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9(1), 143-168.

Hevia, H. (2013). El contexto de modelación estadística de los datos. Manuscrito no publicado.

Jarero, M. I., Báez, M., Cantú, C. A., & Gómez, K. (2008). Un estudio cualitativo sobre las prácticas docentes en las aulas de matemáticas en el nivel medio.

Mineduc (2011), LOM Ediciones Ltda, Estándares orientadores paras carreras de pedagogía en educación media, pp 131-132.

Patocka, J. (2005). Introducción a la fenomenología. Barcelona: Herder.

Real Academia Española. (2017). Diccionario de la lengua española (23ª. Ed.). Consultado en http://dle.rae.es/?id=HlHxDnE

Tamayo, Ó. E. (2006). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Revista educación y pedagogía, 18, 37-49.

Tauber, L. M. (2001). La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos. Universidad de Sevilla, Departamento de Didáctica de las Matemáticas.

CB 100

OPACIDAD DE LA RAZÓN MATEMÁTICA EN ACTIVIDADES DE MODELACIÓN

Aldo Campusano Pellissa, Leonora Díaz Moreno, María Farías Muñoz
Universidad de Valparaíso, Chile

aldo.cpellissa@gmail.com, leonoradiazmoreno@gmail.com,
maria.farias.munoz@gmail.com

Sistematización de Experiencias de Aula, primer año medio.

RESUMEN

Se reportan trayectorias de predicción de estudiantes según una perspectiva de modelación que procura articular entidades numéricas y analítico algebraicas con un fenómeno, y, entre sí. Se orienta a que los estudiantes encapsulen tanto la razón de cambio, que emerge entre las cantidades de magnitudes de peso y de elongación, como al coeficiente de la variable de la expresión algebraica, en calidad de parámetros cruciales de la elasticidad del resorte. Se analiza una actividad de modelación de un texto escolar que se dirige a significar una relación lineal de variables. Persiste en ambas actividades la opacidad de la razón matemática.

Palabras clave: Razón matemática, Modelación, Trayectorias de predicción

INTRODUCCIÓN

La razón como comparación de cantidades de magnitudes ha sido una noción problematizada en los procesos de aprendizaje (Castro, 2015). La preocupación por las dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de esta herramienta matemática sigue vigente (Campusano, Farías y Díaz, 2014). Se viene abordando desde una gran diversidad de líneas de investigación, de carácter cognitivo, didáctico, curricular, epistemológico, entre otras (Ruiz y Valdemoros, 2006; Díaz, 1998; Castro, 2015). Siendo una noción importante para la configuración del pensamiento proporcional cuantitativo, los estudiantes no alcanzan a construirla significativamente durante el ciclo escolar (Díaz, 2008). A pesar de importantes avances en la investigación aún no se consolidan propuestas orientadas a restablecerla en la enseñanza y los aprendizajes (Castro, 2015) particularmente en actividades de modelación matemática.

UNA PERSPECTIVA DE MODELACIÓN

Siguiendo a los autores Arrieta y Díaz (2015) se entiende a la modelación como una práctica que articula dos entidades, con la intención de intervenir en una de ellas, llamada lo modelado, a partir de la otra, llamada el modelo. Una entidad se convierte en modelo cuando el actor la usa para intervenir en la otra entidad. De esta manera el modelo no existe independiente de la actividad de quién modela. La articulación de los entes iniciales da lugar a un nuevo ente, al modelo, mo, que resulta adherido a lo modelado, ma. Tal articulación constituye una nueva entidad para la vivencia de quien modela, la que se denota (ma, mo) y se nomina dipolo modélico (DM). La diversidad, tanto de las entidades que intervienen en la articulación como de la naturaleza de la intervención, desde esta perspectiva, hacen posible identificar a la modelación como una práctica recurrente en diferentes comunidades.

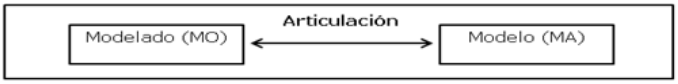


Figura 1. Acto de Modelar (tomada de Arrieta y Díaz (2015, pág. 31)

Bajo una perspectiva socioepistemológica para la enseñanza y los aprendizajes, los autores Castro y Díaz (2011) señalan que los objetos matemáticos y las representaciones semióticas adquieren un rol instrumental. Estos pueden asumir formas y usos distintos, con base a la funcionalidad requerida en la actividad matemática que se pretenda desarrollar. Lo sustantivo deviene de prácticas sociales espacio temporales de comunidades, dando cabida a la construcción y resignificación de las matemáticas. Para el contexto de aula se propicia que los estudiantes, en su actividad matemática, construyan argumentos, herramientas, sentidos y significados, de modos análogos a los de comunidades de prácticas.

LO LINEAL

Esta visión de modelación se distingue de otras que se vinculan al contenido curricular de función lineal. Se orienta a que los estudiantes construyan una red de modelos lineales con el fenómeno que se modela. Tal red configura "lo lineal". Son factibles de constituirse en modelos no solo expresiones analíticas, también tablas de datos numéricos y gráficas.

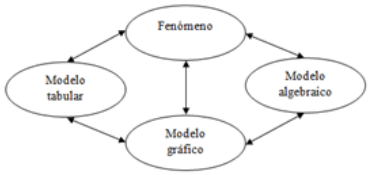


Figura 2. Lo Lineal

La actividad considera un experimento discursivo sobre la elasticidad de un resorte (Arrieta y Díaz, 2015). Se orienta a que los estudiantes construyan una red que articule la elasticidad del resorte con el coeficiente de la variable de la expresión analítico algebraica, la inclinación de la recta y la razón de cambio, tal como se muestra en la figura 3.

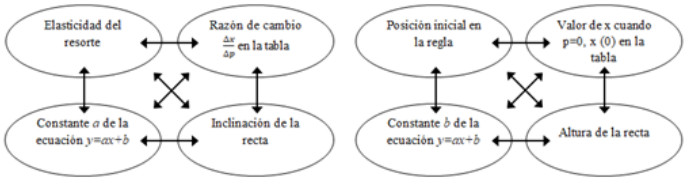


Figura 3. Redes que articulan la elasticidad del resorte (tomada de Arrieta y Díaz (2015, pág. 44))

ACTIVIDAD DE MODELACIÓN EXTRAÍDA DE UN LIBRO

Castro (2015) reporta como a lo largo de la historia -con foco en textos contemporáneos y posteriores al nacimiento de la imprenta- en los libros de texto de matemática elemental, la razón va configurando a la proporcionalidad como noción matemática en tanto que a esa se le va despojando de todo significado propio. Por su parte David Block (2001, op. cit., Castro, 2015) afirma que el desaparecimiento de la razón matemática del discurso escolar ha sido progresivo, y se relaciona de modo principal con la tendencia, a partir del siglo XIX, de la formalización del algebra y del análisis. Estos amplían sus dominios hacia nuevos objetos y trivializan los teoremas relativos a razones y proporciones (p.10). Un ejemplo que ilustra el aserto anterior es una actividad extraída del Texto del Estudiante de octavo básico (Mineduc, 2018, pp. 154-155). El propósito de la actividad es "Relacionar la proporcionalidad directa con la función lineal".

J: número de litros de jugo embotellado.
A: cantidad de kilogramos de azúcares que se deben incorporar.
Paso 1: Define la constante de proporcionalidad de la relación existente entre J y A como el siguiente cociente constante. A/J=80

El texto inicia recurriendo a la razón cuando alude a una relación entre una cantidad de kilos de azúcar y una cantidad de litros de jugo. Prosigue identificando a esta relación con una "constante de proporcionalidad". Aquí remite a la relación a una constante exenta de magnitudes. Aumenta enseguida la opacidad de la relación inicial asociando a la constante con un cociente de cantidades. Este cociente invisibiliza a las magnitudes cuantificadas por el par de cantidades.

Se reconocen distintas perspectivas de modelación en didáctica de las matemáticas. Se las puede distinguir desde las actividades que se proponen para desarrollar en el aula. La actividad del texto en comento considera tres fases: A) Se informa una relación de cantidades de magnitudes que identifica a un determinado jugo de frutas; B) Se desplaza desde cantidades de magnitudes a variables matemáticas; y, C) Se identifica al modelo como una relación matemática entre las variables. Observamos, en esta trayectoria de la actividad, una perspectiva de modelación que la subsume con una relación numérico-algebraica entre dos variables:

El modelo matemático que relaciona las variables A y J se puede escribir como: A(J)=80J

Detalle de la trayectoria de la actividad

A. Se informa una relación de cantidades de magnitudes que identifica a un determinado jugo de frutas,
"Para elaborar 0,6 L de jugo de frutas no gasificado se deben incorporar 48 g de azúcares"
B. Se desplaza desde cantidades de magnitudes a variables matemáticas
Situación 1 Relacionando variables

¿Qué relación existe entre la cantidad de kilogramos de azúcares que se deben agregar al proceso y el número de litros de jugo embotellado?

Para responder, primero constatamos que si se quiere aumentar el número de litros de jugo embotellado, entonces se debe aumentar la cantidad de kilogramos de azúcares que se incorporan en el proceso.

Paso 1 Representa el hecho de que si desea embotellar 0,3 L de jugo (la mitad de 0,6 L) se deben agregar 24 g de azúcares (la mitad de 48 g) y que si se desea embotellar 1,2 L de jugo se deben agregar 96 g de azúcares.

Paso 2 Completa la tabla con las cantidades de gramos de azúcares "A" que se deben agregar para poder embotellar diferentes cantidades de litros de juego "J"

J (L)	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1
A (g)	24	48		96			

Paso 3 Constata que el cociente $\frac{A}{J}$ es constante para todos los pares de valores de la tabla

Para 0,3 L	Para 0,6 L	Para 1,2 L
$\frac{A}{J} = \frac{24}{0,3} = 80$	$\frac{A}{J} = \frac{48}{0,6} = 80$	$\frac{A}{J} = \frac{96}{1,2} = 80$

Compruébalo para los otros pares de valores.

R: ***El número de litros de jugo embotellado y la cantidad de kilogramos de azúcares que se deben incorporar son variables directamente proporcionales.***

C. Se identifica al modelo como una relación matemática entre las variables

Situación 2 Modelando una relación directamente proporcional

*¿Qué modelo matemático se puede plantear para describir la relación que existe entre las variables **A** y **J** de la situación 1?*

*Primero recordemos la definición de **J** y **A***

***J**: número de litros de jugo embotellado.*

***A**: cantidad de kilogramos de azúcares que se deben incorporar.*

Paso 1: Define la constante de proporcionalidad de la relación existente entre J y A como el siguiente cociente constante. $\frac{A}{J} = 80$

Paso 2: Confirma que para conocer la cantidad de azúcares que hay que agregar al proceso basta multiplicar el número de litros de jugos que se desean embotellar por 80.

Escribe para completar los enunciados:

Para embotellar 0,3 L de jugo hay que agregar:
80 • _____ = _____ g de azúcares
Para embotellar 0,9 L de jugo hay que agregar:
80 • _____ = _____ g de azúcares
Para embotellar 90 L de jugo hay que agregar:
80 • _____ = _____ g de azúcares

Paso 3: Escribe la relación matemática existente entre las variables A y J.

R: ***El modelo matemático que relaciona las variables A y J se pueden escribir como:***

$$A(J)=80J$$

TRAYECTORIAS DE ALGORITMOS DE PREDICCIÓN

Se analizan producciones estudiantiles registradas en la actividad de modelación de la elasticidad del resorte. Se analizan las fases I de experimentación discursiva y la fase II de predicción y articulación. Aquí se reportan las trayectorias de algoritmos de predicción que los estudiantes construyeron, buscando identificar la presencia de la

razón matemática en ellas.

El diseño didáctico aplicado se soporta en una trayectoria de algoritmos de predicción (figura 5). Esta trayectoria cuenta como conjetura previa para los desarrollos estudiantiles por lo que no se explicita a los estudiantes. El diseño está abierto a la emergencia de variaciones a esta trayectoria.

Figura 5. Trayectoria de algoritmos de predicción (con base en Sepúlveda, Arrieta y Díaz, 2015)

El diseño didáctico se aplicó a estudiantes de primer año medio. En la dinámica de trabajo se formaron equipos de dos estudiantes, en una sala de clases de matemática, durante dos sesiones de 45 minutos. Al finalizar se recogieron producciones de tipo documento físico.

Se presentan trayectorias de algoritmos de predicción construidas por los estudiantes, obtenidas desde sus desarrollos de las actividades planteadas por el diseño.

Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3
Puntos medios	Uso de la expresión algebraica.	_____
Puntos cuartos	Uso de la expresión algebraica.	Regla de tres
Puntos decimos	Uso de la expresión algebraica.	Regla de tres
Puntos decimos	Uso de la expresión algebraica.	Regla de tres
Construcción de la expresión analítico algebraica	Uso de la expresión algebraica.	Construcción de la expresión analítico algebraica
	Uso de la expresión algebraica.	
Constitución del modelo algebraico	Uso de la expresión algebraica.	Constitución del modelo algebraico

Tabla 1. Trayectoria de algoritmos de predicción equipos 1, 2, 3

Equipo 4	Equipo 5	Equipo 6
Puntos medios	Puntos medios	Puntos medios
Regla de tres	Puntos cuartos	Puntos cuartos
Regla de tres	Puntos decimos	Puntos decimos
Razón de cambio	Puntos decimos	Puntos decimos
No logran construir la expresión analítico-algebraica	No logran construir la expresión analítico-algebraica	No logran construir la expresión analítico-algebraica
Regla de tres		

Tabla 2. Trayectoria de algoritmos de predicción de los equipos 4, 5, 6

ANÁLISIS

Al observar las acciones de predicción realizadas por los estudiantes, se advierte como algunos utilizaron variantes similares a la propuesta en la Figura 5 (Equipos 1, 5 y 6) y pese a seguir una ruta similar, solo los equipos 1 y 3 arriban y usan la expresión analítico algebraica constituyéndola, con este uso, en el modelo algebraico. Uno de los equipos, el 4, usa la razón matemática en su trayectoria, sin arribar a la expresión analítico-algebraica. La estrategia de la regla de tres es recurrente en sus desarrollos. Esta estrategia resulta inconducente excepto para aquellas trayectorias que incluyan al valor unitario en sus trayectorias de algoritmos en su camino para arribar y usar la expresión analítico algebraica constituyéndola en el modelo algebraico. Llama la atención que el equipo 2 en cada una

de sus respuestas hizo uso de la expresión algebraica. Si bien se logra visibilizar que hicieron uso de una trayectoria similar a la propuesta por el equipo 5, no obstante borraron la ruta utilizada para solo emplear la expresión a la que arribaron. Parecen proceder sustentados por una perspectiva que entiende que obtener un resultado haciendo uso de una expresión algebraica posee mayor validez que su itinerario de trabajo numérico-tabular, focalizados en dar una respuesta por sobre la valoración de sus procedimientos y saberes matemáticos allí involucrados.

CONCLUSIÓN

Como señala la literatura, la razón matemática no se emplea en el aula como tal, sino que se la subsume a la temática de proporcionalidad. Está presente de modo explícito desde la enseñanza básica, se la suele definir como una fracción y no se la significa como comparación de cantidades de magnitudes. En la actividad de texto revisada se subsume a la razón matemática en una constante de proporcionalidad y luego en un cociente que transita a dar significado a una relación de variables matemáticas: la actividad del libro de octavo básico conduce a los estudiantes a un algoritmo que invisibiliza la razón como relación de cantidades de magnitudes desplazándolos a multiplicar la "constante de proporcionalidad" por la cantidad de litros para obtener la cantidad de azucares necesarios, encapsulando lo anterior como el modelo de la situación, A(J)=80J. En la perspectiva de modelación que suscribe el estudio, esa constituye una expresión analítico-algebraica que, al usarla, se constituye en el modelo analítico algebraico, para la producción de un jugo con una concentración dada. En la aplicación del diseño de modelación por su parte, las trayectorias constituidas por los estudiantes no reparan en la razón matemática. Se proyecta implementar elementos de rediseño a la secuencia de modelación utilizada, para significar a la razón matemática y constituirla de modo explícito en el parámetro crucial de la modelación tabular que el diseño propone.

Referencias

Arrieta, J., Díaz, L. (2015) Una perspectiva de la modelación desde la socioespistemología. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18(1), 19-48. Doi: 10.12802/relime.13.1811

Campusano, A., Farías, M. (2014) La Razón Olvidada. XVIII Jornadas de Educación Matemática. Universidad de Santiago, Chile.

Castro A., I (2015) Razón matemática y configuración de lo proporcional desde prácticas socio escolares de estudiantes de profesorado. Tesis doctoral. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile.

Catalán, Pérez, Prieto y Rupin (2018) Matemática octavo básico, Ministerio de Educación de Chile, Chile.

Sepúlveda, C., Díaz, L., Arrieta, J. (2014) Concurrencia de predicción y algoritmia en la modelación. Alme 27, Buenos Aires, Argentina: 1483-1490.

Sepúlveda, C., Arrieta, J., Diaz, L. (2015) Trayectorias constituidas y emergentes en prácticas de modelación desde una mirada socioepistemológica. En Actas con Comité Científico de las XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Sociedad Chilena de Educación Matemática.

CB 101

LA OBSOLESCENCIA PROGRAMADA Y EL PROFESOR DE MATEMÁTICAS. UN ANÁLISIS DE DISCURSO DOMINANTE

Alex Montecino
alex.montecino.em@gmail.com

RESUMEN

En este trabajo se busca, por una parte, ilustrar cómo la fabricación del profesor de matemática esta enmarcado dentro de la obsolescencia programada, por otra parte, discutir sobre la circulación de una promesa de salvación que se constituye entorno a la formación permanente. Se estará problematizando la red discursiva que está constantemente configurando y controlando al profesor de matemáticas, para revelar sus efectos de poder en la fabricación de las subjetividades del profesor. Se desplegará un análisis del discurso inspirado en Foucault, para desempacar las verdades naturalizadas sobre quien es y debe ser el profesor de matemáticas y las formas en las que él es gobernado. Se argumenta sobre cómo mediante las demandas sociales se pone en funcionamiento dispositivos y fuerzas que sujetan al profesor de matemáticas a un control continuo y donde se debe reinventar constantemente.

Palabras claves: Profesor de matemáticas, obsolescencia programada, fabricación, análisis de discurso.

Introducción

El profesor de matemáticas que se discute aquí no es un individuo concreto de carne y hueso, más bien, es una construcción discursiva fabricada dentro de racionalidades y discursos que responden a condiciones espaciotemporales específicas. El profesor de matemáticas ha sido un campo de gran interés y estudio por parte de varios investigadores y agencias nacionales e internacionales. Este interés se puede justificar sobre la premisa de que el profesor es quién debe facilitar el conocimiento matemático a las nuevas generaciones. Como propone Montecino y Valero (2015), el profesor de matemáticas tiene la tarea prometeica de traer la luz (el conocimiento matemático) a los estudiantes. Junto con el conocimiento científico, el conocimiento matemático se ha convertido en un conocimiento de alto valor para la sociedad, ya que estos conocimientos se han relacionado directamente con el progreso, bienestar y el éxito de una sociedad (ver OECD, 2015a, 2015b).

Al navegar a través de discursos circulantes es posible encontrar varias argumentaciones que constantemente son enunciadas y reproducidas, constituyendo un discurso dominante (lo que se busca problematizar en este estudio) que promueve una forma de pensar sobre y entender al profesor de matemáticas. Este discurso responde a lo que se establece como deseable para la sociedad. El discurso dominante será desempacado mediante un análisis del discurso inspirado en Foucault (Arribas-Ayllon & Walkerdine, 2008; Jørgensen & Phillips 2002). Se considerará como material empírico los discursos producidas por organizaciones internacionales y la investigación. Más específicamente, se estudiarán los informes publicados por la OCDE, la UNESCO y los estudios publicados en los volúmenes 16, 17 y 18 del Journal of Mathematics Teacher Education.

Convergencia en la forma de argumentar sobre el profesor de matemáticas

Dentro de la red discursiva que se configura entorno al profesor de matemáticas, se puede identificar la convergencia en los argumentos que se usan para enunciar algo sobre el profesor, investigar sus prácticas o conocimientos, o para promover algún cambio. Esta convergencia revela las verdades que el discurso promueve sobre el profesor de matemáticas y sus efectos de poder en las formas de subjetivarse el profesor, como lo muestra Montecino y Valero (Submitted), la línea argumentativa de la narrativa dominaste en la investigación sobre el profesor de matemática se centra en la triada: conocimiento del profesor de matemáticas,

repertorio de técnicas para la enseñanza y el déficit. En este contexto, ellos muestran que gran parte de los argumentos sobre el profesor son elaborados en función de los diferentes conocimientos que el profesor de matemáticas tiene o debe tener.

La producción y reproducción de ciertos discursos dan forma a condiciones para que circule como verdad que “el profesor de matemáticas es importante para la sociedad”. Diversos argumentos son reproducidos sobre esta idea, tales como:

Mathematics teachers play a unique role as experts who provide opportunities for students to engage in the practices of the mathematics community. (Bleiler, Thompson, & Krajčevski, 2013, p. 105)

Teachers are key to increasing educational quality (Luschei & Chudgar, 2015, p. 3)
[I]t is clear that teaching and learning factors have a significant association with student performance in mathematics (OECD, 2010, p. 120)

Student performance in mathematics is related to teachers’ professional knowledge of mathematics, that is, their knowledge of mathematics per se, and the specialised knowledge of mathematics used in teaching (UNESCO, 2012, p. 74)

Through the mathematics teacher is promoting reform, the promoting reform is “considered by many to be a major responsibility of prospective teacher preparation” (Bahr, Monroe, & Eggett, 2013, p. 295)

El profesor de matemáticas se vuelve relevante para la sociedad no solo porque es responsable de enseñar un conocimiento específico con un alto valor, sino porque también debe promover las condiciones para la fabricación del ciudadano deseado. Así como se reconoce la importancia del profesor, también se destaca que “el profesor de matemáticas necesita mejorar” diversos aspectos académicos y profesionales (otra verdad que circula), en otras palabras, se argumenta constantemente que el profesor debe ser algo más de lo que él es.

Many PPTs [prospective primary teachers] wanted to continue taking another mathematics course because they wanted to improve their mathematics knowledge and skills not only for themselves but also for the sake of their future students. (Afamasaga-Fuata’i & Sooaemalelagi, 2014, p. 356)

They found that teachers’ lack of content knowledge interfered with their judgements and that there was a mismatch between their perceptions of students’ difficulties and the actual difficulties demonstrated by their students. (Wilkie, 2013, p. 405)

Teachers need to understand (1) the conceptual principles and the development of the ideas underlying a concept; (2) strategies, representations and misconceptions; (3) meaningful distinctions, definitions and multiple models; (4) coherent structure— recognizing that there is a pattern in the development of mathematical ideas as a concept becomes more complex; and (5) bridging standards—understanding that there might be gaps between standards and knowing what underlying concepts are in between to bridge the gaps between the standards. (Suh & Seshaiyer, 2014, p. 209)

Los discursos circulantes constantemente están reconociendo los déficits del profesor de matemáticas, en la que la formación permanente se establece como una promesa de salvación. Ya que se asegura que mediante la formación permanente se garantiza el control continuo del desarrollo académico y profesional del profesor de matemáticas. Actualmente, es imposible pensar en el desarrollo y devenir del profesor de matemáticas fuera de la formación permanente, ya que la sociedad y el mercado siempre están regulando y proponiendo nuevos desafíos que el profesor debe enfrentar —UNESCO (2015) afirma que el desarrollo profesional continuo” es esencial para que todos los maestros se adapten a los nuevos desafíos de

aprendizaje y nuevas habilidades. El profesor de matemática tiene que estar constantemente cambiando, mejorando mediante la formación permanente. La idea de la sociedad de control desarrollada por Deleuze (1992), nos ayuda a comprender cómo la sociedad ha establecido la idea de que nada se ha finalizado y donde todas las cosas deben controlarse continuamente. Vivimos en una sociedad donde todo es un estado constante de devenir y donde el control es necesario, ya que la sociedad está reformulando todo regularmente.

¿Pero de qué debe ser salvado el profesor de matemáticas? De volverse obsoleto. Al ser tan rápido los cambios sociales y con ello las demandas que el profesor debe hacer frente, la obsolescencia es un problema real que el profesor de matemáticas debe enfrentar.

La obsolescencia planificada como modelo de fabricación del profesor de matemáticas Los discursos que circulan sobre el profesor de matemáticas tienen como pilares la búsqueda constante de mejoras, los cambios continuos y la redefinición del profesor de matemáticas. El desarrollo académico y profesional del profesor de matemáticas es siempre desafiado y reformulado a partir de las demandas, intereses y deseos sociales. Actualmente, pareciera que le profesor de matemática está planificando y diseñando para volverse obsoleto, ya que nunca será suficiente, el profesor siempre necesitara más, por lo tanto, él debe (cada vez más y más) invertir en si mismo para no convertirse en un profesor obsoleto. Se ha establecido un modelo en el que la constitución de un profesor de matemáticas obsoleto es producto de una estrategia enmarcada en la obsolescencia programada. Donde el profesor está destina-

do a estar desactualizado, a estar con el riesgo de quedar fuera del sistema, a estar constantemente deseando algo nuevo y a estar permanente en déficit.

Pareciera que el profesor está condenado a ser deficiente y a estar en un proceso de mejora que nunca termina. El maestro se enmarca en los principios de la supervivencia, a través de un proceso continuo de mejora y competencia. El profesor debe ser capaz de calcular los costos y beneficios de todas las decisiones que tomará, ya sea en relación con su desarrollo profesional o con lo que consume. El poder de la obsolescencia planificada radica en su capacidad de caracterizar al profesor de matemáticas deseado y no deseado, excluyendo y rechazando lo que se considera obsoleto, no efectivo y no productivo.

Conclusiones

Como parte de las tecnologías de gobierno, la obsolescencia programada conduce la conducta del maestro de matemáticas a invertir cada vez más en sí mismo como la única forma de evitar ser obsoletos y como la forma segura de permanecer "productivo" en el sistema, ya que, el consumo es el camino para no quedarse atrás y el camino para convertirse en un profesor exitoso. "Lo real no es lo que somos, sino lo que nos convertimos, lo que estamos en el proceso de convertirnos, es decir, el Otro, nuestro devenir en otro". (Deleuze y Guattari, 1994, p. 112).

Referencias

Afamasaga-Fuata'i, K., & Sooaemalelagi, L. (2014). Student teachers' mathematics attitudes, authentic investigations and use of metacognitive tools. Journal of Mathematics Teacher Education, 17(4), 331-368.

Arribas-Ayllon, M., & Walkerdine, V. (2008). Foucauldian discourse analysis. In C. Willig & W. Stainton-Rogers (Eds.), The SAGE Handbook of Qualitative Research in Psychology (pp. 91-108). London: SAGE Publications.

Bahr, D. L., Monroe, E. E., & Eggett, D. (2013). Structural and conceptual interweaving of mathematics methods coursework and field practica. Journal of Mathematics Teacher Education, 17(3), 271-297.

Bleiler, S. K., Thompson, D. R., & Kraj́ evski, M. (2013). Providing written feedback on students' mathematical arguments: proof validations of prospective secondary mathematics teachers. Journal of Mathematics Teacher Education, 17(2), 105-127.

Deleuze, G. (1992). Postscript on the societies of control. October, 59, 3-7.

Jørgensen, M., & Phillips, L. J. (2002). Discourse analysis as theory and method. London: SAGE Publications.

Luschei, T., & Chudgar, A. (2015). Evolution of policies on teacher deployment to disadvantaged areas: Education For All, Global Monitoring Report.

Montecino, A. & Valero, P. (Submitted). The desired mathematics teacher: mapping and problematizing the discourses in JMTE. Journal of Mathematics Teacher Education.

Montecino, A., & Valero, P. (2015). Product and Agent: Two Faces of the Mathematics Teacher. In S. Mukhopadhyay & B. Greer (Eds.), Proceedings of the Eighth International Mathematics Education and Society Conference (Vol. 3, pp. 794-806). Portland, United States.

OECD. (2010). Mathematics teaching and learning strategies in PISA: Programme for International Student Assessment, OECD.

OECD. (2015a). How's Life? 2015: Measuring Well-being. Paris: OECD Publishing.

OECD. (2015b). Skills for Social Progress: The Power of Social and Emotional Skills: OECD Skills Studies, OECD Publishing.

Montecino, A., & Valero, P. (2015). Product and Agent: Two Faces of the Mathematics Teacher. In S. Mukhopadhyay & B. Greer (Eds.), Proceedings of the Eighth International Mathematics Education and Society Conference (Vol. 3, pp. 794-806). Portland, United States.

Suh, J., & Seshaiyer, P. (2014). Examining teachers' understanding of the mathematical learning progression through vertical articulation during Lesson Study. Journal of Mathematics Teacher Education, 18(3), 207-229.

UNESCO. (2012). Challenges in basic mathemtics education. Paris, France: UNESCO.

UNESCO. (2015). The challenge of teacher shortage and quality: Have we succeeded in getting enough quality teachers into classrooms? Education for All Global Monitoring Report, 1-10.

Wilkie, K. J. (2013). Upper primary school teachers' mathematical knowledge for teaching functional thinking in algebra. Journal of Mathematics Teacher Education, 17(5), 397-428.

CB 103

EMOCIONES DE ESTUDIANTES EN PRÁCTICA PROFESIONAL DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICAS

Jorge Iván Ávila Contreras
Universidad Católica Silva Henríquez

jorgematmus@gmail.com; javila@ucsh.cl

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

El estudio de las emociones en educación matemática se viene efectuando de manera ascendente desde inicios de este siglo; sin embargo, poco se ha desarrollado en lo que atinge a práctica profesional. En esta comunicación se comparten primeros resultados de una investigación en curso, desarrollada con base en sustentos teóricos provenientes de una tesis doctoral. Se busca caracterizar emociones por emergencia y concurrencia en sujetos que se hallan desarrollando su práctica profesional de pedagogía en matemáticas. Se reportan emociones y elementos configuracionales asociados a éstas, tales como el aula, la credibilidad estudiantil, la sala de profesores, el patio, entre otras.

Palabras clave: Práctica profesional de pedagogía en matemáticas; Formación de profesores; Pensamiento complejo; Emociones emergentes; Emociones concurrentes.

INTRODUCCIÓN

Esta comunicación presenta resultados de una investigación en curso (Ávila, Moya, Díaz y Urbina, 2018), cuyo propósito es caracterizar emociones de estudiantes de pedagogía en matemáticas en sus contextos de práctica profesional. Se atiende a la emoción en su emerger y concurrir, explorando en los momentos en que se está dando la relación suceso-experienciación en los centros de práctica, buscando evidenciar complejidades vivenciales que configuran a la emoción y, también, en lo que se configura a partir de ellas en ese contexto.

El proceso de práctica profesional constituye el momento de mayor encuentro entre la universidad y el territorio pedagógico. Por una parte, contribuye al mejoramiento del territorio escolar, y por otra, se aprende de este mismo territorio para retroalimentar los programas de formación. En las prácticas profesionales es clave la reflexión y el cómo potenciarla en la formación de los futuros docentes. Se debe enfatizar en que se "estimule a los futuros profesores a que reflexionen sobre cada una de sus dimensiones de pensamiento, sentimiento, deseo y actuación, y sus interrelaciones" (Korthagen, Kessels, Koster, Lagerwerf & Wubbels, 2001, p.121).

Actualmente, los futuros docentes de matemáticas llegan a los centros de práctica y se encuentran con una cultura y estilos de conocer y funcionar propios de las escuelas. Durante su proceso de práctica se suman las modalidades de trabajo y evaluación en el aula (tanto hacia ellos como en lo que ellos deben atender), prácticas pedagógicas de la tríada profesor-estudiante-saber que muchas veces no están en sintonía con lo que puedan estarse apropiando en su formación; en general, se encuentran además con un grupo no menor de estudiantes con necesidades educativas especiales ¿Qué implicaciones tiene todo esto en (y desde) su emocionalidad? Atender a estas preocupaciones es imprescindible, dado que las actuales generaciones de jóvenes forman parte de una nueva realidad configurativa de mundo que viene dándose cada vez con mayor fuerza hace varias décadas:

Las instituciones de educación formal han de lidiar con un nuevo sujeto de aprendizaje que surge de un entorno fuertemente corporal y emocional, cuyas referencias identitarias ya no son únicas, como tampoco lo son los modos de pertenencia. Los sujetos de educación hoy nos miran y nos oyen, nos quieren y desconciertan desde esas nuevas formas de habitar que son ya menos de la escuela y más de la pandilla y los amigos, el mundo de la moda y la publicidad, las redes sociales y el consumo cultural (Fernández y Anguita, 2015: 2-3).

Por otro lado, en nuestra sociedad persiste una mirada racionalista clásica para considerar al sujeto que aprende, esto se refrenda en aspectos como el equiparamiento de "calidad de los aprendizajes" con "buenos resultados en pruebas estandarizadas" (fundamentalmente cognitivas), la primacía de cátedras academicistas y una cultura académico/estudiantil con base en lógicas de costo-beneficio. Aspectos como estos, dan cuenta de un comportamiento racional que concibe al humano como un ser que conoce y aprende fundamentalmente a través de la razón, desvalorizando otras instancias de la experiencia humana, como la emoción y los sentimientos (Ávila, 2018). Con estudios como el que aquí se presenta se espera contribuir a comprender con mayor profundidad lo que se moviliza en el estudiantado de pedagogía en matemáticas, desde un punto de vista emocional, en los momentos en que vivencia sus espacios de práctica profesional. Desde una mirada compleja, se espera contribuir para orientar a una toma de decisiones más pertinente para la formación del profesorado de matemáticas en ese ámbito.

LAS EMOCIONES EN CONTEXTOS DE PRÁCTICA PROFESIONAL

Hay trabajos que estudian las emociones de estudiantes de pedagogía en contextos de práctica profesional, pero pocos en pedagogía en matemáticas. Por mencionar algunos, Jaramillo y Yáñez (2015) exploran la experiencia emocional de 12 estudiantes de pedagogía (ninguno en matemáticas) al enfrentarse a maltrato por parte de los docentes del establecimiento de sus prácticas. Detectan a la rabia, la angustia y la inseguridad como emociones con un alto impacto emocional, asociadas a alto nivel de estrés, que les hacen cuestionar su identidad profesional. Timoštšuk & Ugaste (2012), exploran la Identidad Profesional Docente de estudiantes en práctica profesional de varias carreras de pedagogía (entre ellas matemáticas), muestran que hay fuertes emociones positivas entre estudi-

antes practicantes y sus alumnos y fuertes emociones negativas con los profesores supervisores. Muestran que las emociones negativas ejercen la influencia más fuerte y que los profesores supervisores descuidan el papel de las emociones positivas como un apoyo para el aprendizaje. Timoštšuk, Kikas & Normak (2016) explican que el papel de las emociones durante las primeras experiencias de enseñanza en el aula no ha sido tan estudiado, examinan los métodos de enseñanza utilizados por los estudiantes profesores en la práctica de la enseñanza temprana y la relación entre esos métodos y las emociones experimentadas, concluyen que una buena preparación y la disposición a utilizar métodos constructivistas orientados a los alumnos reducen las experiencias negativas de los profesores y promueven el aprendizaje sobre la enseñanza.

En general, los estudios de emociones ponen la atención en las emociones positivas o negativas, más que ahondar en los momentos de su ocurrencia. En ese sentido, hay un foco más bien asociativo que configurativo. En la investigación que se reporta, el interés radica en la descripción de cartografiados, mapeos o trayectorias que evidencien lo emocional desde una mirada entretejida y compleja, con base en la perspectiva del pensamiento complejo.

REFERENTES TEÓRICOS

Se adscribe al pensamiento complejo de Edgard Morín y a las nociones de emoción emergente y emoción concurrente, que se acuñan en un trabajo doctoral que da pie a este estudio. El pensamiento complejo considera que la verdadera racionalidad es abierta por naturaleza y dialoga con una realidad que se le resiste, en un ir y venir constante entre la instancia lógica y empírica (Morín, 1999). La racionalidad "es el fruto del debate argumentado de las ideas y no la propiedad de un sistema de ideas" (p. 27), un racionalismo que ignora los seres, la subjetividad, la afectividad y la vida es irracional. La riqueza de esta mirada está en que la racionalidad va más allá de validar, definir o reducir lo racional exclusivamente a un aparataje de constructos pre-dados (Ávila, 2018).

A propósito de la naturaleza multidimensional de lo humano, la racionalidad florece, emergiendo de modo dinámico, en una relación dialógico-argumentativa entre instancias lógicas, empíricas y vivencias de lo humano" (p. 239).
De manea que el pensamiento complejo tiene una mirada dialógica e interrelacionada de la racionalidad. Morín (1990) define la complejidad como:

Un tejido de eventos, acciones, interacciones, retroacciones, determinaciones, azar, que constituyen nuestro mundo fenoménico (…) se presenta con los rasgos inquietantes de lo enredado, de lo inextricable, del desorden, la ambigüedad, la incertidumbre (p. 32).

El pensamiento complejo reconoce al humano como un homo complexus más que exclusivamente como un homo sapiens. Se le entiende constituido por bucles de complejidad: mente/cerebro/cultura, razón/afecto/impulso e individuo/sociedad/planeta (Morín, 1999).

Por su parte, Ávila (2018), acuña el término de complejidad vivencial para referir a aquella complejidad "que se constituye entrelazada a la experiencia del humano al vivenciar lo humano, en la complejidad en que se encuentre inmerso" (p. 239). Se trata de aquella complejidad que emerge (se vivencia) en el humano cuando está dándose el acto de vivenciar (op. cit).

A partir de estos soportes teóricos se acuñan dos acepciones para la ocurrencia de una emoción, a saber, emoción por emergencia y emoción por concurrencia (Ávila, 2018).

Una emoción emerge en una persona cuando al vivenciar esta una situación que la involucra, cobran forma aspectos configurativos que caracterizan esa emoción, principalmente, a propósito de aquello que está aconteciendo en ese momento (…) una emoción concurre en esa persona cuando ante una situación que la involucra emerge la emoción, pero esta vez, más entrelazada a lo que porta desde el acervo experiencial (p. 240).

Cuando una persona se involucra en una situación, se genera en ella una complejidad vivencial, ya que se actúa desde dentro de un cuadro vivencial, en el sentido de ser protagonista más que espectador de algo. A su vez, cabe señalar que más que una tipificación excluyente o determinística de las emociones en términos de emergencia o concurrencia, en el estudio interesa destacar y explorar la faceta relacional y dinámica que activa a la emergencia/concurrencia de una emoción, a fin de distinguir elementos vinculados a su ocurrencia "atendiendo al 'ahora' del estar siendo (Toboso, 1996; en Díaz, 2007) que acompaña a todo proceso de configuración de algo.

MÉTODOLOGÍA Y ANÁLISIS

Se adopta un enfoque cualitativo con diseño de Estudio de Casos. Los casos son dos estudiantes de pedagogía en matemáticas, de una universidad privada selectiva de Santiago de Chile, que el año 2018 cursan práctica profesional I y II. Los mecanismos de recogida de la información son: narrativas personales periódicas por parte de los sujetos en estudio y entrevistas en profundidad. Se triangula la información con videograbaciones de clases, notas de campo y producciones propias a la actividad curricular de práctica profesional. Para resguardar la credibilidad, el análisis de la información se socializa con los participantes del estudio y se trabaja con triangulación de investigadores y datos. Para resguardar procesos de transferibilidad, se hace una "descripción rica y profunda de cada fenómeno en su contexto" (Martínez-Salgado, 2012, p. 615).

AVANCES

A la fecha se cuenta con resultados iniciales que ilustran cómo, para ambos casos en estudio, las emociones que emergen a propósito de la relación con los estudiantes (de sus cursos de práctica) les marca notoriamente. Se transforma en un foco de satisfacción y validación de momentos significativos en su práctica profesional, más importante para ellos incluso que las miradas que puedan tener de su desempeño por ejemplo sus profesores colaboradores en el colegio. Ayudar a sus estudiantes les genera satisfacción y alegría, se sienten útiles y que están aportando. A la vez, la preocupación confluye ante una inminente pérdida de credibilidad o desaprobación por parte de sus estudiantes cuando por alguna circunstancia queda en evidencia que ellos no saben algo. Por parte de uno de los estudiantes practicantes, en un episodio se evidencia miedo, inseguridad y frustración frente al dominio del contenido matemático, pero a partir de su reflexión crítica frente a su accionar, va construyendo aprendizajes nuevos desde sus sentidos del "ser profesor". Las emociones de seguridad y tranquilidad confluyen en este estudiante debido al ambiente de confianza que logra generarse en el aula a partir de la interrelación con sus estudiantes y de ir gradualmente atreviéndose a "ser él mismo", con un trato franco, afectivo y horizontal. En tanto que, en el otro estudiante, la confianza y la seguridad se instalan más bien desde una precaución de tener el dominio del contenido y desde una relación asimétrica (de autoridad) que va impregnándose gradualmente en él; es decir, emergen a partir de una lógica del dominio de una de las partes, más que de la relación entre las partes. El patio y la relación persona a persona con los estudiantes provoca en ambos estudiantes practicantes satisfacción. En ese contexto informal la satisfacción emerge más por concurrencia ya que tiene estrecha relación con sus planteamientos de vida, de un querer tener cercanía con sus estudiantes a fin de hacer del colegio algo más familiar y humano ("yo soy de la idea de estar con los estudiantes, de compartir con ellos en los recreos"), la sala de profesores para ellos forma parte de un cuadro emocional más bien de lejanía y frialdad.

Si bien ocurre que, la cercanía con los estudiantes genera emociones de alegría, satisfacción y confianza a medida que transcurre el tiempo ("me siento más de los grupos de los cursos"), acercándose el momento de tener que efectuar ellos las clases, se comienzan a configurar y emerger emociones como la ansiedad y el miedo ("tengo miedo y ansiedad de que llegue ese momento") como emociones entremezcladas, vinculadas a temores asociados a la gestión de aula ("porque claro los estudiantes son mucho más habladores, conversan más, son más bulliciosos que aquí en la universidad") y, en ese contexto, la cercanía que tienen con los estudiantes –que les hace vivenciar satisfacción, alegría y tranquilidad en su primera etapa de práctica– va configurándose gradualmente ahora como un elemento que -vivencian a priori- puede ser disruptivo para su futura clase ("yo al ser tan cercano a los estudiantes siento que quizás ellos van a conversar más").

CONCLUSIONES

Se han identificado variadas emociones y elementos configuracionales vinculados a ellas, se está en proceso de seguir profundizando en cuanto a su emergencia y concurrencia e interrelaciones. Satisfacción y alegría al sentirse útil y, a la vez, inseguridad en estrecha relación con el temor a perder credibilidad con relación a lo que puedan saber o no de contenidos matemáticos, pues dejarían de ser útiles para sus estudiantes. El aula los hace sentirse más plenos que los otros espacios de los establecimientos, en donde todo se da más desligado de los escolares. La confianza y la seguridad aparecen en ambos casos como emociones que forman parte de su complejidad vivencial en práctica profesional, sin embargo se significan desde sentidos diferentes, uno más cercano a una relación dialógica que genera un ambiente de aula (las hace emerger) y, otro, más mediado por una dinámica que se acompaña de un sentir de autoridad (las hace concurrir).

Referencias

Ávila, J., Moya, M., Díaz, L. y Urbina, M. (2018). Caracterización de las emociones que concurren en estudiantes de pedagogía en matemáticas e informática educativa, en el contexto de su práctica profesional. Concurso Interno de Investigación, Proyectos Fondo Semilla 2018, Universidad Católica Silva Henríquez, Santiago, Chile.

Ávila, J. (2018). Emergencia y concurrencia de emociones en el proceso formativo del profesorado de matemáticas. Transformación, 14(2), 236-251. Recuperado de https://revistas.reduc.edu.cu/index.php/transformacion

Díaz, L. (2007). Coherencias cognitivas v/s matemáticas en el estudio del cambio. En C. Crespo, (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 394-399). México: CLAME.

Fernández, E. y Anguita, R. (2015). Aprendizajes invisibles en contextos de educación expandida. Retos y oportunidades en la sociedad hiperconectada. Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado, 19(2), 1-16. Recuperado de: https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/issue/view/2292

Jaramillo, D. y Yáñez, R. (2015). Impacto emocional en estudiantes de pedagogía ante eventos de maltrato en la práctica profesional. Liberabit, 21(2), 245-252. Recuperado de: http://www.scielo.org.pe/pdf/liber/v21n2/a07v21n2.pdf

Korthagen, F.A.J., Kessels, J., Koster, B., Lagerwerf, B. & Wubbels, T. (2001). Linking practice and theory: The pedagogy of realistic teacher education. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates. Recuperado de: http://resources.educ.queensu.ca/ar/aera2001/Korthagen2001.pdf

Martínez-Salgado, C. (2012). El muestreo en investigación cualitativa. Principios básicos y algunas controversias. Ciência & Saúde Colectiva, 17(3), 613-619. Recuperado de: http://www.scielo.br/pdf/csc/v17n3/v17n3a06.pdf

Morín, E. (1990). Introducción al pensamiento complejo. Ciudad de México: Gedisa.

Morín, E. (1999). Los siete saberes necesarios para la educación del futuro. Recuperado de UNESCO: http://www.unesdoc.unesco.org/images/0011/001177/117740so.pdf

Timoštšuk, I. & Ugaste, A. (2012). The role of emotions in student teachers' professional identity. European Journal of Teacher Education, 35(4), 421-433.

Timoštšuk, I.; Kikas, E. & Normak, M. (2016). Student teachers' emotional teaching experiences in relation to different teaching methods. Journal Educational Studies, 42(3), 269-286.

CB 105

APRENDER A MIRAR Y FORMAS DE PARTICIPACIÓN DE ESTUDIANTES PARA PROFESOR DE MATEMÁTICA EN CONTEXTOS DE INTERACCIÓN VIRTUAL

Guerrero C., Oscar; Salvador Llinares.
Universidad Católica del Maule, Chile; Universidad de Alicante, España.

oguerreroc@gmail.com; sllinares@ua.es

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

En esta ponencia se examina sobre la formación de profesores de matemática como campo emergente de estudio e investigación. La naturaleza de la investigación fue cualitativa, los datos resultaron de dos entornos de aprendizaje, los participantes fueron 23 estudiantes de matemática (9 alumnas y 14 alumnos) de la Universidad de Alicante; debían visionar videos, leer documentos y debatir; los datos son las participaciones realizadas por los estudiantes en ambos debates virtuales; se utilizó el análisis de contenido para la elaboración de categorías Como estrategia en la formación inicial se utiliza los entornos de aprendizaje como medio para promover la competencia docente llamada "mirar profesionalmente" o "una mirada profesional del profesor" los procesos de aprendizaje y enseñanza de la matemática. Los resultados indican que las participaciones a los debates en forma de concuerda, concuerda y amplia, discrepa o discrepa o amplia favorecieron el proceso de instrumentalización de las herramientas conceptuales provenientes de la didáctica de la matemática.

Palabras clave: Aprender a enseñar, estudiante para profesor de matemática (EPPM), formación inicial, interactividad

INTRODUCCIÓN

En la formación inicial del profesor de matemática se han diseñado y aplicado programas de formación que apuntan al desarrollo de diversas competencias docentes dirigidas al proceso de "aprender a enseñar" (Sánchez-Matamoros, Fernández, Llinares, 2015). El propósito fue analizar cómo aprende el estudiante para profesor de matemática a analizar segmentos de enseñanza proporcionada con videos en un entorno virtual; en particular ¿Cómo es la forma de participación de los estudiantes para profesor de matemática en el debate virtual?

METODOLOGÍA

La naturaleza de la investigación fue cualitativa, los datos resultaron de dos entornos de aprendizaje, los participantes fueron 23 estudiantes de matemática (9 alumnas y 14 alumnos) de la Universidad de Alicante; debían visionar videos, leer documentos y debatir; los datos son las participaciones realizadas por los estudiantes en ambos debates virtuales; se utilizó el análisis de contenido para la elaboración de categorías (De Wever, et al. 2006). En el análisis se tomó en cuenta aspectos cuantitativos (número de aportaciones, distribución temporal de las participaciones) y cualitativos (formas de participar en el debate virtual y calidad del discurso de los estudiantes para profesor y se recurrió a la participación de otro investigador, intercodificadores para ver inconsistencias en las categorías. Solo vamos a considerar el aspecto cualitativo.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Las participaciones en los debates en forma de: concuerda, concuerda y amplia, discrepa o discrepa o amplia favorecieron el proceso de instrumentalización de las herramientas conceptuales provenientes de la didáctica de la matemática (Guerrero, 2014). Se confirma que la interacción que ocurre entre los estudiantes para profesor en formación para analizar la enseñanza de la matemática (el desarrollo de la competencia matemática) les ayudó en la identificación y análisis de los diferentes aspectos de la enseñanza de la matemática lo que les permitió compartir el conocimiento y a la vez la construcción del conocimiento argumentativo. Estas participaciones reflejan que las interacciones desarrolladas en entornos virtuales contribuyen con la negociación de significados y la construcción del conocimiento sobre el desarrollo de la competencia matemática en la enseñanza de la matemática.

APRENDER A "MIRAR PROFESIONALMENTE" LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA UNA LÍNEA DE INVESTIGACIÓN EMERGENTE (AVANCES Y REFLEXIONES)

La capacidad de notar e interpretar eventos es un conocimiento dependiente de la atención (dependent knowledge): (a) identificar lo que es importante en una situación de enseñanza (b) hacer las conexiones entre las interacciones específicas de clase (c) con lo que los profesores conocen acerca del contexto especifico de la enseñanza para razonar sobre una situación dada (Van Es y Sherin, 2010).

Referencias

De Wever, B. et al. (2006). Content analysis schemes to analyze transcripts of online asynchronous discussion groups: A review. Computers y Education, 46, 6–28.

Guerrero, C. O. (2014). Construcción de conocimiento sobre la enseñanza de la matemática en estudiantes para profesores de matemática en debates en línea. Tesis Doctoral (mención publicación). Venezuela: Universidad de Los Andes.

Sanchez-Matamoros, G., Fernandez, C. & Llinares, S. (2015). Developing pre- service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. International Journal of Science and Mathematics Education, 13, 1305- 1329. DOI: 10.1007/s10763-014-9544-y.

Van Es, E. y Sherin, M. (2010). The influence of video clubs on teachers´thinking and practice. Journal of Mathematics Teacher Education, 13 (2), 155–176.

CB 107

ERRORES Y DIFICULTADES EN LAS REDES DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Erika Muñoz- Yanira Garrido- Alison Moncada-Macarena Valenzuela

rrpamuca@gmail.com- yani.garrido.yg@gmail.com -
alisonmoncada@gmail.com- mvalenzuelamolina@gmail.com

Errores, obstáculos y dificultades en la enseñanza de la matemática.

RESUMEN

Durante el 3er año de enseñanza básica, del sistema educacional chileno, se enseñan las redes de las figuras geométricas, las cuales hemos podido evidenciar con diversos errores y dificultades en la construcción e identificación de ellas, impidiendo al estudiante comprender de manera efectiva este contenido. Por ello esta investigación tiene como fin identificar la génesis de estas problemáticas en los alumnos, por medio de la realización de una tarea que tiene como objetivo identificar distintas redes de un cubo.

Palabras clave: Redes, Cuerpos geométricos, Figuras 2D, representaciones.

Introducción

Las redes de las figuras geométricas es un contenido de gran relevancia dentro del eje de geometría, pues, por un lado, le permite al estudiante comprender que algunos cuerpos geométricos poseen estructuras conformadas por figuras planas. Por otro lado este tema permite desarrollar un pensamiento divergente en el estudiante, derivando así en la capacidad de visualización de objetos 3D por medio de imágenes en 2D.

Marco de referencia

Las tareas que ofrecen los libros de matemática a los estudiantes de tercero básico, con relación al contenido de redes de figuras geométricas, nos ha permitido evidenciar algunos errores y dificultades que presentan las y los estudiantes a la hora de realizar estas.

Sin embargo, no podemos analizar los errores sin contextualizar los contenidos entendiendo que los cuerpos geométricos, son vistos de manera general con representaciones que de acuerdo con Gutiérrez citado en Crespo y Montiel (2013) en su trabajo "Representaciones gráficas de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus "representaciones" están categorizados en la etapa 4 denominada como Realista "Los dibujos siguen aproximadamente las reglas del dibujo en perspectiva, en particular las que aluden a las líneas que convergen en un punto del infinito (Gutiérrez, citado en Crespo y Montiel, 2013, p.75). A partir del uso de las representaciones presentes en una clase común de geometría, en base a lo explicado anteriormente y a los componentes que se expondrán en esta comunicación, trabajaremos con las definiciones de tres elementos esenciales: la visualización, las figuras 2D y los cuerpos geométricos.

Visualización: La representación visual de un enunciado geométrico o la explotación heurística de una situación geométrica compleja. (Duval, citado en Crespo y Montiel, 2013, p. 17)

Representación de figuras 2D: De acuerdo con la denominación entregada por Gutiérrez en Crespo y Montiel, corresponde a la representación de figuras dibujando una de sus caras ortogonalmente. (2013, p. 74)
Representación de Cuerpos Geométricos: Tal como fue mencionado anteriormente, se entiende que los cuerpos geométricos están presentes en una representación de tipo real, que por ende tiene alto ancho y largo.

Categorización de los Errores y Dificultades: Una de las dificultades más evidentes que observamos es a la hora de reconocer una figura 3D por su cantidad de caras, pues en reiteradas ocasiones, el material ilustrado muestra una figura plana sin perspectiva, que puede confundir al estudiante. Sin embargo, cuando se presentan las figuras 3D con perspectiva, se comete un error al contar las caras de estas.

Al momento de analizar tareas que contienen gráficas como las mencionadas anteriormente, los estudiantes realizan el conteo con lápiz mina sobre la figura, generando de igual manera un error en su respuesta. Este tipo de error según Brousseau (como se citó en Franchi y Hernández del Rincón, 2004) corresponde a un error de tecnología, pues la técnica que utiliza el o la estudiante no asegura la respuesta acertada (figura 1 y 2). De igual manera postulamos que este error se debe a que los alumnos y alumnas no relacionan las figuras 2D con las 3D, no comprenden que, en algunas situaciones, las figuras 3D están conformadas por figuras 2D.

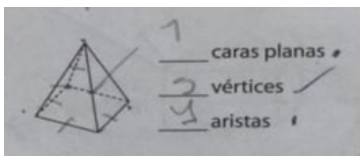


Figura 1, extraída del libro para el estudiante Astoreca (Canales, Silva, Vial, 2016, pág 487)

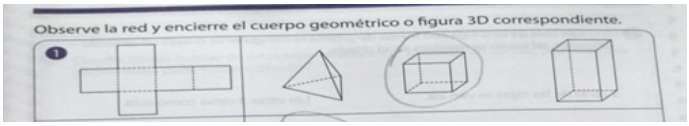


Figura 2, extraída del libro para el estudiante Astoreca (Canales, Silva, Vial, 2016)

Otra dificultad que podemos encontrar, esta enfocado en la vinculación de redes correspondiente a figuras geométricas, pues en la escuela se suele trabajar con un solo modelo de red, restringiendo que el estudiante experimente con otras. Por ejemplo, en el caso del cubo, mayoritariamente se utiliza la red que vemos en la figura 2, lo conlleva que el estudiante al enfrentarse a otras redes que también formen un cubo no la reconozca como tal.

A través de lo expuesto anteriormente, el objetivo de este estudio es reconocer las dificultades y los errores que cometen los estudiantes sobre la relación que se manifiesta entre cuerpos geométricos y sus redes de construcción.

Metodología de investigación: La metodología que utilizaremos es cualitativa (Hernández, 2004), pues de analizarán las producciones de los estudiantes al realizar de forma personal un test, cuyas respuestas deberán ser analizadas y posteriormente generar una reflexión en base a su similitudes, discordancias y errores.

Sujetos de estudio: El estudio se llevará a cabo en el curso de tercero básico A, de un colegio de Santiago de Chile. El grupo de curso se destacan por ser bastante tranquilos y rigurosos al momento de realizar sus actividades, cabe señalar que el establecimiento utiliza la metodología Astoreca, por lo tanto, en general los ejes de aprendizaje son implementados de forma segmentada, es decir, siguen la estructura que se presentan en los libros de trabajo, los cuales están separados por temas (figuras 2D, 3D, etc). El grupo de estudio fue elegido de acuerdo a la posibilidad de observación y trabajo permanente con ellos, por ende es menos dificultoso realizar actividades y análisis en función de su interacción con el contenido a revisar.

Instrumento de recogida de datos: Para recoger datos de los aprendizajes de las y los estudiantes, el instrumento que se utilizará, será una ficha que estará enfocada principalmente en el Objetivo de aprendizaje 15, de tercero básico que consiste en “Demostrar que comprenden la relación que existe entre figuras 3D y figuras 2D: construyendo una figura 3D a partir de una red (plantilla); desplegando la figura 3D” (Mineduc, 2012, pág, 43)

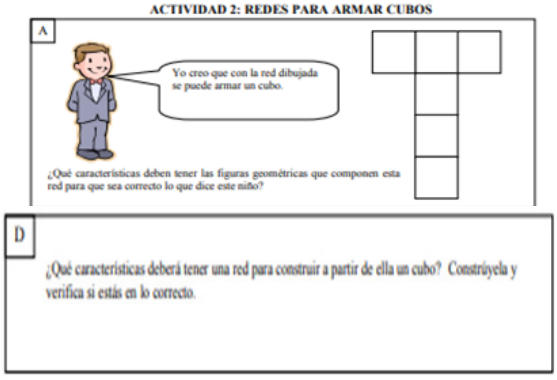


Imagen 3: Ficha de trabajo del estudiante (Educar Chile 2011)

La encuesta fue realizada a un total de 22 estudiantes, de los cuales 10 son niños y 12 niñas.

Como podemos ver en la guía que se muestra anteriormente, los estudiantes debían responder 2 preguntas relacionadas con la red de un cubo. La elección de esta tarea como recogida de datos está vinculada con la observación que se ha tenido anteriormente al curso, siendo esta red la más cercana al contenido abordado por la docente. Por otro lado, a lo largo de las clases observadas se ha visto que los estudiantes solo utilizan una red para construir

alguna figura geométrica, esta dificultad hace pensar erróneamente a los estudiantes que solo se puede hacer uso de sola una red o más bien existe solo una para cada figura.
A continuación, se muestran los resultados de los test aplicados (Tabla 1):

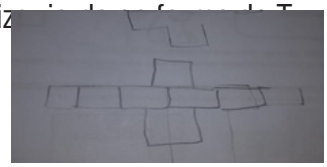
Niñas	Niños
Pregunta A Con relación a esta pregunta, las características que más se repiten sobre el tipo de figura geométrica que componen esta red son las siguientes: -Son 6 cuadrados iguales -debe tener 6 caras -Tiene 6 caras planas -tiene 8 vértices -12 aristas	Pregunta A Las respuestas entregadas por los estudiantes son las siguientes: -6 caras cuadradas planas que tienen vértice y aristas -Aristas, vértices, ángulos y caras planas. -6 caras planas, 6 vértices, 19 aristas -6 cuadrados, 8 vértices -6 caras y 14 vértices -6 cuadrados, tiene 8 vértices, 12 lados(aristas) -6 caras planas, 6 caras cuadradas Nota: Tres estudiantes respondieron la pregunta en base a la red, es decir entregando características vinculadas a ella. Ellos decían que la red debía moverse hacia adelantes, tener 4 cuadrados de largo y dos a cada costado, se tiene que doblar a la izquierda y derecha y hacer un techo.
Pregunta D Con relación a la pregunta, las características destacadas son las siguientes: -Debe estar formada por 6 cuadrados -debe ser recta -debe ser plana -debe tener 6 lados -debe tener 6 caras, pero no debe tener más de una cara en un mismo lado. -Debe tener 6 partes para ser un cubos, como la figura anterior no se podía porque tenía las 2 partes de abajo. -Tienen que ser de igual tamaño con 6 caras planas -Tiene que tener 6 caras en la posición adecuada. Nota: Dos estudiantes guiaron su pregunta con relación a la pregunta anterior, destacaban que no debían ser igual a esta, pues al armar la red no saldría el cubo. Relacionado con la red que debían construir, 8 estudiantes utilizaron la red de la pregunta A, pero con una posición distinta, es decir rotaban la figura. Las demás estudiantes no la construyeron.	Pregunta D Las respuestas que más se repetían fueron las siguientes: -6 caras y un ángulo correcto -6 caras iguales debe tener forma de T -6 cuadrados -6 caras planas, 6 vértices y 19 aristas tiene que ser cuadrado y tiene que tener 6 caras -4 bloques que forman una línea, 2 bloques 1 al derecha y otro a la iz  Con relación a la construcción de la red, 8 estudiantes utilizaron la forma de T como la llamaban, pero dos de estos pusieron los cuadrados a la mitad de dos cuadrados. Dos estudiantes no pudieron construir la red.

Tabla 1: resultados de la prueba

Análisis de las respuestas

A partir de las respuestas hemos identificado los siguientes errores:

Error a un nivel práctico: complicaciones en la construcción de la red, pues no identificaban las partes de un cubo, motivo por el cual tenían limitaciones en su elaboración (Broussea citado en Hernández del Rincón, 2004)

Error de técnica: En la construcción de la red los estudiantes se limitaban solo a nombrar que sus partes debían ser iguales, pero no las hacías del mismo tamaño.

Error a partir de un obstáculo, según Socas (citado en Hernández del Rincón, 2004) tienen su origen en un obstáculo. No había una concepción clara sobre lo que es específicamente una red.

Errores debidos a una interpretación incorrecta del lenguaje (Movshovt, citado en Hernández del Rincón, 2004): Los estudiantes no comprendía enunciados, especialmente el primero, solían pensar que se hablaba de la red y no de la figura geométrica (cubo).

Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos (Radatz, citado en Hernández del Rincón, 2004): Muchos niños/os no comprendía del todo que era una red. Errores debido a rigidez del pensamiento: Los educandos preguntaban en variadas ocasiones si podían. utilizar la misma red para construir la de ellos.

Errores que tienen su origen en otra disciplina (Astolfi, citado en Hernández del Rincón, 2004): Muchos estudiantes tenían dificultad al leer los enunciados, por lo cual la docente debía explicarlo de disintas formas.
Reflexiones

Con respecto a la labor docente en el eje de geometría, creemos que es importante fomentar en los/as estudiantes la noción de que para construir una figura geométrica, existe más de una red para realizarlo, es decir, que no existe una respuesta única para construir por ejemplo un cubo, tal como se utilizó para la problematización los y las estudiantes tienden a dar una respuesta única para la construcción de un cubo.

Sin embargo, ésta noción de la existencia de una única respuesta es derrocada en el instante que los y las estudiantes ven que otra red puede construir un cubo, siendo niños y niñas quienes llegan a la conclusión de que si la red tiene 6 lados, esta puede construir un cubo. A pesar de ésto al responder la pregunta C, se puede evidenciar que además de tener 6 lados, la red debe cumplir con ciertas condiciones para su construcción sobre todo de ensamblaje, este aspecto se puede evidenciar en el instante que una niña hace los gestos para unir las partes de la figura.

A partir de todo lo mencionado anteriormente, como futuros docentes del área de matemáticas, debemos presentar a los y las estudiantes herramientas para la construcción de múltiples soluciones que permitan ser aplicables en variadas situaciones, es decir, que en el caso de las redes no exista la respuesta dada o una solución que se aplique siempre, si no que permitir que existan otras perspectivas e ideas para llegar a un mismo cuerpo geométrico.

Conclusión

A partir del trabajo de investigación realizado, se puede evidenciar que unos de los factores principales en la identificación y construcción de la red, tiene como origen este último, pues se suele utilizar solo un modelo de red con relación a las figuras geométricas, en este caso del cubo, situación que conlleva al estudiante a pensar que solo existe una. Al momento de la construcción de la red, los estudiantes solían complicarse o hacer las mismas redes de la tarea rotadas, es más algunos estudiantes sobre la pregunta 2 de la guía no comprendía cómo era posible que

otro tipo de red construyera un cubo.

Retomando la dificultad en la construcción de una red por parte de los niños/as (Franchi y Hernández del Rincón, 2004) podemos notar que no existe realmente una creación por parte de ellos/as, pues estos solo deben recortar una red ya establecido y a dicha situación se le denomina como construcción, acción que consideramos completamente errónea y una dificultad abismante en la apropiación y comprensión de las redes geométricas, ya que solo se está reproduciendo y siguiendo instrucciones preexistente, sin ninguna vinculación con el estudiante y mucho menos ayuda a que puedan autónomamente crear redes.

Referencias

Canales P. Silva J. Vial P. (2016) Matemáticas 3° Fundación Astoreca Aptus Chile, Santiago de Chile

Crespo C. Montiel G. (2013) Representaciones gráficas de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones. Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada CICATA 15-23

Educar Chile (2011), Fichas temáticas matemáticas, Redes para armar algunos cuerpos geométricos. URL: http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/2011/Fichas_tematicas_Matematicas_PDF/Redes_para_armas_algunos_cuerpos_geometricos.pdf

Flick, U. (2004). Introducción a la investigación cualitativa. Madrid: Morata.Franchi L. Hernández del Rincón A. Tipología de errores el área de la geometría plana. Educere, vol. 8. núm. 24. enero-marzo 2004, pp 63-71. Universidad de los Andes Venezuela

Mineduc (2012) Programa de estudio Tercer año básico, Ministerio de Educación, Santiago, Chile

CB 108

EXPERIENCIA FORMATIVA EN ESTADÍSTICA Y EMERGENCIA DE CONCEPCIONES SOBRE LA NOCIÓN DE POBLACIÓN.

Exequiel Llanos Lagos; Héctor Hevia Soto.
Universidad Alberto Hurtado; Universidad Alberto Hurtado.

exequiel.llanos@gmail.com; hctr.hevia@gmail.com

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática.

RESUMEN

La ciencia de la estadística es aquella que se encarga en recolectar, analizar e interpretar datos. Un concepto que estudia esta ciencia es la población, siendo uno de los más inquietante debido a que generalmente no se define la naturaleza de dicho concepto, si es de carácter finita o infinita.
El concepto de población, en el aprendizaje escolar, genera interrogantes del tipo: ¿cómo es entendido el concepto de población por los profesores?, ¿en los textos escolares?, e incluso ¿cómo puede influenciar este concepto en la formación?
El objetivo principal de la investigación es caracterizar las concepciones de los profesores sobre el concepto de población en estadística.

Palabras claves: población, conceptualización, fenomenología, aleatoriedad, experimento.

INTRODUCCIÓN Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

La estadística al ser una ciencia que estudia los datos, esta requiere una interpretación de la información recaudada. Para realizar un estudio a una población se debe acudir a la obtención de la información mediante un experimento

Creencias y concepciones

Las creencias y concepciones influyen de una u otra forma en el conocimiento, impactando en el aprendizaje, de cómo se conciben los conceptos e incluso en como son enseñados. En el ámbito de la educación, cuando un profesor se encuentra en el proceso de enseñanza, él lleva consigo creencias que influyen en el conocimiento que se desea transmitir; Azcárate, García y Moreno (como se citó en Bohórquez, 2014) aluden a que estas creencias son poco elaboradas, generales o específicas y que forman parte del conocimiento que posee el profesor y, en relación al tiempo, carecen del rigor para sostenerlas.

Por otro lado, respecto a las concepciones de los docentes, entenderemos estos elementos en función de lo que plantean Azcárate, García y Moreno (2006) piensan que estas consisten en la estructura que cada profesor de matemáticas da a sus conocimientos para posteriormente enseñarlos o transmitirlos a sus estudiantes. Por esta razón consideran que algunas características de las concepciones del profesor son: (1) Forman parte del conocimiento, (2) Son producto del entendimiento, (3) Actúan como filtros en la toma de decisiones e, (4) Influyen en los procesos de razonamiento (Bohorquez, 2014, p. 5).

Distinción entre creencias y concepciones

Desde el punto de vista del conocimiento, los términos de creencias y concepciones presentan conexiones y a su vez distinciones que no son menores. Las concepciones forman un subgrupo de las creencias, esto es debido a que las creencias de un individuo son lo subjetivo, aquello que se basa en la experiencia, el conocimiento y las emociones y, por otro lado, las concepciones son aquellas que alcanzan un cierto rigor en el pensamiento, es decir, existe una racionalidad de por medio (Bohorquez, 2014). En el siguiente esquema se muestra lo explicitado.

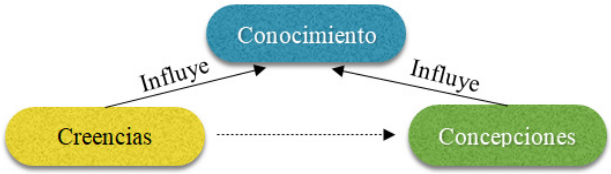


Figura 1. Esquema de relación, la línea segmentada muestra que las creencias influyen de manera explícita o implícitamente en las concepciones.

Antecedentes sobre el concepto de población

A partir de la indagación en diversos textos de estadísticas, nos encontramos con el de J. Devore (2008), el cual, es uno de los que más profundiza en las diversas formas en como uno se puede referir al concepto de población. Por otro lado, los textos escolares entregados a los estudiantes y profesores de la Educación chilena abordan el concepto población generalmente como:

"el conjunto de individuos (elementos) con características determinadas" (MINEDUC, 2017, p. 285).
En ocasiones se puede suponer que en ocasiones se trata el concepto de "población" como algo sabido, algo entendido, e incluso que es algo de "sentido común", pero realmente en el ámbito de la estadística qué entenderán los profesores sobre este concepto, y a partir de ello, saber cuáles serán los invariantes o las notas esenciales que

conforman la concepción sobre el concepto en estudio.
A partir de lo anterior, el objetivo de la investigación es "Caracterizar las concepciones de los profesores sobre el concepto de población en estadística".

MARCO TEÓRICO Y DISEÑO METODOLÓGICO

El marco teórico que sustenta la investigación es lo establecido en la Fenomenología de Husserl, la cual, se caracteriza por el hecho de que es una aplicación radical en filosofía del principio de experiencia (Patocka, 2005). Husserl tiene dentro de su pensamiento un foco que caracteriza a la filosofía en el origen de todo conocimiento, este lleva el nombre de "principio de todos los principios"; como menciona Husserl (como se citó en Patocka, 2005) "que la cosa misma se da en el original, es decir, en la intuición de la cosa misma" (p. 10).

Los principales conceptos que se utilizarán de este marco teórico son: la donación inmediata, épojе y el pensamiento categórico; todos estos bajos el método descriptivo, la que tomará las vivencias de los profesores entrev istados y desprovista de juicios.

El tipo de estudio de la investigación es realizado bajo un enfoque cualitativo, el cual, es entendido desde el punto de vista que menciona Corbetta (2009), que alude a que la investigación cualitativa está inspirada en el paradigma interpretativo, que la relación que existe entre la teoría e investigación es abierta, interactiva. (pág. 41). Por medio de muestras de casos-tipo se buscará enriquecer y profundizar la investigación; este tipo de estudio se realizará con un foco empírico y será contrastado con el sistema de referencia.

Por consiguiente, el método que adoptado por la investigación es del tipo fenomenológica, debido a que este es de carácter descriptivo de las vivencias, depurada de paradigmas en tanto de ser posible, lo que lleva a realizar un análisis de los contenidos de dicha conciencia. Se busca indagar en el mismo concepto de población -a través de los sistemas de referencia- y, cómo es entendido por los profesores, estableciendo las proximidades que surgen con el concepto de población y la coexistencia de las diferentes formar de ser entendido.

RESULTADOS

Para observar los resultados obtenidos por la investigación, se les aplica una entrevista en profundidad (Marradi, 1998) a siete profesores del sistema educacional. La entrevista contempla a grandes rasgos cuatro etapas, las cuales son: experiencia en la formación académica, formación académica en estadística, experiencia como docente y aspectos relacionados al concepto de población en estadística. Estas entrevistas son descritas en las etapas mencionadas, para luego realizar una interpretación general de los puntos en común abordados por los profesores.

Se realiza una matriz de un cruce de los sistemas de referencia (Planes y Programas del Ministerio de Educación, la definición de población del Instituto Nacional de Estadística y siete textos de estadística) en relación al concepto en estudio; población. Quedando de la siguiente manera:

		Conjuntos		Conceptos presentes						
Sistemas de referencias		Personas u objetos	Acontecimientos o situaciones	Universo	Muestra	Recopilación de datos	Características determinadas o en común	Interés en el estudio	Finito	Infinito
Textos de estudios del Ministerio de Educación	1					X		X	X	
	2				X		X		X	
	3	X			X	X			X	
	4	X	X						X	X
	5	X					X		X	
	6	X					X		X	
	7	X	X					X	X	X
Textos de Estadística	8	X	X			X	X	X	X	X
	9			X		X			X	
	10	X						X	X	
	11	X						X	X	
	12	X	X				X		X	X
	13	X			X				X	
	14	X		X		X			X	X

Figura 3. Cruce de sistemas de referencia, en relación al concepto de población.

En la tabla se a encuadrado el sistema de referencia nº 8, este es el texto de "Estadística y probabilidad para ingenierías y ciencias, Jay L. Devore (2008)". Debido a que contempla mayor cantidad de elementos para generar categorías de población. Por lo tanto, a partir de este texto se van a realizar las categorías de las diferentes acepciones del concepto de "población", estas dependerán de lo que se desee observar y/o estudio. Las etapas son la de población como conjunto, población conceptual o hipotética, población objetivo y población muestreada; quedando dos tipos no como categorías, pero de igual relevancia, siendo los estudios enumerativos y los analíticos.

Adicionalmente, con el recuadro de la figura 3, se realiza un cruce de las concepciones de los profesores. Obteniéndose la siguiente información.

	Conjuntos		Conceptos presentes						
Entrevistados	Personas u objetos	Acontecimientos o situaciones	Universo	Muestra	Recopilación de datos	Características determinadas o en común	Interés en el estudio	Finito	Infinito
1	X		X	X		X	X	X	
2	X					X		X	
3	X					X	X	X	
4	X						X	X	
5	X					X	X	X	
6	X					X		X	
7	X		X	X		X	X	X	

Figura 4. Cruce de sistemas de referencia, en torno a las concepciones de los profesores.

A partir de la información extraída, se realizará el cruce entre las categorías realizadas a partir de los sistemas de referencias y las concepciones de cada profesor. El cuál se puede observar en la siguiente tabla.

	Categorías					
Entrevistado	Población como conjunto	Población conceptual o hipotética	Población Objetivo	Población Muestreada	Estudios enumerativos	Estudios analíticos
1	X		X	X	X	
2	X				X	
3	X		X		X	
4	X		X		X	
5	X		X		X	
6	X				X	
7	X		X	X	X	

Figura 5. Cruce de categorías del concepto de población y las concepciones de los profesores.

A partir de los elementos relevantes que presentan las concepciones de los profesores y el cruce con la categorización, se obtienen las siguientes conclusiones:

-En su totalidad el concepto es considerado como un conjunto, que pueden ser de personas u objetos. Al encasillar la población como un conjunto, esto lo vuelve cerrado, enumerativo y, por ende, de elementos finitos.

-Los que enfocan al concepto con el tema de un tema de interés y que deben presentar características determinadas o en común, esto se vincula con lo que busca la población objetivo, es decir, dar conclusiones de un foco.

-De los entrevistados, se tiene que dos de ellos en sus concepciones mencionan elementos relevantes, siendo estos, que a partir de una población se puede extraer una muestra. Por lo tanto, esto presenta tributos de una población muestreadas, debido a que se define un enfoque de estudio y, que se desea observar una muestra de aquello.

-En la totalidad de las concepciones de los profesores no se presentan o menciona que una población pueda se infinita, por lo tanto, con esto no se podrá aludir a los estudios enumerativos.

CONCLUSIONES

A partir de los profesores entrevistados, es posible encontrar dos tipos de categorías del como entienden población, siendo estas:

-A partir de un Universo se extrae una parte de ello, lo cual, se denomina población.

-Población como un conjunto de elementos que se desea estudiar.

Quizás está idea de Universo podría inducir a algo inalcanzable, algo que solo debamos imaginar, la cual, son algunas características de una población infinita; pero no por esto quiere decir que lo sea, para llegar a ello se debería realizar una construcción del conocimiento de una manera no trivial.

A partir de la investigación se ha generado una hipótesis, que los estudios enumerativos acá, bloquean o impiden e incluso dificultan la conceptualización de aleatoriedad. Es decir, existe una limitante que hace difícil el tema de la aleatorización, entonces el experimento que es el sustento de toda variabilidad aleatoria en estadística, si se piensa en solo los estudios enumerativos se tiene que siempre estará la población y el experimento no tiene relevancia, por ende, si no es relevante el experimento no hay aleatorización. En cambio, en el estudio analítico el experimento es crucial para su comprensión, debido a que nos permite trabajar con una población conceptual o enumerativa, el cual iría agregado el experimento.

Referencias

Bohorques, L., (Noviembre de 2014). Las creencias vs las concepciones de los profesores de matemáticas y sus cambios. En D, Pulfer (Presidencia) . Congreso Iberoamericano de ciencia, tecnología, innovación y educación. Congreso llevado a cabo en la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura, Buenos Aires, Argentina.

Corbetta, P. (2009). Metodología y técnicas de investigación social. Madrid: McGraw-Hill.

Devore, J. L. (2008). Probabilidad y estadística para ingenierías y ciencias. Ciudad de México, México: Cengage Learning Editores.

Marradi, A., Archenti, N., y Piovani, J. (2007). Metodología de las ciencias sociales. Buenos Aires: emecé.

Ministerio de educación Chile. (2017). Texto para el estudiante de séptimo básico. Recuperado de http://www.catalogotextos.mineduc.cl/

Patocka, J. (2005). Introducción a la fenomenología. Barcelona: Herder.

CB 109

LA EVOLUCIÓN DE UN RECURSO EDUCATIVO DE MATEMÁTICA A UNA PROPUESTA INCLUSIVA

Alberto Mora, Iris Pichuante, Paulina Soto.
Efecto Educativo.

albertomora@efectoeducativo.cl, irispichuante@efectoeducativo.cl,
paulinasoto@efectoeducativo.cl

Uso de los recursos y de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

RESUMEN

Este trabajo describe la evolución de un recurso educativo concreto-digital para el desarrollo de habilidades matemáticas en estudiantes de Educación Básica. En la búsqueda de la mejora continua se detectaron barreras en la implementación del recurso en las escuelas en dos ámbitos: necesidad de mayor accesibilidad, incluyendo estrategias para ofrecer oportunidades de aprendizaje matemático a todos/as y rodearlo de acciones de apoyo a la escuela basadas en la formación docente y la práctica reflexiva. Se incluye el relato de experiencias con establecimientos que han vivenciado el impacto en el aprendizaje de la nueva propuesta con el material educativo.

Palabras clave: recurso de apoyo, concreto-digital, estrategias diversificadas, habilidades matemáticas, práctica reflexiva.

INTRODUCCIÓN

Existen bastantes antecedentes para afirmar que los recursos de apoyo, ya sean materiales manipulativos o recursos tecnológicos, favorecen el proceso de aprendizaje de las matemáticas y se transforman en valiosas herramientas para que los docentes den respuesta a la diversidad de estudiantes presentes en el aula.

Desde un enfoque inclusivo, el uso de recursos de apoyo tiene como propósito conseguir el máximo desarrollo y aprendizaje de cada estudiante, en referencia a los objetivos de aprendizaje del currículo nacional (MINEDUC, 2017). En esta línea, Efecto Educativo, lleva más de una década desarrollando diferentes propuestas innovadoras para que las escuelas puedan aplicar estrategias de diversificación de la enseñanza. Una de estas propuestas es un recurso que articula material concreto y digital para desarrollar habilidades matemáticas en estudiantes de Educación Básica.

Dicho material fue parte de un estudio que describió su impacto en el aprendizaje de la multiplicación con números naturales y cuyos favorables resultados fueron presentados en las XVII Jornadas Nacionales de Educación Matemática (SOCHIEM-UAH) en el año 2013 (Ramos y Pichuante, 2013). Luego de esta investigación que aportó con evidencia empírica sobre el potencial didáctico del material, se ha continuado enriqueciendo esta propuesta desde dos aristas: sumando elementos para que la propuesta sea sostenible en el tiempo y perfeccionando el recurso desde un foco inclusivo. En este marco, el propósito del artículo es describir la evolución de la propuesta y relatar nuevas experiencias de implementación con el uso del material educativo.

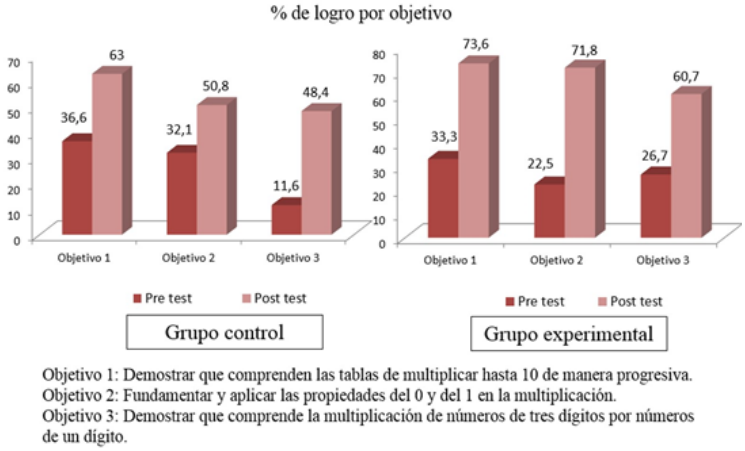
DESARROLLO

Antecedentes

El año 2013, Efecto Educativo realizó un estudio que describió el impacto de un recurso pedagógico, que conjuga lo manipulativo y digital, en el aprendizaje de la multiplicación con números naturales. El material consiste en un conjunto de recursos didácticos que combina sistemas de experimentación concretos con sistemas interactivos digitales (ver Figura 1), promoviendo el uso de variadas estrategias pedagógicas para conseguir el desarrollo de habilidades matemáticas. Entre las estrategias propuestas se destacan: los espacios de experimentación y reflexión con el material, momentos de indagación y planteamiento de conjeturas a partir de problemas matemáticos y problemas contextualizados expuestos en el recurso digital, la elaboración de conclusiones personales y grupales y un rol activo y participativo de los alumnos en su proceso de aprendizaje.

Figura 1: Material concreto-digital para el desarrollo de habilidades mateticas.

Para evaluar el impacto, se aplicó un pre y pos test a dos cursos de 4° año básico (8 a 10 años) de un establecimiento de la Región Metropolitana de Chile, seleccionando aleatoriamente a uno de ellos como grupo control y al otro como grupo experimental (con el que se trabajó con el material). Los grupos abordaron las mismas temáticas sobre multiplicación con números naturales. La Figura 2 muestra uno de los gráficos que dio cuenta de los resultados de la intervención con ambos grupos.



Objetivo 1: Demostrar que comprenden las tablas de multiplicar hasta 10 de manera progresiva.
Objetivo 2: Fundamentar y aplicar las propiedades del 0 y del 1 en la multiplicación.
Objetivo 3: Demostrar que comprende la multiplicación de números de tres dígitos por números de un dígito.

Figura 2: Porcentajes de logro por objetivo de aprendizaje del grupo control y grupo experimental.

De acuerdo al resultado expuesto se pudo observar como el grupo experimental obtuvo un mejor rendimiento en términos de objetivos de aprendizaje, logrando afirmar que el recurso pedagógico ha sido una contribución para la comprensión de la temática matemática involucrada en las clases de la intervención.

Enriquecimiento de la propuesta

El material educativo descrito anteriormente se ha implementado en diversas escuelas de nuestro país y a partir de estas experiencias se han detectado barreras para su pleno uso, una de ellas se relaciona con la necesidad de hacer más accesible el aprendizaje matemático a todos los estudiantes y la otra con respaldar de forma más directa a las escuelas para que la propuesta sea usada de forma autónoma y continua. Para estas barreras, hemos planteado soluciones y enriquecido la propuesta en dos ámbitos: Mayor accesibilidad y Apoyo para la sustentabilidad en el tiempo.

1) Mayor accesibilidad: desde el punto de vista de la didáctica del recurso, se han sumado una variedad de estrategias pedagógicas (ver Figura 3) para ofrecer oportunidades de aprendizaje de la matemática a estudiantes con diversas habilidades, intereses, logros, etc., haciendo el currículo más accesible a todos y todas.

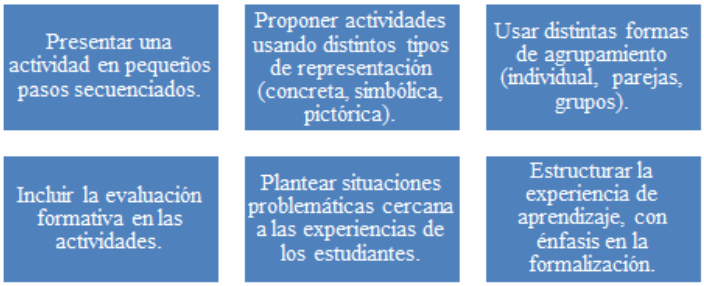


Figura 3: Ejemplo de estrategias pedagógicas del material educativo.

2) Apoyo para la sustentabilidad en el tiempo: sumar acciones basadas en la formación docente y la práctica reflexiva para apoyar al establecimiento.

a) Formación docente: la capacitación a docentes se ha caracterizado por una metodología activa que combina momentos de experimentación y reflexión, y así, conocer la propuesta pedagógica y didáctica en la implementación

del recurso. Paralelamente, a través de ejemplos con actividades digitales, se integran conceptos para el desarrollo de competencias matemáticas, tales como la resolución de problemas, la representación, la modelización y la argumentación y comunicación (Solar y Deulofeu, 2016).

b) Práctica reflexiva: apoyar a los docentes en la implementación de prácticas innovadoras de matemática en aula y en la incorporación de la reflexión permanente en el proceso pedagógico. El modelo que actualmente se lleva a cabo en establecimientos educacionales se muestra en la Figura 4.

Figura 4: Modelo de asesoría para la implementación de prácticas innovadoras y reflexivas.

En primer lugar los docentes aplican el recurso de apoyo con sus estudiantes, contando con el acompañamiento de un asesor pedagógico. Posterior a la implementación en aula, se realiza un análisis colectivo de prácticas innovadoras, en la que participan todos los docentes, profesionales y el equipo directivo y se reflexiona grupalmente sobre la experiencia. En esta instancia el facilitador guía la secuencia de acciones que se describen a continuación (ver Figura 5) y se asegura que la actividad se lleve a cabo en un ambiente de respeto, apertura al diálogo y colaboración.
Figura 5: Secuencia del análisis colectivo.

Además del acompañamiento en la implementación en aula y el análisis colectivo de la práctica, el asesor entrega herramientas de seguimiento al equipo directivo con el fin de asegurar la continuidad de las acciones en el establecimiento.

Nuevas experiencias

La propuesta anteriormente descrita, desde el enriquecimiento didáctico, la formación docente y acoplada a procesos de asesoría, se ha implementando desde el 2016 hasta el presente en distintos establecimientos educativos de nuestro país. Comunas como Lo Prado, Curacaví y Teno se han sumado al desafío de implementar prácticas innovadoras para el desarrollo de habilidades matemáticas con recursos concretos y digitales.

Los docentes participantes han manifiestado opiniones positivas sobre el material educativo y su aplicación en el aula, que se refleja en la siguientes citas:

“Los niños aprendieron por sí solos, se dieron cuenta de las problemáticas…aprendieron de los errores”. “Se llegó a la discusión de lo que estaba bien o mal, porque discutían entre ellos la problemática, entre ellos se ayudaron”. Profesora Katherine, 4º básico.

“Todos querían responder, ninguno se restó de trabajar…”, “Yo me di cuenta que ya en el sexto ejercicio lo hacían solos, de forma pictórica y simbólica, lo concreto lo dejaban de lado…”, “Lo otro importante, descubrieron muchas estrategias…”. Profesor Juan Carlos, 3° básico.

“Muy activos…los niños aprendieron jugando, estamos viendo sus experiencias, conocimientos previos…asociando sus conocimientos con otros”, Educadora Diferencial de PIE, 3° básico.

Entre los conceptos que aparecen al recolectar la información sobre las experiencias destacan la participación activa de los estudiantes desde diferentes perspectivas: la motivación y concentración de los estudiantes, el trabajo en equipo, la búsqueda de propias estrategia, el uso de representaciones, uso de conocimientos previos, el aprendizaje y reflexión desde el error, la discusión entre pares y el trabajo cooperativo.

REFLEXIONES

Con el conocimiento del impacto didáctico de este recurso pedagógico validado como una herramienta que aporta al desarrollo de habilidades matemáticas (Ramos y Pichuante, 2013), se comenzó la integración masiva en las escuelas. Sin embargo, surgieron barreras que hicieron necesario adaptarlo, sumando diversas estrategias para garantizar el acceso al currículo de matemática y para que todos los niños y niñas puedan disponer y usar los conocimientos matemáticos para resolver problemas (MINEDUC, 2016). También fue necesario construir una metodología de asesoría con acciones de formación y reflexión pedagógica, siendo indispensable acompañar a los docentes y a la escuela en la implementación de prácticas innovadoras para el desarrollo de habilidades matemáticas y su sustentabilidad en el tiempo. En las nuevas experiencias, se ha evidenciado percepciones positivas de los docentes, principalmente referidas al aumento de oportunidades de participación en el aula, la motivación de los estudiantes y la búsqueda de estrategias.

Finalmente, quisiéramos destacar que un proceso de integración de prácticas innovadoras requiere de un tiempo considerable y de acompañamiento a la escuela, no basta solo con una capacitación a corto plazo, ya que muchos profesores requieren derribar creencias y barreras que solo es posible a través del análisis y reflexión de la práctica. En este sentido, la metodología construida para asesorar a la escuela desde la práctica reflexiva se encamina a potenciar al docente en el uso de recursos de apoyo para la diversificación de la enseñanza.

Referencias

MINEDUC (2017). Orientaciones sobre estrategias diversificadas de enseñanza para Educación Básica en el marco del Decreto 83/2015. Recuperado de https://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2017/05/OrientacionesD83-Web-2017.pdf

MINEDUC (2016). Matemática funcional para estudiantes que presentan NEE, Manual del docente. Recuperado de http://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2016/10/Manual_Docente_-Matematica-2016-1.pdf

Solar H. y Deulofeu J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. Bolema, volumen 30, 1092-1112. Recuperado de http://www.scielo.br/pdf/bolema/v30n56/1980-4415-bolema-30-56-1092.pdf

Ramos E. y Pichuante I. (2013). Una experiencia sobre la enseñanza de la multiplicación de números naturales conjugando material manipulativo y digital. Recuperado de https://blog.efectoeducativo.cl/2013/12/una-experiencia-sobre-la-ensenanza-de-la-multiplicacion-de-numeros-naturales-conjugando-material-manipulativo-y-digital

CB 110

CONFIGURACIONES DE LA PRÁCTICA DOCENTE DE PROFESORES DE MATEMATICA EN CONTEXTO INTERCULTURAL CHILENO

Rodrigo Panes-Chavarría, Miguel Friz-Carrillo
Universidad del Bío-Bío

rpanes@ubiobio.cl, mfriz@ubiobio.cl

Etnomatemática y Estudios socioculturales en Educación Matemática

RESUMEN

La investigación llevada a cabo indagó sobre las prácticas docentes desarrolladas por profesores de educación básica que se desempeñan en colegios y escuelas semi urbanas y rurales de la provincia de Ñuble(n=162), octava región de Chile. Para ello se creó y validó un cuestionario Ad hoc tipo Likert con el objetivo de indagar las creencias hacia un enfoque sociocultural en matemáticas y las manifestaciones de éstas en su práctica docente. Así también, buscando profundizar el estudio la técnica de la entrevista individual permitió analizar en profundidad éstas prácticas y las elecciones que llevan a cabo en su realización. El constructo teórico utilizado para su análisis son las perspectivas socioculturales de la matemática (Planas, 2010). Los resultados nos señalan por una parte que el contexto productivo, laboral y social de la comunidad circundante a la escuela influye en las decisiones que el profesor lleva a cabo para la ejemplificación y estructuración de su clase.

Palabras claves: Etnomatemática, Formación de Profesores, Interculturalidad, Ruralidad.

INTRODUCCIÓN

Chile dadas sus condiciones territoriales y su desarrollo económico, reúne en sus escuelas una gran concentración de estudiantado multicultural donde interactúan los profesores. Los datos de CASEN (2013) nos muestran que el 92% del territorio nacional es rural, con una concentración en las regiones de la Araucanía (32,1%) y el Maule (32,9%). En aspectos educativos, MINEDUC señala que 3.654 escuelas correspondientes al 30% de las comunidades educativas nacionales son rurales, trabajando en ellas más de 26.000 profesores. Esta realidad en la práctica docente del profesor de matemática, caracterizada por la triada didáctica estudiante, docente y saber, en contextos interculturales de desempeños ha propiciado la necesidad de adaptarse a la realidad del territorio y ha llevado a reconfigurar el marco comunicativo de las matemáticas.

La literatura nos muestra que los estudios hacia los profesores de matemática en contexto intercultural, en general, han sido abordados en consideración de una multiplicidad conceptual que integra dimensiones pedagógicas a través de la atención educativa dada al aula multicultural (Duran y Oliveras, 2009) o las configuraciones y estrategias llevadas a cabo por profesores al hacer procesos de transposición didáctica en consideración de las microculturas existentes en el aula. Así también diversos autores (Albanese y Perales, 2014; Knijnik, 2012) nos señalan como una base de estudio instancias reflexivas del profesorado sobre el concepto de cultura y su implicancia en la acción educativa. Sin embargo, dichos elementos mirados desde las perspectivas socioculturales de la matemática (Lerman, 2000) son posibles entenderlos desde el programa de investigación de la Etnomatemática. Sin embargo la presencia de estos estudios han estado radicados principalmente fuera del país (Huencho, 2015), centrados en los estudiantes y focalizados en contextos y condiciones distintas a la realidad chilena.

En consideración de ello el estudio buscó indagar las manifestaciones, entendidas como configuraciones, de la práctica docente de profesores situados en contextos interculturales de ruralidad de la provincia del Ñuble, Chile. Para ello se adoptan los fundamentos y categorías de análisis del programa etnomatemático (D'Ambrosio, 2007).

Metodología

El estudio se desarrolló a partir de la complementariedad de métodos de investigación (Sanhueza, Cornejo y Rioseco, 2012) puesto que buscábamos hacer presente los objetivos del estudio desde una rigurosidad académica y su profundización interpretativa que aportará la triangulación del análisis.
En términos del diseño la investigación se corresponde con un estudio mixto en el cual un primer momento lo constituyó la obtención de datos a través de una escala de tipo Likert de cuatro puntos(n=162). Un segundo momento viene a hacer vivo la experiencia educativa a través de los relatos obtenidos de las entrevistas(n=12).

El análisis de datos consideró técnicas estadísticas e inferenciales (frecuencias, medias, desviaciones típicas) y análisis del contenido de las entrevistas transcritas.

Resultados

El cuestionario 'Escala Matemática, Cultura y Aprendizaje' utilizada enumera 33 creencias y actitudes frente a un enfoque sociocultural para un total de n=162 encuestados. Las medias de los valores obtenidos en las tres dimensiones, 'Conocimiento social vinculado a la matemática' y 'Relación matemática y cultura' y 'Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática' entregan respectivamente valores de M=2.9 (DT= 0,93), M=2.7 (DT=1,07), M=3,06 (DT=0,91), considerados positivos moderados. Lo que indica una favorable actitud a los enunciados interrogados.

Conclusiones

Es posible notar la valoración positiva de las dimensiones del estudio expuestas aquí dando cuenta de que los conocimientos presentes en el mundo social y cultural como también las componentes histórico-políticas son fuentes

posibles para el abordaje de aprendizajes matemáticos. La integración de tales conocimientos en un curriculum escolar a través de la matemática es altamente valorada, y utilizada concretamente como elemento motivador y como objeto de aprendizaje en sí mismo.

Mientras que producto de las entrevistas realizadas es posible apreciar el uso de algunos contextos en la clase de matemática:

Geometría	ÁngulosTeorema de Pitágoras	Techos y sus formas Cuadratura de casas
Algebra	Variaciones Proporcionales	Cosecha de Arándanos
Datos	Gráficos Porcentajes	Relaciones de Poder Tendencias electorales

Agradecimientos

Estudio desarrollado en el marco de proyecto CONICYT FONDECYT N°1180993, DIUBB 171223 4/R y Grupo de Investigación en Educación y Educación Matemática GI171323 de la Universidad del Bío-Bío, Chile.

Referencias

Albanese, V. y Perales, F. (2014). Pensar matemáticamente: una visión etnomatemática de la práctica artesanal soguera. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 17(3), 261-288

Cornejo, J. Sanhueza, S. & Rioseco, M. (2012). Orientaciones para la elaboración de tesis, seminarios y paper académicos. Chile: Universidad Católica del Maule

D´Ambrosio, U. (2007). La matemática como ciencia de la sociedad. En J.Giménez, J.Diez-Palomar, y M. Civil (Eds.), Educación Matemática y Exclusión. España: Grao

Huencho , A. (2015a). La etnomatemática en contexto de la educación formal, una revisión de la literatura. Actas XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Chiapas: CLAME.

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. En J. Boaler (Ed.). Multiple perspectives on mathematics teaching and learning (pp. 19-44). Westport, CT, USA: Ablex Publishing.

Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIV (pp. 163-195). Lleida: SEIEM

.

CB 111

TIPOS DE EJEMPLOS EVIDENCIADOS EN UNA CLASE DE MATEMÁTICAS EN EL TÓPICO DE ECUACIÓN CUADRÁTICA

Nicolás Sánchez Acevedo1, Leticia Sosa Guerrero2, Luis Carlos Contreras1
1Universidad de Huelva, 2Universidad Autónoma de Zacatecas

nicolas.sanchez@alu.uhu.es, lsosa@uaz.edu.mx, lcarlos@uhu.es

Formación de profesores investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

Por medio del modelo Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK, de sus siglas en inglés) y considerando un diseño de estudio de casos, indagamos en los tipos de ejemplos que se evidencian en una clase de Matemáticas en el tópico de ecuación cuadrática. Usamos como instrumento de recogida de información grabación en video. Los ejemplos que pone en juego la profesora informante forman parte de su KMT, como parte de las tareas y ejemplos para la enseñanza, y estos ejemplos sólo permiten la profundización en los aspectos procedimentales al encontrar las soluciones de ecuaciones cuadráticas.

Palabras clave: Ejemplos, conocimiento especializado, MTSK.

INTRODUCCIÓN

Los trabajos seminales de Shulmam (1986), quien contribuyó en relación a la comprensión de los elementos sobre el conocimiento del profesor, específicamente sobre la idea del conocimiento pedagógico del contenido (PCK, del inglés), ya aludía al uso de ejemplos dentro del PCK. Para él los ejemplos enfatizan el uso de diversas formas de representación para enseñar ideas, analogías, ilustraciones, ejemplos y explicaciones que hagan un tema comprensible a otros

Ball, Thames y Phelps (2008), en su modelo Conocimiento Matemático para la enseñanza (MKT, del inglés), también aluden al uso de los ejemplos como característico del conocimiento para la enseñanza, el énfasis lo centran en uso de ejemplos como parte la combinación entre el conocimiento matemático y la enseñanza, es decir, permiten secuenciar los contenidos.

Finalmente, el modelo Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK, del inglés), dentro del conocimiento didáctico del contenido, alude a los ejemplos como un apoyo al proceso de enseñanza y aprendizaje, específicamente como un recurso dentro de una categoría especifica (actividades, tareas, ejemplos y ayudas), con una intencionalidad de enseñanza por parte del profesor en un tópico determinado (Carrillo, Contreras, Escudero-Ávila, Flores-Medrano y Montes, 2014).

La investigación en el área, ha aportado evidencias en relación al conocimiento del profesor de Matemáticas al hacer uso de ejemplos, pero poco se ha evidenciado sobre categorizar ejemplos cuando se enseña un tópico específico. Este trabajo tiene por objetivo indagar y describir en los tipos de ejemplos que usa una profesora de 3° grado de educación secundaria cuando enseña en el tópico resolución de ecuaciones cuadráticas.

MARCO TEÓRICO

Optamos por el Mathematics Teachers' Specialised Knowledge (MTSK) por ser una propuesta teórica y una herramienta metodológica que nos permite analizar la práctica del profesor de matemáticas en su carácter integrador y especializado (Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Aguilar y Carrillo, 2014).

El MTSK se compone de dos dominios: el Conocimiento Matemático, el cual incluye tres subdominios: (i) Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT), es el conocimiento de los conceptos, procedimientos, fenomenologías y fundamentación teórica del tema en cuestión, (ii) Conocimiento de la Estructura de la Matemática (KSM), sobre el contenido matemático en las conexiones, que supone ver, entre otras cosas, la matemática avanzada desde un punto de vista elemental y la matemática elemental desde un punto de vista avanzado (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013) y (iii) Conocimiento de la práctica de la matemática (KPM): que se relaciona con las formas de hacer y proceder en matemáticas que un profesor ha de conocer para desarrollar su clase. El otro dominio es el referido al Conocimiento didáctico del contenido, el cual incluye los subdominios: (i) Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT) que incluye conocer distintas estrategias que permitan al profesor impulsar el desarrollo de las capacidades matemáticas procedimentales o conceptuales, (ii) Conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM) que se refiere al conocimiento de las dificultades, errores y obstáculos en el aprendizaje de un concepto, así como el conocimiento de la forma en que los alumnos aprenden un cierto contenido y (c) Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje en Matemáticas (KMLS) el que está conformado por los referentes que indican en qué momento debe aprenderse cada contenido y a qué nivel de profundidad.

Los ejemplos en Matemáticas. Algunas clasificaciones

La relevancia y uso de ejemplos en clase de Matemáticas, para apoyar, justificar, contra ejemplificar o iniciar un tópico especifico son indiscutibles. Varios son los autores que han entregado alguna definición sobre los ejemplos, las cuales están sustentadas con base en el contexto de su implementación. Zaslavsky (2010, p. 107) propone la

idea de ejemplo instruccional, el que define como "un ejemplo que es ofrecido por el profesor y que presenta una relación entre el contexto y un tópico particular de aprendizaje. Watson y Mason (2002a) menciona que un ejemplo es un caso particular de un concepto más amplio (idea, concepto, técnica, etc.) para que los estudiantes puedan razonar. Para Zodik y Zaslavsky (2008) los ejemplos son vistos como casos particulares sobre los que podemos pensar y generalizar hacia una clase o forma más.

Además de la utilidad, los ejemplos, y dependiendo de la intención, pueden ser clasificados de distinta manera. Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson y Zaslavsky (2006) proponen una clasificación, basados en un análisis sobre la función lineal. La clasificación propuesta por estos autores sobre los ejemplos, se distinguen de acuerdo a su intención en: ejemplos genéricos, contra-ejemplos y no ejemplos. Los genéricos, son ejemplos de conceptos o procedimientos. Los contraejemplos se valen de una hipótesis para ser contrarrestados (solo en contexto de un concepto, procedimiento o prueba). Los no ejemplos, permiten aclarar los límites y pueden ser aplicados para un concepto, o para un procedimiento donde no aplique o no se genere el resultado esperado ante las condiciones definidas. Una categorización más escueta, pero no menos atingente, es la de Michener (1978) quien categoriza los ejemplos en: ejemplos de iniciación, ejemplos de referencia, ejemplos modelos o genéricos y contra-ejemplos. Finalmente el trabajo de Rowland, Thwaites y Huckstep (2003) proponen una categorización en 18 códigos sobre la base de la observación en clases de Matemáticas, ofreciendo la siguiente categorización: (i) definición, (ii) representación, (iii) características, (iv) aplicaciones internas y (v) aplicaciones internas.

DISEÑO METODOLÓGICO

La investigación está inscrita en el paradigma interpretativo (Ricoy, 2006), pues nos interesa indagar y comprender en los tipos de ejemplos que usa una profesora cuando enseña en el tópico de resolución de ecuación cuadrática en 3° grado de educación secundaria. La metodología que hemos utilizado, es cualitativa (Merriam, 1988). El diseño, es un estudio de caso, de tipo instrumental (Stake, 2007)

La profesora informante, es Licenciada en Ciencias de la Ingeniería y profesora de Matemáticas y Física. Trabaja desde hace tres años en la institución escolar, donde se llevó a cabo la investigación, la cual es privada, con aportes públicos. La profesora, previa conversación con el primer autor de este trabajo y ante la posibilidad de retroalimentar su práctica docente, accedió a ser parte de esta investigación de manera voluntaria, además de ser reconocida como una buena profesional por parte de los colegas y directivos. Al momento de la grabación de aula, la profesora se encontraba dictando el curso a 3° grado de educación secundaria en el primer semestre del año 2018. La unidad de aprendizaje que se desarrolla entre los meses de marzo a mayo se denomina álgebra, unidad que comprende los temas de función cuadrática y ecuación de segundo grado.

Usamos como instrumento de recopilación de información grabaciones en video, pues la intención es comprender y caracterizar qué tipo de ejemplos usa la profesora informante. Además complementamos la información con notas de campo respectivas.

RESULTADOS

Los resultados se muestran sobre la base de dos apartados. En la primera identificamos los tipos de ejemplos que utiliza la profesora para enseñanza en la resolución de ecuaciones cuadráticas, junto con describir la categorización de los ejemplos de clase de acuerdo a las clasificaciones presentadas, y en segundo lugar, interpretamos, a la luz del modelo MTSK, y el conocimiento sobre la categoría de Actividades, Tareas, Ejemplos, Ayudas del subdominio de Conocimiento matemático para la enseñanza (KMT).

La clase analizada tuvo por objetivo, comprender la resolución de ecuación de segundo grado por medio de la expresión general, ocupando el error. La clase toma como base la clase anterior, donde se deja introducida la idea para resolver ecuaciones de segundo grado por medio de la fórmula general. Al inicio de la clase, la profesora no

considera la posibilidad de desarrollar el trinomio ax2+bx+c=0 para llegar a la expresión x=(-b±√(b^2-4ac))/2a La clase inicia recordando que para poder encontrar las soluciones (x1 y x2) se deben reconocer las constantes a, b y c del trinomio general. Los dos primeros ejemplos son para activar conocimiento previos, estos son 7x2+5x-2=0 y 5x2+x-4=0. Las ecuaciones que entrega la profesora están expresados en forma estándar; pues se pretende que los estudiantes identifiquen los valores de las constantes a, b y c para reemplazar en la fórmula general. Estos dos ejemplos, en el sentido propuesto por Bills et al., (2006) son ejemplos genericos, ya que lo que se pretende es enseñar un procedimiento específico para determinar las raíces de la ecuación, que coincide con los ejemplos modelos o genericos propuestos porMichener (1978) y la categoría de ejemplos de defincón propuesta por Rowland, Thwaites y Huckstep (2003), donde estos tienen por finalidad, específicamente, centrarse en aspectos posteriores a la definición del concepto, desde la situación general a la particular

Posterior al trabajo de activiación de ideas previas, la profesora realizó un trabajo grupal que consistió en formar grupos de cuatro estudiantes. Cada grupo recibiría una ecuación, la cual debía ser desarrollada de manera correcta y posteriormente debían desarrollarla con un error que cambiase todo el desarrollo del procedimiento. Los desarrollos se exponían y los grupos restantes debían identificar el error. Los ejercicios presentados a cada grupo fueron (i) 4x2-6x+2=0, (ii) 6x2-5x+1=0, (iii) 11x+21=2x2, (iv) 2x2-7x+3=0, (v) 3x2-10x+3=0, (vi) x2- 7/6 x + 1/3=0 y (vii) 18=6x+x(x-13).

De los ejemplos anteriores se aprecia que cuatro de ellos (i, ii, iv y v) son estandares, es decir, prototípicos donde se debe identificar el valor de a, b y c y resolver por medio de la expreisón general. Los restantes ejercicios (iii, vi y vii) presentan un grado de complejidad mayor, en el sentido procedimantal, pero que al igual que los anteriores, buscan afianzar la aprehensión del desarrollo procedimental. En relación a la clasificación, los ejercicios i, ii, iv y v presentan la misma categorización que los dos iniciales de activiación. Los ejercicios iii, vi y vii, siguen la idea de Bill et al., (2006) y Michener (1978), pero en relación a la propuesta de Rowland, Thwaites y Huckstep (2003) parecen ser ejemplos de representación, dado que asume que los estudiantes tienen adquiridos las características básicas, y ya está situados en aspectos que es posible profundizar.

Nuestra interpretación sobre la base del análisis de la clase, es que la profesora informante, específicamente en relación a los tipos de ejemplos que utiliza, muestra un conocimiento sobre la enseñanza de las Matemáticas, en especial sobre la categoría de Actividades, Tareas, ejemplos y ayudas. Lo anterior, pensamos porque los ejemplos y ejercicios que la profesora destinó para el cumplimiento del objetivo muestran elementos que denotan una "intencionalidad de enseñanza del profesor en un tema determinado (...) y saber qué ejemplos son más pertinentes de acuerdo al momento e intencionalidad de la clase" (Carrillo et al., 2013, p. 82).

La interpretación que hacemos en este trabajo, está sobre la consideración del análisis de la video grabación y las notas de campo registradas de ésta clase en particular, asumiendo que estos, son resultados preliminares de una investigación más amplia sobre el conocimiento especializado del profesor de Matemáticas, y que en este caso específico, es sólo indagatorio sobre los tipos de ejemplos evidenciados en la clase.

CONCLUSIONES y cuestiones abiertas

Sobre la base del objetivo propuesto, esta investigación buscaba indagar en los tipos de ejemplos que propuso la profesora informante en una clase especifica de resolución de ecuaciones cuadráticas haciendo uso de la expresión general. En relación a esto, los ejemplos mostrados por la profesora, son ejemplos triviales en su mayoría, pues tienen la intención que los estudiantes profundicen en los aspectos procedimentales para hallar las soluciones de ecuaciones cuadráticas. Los ejemplos de estructura ax2+bx+c=0 son coherentes con las clasificaciones propuestas por Bill et al., (2006) y Michener (1978). Sólo en tres casos, para la actividad específica grupal, la profesora propones tres ejemplos con grados de mayor complejidad a los estudiantes, los que para Rowland, Thwaites y Huckstep (2003) son parte de la categoría de representaciones, considerando que se ha tomado ya una idea sobre aspectos básicos al resolver una ecuación cuadrática y se pretende profundizar. En el caso de los ejemplos no

estándares, al paso previo de reconocer los coeficientes a, b y c, se debe operar algebraicamente para llegar a la estructura estándar.

En relación al conocimiento especializado de la profesora, emerge su KMT, sobre la base de la categoría de ejemplos, tareas y ayudas para poder cumplir el objetivo propuesto de la clase y sobre el programa curricular. Este KMT es emergente en el sentido que es necesario profundizar en el conocimiento especializado de la profesora cuando hace uso de ejemplos. Es importante recalcar, que las conclusiones aquí expuestas son preliminares y están sustentadas sobre la base del análisis de la clase grabada, y tienen un carácter interpretativo.

Algunas de las cuestiones que dejamos abiertas, específicamente sobre esta clase, son profundizar en los aspectos que llevan a la profesora a no desarrollar la formula general, por ejemplo por medio de la completación de cuadrados, usando una entrevista semi-estructurada; aspecto que se presenta como una oportunidad para indagar en el conocimiento de la profesora. Profundizar en el conocimiento sobre qué sustento tiene el curriculum de Matemáticas para la profesora y la elección de ejemplos tipos en clase de Matemáticas.

A nivel general, quedan abiertas cuestiones como profundizar en el conocimiento especializado específico que moviliza la profesora cuando ejemplifica en clases de Matemáticas. Responder ¿Qué conocimiento especializado sustenta la práctica de la profesora informante sobre la interrelación del conocimiento matemático y didáctico del contenido? Para ello nos queda trabajar en la construcción de entrevistas semiestructuras, cuestionarios y comprender que aspectos sustentan la enseñanza en el tema de ecuación y función cuadrática

Referencias

Ball D. L., Thames, M.H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407.

Bills. L., Dreyfus. T., Mason. J., Tsamir. P., Watson. A. y Zaslavsky. O. (2006). Exemplification in Mathematics Education. En J. Novotna (Ed.), Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Prague, Czech Republic: PME.

Carrillo, J., Contreras, L.C., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E. y Montes, M.A. (Eds.) (2014). Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Huelva, España: Universidad de Huelva Publicaciones.

Merriam, S. B. (1988). Case study research in education: A qualitative approach. San Francisco: Jossey-Bass.

Michener, E. R. (1978). Understanding understanding mathematics. Cognitive science, 2(4), 361 383.

Ricoy, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. Educação. Revista do Centro de Educação, 31(1), 11-22.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. American Educational Research Association, 15(2), 4-14.

Sosa, L. (2010b). Conocimiento matemático para la enseñanza en Bachillerato. Un estudio de dos casos. Tesis doctoral. Universidad de Huelva.

Stake, R. E. (2007). Investigación con estudio de casos. Madrid: Morata.

Zaslavsky, O. (2010). The explanatory power of examples in mathematics: Challenges for teaching. In M. K. Stein, & Kucan, L. (Eds.), Instructional explanations in the disciplines (pp. 107-128). New York: Springer.

Zodik, I. y Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. Educational Studies in Mathematics, 69(2), 165-182.

CB 112

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE PROBABILIDAD SIMPLE EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO BÁSICO

Geraldine Salas, Vania Santos, Bastián Saravia, Daniela Araya
Universidad Central de Chile

g.estefisalas@gmail.com, vaniasantostuma058@gmail.com,
bastiansaraviab@gmail.com, daniela.araya@ucentral.cl.

Didáctica de Estadística y Probabilidades

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo elaborar una propuesta didáctica matemática que permita al estudiante de séptimo básico construir el concepto de probabilidad simple mediante la Teoría de Situaciones Didácticas que propone Brousseau (2007), enfatizando en la resolución de problemas. Para finalizar la investigación, se identifican todos los procesos que se involucran y presentan durante la actividad propuesta, dando hincapié en el proceso constructivo que vive el estudiante al momento de resolver la problemática establecida. De esta forma, el estudiante toma una postura resolutiva y conectada con la realidad al momento de interiorizarse y encargarse de construir por sí mismo un concepto.

Palabras clave: Teoría de situaciones didácticas, resolución de problema, habilidades, probabilidad, Propuesta Didáctica.

INTRODUCCIÓN

La estadística en la educación chilena, se considera como una disciplina primordial y obligatoria dentro de la asignatura de matemáticas, dada la importancia de ésta el curriculum nacional chileno propone a los docentes llevar a cabo procesos de enseñanza-aprendizaje por medio de la resolución de problemas (MINEDUC, 2014).Ya que la resolución de problemas a nivel escolar, permite al estudiante desarrollar habilidades que les permitirá conjeturar, hipotetizar, descubrir, indagar, refutar, probar, demostrar, etc. Estas habilidades son las que el sistema educativo chileno busca potenciar y generar en los alumnos, debido a que estas competencias están ligadas a una actividad de ocupación científica y de socialización, lo que se relaciona fuertemente al entendimiento y desarrollo de las matemáticas.

Bajo esta premisa, el presente trabajo tiene como objetivo diseñar una propuesta didáctica para la enseñanza de la noción de probabilidad simple, la cual está sustentada en la Teoría de las Situaciones Didáctica (Brousseau, 2007) y en la resolución de problemas, definida por Felmer y Perdomo-Díaz (2017).

ANTECEDENTES

Hoy en día la estadística es crucial en el currículum matemático de distintos países, como lo menciona Zapata (2011). La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) incorpora la estadística en su evaluación internacional PISA, puesto que la estadística es la forma en la que se puede describir, modelar e interpretar distintos fenómenos relacionados con la incertidumbre.

Olfos, Estrella y Morales (2015), enfatizan que los profesores chilenos obtienen bajos resultados en resolución de ejercicios estadísticos, por ende, perjudica directamente a la enseñanza del estudiante. También Andrade, Fernández y Sarmiento (2013), promueven que el concepto de aleatoriedad no debe ser trabajado solamente a través de juegos de azar y artículos defectuosos como sucede en muchos casos, sino más bien que se amplíe el repertorio de aleatoriedad con casos o eventos que suceden en la vida cotidiana.

Por otra parte, Chandia, Rojas D., Rojas F. y Howard (2016), mencionan que la resolución de problemas es esencial al momento de enseñar un concepto matemático.

En el informe OCDE (2017), se enfatiza que el resolver problemas matemáticos es fundamental en la educación, puesto que de manera colateral actúan diferentes habilidades fundamentales (formular, emplear e interpretar).
Felmer y Perdomo-Díaz (2017), crean una propuesta de talleres donde la habilidad central a fortalecer es la resolución de problemas, ya que según ellos es el eje primordial que a la vez fortalece las demás habilidades.
Debido al planteamiento expuesto en la sección anterior no es preciso preguntar: ¿Qué propuesta didáctica matemática beneficiará la enseñanza y el aprendizaje del concepto de probabilidad simple en estudiantes de séptimo año básico?

OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN

Para acercarse a la respuesta de nuestra pregunta de investigación se propone el siguiente objetivo general: Diseñar una propuesta didáctica matemática fundamentada en la Teoría de las Situaciones Didácticas y en la resolución de problemas, para facilitar la apropiación significativa de la noción de probabilidad simple en estudiantes de séptimo año Básico.

MARCO METODOLÓGICO

METODOLOGÍA

El presente trabajo de investigación, indaga en los aspectos de la enseñanza sobre la probabilidad simple, debido a que este concepto es fundamental para la preparación de aquellos que son más complejos y prosiguen en el transcurso de la educación escolar.

Por lo tanto, el enfoque metodológico que se aplica en esta investigación es cualitativo, ya que se busca, como señala Sampieri (2007) interpretar y comprender, particularmente el proceso en que los estudiantes desarrollan su aprendizaje del concepto de probabilidad simple a través de la teoría de las situaciones didácticas propuesta por Brousseau (2007).

ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN

El alcance de esta investigación es descriptiva explicativa, ya que como se busca describir una situación o evento que se manifiesta en el momento que el profesor desea que los estudiantes construyan el concepto de probabilidad. Es explicativa, según los mismos autores, ya que se busca explicar por qué y en qué condiciones se da un fenómeno, que en este caso sería el proceso que propicie el aprendizaje significativo de los estudiantes mediante las distintas situaciones didácticas.

DISEÑO DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

PROPUESTA DIDÁCTICA

La elaboración de esta propuesta didáctica matemática, se presenta con el objetivo de que los estudiantes generan su aprendizaje del concepto de probabilidad simple, mediante la resolución de un problema que se lleva a cabo por medio de un juego.

De esta manera, se confecciona un problema que está basado en la definición que propone Felmer y Perdomo-Díaz (2017), el cual se resuelve mediante una actividad fundamentada en la Teoría de las Situaciones Didácticas propuesta por Brousseau (2007), esta actividad consiste en realizar un análisis mediante el juego llamado “Números Par a Ganar”, para dar respuesta a la problemática entregada.

El juego contiene un tablero con dados de 6,8 y 10 caras, además de las fichas para los jugadores y un tríptico con las instrucciones del juego.

DISEÑO DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

El diseño de la propuesta didáctica se basa en el análisis que se realiza a la problemática y al juego confeccionado. El problema al cual se enfrentará el estudiante es el siguiente:

“Una empresa que se dedica a desarrollar juegos de mesa, ha creado una nueva entretención, pero no están seguros si ésta nueva creación tiene un tiempo de duración muy largo o si presenta algún problema al momento de jugar. Es por ello que se desea saber la opinión de potenciales compradores con el fin de indagar si el juego funciona y logra ser entretenido para que su comercialización sea exitosa.”

Luego se les explican las reglas del juego, y se les solicita responder la siguiente pregunta: “¿Qué dado le recomiendas a la empresa para terminar el juego más rápido?”, además de diferentes preguntas para ayudar a contestar la pregunta principal anteriormente propuesta.

El plan es que los estudiantes comiencen a jugar y durante o al terminar el juego, como grupo logren responder las preguntas solicitadas en la guía entregada por el docente, posteriormente se insta a los estudiantes a jugar con otro dado y responder las mismas preguntas.

Los estudiantes vivirán cada una de las situaciones didácticas que propone Brousseau (2007) durante la actividad finalizando así en la construcción del conocimiento. Además, esta problemática da una gran oportunidad para la comunicación y el razonamiento matemático entre los grupos que formarán los estudiantes, puesto que tendrán la oportunidad de exponer y deliberar entre ellos, para encontrar una respuesta adecuada, ya que razonan sobre los métodos y procedimientos utilizados al momento de jugar, también tienen la oportunidad de verificar si han surgido errores u otras experiencias mediante esta búsqueda que surge al momento de dar solución al problema, tal y como menciona el autor.

PROPUESTA DE IMPLEMENTACIÓN

Esta propuesta didáctica matemática se implementaría en el momento exacto donde debe enseñarse el concepto de probabilidad simple, este sería en el curso de séptimo básico, en la cuarta unidad llamada "Probabilidad y Estadística" en donde se pretende cumplir con el objetivo de aprendizaje N°18 que se muestra en el curriculum como: "Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con software educativo" (Programa de Estudio para Séptimo año Básico, 2013, p. 165).

CONCLUSIONES

Finalmente, se logró diseñar la propuesta didáctica matemática, como una actividad a desarrollar por estudiantes de séptimo básico, debido a que es aquí donde se formaliza el concepto de probabilidad simple. Ellos son los encargados de construir dicho concepto mediante un problema contextualizado de tal manera que el estudiante se sienta con la responsabilidad de responder, lo que lo lleva directamente al juego, puesto que este le permitirá dar respuesta al problema. Este juego llamado "Números Par a Ganar", permite al estudiante transcurrir en cada una de las situaciones didácticas, que es clave para que logre construir por sí mismo el concepto. Por consiguiente, cuando el estudiante culmina la actividad, tendrá las nociones suficientes para que el profesor, se encargue de institucionalizar el saber, es decir, formaliza el concepto como tal y hacer relevancia a la notación que se utiliza para expresar una probabilidad, identificando y explicando porque es la misma simbología de una fracción.

Dentro de las actividad propuesta, el estudiante tiene la responsabilidad de responder distintas preguntas orientadas hacia los diferentes casos que se pueden presentar en una probabilidad simple, estas se enfocan en variadas situaciones que experimentan los estudiantes al jugar con dados de distintas caras y un caso particular donde se da una situación hipotética donde el dado está defectuoso, de esta manera se les pide que piensen en las distintas situaciones y casos no equiprobables tomando en cuenta los distintos resultados que se pueden presentar.

Finalizando la actividad se cumplirá con el objetivo de aprendizaje propuesto por el MINEDUC, el cual consiste en que los estudiantes sean capaces de explicar las probabilidades de eventos a través de distintos experimentos. Por lo tanto, nuestro objetivo de investigación: "Diseñar una propuesta didáctica matemática fundamentada en la Teoría de las Situaciones Didácticas y en la resolución de problemas, para para facilitar la apropiación significativa de la noción de probabilidad simple en estudiantes de séptimo año Básico", se ha logrado.

Por otra parte, es importante mencionar que esta propuesta didáctica es el comienzo de una investigación que se puede continuar analizando el efecto de la propuesta didáctica en el aprendizaje de los estudiantes y cómo los estudiantes llevan a cabo sus respuestas a las actividades propuestas.

Referencias

Andrade, L., Fernández, F., & Sarmiento, B. (2013). La búsqueda del espacio muestral 'original': Una necesidad para la enseñanza. Educación Estadística en América Latina. (pp. 82-94). Caracas, Venezuela: Audy Salcedo.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires, Argentina: Libro del Zorzal.

Chandia, E., Rojas, D., Rojas, F., & Howard, S. (2016). Creencias de formadores de profesores de matemática sobre resolución de problema. Boletim de Educação Matemática, 30 (55). 605-624.

Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, (2), 1-10.

Felmer, P., & Perdomo-Díaz, J. (2017). Un programa de desarrollo profesional docente para un currículo de matemática centrado en las habilidades: la resolución de problemas como eje articulador. Revista Educación matemática. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php

Ministerio de Educación, República de Chile (2014). Bases Curriculares para la Educación Básica.

Ministerio de Educación, República de Chile (2013) Matemática: Programa de Estudio Séptimo año Básico.

Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity 1. Personnel psychology, 28(4), 563-575.

OCDE (2017), Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias. Paris, Francia: Versión preliminar.

Olfos, R., Estrella, S., & Morales, S. (2015). Estudio de clases para la articulación de conocimientos en formación inicial. Acta Latinoamericana de matemática Educativa, (1), 1196-1202.

Sampieri, R. Fernández, C. Baptista, P. (2007). Metodología de la Investigación. Ciudad de México, México: McGrau-Hill Interamericana.

PISA, O. (2016). Results (Volumen 1): Excellence and Equity in Education. PISA, OECD Publishing, Paris.

Zapata Cardona, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? Revista Virtual Universidad Católica del Norte. Recuperado de http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/viewFile/4/8

TALLERES

T 001

DIAGRAMACIÓN CON GEOGEBRA

Juan Luis Prieto G.
Universidad del Zulia, Asociación Aprender en Red (Venezuela),
Doctorando en Educación Matemática, Universidad de Los Lagos (Chile)

juanl.prietog@gmail.com

RESUMEN

Enseñar matemática a través de la modelación y el uso de tecnologías digitales en uno de los principales desafíos que deben enfrentar los profesores en la actualidad. El taller ofrece la oportunidad de conocer y vivir experiencias de “diagramación con GeoGebra”, una actividad de modelación de las formas y dimensiones de objetos de la realidad a través de la geometría y el uso de un software dinámico, que ofrece herramientas para innovar en las clases de geometría y enfrentar profesionalmente el desafío antes mencionado.

Palabras clave: Diagramación, Geometría dinámica, Formación de profesores, GeoGebra.

INTRODUCCIÓN

Una mirada rápida a los textos escolares de matemática en Chile, puede revelar la fuerte tendencia de sus autores a introducir la geometría en educación media como una poderosa herramienta de modelación de la realidad. En varias de las situaciones allí mostradas se puede ver que los contenidos geométricos son usados para modelar formas, dimensiones y movimientos característicos de determinados los objetos de la realidad (p. ej., ver Figura 1). Actualmente, esta forma de vincular geometría y realidad representa un modo útil para acercar a los alumnos al saber geométrico, siempre que las experiencias de modelación que se ofrecen a los alumnos les permitan desarrollar su capacidad de pensar y actuar geométricamente.

Figura 1
Fuente: MINEDUC (2016, p. 146).

Este taller ofrece a los participantes la oportunidad de conocer e involucrarse en una actividad de modelación matemática de la realidad, con el potencial de promover las formas de pensamiento geométrico en sus alumnos. Tal actividad incorpora al GeoGebra como un artefacto cultural que nos proporciona tanto una serie de contenidos geométricos instanciados en sus diferentes herramientas de construcción, como el espacio conceptualmente diseñado para explorar estos contenidos y promover formas de pensar novedosas.

De esta manera, la actividad de "diagramación con GeoGebra" pasa a ser el foco de atención del taller y con su estudio se busca que los participantes: (i) planteen y resuelvan tareas de diagramación y (ii) reflexionen conjuntamente sobre los procedimientos de resolución de estas tareas. El conocimiento y la experiencia de los participantes a lo largo del taller les puede colocar en mejores condiciones para enfrentar profesionalmente el reto de enseñar matemática a través de la modelación y el uso de tecnologías digitales, dos de los grandes requerimientos de la educación matemática de nuestros tiempos.

¿QUÉ ES LA DIAGRAMACIÓN CON GEOGEBRA?

La Real Academia Española define el término "diagramar" como la acción de elaborar un esquema, gráfico o dibujo con el fin de mostrar las relaciones entre las diferentes partes de un conjunto (DRAE, 2015). Si consideramos al conjunto como un objeto de la realidad (p. ej., una iglesia, un museo o una plaza pública), entonces la acción de diagramar, que llamaremos "diagramación", consistiría en elaborar un dibujo representativo de esta realidad. Este dibujo suele elaborarse en papel y remitir al lector a referentes teóricos de la realidad.

Sin embargo, para que el "modelo real" (dibujo en papel o boceto) sea reproducido con un software dinámico, es necesario cambiar la interpretación sobre el dibujo y apoyarse en objetos geométricos que permitan modelar las formas y dimensiones presentes en el boceto, dando lugar así a un "modelo matemático" que orienta y organiza el trabajo de diagramación posterior. Llamamos "modelo computacional" al producto del trabajo con el software, visto como ese conjunto de dibujos dinámicos producidos articuladamente para representar alguna realidad a partir de su modelo matemático. Laborde (1997) define al "dibujo dinámico" como todo dibujo creado con un software dinámico (p. ej., GeoGebra), sobre la base de relaciones entre las propiedades espaciales del dibujo y las propiedades geométricas del objeto que el dibujo intenta modelar. Al someter el dibujo al test de arrastre, éste conserva en su desplazamiento las propiedades espaciales declaradas en su construcción.

A partir de lo anterior, definimos la diagramación con GeoGebra como la actividad de producción de dibujos dinámi-

cos con el software que modelan las formas y dimensiones de algún objeto de la realidad (Sánchez & Prieto, 2017). La dinámica de esta actividad es organizada alrededor de ciertas "tareas de diagramación" que demandan la representación de las distintas partes de la realidad que se estudie, de manera que los individuos resuelven tantas tareas de diagramación como partes del objeto sean capaces de identificar. La resolución de cada tarea de diagramación implica el tránsito por un ciclo de modelación de cuatro procesos: problematización, matematización, trabajo matemático e interpretación. Una descripción detallada de estos procesos se encuentra en Prieto (2017), en donde las mismas se originan de experiencias de elaboración de simuladores con GeoGebra.

En esta parte damos cuenta de la matematización y el trabajo matemático que ocurren en la diagramación con GeoGebra, ya que estos procesos son fundamentales para el desarrollo de las capacidades de pensamiento geométrico de los participantes del taller. Para ello, tomamos el caso reportado por Muñoz y Prieto (2016), en donde un profesor de matemática se dedica a diagramar la fachada de la casa natal de Rafael Urdaneta, prócer de la gesta independentista de Venezuela en la primera mitad del siglo XIX. En ese trabajo, se reportan dos tareas de diagramación referidas a la representación de la puerta posterior (de doble hoja) y el techo de la fachada (Figura 2a).

Figura 2

Fuente: Autor.

En atención a la primera tarea de diagramación, luego de producir un boceto de la puerta posterior (modelo real) (Figura 2b), el profesor identifica al rectángulo como el objeto geométrico "ideal" para modelar la forma del marco, de los paneles interiores y de las hojas izquierda y derecha de la puerta. Este cambio en la interpretación del boceto (esta vez refiere a objetos geométricos) es evidencia de un proceso de matematización que deriva en un modelo matemático compuesto por el mismo objeto geométrico (el rectángulo), el cual resulta útil al profesor para diagramar el marco, los paneles interiores y las hojas de la puerta.

La necesidad de dibujar con GeoGebra cinco rectángulos, llevó al profesor a formular y resolver igual número de "tareas de construcción" que son atendidas de forma progresiva. Llamamos trabajo matemático al proceso por el cual se resuelven las tareas de construcción que dan cuenta de la misma tarea de diagramación. En el texto, la primera tarea de construcción atendida por el profesor tiene que ver con la construcción del rectángulo que modela el marco de la puerta. Antes de resolver esta tarea, ya se disponía en la interfaz de un segmento (EF) (Figura 3a) cuyos extremos coincidían con los vértices superiores del rectángulo. Por lo tanto, los autores comentan que, para resolver esta primera tarea de construcción, el profesor se dedica a localizar los vértices inferiores del rectángulo, para luego usar la herramienta Polígono. Así, el profesor aplica un procedimiento de construcción de tres pasos que se materializa al usar de manera combinada una serie de herramientas del GeoGebra. Llamamos "técnica" al procedimiento de construcción empleado por el profesor para dibujar el rectángulo EFIG (Figura 3c).

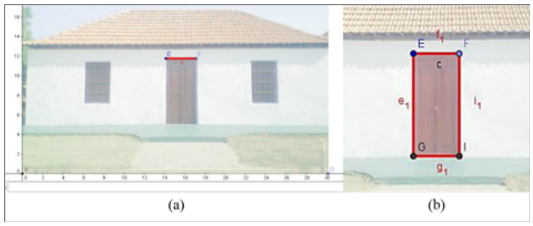


Figura 3
Fuente: Autor.

El Cuadro 1 muestra la técnica de construcción del rectángulo, empleada por el profesor para resolver la primera tarea de su secuencia. Aunque no se comenta, podemos pensar que esta técnica se derivó de la interacción con el software, manifestada en la elección de la herramienta Polígono para dibujar el rectángulo. Nos referimos aquí de una herramienta portadora de un contenido conceptual particular (una manera de entender el polígono en razón de su construcción con el software) que sirve de base para una caracterización más profunda del rectángulo basada en sus propiedades geométricas.

Primera tarea de construcción: Construir un rectángulo a partir de dos de sus vértices (puntos E y F)
Herramienta seleccionada: Polígono
Definición de la herramienta: Selecciona todos los vértices, luego el primero nuevamente

Paso	Acción	Descripción	Herramienta
1		Determinar el tercer vértice	
	1.1	Se construye una recta perpendicular a (EF) que pasa por E, dando lugar a la recta a	Perpendicular
	1.2	Se construye una circunferencia centrada en E y con un radio de 2,25*EF, dando lugar a la circunferencia b	Circunferencia (centro, radio)
	1.3	Se interseca la recta a con la circunferencia b, originando el punto G	Intersección
2		Determinar el cuarto vértice	
	2.1	Se construye una recta paralela a (EF) que pasa por G, dando lugar a la recta c	Paralela
	2.2	Se construye una recta perpendicular a (EF) que pasa por F, dando lugar a la recta d	Perpendicular
	2.3	Se interseca las rectas c y d, originando el punto I	Intersección
3		Dibujar el rectángulo	
	3.1	Se construye el polígono EFIG, dando como resultado el rectángulo con la misma notación	Polígono

Cuadro 1

Invitamos al lector a revisar el trabajo de Muñoz y Prieto (2016) para conocer cómo el profesor resuelve el resto de tareas de construcción correspondiente al mismo trabajo matemático, e inclusive puedan ver cómo este individuo atiende el resto de tareas de diagramación de su experiencia.

DESARROLLO DEL TALLER

Esta propuesta está dirigida a profesores y estudiantes para profesores de matemática de nivel Básico y Medio, con interés en la temática. El taller se desarrolla en 3 etapas. La etapa 1 consiste en familiarizar a los participantes con la diagramación con GeoGebra, esto es, en qué consiste la actividad, cómo se enfrenta y qué procesos matemáticos ocurren en esta dinámica. En la etapa 2 se realiza una práctica de diagramación con GeoGebra en la que se procede a diagramar algún aspecto de la realidad próxima a los participantes. En esa práctica se intenta destacar los procesos

de matematización y trabajo matemático por los que se transitan para resolver la tarea de diagramación que se haya formulado en la etapa. La etapa 3 consiste en una puesta en común de los procesos de matematización y trabajo matemático de los profesores al resolver en equipos otra de las tareas de diagramación del mismo fenómeno. El propósito de la puesta en común es lograr una caracterización del dibujo dinámico en términos geométricos, mediante la comunicación de la técnica empleada, identificando posibles inconsistencias en la construcción y anticipando acciones, de manera que se ayude a superar las dificultades encontradas.

Referencias

DRAE. (2015). Diagramar. En Diccionario de la lengua española (24a edición). Consultado en http://dle.rae.es/?id=DeGUkEe.

Laborde, C. (1997). Cabri Geómetra o una nueva relación con la geometría. En L. Puig (Ed.), Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática (pp. 33-48). Madrid: Una empresa docente.

Ministerio de Educación [MINEDUC] (2016). Texto del estudiante Matemática 1° Medio. Santiago, Chile: Santillana.

Muños, D. y Prieto, J. L. (2016). Elementos geométricos presentes en la fachada de la casa natal de Rafael Urdaneta. En: J. L. Prieto y R. E. Gutiérrez (Comps.), Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia (pp. 169-187). Maracaibo: Aprender en Red.

Sánchez, I. y Prieto, J. L. (2017). El uso experimental del GeoGebra en un contexto de formación docente en matemática. En: Rosas, A. M. (Ed.), Avances en Matemática Educativa. Tecnología para la educación. No. 4 (pp. 38-51). Ciudad de México: Lectorum.

Prieto, J. L. (2017). Proyectos de simulación con GeoGebra: Una estrategia del desarrollo del pensamiento científico desde el servicio comunitario. Trabajo de ascenso. Facultad de Humanidades y Educación, Universidad del Zulia, Maracaibo.

T 002

UNA PROPUESTA PARA EL TRABAJO EN MODELIZACIÓN MATEMÁTICA PARA PROFESORES DE SECUNDARIA

Carlos Andrés Ledezma Araya, Ana Luisa Llanes Luna
Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Universidad de Los Lagos

carlos.ledezma.a@mail.pucv.cl, analuisa.llanes@alumnos.ulagos.cl

Formación de profesores e investigadores en educación matemática

RESUMEN

Este taller va dirigido a profesores de matemática de nivel medio (13 a 18 años), cuyo objetivo es introducir a los participantes en la modelización desde un enfoque didáctico-cognitivo. Para ello, nos basaremos en la propuesta de Borromeo Ferri (2018) para la constitución de un curso de modelización matemática, considerando macro-herramientas propuestas en el Enfoque Ontosemiótico, así como el ciclo de modelización propuesto en los estudios de Blomhøj y Højgaard. Con estos elementos, se pretende que los participantes resuelvan problemas, identifiquen las fases del proceso y reflexionen sobre su aplicación en el aula.

Palabras clave: formación de profesores, conocimiento didáctico-matemático, modelización matemática

INTRODUCCIÓN

Según Blum y Borromeo Ferri (2009), 'modelizar' forma parte de una de las competencias fundamentales a desarrollar en los estudiantes, del mismo modo que el trabajo con la modelización matemática trae consigo una serie de beneficios, como que ayuda a los estudiantes a mejorar el entendimiento del mundo, da soporte al aprendizaje de la matemática como forma de motivación, para la formación de conceptos y la mejora de la comprensión y la retención, contribuye a desarrollar varias competencias matemáticas y actitudes apropiadas, además de propiciar una imagen adecuada de esta disciplina, entre otras.

Por su parte, en las Bases Curriculares vigentes para la asignatura de matemática, se enfatiza la modelización como una habilidad de pensamiento matemático que se desarrolla desde séptimo año básico (12 a 13 años) (Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC], 2011), definiéndola como "construir un modelo físico o abstracto que captura parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla" (MINEDUC, 2016, p. 98). Lo anterior, se relaciona con esta imperante necesidad de trabajar con problemas contextualizados para vincular la matemática con el mundo real, convirtiendo a la resolución de problemas y la modelización como claves para el desarrollo de competencias matemáticas (Aparisi y Pochulu, 2013).

Con base en ello, diseñamos este taller para introducir a los profesores del nivel secundario en la modelización matemática desde un enfoque didáctico-cognitivo, cuya importancia reside en que los participantes trabajarán distintas actividades, siguiendo una dinámica activo-participativa, que les permitirá tomar el rol tanto de estudiantes como de profesores al momento de abordar la modelización matemática en el aula.

PROPÓSITO Y ALCANCE

Biembengut y Hein (2004) plantean que existen dificultades para llevar a cabo los procesos de modelización en el aula, los que tienen su origen en la formación de profesores y la consecuente falta de vivencias, por parte de los estudiantes, en actividades de este tipo. De este modo, la búsqueda y elección de problemas adecuados, tanto a las tendencias actuales y lineamientos curriculares, como a un determinado enfoque didáctico, termina siendo un enorme desafío para los profesores (Aparisi y Pochulu, 2013). Atendiendo a dicha problemática es que este taller tiene como objetivo introducir a los participantes en la modelización matemática desde un enfoque didáctico-cognitivo, para lo cual pondrán de manifiesto sus propias concepciones sobre el tema, resolverán problemas ad-hoc de acuerdo a las fases de este proceso y, por consiguiente, se pretende generar una instancia de reflexión y discusión sobre la aplicación de la modelización matemática en el aula, a la luz de las distintas realidades académicas, profesionales y culturales de los participantes. Dirigimos este taller a profesionales del área de la educación matemática, quienes se desempeñen en el nivel secundario de enseñanza escolar (con estudiantes de 13 a 18 años de edad).

MÉTODO

Nuestro taller se estructura de acuerdo a la propuesta de Borromeo Ferri (2018) para la constitución de un curso de modelización matemática para profesores en formación, la cual adaptamos considerando algunas macro-herramientas propuestas en el contexto del Enfoque Ontosemiótico (en adelante EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007), así como también el ciclo de modelización propuesto en los estudios de Blomhøj y Højgaard (Blomhøj y Højgaard, 2003; Blomhøj, 2004). La tabla 1 muestra la descripción de las actividades del taller de acuerdo a las etapas en que lo hemos estructurado (práctica, teórica, teórico-práctica, conclusión) y las sesiones en que éstas serán desarrolladas.

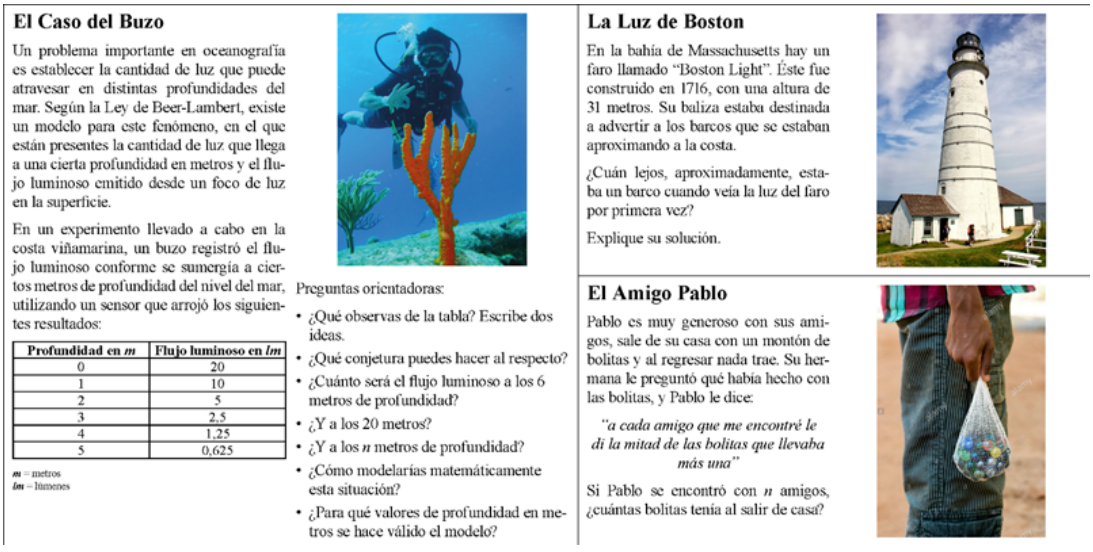
Etapas	Actividades
Práctica(sesión 1)	– Presentación del taller y sus expositores.– Resolución de un problema estructurado de modelización matemática (“El Caso del Buzo”, véase fig. 1).
Teórica(sesión 1)	– Análisis de los procedimientos de resolución con el ciclo de modelización matemática, de las dificultades y errores de casos reales de estudiantes, y de las posibles devoluciones por parte del docente.
Teórico-práctica(sesión 2)	– Resolución de problemas abiertos de modelización matemática (“La Luz de Boston” y “El Amigo Pablo”, véase fig. 1).– Análisis del conocimiento didáctico-matemático del profesor, en las componentes epistémica y cognitiva (identificación de fases del ciclo, análisis de posibles dificultades y errores, potenciales devoluciones del docente).
Conclusión(sesión 2)	– Reflexiones y conclusiones sobre el taller y la implementación de la modelización matemática en el aula.– Cierre del taller.

Tabla 1: Descripción de las actividades del taller por etapas

Como expositores, somos conscientes de la variedad de marcos teóricos de la didáctica de la matemática y de la pluralidad de intereses de los asistentes, por lo cual utilizaremos soporte digital (presentación con diapositivas) para introducir a los participantes en los elementos constitutivos, tanto del proceso de modelización matemática como de las macro-herramientas que aporta el EOS, además de ser quienes guiemos las etapas de reflexión y conclusión.

DISEÑOS DIDÁCTICOS

Como se ha declarado anteriormente, los participantes resolverán problemas de modelización, los que también serán analizados y discutidos en forma plenaria, permitiéndoles asumir tanto la postura del estudiante como la de profesor. Se presentan algunos enunciados que serán aplicados durante el taller.



El Caso del Buzo

Un problema importante en oceanografía es establecer la cantidad de luz que puede atravesar en distintas profundidades del mar. Según la Ley de Beer-Lambert, existe un modelo para este fenómeno, en el que están presentes la cantidad de luz que llega a una cierta profundidad en metros y el flujo luminoso emitido desde un foco de luz en la superficie.

En un experimento llevado a cabo en la costa viñamarina, un buzo registró el flujo luminoso conforme se sumergía a ciertos metros de profundidad del nivel del mar, utilizando un sensor que arrojó los siguientes resultados:

Profundidad en *m*	Flujo luminoso en *lm*
0	20
1	10
2	5
3	2,5
4	1,25
5	0,625

m = metros
lm = lúmenes

Preguntas orientadoras:

- ¿Qué observas de la tabla? Escribe dos ideas.
- ¿Qué conjetura puedes hacer al respecto?
- ¿Cuánto será el flujo luminoso a los 6 metros de profundidad?
- ¿Y a los 20 metros?
- ¿Y a los *n* metros de profundidad?
- ¿Cómo modelarías matemáticamente esta situación?
- ¿Para qué valores de profundidad en metros se hace válido el modelo?

La Luz de Boston

En la bahía de Massachusetts hay un faro llamado “Boston Light”. Éste fue construido en 1716, con una altura de 31 metros. Su baliza estaba destinada a advertir a los barcos que se estaban aproximando a la costa.

¿Cuán lejos, aproximadamente, estaba un barco cuando veía la luz del faro por primera vez?

Explique su solución.

El Amigo Pablo

Pablo es muy generoso con sus amigos, sale de su casa con un montón de bolitas y al regresar nada trae. Su hermana le preguntó qué había hecho con las bolitas, y Pablo le dice:

“a cada amigo que me encontré le di la mitad de las bolitas que llevaba más una”

Si Pablo se encontró con *n* amigos, ¿cuántas bolitas tenía al salir de casa?

Figura 1: Ejemplos de problemas a utilizar en el taller. Extraído desde Ledezma (2017, p. 44) y Borromeo Ferri (2018, p. 106)

El primer problema presentado (“El Caso del Buzo”) se encuentra inserto dentro de una propuesta de secuencia didáctica ya validada (véase Ledezma, 2017), y será presentado y analizado como un ejemplo de clase de modelización para implementar en el aula. En cambio, los últimos dos (“La Luz de Boston” y “El Amigo Pablo”), se caracterizan por poseer distintas formas de ser resueltos e incluso, más de una respuesta, por lo que ambos serán

trabajados con los profesores asistentes, y analizados bajo la mirada tanto del ciclo de modelización considerado (Blomhøj y Højgaard, 2003; Blomhøj, 2004), como de las dificultades y errores de los estudiantes.

CONCLUSIONES

Los datos que se recopilen de la experiencia serán analizados bajo la mirada de las macro-herramientas del EOS, como parte de un proceso de investigación que da continuidad al trabajo de Ledezma (2017) sobre el tema de la modelización, e inspirados por otros estudios que también han profundizado en las competencias en modelización matemática, tanto durante la formación académica como la práctica profesional de los docentes (por ejemplo, Anhalt, Cortez y Bennett, 2018; Barquero, Bosch y Romo, 2018; Blomhøj y Kjeldsen, 2006; Doerr, 2006, entre otros).

Referencias

Anhalt, C., Cortez, R. y Bennett, A. (2018). The Emergence of Mathematical Modeling Competencies: An Investigation of Prospective Secondary Mathematics Teachers. Mathematical Thinking and Learning, 20(3), 202-221. doi:10.1080/10986065.2018.1474532

Aparisi, L. y Pochulu, M. (2013). Dificultades que enfrentan los profesores en escenarios de modelización. En R. Flores (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 26 (pp. 1387-1397). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Barquero, B., Bosch, M. y Romo, A. (2018). Mathematical modelling in teacher education: dealing with institutional constraints. ZDM Mathematics Education, 50(1-2), 31-43. doi:10.1007/s11858-017-0907-z

Biembengut, M. S. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Educación Matemática, 16(2), 105-125. Recuperado desde http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol16/vol16-2/vol16-2-6.pdf

Blomhøj, M. y Højgaard, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA, 22(3), 123-139. doi:10.1093/teamat/22.3.123

Blomhøj, M. (2004). Mathematical Modelling: A Theory for Practice. En B. Clarke et al. (Eds.), International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics (pp. 145-159). Gotemburgo, Suecia: National Center for Mathematics Education.

Blomhøj, M. y Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2), 163-177. doi:10.1007/bf02655887

Blum, W. y Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?. Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(1), 45-58. Recuperado desde http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/download/1620/1087

Borromeo Ferri, R. (2018). Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education. doi:10.1007/978-3-319-68072-9

Doerr, H. M. (2006). Teachers' Ways of Listening and Responding to Students' Emerging Mathematical Models. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(3), 255-268. doi:10.1007/bf02652809

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM Mathematics Education, 39(1), 127-135. doi:10.1007/s11858-006-0004-1

Ledezma, C. (2017). Estudio de la Modelación con Función Exponencial para Estudiantes de Segundo Año Medio, según el Modelo de Blomhøj y Højgaard (Tesis de magíster no publicada). Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

Ministerio de Educación de Chile. (2011). Matemática: Programa de Estudio para Segundo Año Medio. Santiago, Chile: Autor.

Ministerio de Educación de Chile. (2016). Bases Curriculares 7º básico a 2º medio. Santiago, Chile: Autor.

T 003

REFLEXIONANDO SOBRE EL CONOCIMIENTO DE LA PRÁCTICA MATEMÁTICA EN PROFESORES UNIVERSITARIOS

Rosa Delgado-Rebolledo, Diana Zakaryan
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

rosamdelgadorebolledo@gmail.com, diana.zakaryan@pucv.cl

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

En este taller se propone un espacio de reflexión sobre el conocimiento que pone en juego en su práctica de enseñanza el profesor de matemáticas universitario. Se espera que los estudiantes para profesor, profesores en servicio, formadores de profesores e investigadores en educación matemática que participen en el taller, a partir del análisis de dos episodios de una clase sobre números reales y sus propiedades, desarrollada en un curso universitario, logren reflexionar sobre los distintos aspectos del conocimiento de la práctica matemática del profesor de matemáticas y a partir de dicha reflexión puedan discutir sobre la importancia de este conocimiento tanto en los profesores universitarios como en los docentes de matemáticas de sistema escolar.

Palabras clave: Conocimiento del profesor, profesores universitarios, práctica matemática, números reales.

INTRODUCCIÓN

Las investigaciones sobre el conocimiento del profesor de matemáticas comenzaron a realizarse en los años noventa (e.g. Bromme, 1994; Fennema y Franke, 1992;) y en la actualidad continúan desarrollándose con gran fuerza de forma que se pueden encontrar estudios sobre el conocimiento del profesor en variados conceptos y dominios de la matemática, así como investigaciones sobre la relación entre el conocimiento del profesor y el logro académico de los estudiantes o el desarrollo del conocimiento del profesor de matemáticas (e.g. Herbst y Kosko, 2014; Hill, Ball, y Schilling, 2008; Blömeke y Kaiser, 2008). Estas indagaciones se han enfocado en profesores de matemáticas de educación primaria y secundaria, mientras que existe un número mucho menor de investigaciones que analizan el conocimiento del profesor de matemáticas universitario (Speer, King, y Howell, 2014). No obstante, el interés de los investigadores en educación matemática por comprender el conocimiento del profesor universitario ha sido creciente en los últimos años, de modo que su estudio ha emergido como una nueva línea de investigación desde la cual se cuestiona qué se entiende por conocimiento del profesor de matemáticas universitario, cómo se desarrolla este conocimiento y cómo se refleja en la práctica de enseñanza del profesor (Biza, Giraldo, Hochmuth, Khakbaz, y Rasmussen, 2016).

Estudios recientes (e.g. Delgado-Rebolledo y Zakaryan, 2018; Vasco y Climent, 2018) han utilizado la perspectiva del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo, Climent, Contreras, y Muñoz-Catalán, 2013) destacando su utilidad para comprender el conocimiento de profesores universitarios. Siguiendo esta línea y, considerando el subdominio del conocimiento especializado del profesor de matemáticas denominado conocimiento de la práctica matemática, este taller tiene como objetivo generar un espacio de reflexión sobre diferentes prácticas matemáticas que se evidencian en la enseñanza universitaria y cuál es el conocimiento del profesor de dichas prácticas.

El conocimiento de la práctica matemática

En el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Mathematics Teacher's Specialised Knowledge, MTSK) desarrollado por Carrillo y colaboradores (2013) se distinguen dos dominios de conocimiento: el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del contenido, los cuáles se ven permeados por un dominio de creencias del profesor acerca las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.

El dominio de conocimiento matemático se refiere al conocimiento del profesor de las matemáticas escolares pero considerando algunas carácteristicas de las matemáticas como disciplina científica. En este sentido, el conocimiento matemático incluye tres subdominios: conocimiento de los temas, conocimiento de la estructura de las matemáticas y conocimiento de la práctica matemática. Este último agrupa el conocimiento del profesor de cualquier actividad matemática llevada a cabo sistemáticamente que representa un pilar de la creación matemática y que se conforma de una base lógica de la cuál se pueden extraer reglas (Carrillo et al., 2018). Dichas actividades se denominan prácticas matemáticas entre las que se incluye, por ejemplo, justificar, hacer deducciones e inducciones, dar ejemplos y entender el rol de los contraejemplos. De este modo, el subdominio conocimiento de la práctica matemática (Knowledge of Practices in Mathematics, KPM) contiene el conocimiento del profesor de las prácticas matemáticas y su comprensión de la lógica que está detrás de estas.

En el KPM es importante que el profesor no sólo conozca los resultados matemáticos establecidos sino las formas de proceder y de validar en matemáticas para llegar a dichos resultados. En las formas de proceder se incluye, por ejemplo, el conocimiento del profesor de estrategias heurísticas de resolución de problemas, del papel de la abstracción y la generalización en matemáticas, y de las características de las definiciones matemáticas. Por su parte, entre las formas de validar, cobra relevancia el conocimiento del profesor de qué constituye una "demostración", cuáles son los principales métodos de demostrar en matemáticas, cuáles son los distintos roles de la demostración (e.g. de Villiers, 1990) y cuál es la diferencia entre una condición necesaria o suficiente.

De acuerdo con lo anterior, el KPM agrupa el conocimiento del profesor de las formas de explorar y generar nuevo conocimiento en matemáticas, elementos que estaban presentes en otros modelos de conocimiento (e.g. Bromme, 1994; Ball y Bass 2009), pero que no se habían considerado componentes centrales del conocimiento del profesor de matemáticas como se hace en el MTSK al incluir el subdominio KPM.

DESARROLLO DEL TALLER

El taller esta dirigido a estudiantes de pedagogía, profesores de matemáticas, formadores de profesores e investigadores en educación matemática que se interesen en discutir sobre el conocimiento de la práctica matemática que se evidencia en la enseñanza de un profesor universitario. En la primera parte del taller se propondrá a los participantes responder de forma individual y por escrito a las preguntas: qué entienden por práctica matemática y qué prácticas matemáticas conocen. A partir de la lluvia de ideas derivada de las respuestas, se generará una discusión sobre cada pregunta y se hará una lista de las prácticas matemáticas señaladas en conjunto. Posteriormente, se expondrá lo que se considera práctica matemática desde el modelo MTSK y lo que se entiende por conocimiento del profesor de la práctica matemática. En este punto, se contrastarán y/o se complementarán las respuestas de los participantes con los elementos del subdominio KPM.

En la segunda parte del taller se solicitará a los participantes reunirse en pequeños grupos para analizar dos episodios provenientes de las transcripciones de una clase sobre los números reales y sus propiedades, desarrollada por un profesor universitario como parte de un curso de análisis real para futuros profesores de matemáticas. Para analizar los episodios, es deseable que los participantes tengan un conocimiento sobre el contenido de números reales, ya sea adquirido en la secundaria o en el nivel universitario. A cada grupo se le pedirá identificar las intervenciones del profesor que dan cuenta de un conocimiento asociado al subdominio KPM y describir dicho conocimiento, luego deberán responder a las siguientes preguntas:

a) ¿Qué objetos matemáticos están presentes en los episodios?
b) ¿Qué conocimientos del profesor, distintos al KPM se pueden identificar en los episodios?
c) ¿Cómo se podrían describir las relaciones entre esos conocimientos y el KPM?

La puesta en común del análisis de los dos episodios de clase guiará una discusión en la cual se espera que los participantes reflexionen sobre la importancia del KPM en el profesor de matemáticas universitario abordado en el taller. Para concluir, se extenderá esta reflexión sobre la importancia del KPM considerando la experiencia académica y profesional de los asistentes, algunas preguntas para guiar esta reflexión final son: ¿estas prácticas matemáticas están presentes en los niveles de educación primaria y secundaria?, ¿cuál es el aporte de la identificación y comprensión del KPM a la formación de los profesores de matemáticas?, ¿cómo podríamos lograr que los cursos de matemática avanzada como análisis real apoyen el desarrollo del KPM de los futuros profesores?

COMENTARIOS FINALES

Los modelos de conocimiento del profesor de matemáticas como el MTSK pueden ser utilizados para la formación de profesores con el propósito de potenciar la construcción y el fortalecimiento de sus conocimientos matemáticos y didácticos, o pueden ser adoptados por los profesores en servicio para reflexionar sobre los contenidos que deben enseñar y para planificar sus clases en diferentes niveles educativos. En este sentido, el uso de modelos de conocimiento enfocados en la educación superior abre un camino para que los profesores universitarios, muchos de ellos sin formación pedagógica, ni didáctica, tengan la oportunidad de reflexionar de manera profesional y fundamentada sobre el conocimiento que está involucrado en la enseñanza de un determinado contenido matemático. Particularmente, el KPM abordado en este taller es un conocimiento que toma relevancia en la enseñanza universitaria debido a las características de este nivel educativo, pero que también se hace presente en la enseñanza escolar dando soporte a otros subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas.

Agradecimiento: Trabajo parcialmente financiado por CONICYT, Beca Doctorado Nacional 2017, Folio 21170442.

Referencias

Ball, D., y Bass, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. En The 2009 Curtis Center Mathematics and Teaching Conference. LA: University of California.

Biza, I., Giraldo, V., Hochmuth, R., Khakbaz, A., y Rasmussen, C. (2016). Research on Teaching and Learning Mathematics at the Tertiary Level: State-of-the-art and Looking Ahead. Switzerland: Springer.

Blömeke, S., y Kaiser, G. (2008). Development of future mathematics teachers during teacher education results of a quasi-longitudinal study. En O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, y A. Sepúlveda (Eds.), Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA 30 (Vol. 2, pp. 193-200). Morelia, México.

Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. En R. Biehler, R. Scholz, R. SträBer, y B. Winkelman (Eds.), Didactics of mathematics as a scientific discipline (pp. 73-88). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., y Muñoz-Catalán, M. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, Ç. Haser, y M. A. Mariotti (Eds.), Proceedings of the CERME 8 (pp. 2985-2994). Ankara: ERME.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., et al (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. Research in Mathematics Education, https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981.

Delgado-Rebolledo, R. y Zakaryan, D. (2018) Knowledge of the practice in mathematics in university teachers. En V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild y N.M. Hogstad (Eds.), Proceedings of the Second Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (pp. 393-402). Kristiansand, Norway.

de Villiers, M. (1990). The role and function of proof in mathematics. Pythagoras, 24, 17-24.

Fennema, E., y Franke, M. (1992). Teachers knowledge and its impact. En D. A. Grows (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 147–164). MacMillan Publishing.

Herbst, P., y Kosko, K. (2014). Mathematical knowledge for teaching and its specificity to high school geometry instruction. En J. Lo, K. R. Leatham, y L. R. Van Zoest (Eds.), Research trends in mathematics teacher education (pp. 23–45). New York, NY: Springer.

Hill, H., Ball, D., y Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. Journal for research in mathematics education, 39(4), 372-400.

Speer, N., King, K., y Howell, H. (2014). Definitions of mathematical knowledge for teaching: using these constructs in research on secondary and college mathematics teachers. Journal of mathematics teacher education, 18(2), 105-122.

Vasco, D., y Climent N. (2018). El estudio del conocimiento especializado de dos profesores de álgebra lineal. PNA, 12(3), 129-146.

T 006

ENSEÑAR RAZONAMIENTO A LA VEZ QUE ENSEÑAMOS MATEMÁTICA

Eduardo Mario Lacués Apud
Universidad Católica del Uruguay (UCU)

elacues@ucu.edu.uy

Pensamiento Matemático

RESUMEN

Es posible aprovechar situaciones de enseñanza habituales para, además, explicitar formas de razonamiento. Se ha vuelto una necesidad incluir esta intención en las prácticas docentes usuales, sobre todo en el ciclo superior de educación media y el inicial universitario, como forma de contribuir a la inducción de los ingresantes a la universidad. Este taller busca motivar a los participantes para que desarrollen herramientas y encuentren ocasiones para atender esta cuestión en el ámbito de trabajo en el que se desempeñan. Está dirigido a profesores tanto de enseñanza media como universitarios.

Palabras clave: Razonamiento deductivo, razonamiento inductivo, razonamiento por analogía, reglas de inferencia, demostración.

INTRODUCCIÓN

El primer contacto de los estudiantes con el pensamiento matemático avanzado suele darse al finalizar el bachillerato o al ingresar a la universidad (Gueudet, 2008). En particular, la noción de demostración resulta ser un elemento central de la organización de los contenidos matemáticos que integran el currículo en carreras en ciencias o tecnologías (Durand-Guerrier, 2006).

Aunque se da por cierta la asociación entre habilidades en Matemática y en razonamiento, existen evidencias que ponen en duda que la enseñanza de contenidos matemáticos tenga como consecuencia la adquisición de habilidades para el uso de diferentes formas de razonamiento (deductivo, inductivo, por analogía). Bloch (2003) ha señalado que la enseñanza del Cálculo suele desarrollarse sin referencias a las estructuras que fundamentan los resultados que justifican los algoritmos usados habitualmente. Otros autores (Camacho, Sánchez, & Zubieta, 2014) han resaltado que estudiantes de Ingeniería o de Ciencias no están acostumbrados a manejar demostraciones y pueden no disponer de conocimiento acerca de reglas de inferencia.

Sin embargo, es posible encontrar ocasiones en cualquier curso de Matemática para explicitar las formas de razonamiento presentes. Si bien los deductivos son los más frecuentes, existen instancias para señalar los inductivos, y los usos de las analogías para adaptar a situaciones similares tanto unos como otros (Lithner, 2003) (Thompson, Senk, & Johnson, 2003).

Un estudio reciente en Uruguay (Lacues, en prensa), muestra que los ingresantes a la universidad tienen dificultades para reconocer y manejar estructuras deductivas, y que las formas de enseñanza usuales (en las que no se destacan las estructuras argumentales) no tienen efectos para modificar esta situación. Sin embargo, esta situación puede ser modificada a partir de la enseñanza intencional de reglas de inferencia.

Este estudio muestra también que en los textos universitarios frecuentemente usados hay poca explicitación de las formas deductivas usadas en diferentes instancias de demostración. Lo mismo revelan los análisis de apuntes de alumnos de bachillerato, en los que la presencia de referencias a resultados conceptuales para justificar rutinas de cálculo es casi nula.

En este contexto, parece necesario reconocer y aprovechar oportunidades para enseñar formas de razonamiento en el marco de los cursos de Matemática.

En la sección siguiente se presenta un breve marco teórico. A continuación de ella, junto con la planificación del taller, se ejemplifican situaciones de clase en las que se pueden ejercitar estas formas de razonamiento, algunas de las cuales forman parte de las tareas diseñadas para un proyecto de investigación en ejecución actualmente en la Universidad Católica del Uruguay (UCU).

MARCO TEÓRICO

En el contexto de este taller, se usarán las siguientes definiciones:
a) Razonamiento deductivo: cadena de sentencias, cada una de las cuales es obtenible de las anteriores a partir de reglas de inferencia, que permite obtener una cierta conclusión como consecuencia lógica de un conjunto de premisas.
b) Razonamiento inductivo: producción de una conjetura que representa el resultado de un proceso de generalización a partir de casos particulares.
c) Razonamiento por analogía: adaptación de un razonamiento (deductivo o inductivo) a situaciones diferentes a las originales.

Pueden encontrarse referencias ampliatorias de estas definiciones en Grenier (2013).
Razonamiento deductivo

En el razonamiento deductivo la idea de demostración es crucial, y por eso son centrales las reglas por las que pueden inferirse sentencias a partir de otras. Discusiones acerca de la noción de implicación pueden encontrarse en Durand-Guerrier (2003) y en Inglis y Simpson (2008).

La regla más frecuente es la llamada modus ponens: de las sentencias "A implica B" y "A" se concluye "B". Es también usada habitualmente la llamada modus tollens: de las sentencias "A implica B" y "no B" se concluye "no A". Otras dos reglas comúnmente usadas, son modus tollendo ponens (de "A o B" y "no A" se concluye B), y modus ponendo tollens (de "A" y "negación de A y B" se concluye "no B").

El razonamiento por absurdo es una forma especial del deductivo. Está basado en que son lógicamente equivalentes probar que A implica B, y concluir un absurdo (es decir, una sentencia falsa) a partir de A y no B.

Tratamientos de la noción de regla de inferencia y su uso para construir deducciones puede encontrarse en Grimaldi (1997) o Rosen (2004).

Razonamiento inductivo

El razonamiento inductivo provee herramientas que permiten anticipar resultados o formular generalizaciones. Es considerado un medio de creación de conocimiento matemático (Castro, Cañadas, M., & Molina, M, 2010). En esta forma de razonamiento es crucial el reconocimiento de patrones (Radford, 2010). Este proceso puede ser asistido por actividades de instrucción que estimulen ciertas interacciones entre estudiantes y profesores (Ellis, 2011).
A diferencia del deductivo, un razonamiento inductivo no construye una demostración, sino que proporciona resultados tentativos, que deben ser puestos a estudio para decidir acerca de su validez.

Razonamiento por analogía

El razonamiento por analogía puede ser tanto deductivo como inductivo. Consiste en la adaptación de un razonamiento que ha resultado exitoso. Este proceso de ajuste requiere identificar los aspectos que explican el éxito conseguido y descartar los que son accesorios. No es una simple copia del razonamiento original, y puede incorporar elementos nuevos o combinar en un orden diferente los anteriores.

DESARROLLO DEL TALLER; EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

Primera sesión

a) Presentación teórica acerca de sentencias condicionales y reglas de inferencia, procesos de generalización, y alcances y limitaciones de las analogías.
b) Propuesta de una tarea a los participantes sobre razonamiento deductivo.
b1) A partir de la definición de función par o impar, prueba que la composición de dos funciones pares es par.
b2) Investiga la naturaleza del resultado de componer dos funciones impares o una impar con una par (razonamiento por analogía).
c) Trabajo en grupos: preparación de una intervención didáctica para enseñar razonamiento deductivo, y de una por analogía con la anterior. Puesta en común.
d) Anticipo de la segunda sesión: examen bibliográfico de textos usuales para detectar instancias de enseñanza de razonamiento.
Segunda sesión
a) Propuesta de una tarea a los participantes sobre razonamiento inductivo.

b1) Calcula algunas derivadas sucesivas de la función f dada por f(x) = L(1-x), y a partir de estos resultados, propón una fórmula para la derivada n-ésima de f.
b2) Consigue una fórmula para la derivada n-ésima de la función g dada por g(x) = L(1+x) (razonamiento por analogía).
b) Trabajo en grupos: preparación de una intervención didáctica para enseñar razonamiento inductivo, y de una por analogía con la anterior, a partir de los resultados del examen bibliográfico realizado.
c) Puesta en común.
d) Reflexiones finales.

d1) Breve presentación de los resultados del diagnóstico al ingreso 2018 en la UCU.

d2) Evaluación del taller por parte de los participantes.

Referencias

Bloch, I. (2003). Teaching Functions in a Graphic Milieu: Wht Knowlede Enable Students To Conjecture and Prove? Educational Studies in Mathematics, 52, 3–28.

Camacho, V., Sánchez, J., & Zubieta, G. (2014). Los estudiantes de ciencias, ¿pueden reconocer los argumentos lógicos involucrados en una demostración? [Can science's students recognize the logical arguments involved in a demonstration?]. Enseñanza de las Ciencas, 32(1), 117-138.

Castro, E., Cañadas, M., & Molina, M. (2010). El Razonamiento Inductivo Como Generador de Conocimiento Matemático. UNO, 55-67.

Durand-Guerrier, V. (2003). Which notion of implication is the right one? From logical considerations to a didactic perspective. Educational Studies in Mathematics, 53, 5–34.

Durand-Guerrier, V. (2006). About logic, language and reasoning at the transition between French upper Secondary school and University: Negation, Implication and Quantification. Communication of the CI2U. France.

Ellis, A. (2011). Generalizing-Promoting Actions: How Classroom Collaborations Can Support Students' Mathematical Generalizations. Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 42(4), 308–345.

Grenier, D. (2013). Research Situaations to Learn Logic and Various Tyes of Mathematical Reasoning and Proofss. Working Group 1 CERME 8. Retrieved marzo 10, 2018, from http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG1/WG1_Grenier.pdf

Grimaldi, R. (1997). Matemáticas Discreta y Combinatoria, una introducción con aplicaciones. Wilmington: Addison Wesley Iberoamericana.

Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary–tertiary transition. Educational Studies in Mathematics, 67, 237–254. doi:10.1007/s10649-007-9100-6

Inglis, M., & Simpson, A. (2008). Conditional Inference and Advanced Mathematical Study. Educational Studies in Mathematics, 67(3), 187-204.

Lacués, E. (en prensa) ¿Qué Estructuras Deductivas Usan Alumnos Ingresantes a la Universidad? Aceptado para su publicación en el número 62 de BOLEMA

Lithner, J. (2003). Student's Mathematical Reasoning in University Textbook Exercises. Educational Studies in Mathematics, 52, 29–55.

Radford, L. (2010). Laters of Generality and Types of Generalization in Patterns Activity. PNA - Pensamiento Numérico Avanzado, 37-62.

Rosen, K. (2004). Matemática discreta y sus aplicaciones. Madrid: Mc Graw Hill.

Thompson, D., Senk, S., & Johnson, G. (2003). Opportunities to Learn Reasoning and Proof in High School Mathematics Textbooks. Educational Studies in Mathematics, 52, 3–28.

T 007

DISCUTIENDO SOBRE MODELACIÓN MATEMÁTICA DESDE LOS MAPAS CONCEPTUALES

Elisabeth Ramos Rodríguez; Astrid Morales Soto
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Elisabeth.ramos@pucv.cl; astrid.morales@ucv.cl

Habilidades escolares en Educación Matemática

RESUMEN

Se pretende activar conocimientos para la enseñanza de la modelación matemática de profesores de enseñanza básica y media a través de la construcción y discusión de mapas conceptuales sobre la modelación matemática, de manera de profundizar en ella y se estimule la construcción y discusión de mapas conceptuales de diversos conceptos de la matemática escolar. Se observará en los mapas la organización jerárquica de la estructura cognitiva, diferenciación progresiva y reconciliación integradora, de manera que los docentes puedan asentar un conocimiento más profundo sobre este concepto tan utilizado, pero poco clarificado en el sistema escolar.

Palabras clave: Mapas conceptuales, formación de profesores, modelación matemática

INTRODUCCIÓN

Los mapas conceptuales fueron inicialmente desarrollados por Novak y Gowin (1988), constituyendo una estrategia metacognitiva de aprendizaje, de vasta aplicación (Novak y Gowin, 1988) que ha sido ampliamente empleada en Didáctica de las Matemáticas (Costamagna, 2001; Pérez-Flores, 2009; Reyes-Santander y Ramos-Rodríguez, 2012). Para el profesorado, el mapa conceptual puede ser útil para organizar los contenidos a tratar (Ontoria, 2003) o, de acuerdo a nuestra experiencia, como herramienta para tener presente otros conceptos que entran en juego en un tema de la matemática. Ontoria (2003), presenta un mapa (ver Figura 1) para resaltar las componentes principales de su uso por parte del profesor y como éste le ayuda en las tareas más relevantes del proceso de enseñanza-aprendizaje.

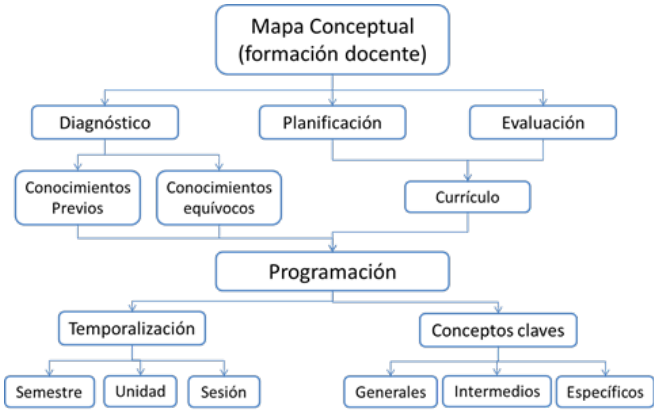


Figura 1. Utilidad del mapa conceptual en el trabajo docente (Ontoria, 2003, p. 98)

Nosotros proponemos complementar estas utilidades del mapa conceptual en el trabajo docente con un elemento intrínseco al profesor, en específico a la profundización del contenido matemático para la enseñanza, es decir, el profesor, desde su visión como docente, observa y analiza los contenidos matemáticos desde los mapas conceptuales, proveyéndolo con nuevos elementos al objeto matemático en sí.

En este contexto nuestro taller tiene por objetivo activar los conocimientos para la enseñanza de la modelación matemática de profesores de enseñanza básica y enseñanza media a través de la construcción y discusión de mapas conceptuales sobre la modelación matemática, de manera que los profesores profundicen en él y se estimulen en la construcción y discusión de mapas conceptuales de diversos conceptos de la matemática escolar.

Elementos conceptuales

Para el logro del objetivo se presentará a los profesores una serie de tareas de formación en donde deban construir y discutir mapas conceptuales sobre la noción de modelación matemática. Esta discusión se pretende activar a partir de las características de los mapas construidos. Para ello, debemos definir cómo caracterizar un mapa conceptual. Al respecto, a partir de la teoría cognitiva del aprendizaje de Ausubel, Ontoria (1993) propone tres nociones para caracterizar un mapa conceptual: organización jerárquica de la estructura cognitiva, diferenciación progresiva y reconciliación integradora.

La jerarquización tiene que ver con la organización jerárquica del concepto, junto con las conexiones con ideas previas, donde se interrelacionan los conceptos (relaciones cruzadas), que muestran uniones entre conceptos pertenecientes a partes diferentes del mapa conceptual.

La diferenciación progresiva entre conceptos, incluye la explicitación de nexos, utilizando oraciones que indiquen con mayor claridad las relaciones.

La reconciliación integradora, o integración, se relaciona con la asimilación de nuevas relaciones cruzadas entre conceptos.

DESARROLLO

El taller constará de cuatro momentos claves:

Momento 1: Problemática. Se les solicita a los docentes que piensen y reflexionen grupalmente respecto de su práctica profesional en el aula. Situándolo en la modelación matemática, se pide que:

- identifiquen un problema de aula relativo al tratamiento de este tema y den un ejemplo. Se sugiere plantear una tarea escolar que ejemplifique el problema detectado.
- Elaboren un mapa conceptual relativo a la noción de modelación. Se espera que en cada mapa emerjan conceptos como resolución de problemas, identificación de datos, solución, resolución.

Momento 2: Socialización de ideas. Cada grupo expone su definición de modelación y su mapa conceptual, resaltando las ideas que pretende mostrar.

Momento 3: Profundización. Se explican las tres categorías que permiten observar un mapa, de manera de caracterizar los mapas de cada grupo (y en consecuencia la forma de percibir la modelación matemática). Además se presenta los tres casos de tratamiento de la modelación en el aula planteados por Barbosa (2004), de manera de profundizar en este constructo.

Momento 4: Reformulación. Se pide a los grupos que reformulen, en caso de ser necesario, sus apreciaciones sobre la modelación matemática y sobre el mapa conceptual diseñado. Posteriormente se socializa con el resto de los participantes con el fin de profundizar en la noción de modelación matemática.

Se termina el taller presentando las ideas centrales del concepto de modelación, y los beneficios en el aprendizaje de la matemática al trabajar con mapas conceptuales.

CONCLUSIONES

Se espera observar en los docentes un avance en la generación de mapas, donde los primeros que elaboren contengan, posiblemente, algunos elementos de jerarquización. Para terminar con mapas conceptuales que consideren la integración y la reconciliación.

El trabajo aportará al conocimiento del profesor sobre la modelación matemática y a la estimulación del docente sobre la búsqueda de nuevos mecanismos de exploración de la matemática como son los mapas conceptuales y la creación de mapas conceptuales de otras nociones tan relevantes de la enseñanza de la matemática.

Referencias

Barbosa, J.C. (2004). Modelación Matemática: ¿Qué es? ¿Por qué? ¿Cómo? Veritati, 4, 73-80.

Costamagna, A. M. (2001). Mapas conceptuales como expresión de procesos de interrelación para evaluar le evolución del conocimiento de alumnos universitarios. Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 19(2), 309-318.

Novak, J. D. y Gowin, D. B. (1988). Aprendiendo a aprender. Barcelona: Martínez Roca.

Ontoria, A. (2003). Mapas conceptuales. México: Alfaomega.

Ontoria, A. (1993). Mapas conceptuales. Una técnica para aprender. Madrid: Narcea.

Pérez-Flores, R. (2009). Mapas conceptuales y aprendizaje de matemáticas. Colección Digital Eudoxus, 16.

Reyes-Santander, P. y Ramos-Rodríguez, E. (2012). Diarios de aprendizaje como alternativa metodológica en educación universitaria. En C. Leite y M. Zabalza (Coords.), Ensino Superior: Inovação e Qualidade na Docência (pp. 6078-6097). Porto: CIIE-Centro de Investigação e Intervenção Educativas.

T 009

VISUALIZACIÓN EN NIÑOS DE PRIMERO BÁSICO, DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS: CUADRADO, RECTÁNGULO Y TRIÁNGULO

Pamela Valencia
Universidad de Los Lagos.

pameval@live.cl

Didáctica de la Geometría

RESUMEN

El presente taller tiene como objetivo invitar a profesores de educación elemental en ejercicio y estudiantes de posgrado a reflexionar y confeccionar secuencias de tareas que promuevan y enriquezcan la visualización que poseen los estudiantes en los primeros años de enseñanza elemental con respecto a la geometría plana, en particular; cuadrado, rectángulo y triángulo, utilizando la teoría de las aprehensiones de Duval. Este taller se desprende de una investigación aplicada a niños de pre-kinder y primero básico, cuyos resultados muestran una diferencia precaria en ambos niveles, considerando que los niños de primer año básico, ya se iniciaron en la escritura y lectura.

Palabras clave: Visualización, educación elemental, aprehensiones

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

El estudio de la geometría involucra varios tipos de procesos: visualización, construcción y razonamiento (Duval, 1998), por lo que su estudio se hace más complicado que otras materias (Marmolejo, 2012). La pobreza en la adquisición de nociones básicas geométricas, como la utilización solo de figuras prototípicas (Tsamir, 2008; Barrantes López & Zapata Esteves, 2008), desarrolla en el estudiante un limitado número de opciones visuales lo que dificulta la creación de una imagen propia de la figura geométrica, por lo tanto el estudio de la geometría involucra varios tipos de procesos (González, 2015).La pobreza en la adquisición de las nociones básicas geométricas (Gal, 2010), a partir de su visualización es fundamental para desarrollar la argumentación y demostración. Esta investigación acerca de lo que los alumnos pueden "ver" cuando se les presenta una figura y su capacidad de reconocerla, muestran que cada figura es aislada de su definición, aunque sea precaria o inicial (González, 2015). La visualización deberá entonces crear imágenes ligadas al discurso, y por lo tanto la representación mental deberá corresponder con las características propuestas en el enunciado del problema geométrico.

Considerando la problemática de enseñar geometría, se propone este taller para invitar a profesores de educación general básica, o aquellos profesores que enseñen matemáticas y deseen promover en sus alumnos las herramientas para que visualicen estas figuras desde sus particularidades obtenidas desde el discurso y que al "ver" una imagen esta pueda mostrar todos sus teoremas, y las formas de encontrar la solución del problema planteado.

Objetivo General

Diseñar una secuencia de tareas que desarrolle una representación mental que corresponda con alguna característica de los objetos geométricos cuadrado, rectángulo y triángulo.

Objetivos específicos

Elaborar secuencias de tareas que desarrollen las tres aprehensiones que propone Duval.
Identificar obstaculizadores de una visualización exitosa.

Marco Teórico

La geometría según Duval (1998) involucra tres clases de procesos cognitivos: visualización, construcción y razonamiento. Para este trabajo se profundizarán en el proceso de visualización de figuras planas. En particular, el cuadrado, el rectángulo y triángulo en niños de 4 y 6 años.

Para que un objeto sea reconocido por un sujeto, éste deberá no sólo "mirar" el objeto sino que deberá también representar al objeto. A esta identificación configural visual del objeto como un todo Duval lo denomina Gestalt, y de sus leyes de organización perceptiva depende la identificación de objetos reales o matemáticos.

El autor señala que para representar un objeto matemático, una figura debe cumplir dos condiciones:

-Ser una configuración, una mezcla de varias gestalts constitutivas, en el caso de un cuadrado, mostrarlo de varias formas, tamaños y rotaciones, formando la condición visual.
-Estar ancladas a un enunciado que fija algunas propiedades, como el cuadrado, sería una figura cerrada de cuatro lados iguales, esta ancla discursiva daría en el futuro acceso a la demostración y a una primera diferenciación entre dos configuraciones de una figura:
-Aprehensión perceptiva, visual
-Aprehensión discursiva, con un cambio de anclaje: visual-discursiva o discursiva-visual.

Finalmente la visualización en geometría para este autor implica necesariamente al menos uno de los tres cambios acerca de lo que se ve:

-Cambio dimensional: aprehensión perceptiva. Es la identificación de una configuración, no necesariamente ligada al discurso matemática, puede ser intuitiva.
-Cambio figural: aprehensión operatoria. La aprehensión operativa se produce cuando el alumno lleva a cabo alguna modificación de la configuración inicial para resolver un problema geométrico. Este cambio puede ser de dos tipos: Aprehensión operativa de cambio figural y la Aprehensión operativa de reconfiguración.
-Cambio de anclaje: aprehensión discursiva. Configuración visual unida al discurso, o el discurso unido a una figura.

Marco Metodológico

La metodología de trabajo del taller se dividirá en dos sesiones, en la primera se presentará el taller, el marco teórico, un ejemplo de tarea para orientar la secuencia que se espera lograr, y se iniciará con ésta. En la segunda sesión se efectuará un plenario con las tareas creadas, para terminar con una reflexión final sobre el trabajo elaborado.

Ejemplo de Tarea

Para la aprehensión perceptiva, se podrían utilizar figuras como los rectángulos y que los alumnos los identifiquen con las ventanas de su casa o de su sala de clases, triángulos y que los identifiquen con señales de tránsito, etc. Para la aprehensión operatoria la tarea que continuaría sería entregar al alumno una configuración formada por distintas figuras geométricas como el triángulo, rectángulo o cuadrado, también se podrán incluir otras, ya sea armando una figura o sin ella, para que el estudiante pueda desarmar y construir otras configuraciones, además de solicitar identificar cada una de estas configuraciones enriqueciendo su configuración perceptiva, luego la misma configuración pero con el mismo color, para observar lo que sucede entonces, estaríamos utilizando la aprehensión operativa de reconfiguración.

Ilustración 1: Configuración operatoria.

La tarea que se está diseñando es para niños de entre 4 y 6 años, por lo tanto para la aprehensión discursiva se pueden utilizar palos de fósforos, tiras de goma eva de 1 cm de ancho, entre otros materiales, para generar discursos que representen una figura geométrica como un cuadrado, etc., luego podríamos mencionar esa característica y que los niños identifiquen la figura de entre un conjunto formado por varias de ellas.

Otro ejemplo de secuencia didáctica en el aprendizaje y enseñanza de las aprehensiones de un cuadrado para primer año de educación elemental (el alumno sabe leer y escribir) sería:

Generar las propiedades del cuadrado a través de la construcción del mismo con palitos de distintos tamaños y plastilina. Los alumnos deberán armar cuadrados con el material entregado, y lo mismo tendrá que hacer con las otras figuras, terminando dicha sección con plenarios. En el siguiente paso se generalizarán los resultados obtenidos, y en la última actividad, se utilizará el discurso para definir una figura y los alumnos deberán dibujarla.

Conclusiones

Al desarrollar este taller se espera que los participantes planteen secuencias didácticas que promuevan la visualización en las primeras etapas del aprendizaje del estudiante, generando las bases para la argumentación y la demostración. Estas actividades secuenciadas deberán enriquecer la visualización de los niños, evitando obstáculos y errores en su futuro encuentro con problemas geométricos.

La utilización de las aprehensiones de Duval, y su relevancia, es la transversalidad de la visualización, puesto que si no está desarrolla en los estudiantes, se puede iniciar en cualquier edad, para continuar con la argumentación y la demostración.

Referencias

Barrantes López, M., & Zapata Esteves, M. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geometricas. Campo Abierto, 271, 55 - 71.

Duval, R. (1998). La geometría desde un punto de vista cognitivo. Perspectives on the teaching of geometry for the 21 st century.

Gal, H. &. (2010). Ver o no ver: análisis de las dificultades en geometría desde la perspectiva de la percepción visual. Educational Studies in Mathematics.

González, A. G. (2015). Errores y dificultades más comunes en el aprendizaje de cuadriláteros: una muestra con alumnos de 9/12 años en Cantabria. Facultad de educación, Universidad de Cantabria.

Marmolejo, G. &. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. Educación Matemática, 24(3), 52-55.

Tsamir, P. T. (2008). Intuitive nonexample: the caso of triangles. School of Education.

T 012

ACTIVEMOS LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LAS AULAS

Marcela Parraguez y Jonathan Rojas.
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

marcela.parraguez@pucv.cl, jonathan.rojas@pucv.cl.

Formación de profesores

RESUMEN

En este taller como propuesta de desarrollo profesional, dirigida a profesores de matemática en formación o del sistema escolar, se crean oportunidades para que (1) los participantes hagan matemáticas, resolviendo problemas con el apoyo del monitor, (2) para que los participantes reflexionen sobre su propia capacidad para Resolver Problemas, (3) sobre el rol del monitor cuando ellos resuelven problemas, (4) sobre cómo se han sentido resolviendo problemas y (5) sobre la posibilidad de implementar situaciones análogas en su propia sala de clases.

Palabras clave: Resolución de problemas, estrategias, metodología ARPA.

EL PROGRAMA DE DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE ARPA

En el marco del proyecto FONDEF ID14I20338, el Programa de Desarrollo Profesional Docente Activando la Resolución Problemas en el Aula (ARPA) está constituido por 3 Talleres: (1) Taller RPAcción, (2) Taller RPContenido y (3) Taller RPAula. Y es precisamente en el marco de las XXII JNEM, es que presentaremos el primero de ellos.

RPAcción. Es una estrategia de desarrollo profesional, con foco en el estudiante/docente y con una duración de 3 horas (1.5 horas cada día). Su finalidad es dar a los docentes oportunidades de tener una experiencia personal en Resolución de Problemas (RP) y que les permita reflexionar sobre las estrategias, emociones, rol del monitor (encargado de realizar el taller) y la posibilidad de implementar una actividad similar en el aula de clases. ¿Por qué preocuparse por la Resolución de Problemas?

La RP está en el Currículo (Varas et al., 2008), da oportunidades de desarrollo matemático escolar, está al centro de la Matemática, y, además porque los humanos siempre hemos resuelto problemas (Santos-Trigo, 2007), … es algo que solo debemos activar.

La RP en el currículo escolar. Las Bases Curriculares de Básica (2012) y Media (2016) definen 4 habilidades a desarrollar en los estudiantes escolares (además de los contenidos): (i) Representar, (ii) Modelar, (iii) Argumentar y Comunicar y (iv) Resolver Problemas

En el contexto de este Taller, se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios) cuando el estudiante/docente logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir.

La RP y el desarrollo matemático escolar. La RP como actividad matemática en la sala de clases proporciona grandes oportunidades para el desarrollo matemático de los jóvenes, entre ellos: (a) Autonomía, (b) Creatividad, (c) Comunicación de ideas matemáticas, (d) Razonamiento matemático, (e) Uso flexible de los contenidos matemáticos, (f) Trabajo en colaboración con pares, (g) Perseverancia frente a las dificultades, (h) Motivación y además… a los niños y niñas les gusta. La capacidad de resolver problemas está en nuestro ADN, se puede decir que es lo que nos ha llevado a desarrollarnos como especie, y en matemática, solo tenemos que activarla –esta capacidad la tenemos todos, solo tenemos que activarla–.

LA RP ESTÁ EN EL CENTRO DE LA MATEMÁTICA

Muchos matemáticos coinciden que la matemática en su esencia consiste en resolver problemas, claro está, los problemas que son interesantes son aquellos que no se sabe resolver.

Al resolver problemas se experimenta la matemática en su esencia, desde la inquietud-ansiedad-vértigo de no saber cómo resolver un problema a la satisfacción-alegría-gloria de alcanzar la solución.

Esta secuencia de emociones forma parte de la motivación de los matemáticos y la acumulación de experiencias positivas resolviendo problemas da fuerza, permite aprender y fortalece el ánimo para seguir adelante… pero ¿Qué es un problema? Un problema es una actividad matemática para la cual la persona que la enfrenta no conoce un procedimiento que le conduzca a la solución, esta tiene interés en resolverlo, le supone un desafío y siente que lo puede resolver. Un problema puede estar planteado en un contexto matemático o no matemático (Felmer, 2014), … y ¿Qué es una estrategia? Entenderemos por estrategia al conjunto de procedimientos intencionales, deliberados, propositivos y cuya ejecución requiere control (regulación y evaluación) sistemático y continuado durante el proceso orientados al logro de los objetivos previstos (Escoriza, 2003).

Ejemplo de un problema: El círculo mágico

¿De qué manera se deben poner los dígitos 1,2,3,4,5,6,7,8,9 (Figura 1) para que los números que quedan en cada uno de los diámetros sumen 15 unidades?

Para dar respuesta a este problemas, se puede disponer de varias estrategías, cómo la típica o la esperada por el resolutor, pero también hay otras estaregias que obedecen o son parte de la extensión del mismo problema.
Estrategia típica. La estrategia más reiterativa corresponde a la del tanteo probando distintas configuraciones, en general jugando con cambiar el número que se encuentra al centro del círculo.

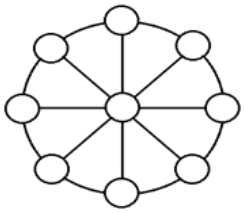


Figura 1: Posicionaes de los números.

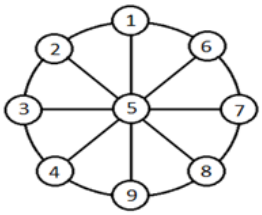


Figura 2: Estrategía típica del problema.

En ocasiones, algunos grupos observan que la mayoría de las combinaciones de 3 números que suman 15 usan al 5, por lo que así concluyen que deben ubicarlo al medio (Figura 2), y una vez hecho eso lo que resta es juntar los números “extremos” que van quedando, entiéndase el 1 con el 9, el 2 con el 8, el 3 con el 7, etc.

Estrategia de extensión 1 del problema. Jugar a lo mismo, sumando 12 o 18 en todas las direcciones.

Estrategias similares a la previa, ubicando al medio el 1 (Figura 3) para sumar 12 y el 9 para sumar 18. También se puede pensar en una estrategia como la segunda detallada en el problema original, ubicando el 1 o el 9 (Figura 3) según corresponda e ir armando duplas adecuadas con los números sobrantes (por ejemplo, al ubicar el 1 al medio, juntar el 2 con el 9, el 3 con el 8, el 4 con el 7, etc.). Lo mismo con el 9.

Estrategia de extensión 2 del problema. Jugar a lo mismo, sumando 12 o 18 en todas las direcciones. Agregar otro círculo concéntrico afuera de la estructura original, y jugar sumando lo mismo en todas direcciones, con números del 1 al 17 (Figura 4).

La solución que se muestra a continuación (una de ellas, hay más). Sigue funcionando, por ejemplo, la lógica de ubicar números “extremos” diametralmente opuestos.

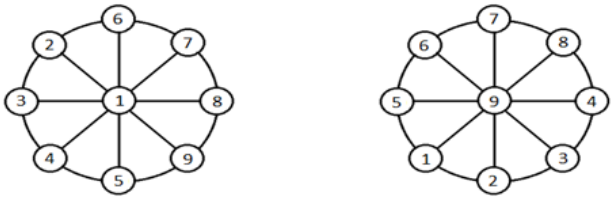


Figura 3: Estrategia de la extensión 1

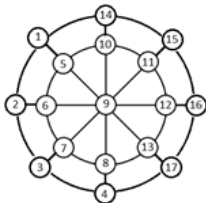


Figura 4: Estrategia de la extensión 2

INVITACIÓN A RESOLVER PROBLEMAS A TRAVÉS DE LA METODOLOGÍA ARPA

La metodología ARPA consiste en poner en el centro el problema y abordarlo a través de 4 etapas: (1) Entrega, (2) Activación, (3) Consolidación y (4) Discusión, que se describen en la Figura 5.

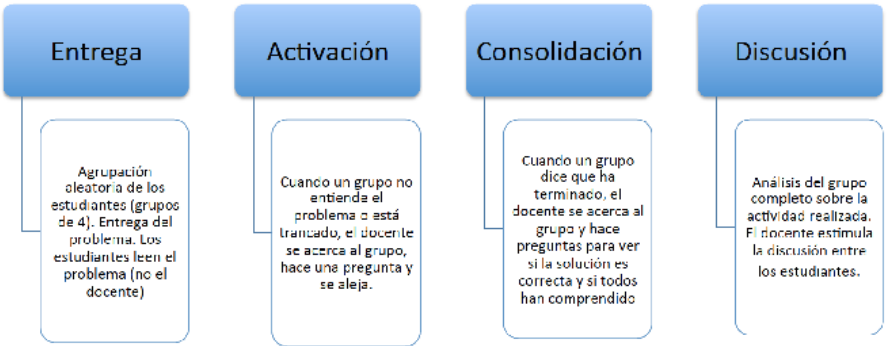


Figura 5: Etapas de la Metodología ARPA (Proyecto FONDEF ID14I20338).

PUESTA A PRUEBA DE RPACCIÓN A TRAVÉS DE LA METODOLOGÍA ARPA EN LAS XXII JNEM

Esta propuesta de desarrollo profesional dirigida a profesores de matemática en formación o del sistema escolar, se sustenta en el hacer y en el reflexionar. Durante el desarrollo del Taller se crean oportunidades para que los participantes hagan matemáticas, resolviendo problemas con el apoyo del monitor. Además, se crean oportunidades para que los participantes reflexionen sobre su propia capacidad para RP, sobre el rol del monitor cuando ellos resuelven problemas, sobre cómo se han sentido resolviendo problemas y sobre la posibilidad de implementar situaciones análogas en su propia sala de clases.

La reflexión como estrategia. La base de la reflexión es el intercambio, colectivo y entre pares, de experiencias, donde el monitor estimula, pero no da soluciones, pregunta, pero no da respuestas, sugiere caminos de acción en base a las realidades de cada participante, pero no obliga, no impone una visión o una manera de hacer.

La RP. Se promueve a través de la modelación del monitor, el uso de preguntas como forma de devolver la responsabilidad, la reflexión sobre lo que se está haciendo, la comunicación y discusión matemática, el hábito de preguntarse sobre la veracidad de una afirmación matemática, de justificar las afirmaciones matemáticas, de comunicar las ideas matemáticas.

Si la resolución de problemas ha de llegar a las aulas, los docentes tienen que resolver problemas.
En este taller los docentes trabajan en grupo resolviendo problemas con la guía del monitor en una relación que modela la relación docente-estudiante que se espera lograr en la sala de clases. Se crean oportunidades para que los participantes implementen actividades de RP en sus aulas y para que los participantes reflexionen sobre los resultados de sus implementaciones, sus dificultades, logros y desaciertos.

AGRADECIMIENTOS
La investigación presentada ha sido financiada parcialmente por Proyecto FONDEF ID14I20338.

Referencias

Escoriza, J. (2003). Evaluación del Conocimiento de las Estrategias de la Comprensión Lectora. Barcelona: Ediciones Universitat de Barcelona

Felmer, P. (2014). La Resolución de Problemas en la Matemática Escolar y en la Formación Inicial Docente. Centro de Modelamiento Matemático (Universidad de Chile): Proyecto FONIDE N° 721209. Descargado de http://www.ciae.uchile.cl/index.php?page=view_noticias&id=661&langSite=es

Mineduc (2012). Bases Curriculares 2012. Educación Básica. Matemática. Santiago: Ministerio de Educación, República de Chile.

Mineduc (2014). Bases Curriculares 2014. Educación Media. Matemática. Santiago: Ministerio de Educación, República de Chile.

Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. ZDM Mathematics Education, 39, 523-536.

Varas, L., Felmer, P., Gálvez, G., Lewin, R., Martínez, C., Navarro, S., Ortiz, A., y Schwarze, G. (2008). Oportunidades de preparación para enseñar matemática de futuros profesores de educación general básica en Chile. Calidad en la Educación, 29, 64-88.

T 013

¿PENSAMIENTO MATEMÁTICO METAFÓRICO Y ENACTIVO?

Jorge Soto-Andrade1, Karina López-Fuentealba2, Verónica Fuentes3, Eliacim Mella1, Romina Rodríguez4, Daniela Vásquez4, Claudia Ibáñez.

1Universidad de Chile; 2PUCV; 3Instituto Sagrado Corazón, SB, 4Colegio Alcántara, LF.

sotoandrade@uchile.cl; kari.lo.fu@gmail.com; orev848@gmail.com; eliacim.amd@gmail.com; romina_rodriguez_a@hotmail.com; daniela.vasquez@live.cl; claudiamarcelaibanez@gmail.com

Pensamiento Matemático

RESUMEN

Este taller intenta ser una oportunidad para que sus participantes experimenten el abordaje metafórico y enactivo a situaciones problemáticas diversas, relativas a Geometría y Probabilidades, aptas a cualquier nivel educacional, desde Básico a Superior. Se privilegiará el trabajo grupal y la interacción horizontal entre los participantes, asi como su diversidad cognitiva. Desde nuestra perspectiva teórica, este tipo de abordaje propende a democratizar y humanizar el acceso a la matemática y a paliar el abuso cognitivo a la mayoría de los alumnos, que suele conllevar su enseñanza tradicional.

Palabras clave: Metaforización, enacción, pensamiento matemático, corporización

INTRODUCCIÓN

El objetivo de este taller es proveer una oportunidad para que los participantes tengan una vivencia experiencial de lo que podría ser un abordaje metafórico y enactivo al pensamiento matemático. Según nuestra postura teórica un abordaje de este tipo es clave para propender a una democratización y una humanización del acceso a la matemática para la gran mayoría de los alumnos (Cantoral, 2012), para quienes la enseñanza de esta disciplina se convierte demasiado a menudo en un instrumento de tortura (Soto-Andrade, 2018), fenómeno descrito como "cognitive bullying" or "cognitive abuse" en la literatura anglosajona (Johnston-Wilder y Lee, 2010; Watson, 2008).

Específicamente, en este taller, siguiendo una metodología enactivista (Proulx y Maheux, 2017; Reid y Mgombelo, 2015; Soto-Andrade, 2018), nos planeamos proponer "gérmenes situacionales" (más bien que secuencias de tareas a realizar), susceptibles de desembocar en situaciones problemáticas, que los participantes abordarán en grupos, supervisados por el conductor del taller y sus asistentes. Las nocions matemáticas fundamentales abordadas (forma, aleatoreidad) aparecen como "brotes" que crecen a través de varios niveles educativos, desde la enseñanza primaria hasta la superior (Soto-Andrade, Díaz-Rojas y Reyes-Santander, 2018; Wittmann, 2012, 2013). Nos interesa especialmente dejar espacio para la expresión de la diversidad cognitiva de los participantes y luego poner en común y comparar sus hallazgos al cierre de cada sesión.

FUNDAMENTACIÓN Y TRASFONDO TEÓRICO

Desde nuestra perspectiva teórica general, la enseñanza tradicional de la matemática, con su énfasis en el aprendizaje memorístico y descontextualizado de algoritmos y nomenclatura, violenta mecanismos cognitivos naturales de nuestra especie, evolutivamente desarrollados, como la metaforización y la enacción, en lugar de reconocerlos y sacar partido de ellos (Soto-Andrade, 2018; Gallagher y Lindgren, 2015, Proulx y Maheux, 2017).

Metaforización en ciencias cognitivas y didáctica de la matemática

Hay sin embargo amplio consenso hoy en día en que nuestra cognición es fundamentalmente metafórica (Johnson y Lakoff, 2003), lo cual se manifiesta particularmente en la matemática (Lakoff y Núñez 2000; Manin, 2007; Thom, 1994). Su rol clave en educación matemática ha sido progresivamente reconocido en las últimas décadas (English, 1997; vom Hofe, 1995; Sfard, 2009; Soto-Andrade, 2014), existiendo hoy consenso en que no son solo giros de lenguaje sino que herramientas cognitivas potentes que permiten construir conceptos así como resolver problemas complejos en forma amigable y eficiente. Favorecen así la democratización de la matemática (Cantoral, 2013; Freire, 2011), además de ser esenciales en la actividad creativa de los matemáticos profesionales (Sfard, 1994, 2009; Manin, 2007; Thom, 1994; Soto-Andrade, 2014).

Las metáforas conceptuales (Lakoff y Núñez, 2000) pueden ser descritas, metafóricamente, como transformaciones desde un dominio "fuente" hacia un dominio "blanco", que transportan la estructura inferencial del primero en la del segundo, ayudándonos a entender el segundo, usualmente más abstracto y opaco, en términos del primero, más concreto y transparente.

Al experimentar con distintas situaciones adidácticas (Brousseau, 1988), hemos visto aparecer diversos tipos de metáforas: salomónicas, hidráulicas, pedestres (Díaz-Rojas, Soto-Andrade, 2017; Soto-Andrade, 2014, 2018), cuya emergencia y práctica intentamos facilitar en el taller propuesto.

Enacción en ciencias cognitivas y didáctica de la matemática

En el paradigma enactivo emergente en ciencias cognitivas en las últimas décadas (Maturana y Varela, 1984; Varela et al., 1991) la cognición está fundada en la dinámica sensorimotriz de la interacción (acoplamiento) entre un organismo viviente y su medio. Así concebida, la cognición emerge de un cuerpo que está inmerso en un contexto

biológico, psicológico y socio-cultural. Varela mismo Varela (1987, p. 63) metaforizó la enacción a través del famoso verso de Antonio Machado (1988): "Caminante, son tus huellas el camino y nada más; caminante, no hay camino, se hace camino al andar"

La enacción en educación matemática, aunque en forma menos radical que la propuesta por Varela, ya que no cuestiona la existencia de una realidad objetiva "allá afuera", independiente del sujeto cognitivo, remonta sin embargo a Bruner (1966), quien describió los modos de representación enactivo, icónico y simbólico, implementados en el CPA (Concrete-Pictorial-Abstract) de Singapur, el EIS (Enaktiv-Ikonisch-Symbolisch) Prinzip en Alemania y la metodología COPISI (Concreto-Pictórico-Simbólico) en las nuevas bases curriculares chilenas. Se desarrolla hoy en día una didáctica enactivista, inspirada de la enacción vareliana (Proulx y Maheux, 2017; Soto-Andrade, 2018), en que los problemas no están "ahí afuera" esperando ser resueltos, sino que son co-construidos por los sujetos cognitivos, fenómeno que queremos facilitar en nuestro taller.

Notar que la noción de metáfora enactiva aparece recientemente en Gallagher y Lindgren (2015), donde "enactiva" es entendido en el sentido de Bruner, que involucra solo manipulación de material concreto y acciones con el propio cuerpo (Vallée-Tourangeau et al., 2016).

ACTIVIDADES Y METODOLOGIA DEL TALLER

Planeamos en este taller desarrollar actividades en Geometría y en Probabilidades, temas especialmente críticos en la enseñanza chilena. La metodología de trabajo será esencialmente grupal, en grupos de 3 o 4 participantes, definidos aleatoriamente, para cada sesión de trabajo grupal. Cada sesión de 90 minutos constará de 2 sesiones de trabajo grupal con un lapso de puesta en común al final de cada una. Cada grupo redactará un informe escrito de su trabajo al final de cada sesión de trabajo, que será fotografiado por el conductor del taller y sus asistentes. Cabe notar que – como corresponde a un abordaje enactivista - el desarrollo preciso del taller dependerá de las reacciones y aportes de los participantes, pues no se trata de una actividad lectiva.

Actividades de Geometría : Polígonos y sus ángulos

Intentamos provocar una mirada nueva de los participantes a los bien conocidos polígonos. Descubrirlos en nuestro mundo 3D, también desde un punto de vista funcional, además de metaforizarlos de variadas maneras (¿dónde, por qué, para qué?). Motivar el interés por los ángulos de un polígono, interiores y exteriores. Explorar los invariantes involucrados, para familias de polígonos que incluyen las estrellas. Eventualmente los participantes notarán que el valor de las sumas de los ángulos exteriores o interiores de un polígono pueden ser obtenidos de maneras muy transparentes y amigables, según la forma en que metaforicemos los dichos polígonos (Soto-Andrade, 2018), en particular metaforizaciones enactivas (geometría dinámica). Compararemos con abordajes hábiles pero no enactivos ni metafóricos, como los de la escuela japonesa (Hosomizu, 2008).

Actividades de Probabilidades: Paseos al azar

Desde nuestra perspectiva teórica los paseos al azar constituyen un camino real hacia las probabilidades (Soto-Andrade, 2013; Soto-Andrade, Diaz-Rojas y Reyes-Santander, 2018). En efecto, pueden ser explorados y practicados desde la enseñanza básica hasta la enseñanza superior, cruzan fronteras (matemáticas-ciencias de la naturaleza-ciencias humanas) y permiten modelar amigable y eficazmente un amplio espectro de fenómenos aleatorios, incluyendo problemas Bayesianos sobre probabilidades de las causas, como los problemas de falsos positivos.
En este taller, planeamos explorar paseos al azar bebé como el de una rana ecuánime por una hilera de piedras (¿Dónde estará la rana después de 3 saltos? por ejemplo) y otros avatares más complejos como los paseos al azar que modelan el problema de la ruina o procesos de vida y muerte, además de problemas de urnas, con sus variantes Bayesianas. Un aspecto importante es que al explorar e investigar un paseo al azar elemental podemos construir – por el camino – la noción de probabilidad, en lugar de darla por sabida ab initio.

Agradecimientos: Se agradece el financiamiento del Proyecto Basal FB0003 del PIA de CONICYT y el proyecto DAAD Uni. de Bielefeld - Universidad de Chile 573 35022 D.

Referencias

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Grenoble: La pensée sauvage.

Bruner, J. (1966). Toward a theory of instruction. Harvard, MA: Harvard University Press.

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento. (1ª ed.). Barcelona: Editorial Gedisa.

Diaz-Rojas, D., Soto-Andrade, J. (2017). Enactive metaphors in mathematical problem solving, In T. Dooley, y G. Gueudet (Eds.). Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 3904-3911) Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

English, L. (ed.): 1997, Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images, London: Erlbaum.

Freire, P. (1996/2011). Pedagogía de la Autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa (2a ed.). Buenos Aires: Siglo XXI Editores.

Gallagher, S., Lindgren, R. (2015). Enactive metaphors: learning through full body engagement, Educ. Psychol. Rev. 27, 391–404.

vom Hofe, R. (1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg: Spektrum Akad. Verlag.

Hosomizu, Y. (2008). Entrenando el pensamiento matemático. Edición Roja. Tsukuba: Tsukuba Incub. Lab.

Johnson, M., Lakoff, G (2003). Metaphors we live by, The University of Chicago Press,

Johnston-Wilder, S., Lee, C. (2010). Developing mathematical resilience. In: BERA Annual Conference 2010, 1-4 Sep 2010, University of Warwick.

Lakoff, G., Núñez, R. (2000). Where Mathematics comes from ? New York NY: Basic Books.

Machado, A. (1988). Selected poems. Cambridge MA: Harvard University Press

Manin Yu. (2007). Mathematics as metaphor, Providence, RI: American Mathematical Society.

Maturana, H., Varela, F. (1984). El árbol del conocimiento: las bases biológicas del entendimiento humano. Santiago: Editorial Universitaria.

Proulx J., Maheux J.-F. (2017). From problem solving to problem posing, and from strategies to laying down a path in solving: taking Varela's ideas to Mathematics Education Research, Constructivistic Foundations, 13(1), 161-167.

Reid, D. A., Mgombelo, J. (2015). Survey of key concepts in enactivist theory and methodology. ZDM—The International Journal on Mathematics Education, 47(2), 171-183

Sfard, A. (2009). Metaphors in education. In H. Daniels, H. Lauder y J. Porter (Eds.) Educational theories, cultures and learning : a critical perspective (pp. 39–50). New York NY: Routledge

Sfard, A. (1994). Reification as the birth of metaphor. For the Learning of Mathematics, 141, 44-54.

Soto-Andrade, J. (2013a). Metaphoric Random Walks: A Royal Road to Stochastic Thinking. In B. Ubuz, C. Haser, y M. A. Mariotti (Eds.). Proceedings of CERME 8, Antalya, Turkey, pp. 890-900.

Soto-Andrade, J. (2014): Metaphors in Mathematics Education. In: Lerman S. (Ed.) Encyclopedia of Mathematics Education (pp. 447-453). Berlin: Springer-Verlag.

Soto-Andrade, J. (2015). Une voie royale vers la pensée stochastique : les marches aléatoires comme pousses d'apprentissage, Statistique et Enseignement 6 (2), 3– 24.

Soto-Andrade, J. (2018). Enactive metaphorising in the learning of mathematics. In G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt, y B. Xu (Eds.). Invited Lectures from the 13th Int. Congress on Math. Education (pp. 619-638). Cham: Springer-Verlag.

Soto-Andrade, J., Diaz-Rojas, D.,y Reyes-Santander, P. (2018) Random walks in the didactics of probability: Enactive metaphoric learning sprouts. In C. Batanero y E. Chernoff (Eds.). Teaching and learning stochastics, Advances in Probability Education Research, (pp. 125 - 143). Cham: Springer-Verlag.

Thom, R. (1994), Spectre bord d'un centre obscur, in M. Porte (Ed.). In Passion des Formes,

(pp. 13-24), Fontenay-aux-Roses: ENS Éditions Fontenay-SaintCloud.
Vallée-Tourangeau, F., Steffensen, S. V., Vallée-Tourangeau, G., Sirota, M. (2016). Insight with hands and things. Acta Psychologica, 170, 195–205. https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2016.08.006
Varela, F. J. (1987). Lying down a path in walking. In W. I. Thompson (Ed.), Gaia: A way of knowing (pp. 48–64), Hudson, NY: Lindisfarne Press
Varela, F. J., Thompson, E., y Rosch, E. (1991). The embodied mind: Cognitive science and human experience. Cambridge, MA: The MIT Press.
Watson, A. (2008). Adolescent learning and secondary mathematics. In P. Liljedahl, S. Oesterle, y C. Bernèche. (Eds.) Proceedings of the 2008 Annual Meeting of the CMESG (pp. 21–32). Canadian Mathematics Education Study Group, Université de Sherbrooke.
Wittmann, E. (2012). Teaching and learning mathematics along fundamental mathematical ideas from kindergarten to the matura, In R.S. Zavod (Ed.). 1st International Conference on Learning and Teaching Mathematics (pp. 13-25). Ljubljana: El. Knjiga. http://www.zrss.si/pdf/zbornikprispevkovkupm2012.pdf
Wittmann, E. (2013). Fundamental Ideas of Mathematics as the Natural Source of Teaching and Learning, Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics), 23, Supplemento 1, 98-110.

T 015

PARADIGMA HORIZONTAL ENTRE PROFESORES E INVESTIGADORES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Raimundo Olfos, Soledad Estrella, Tatiana Goldrine y Sergio Morales.
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

raimundo.olfos@pucv.cl soledad.estrella@pucv.cl Tatiana.goldrine@pucv.cl
Sergio.morales@pucv.cl

Formación de profesores e investigadores en educación matemática

RESUMEN

Parte de la investigación en formación de profesores se enfoca en el conocimiento que requiere el profesor o futuro profesor para enseñar y cómo ese conocimiento se articula con las prácticas de aula (Avalos, 2011), especialmente en matemática (Zakaryan, Estrella, Espinoza, Morales, Olfos, Flores, y Carrillo, 2018), incluso en la educación infantil (Parks y Wager, 2015). Preguntamos ¿qué es relevante enseñar a los profesores y futuros en su formación? Bajo esta interrogante se ofrece un taller participativo para formadores de profesores e investigadores en la disciplina, orientado a la reflexión en torno a modelos de formación de profesores de matemáticas desde pre-básica a educación media.

Palabras clave: Investigación en formación de profesores, capacidad de enseñanza, currículo en formación de profesores para enseñar matemática, estándares para profesores.

INTRODUCCIÓN

Frente a las transformaciones inevitables que se están llevando adelante en los sistemas sociales hoy en día, los programas de investigación y de formación de profesores se han visto altamente demandados. Las nuevas tecnologías que cambian las formas de trabajo y de interacción social repercuten particularmente en las áreas de las ciencias duras, y consecuentemente en los modos de orientar la investigación y la enseñanza en educación matemática.

La FDEM (formación docente en educación matemática) es cuestionada por la falta de articulación entre los conocimientos teóricos y las prácticas del aula, en distintos niveles y particularmente en educación infantil (Parks y Wager, 2015). Al parecer, los futuros profesores acceden a una formación que enfatiza conocimientos teóricos discursivos que resultan insuficientes para un desempeño práctico en aula, ya que ofrece pocas oportunidades de experimentar situaciones reales de enseñanza y aprendizaje con escolares.

La investigación en formación de profesores, y particularmente en formación inicial docente se enfoca en el conocimiento que requiere el profesor o futuro profesor para enseñar y cómo ese conocimiento se articula con las prácticas de aula para beneficiar el aprendizaje (Avalos, 2011; Hammerness et al. 2005). Esta focalización adquiere relevancia en la formación docente para la enseñanza de la matemática desde la educación infantil a la educación media, de creciente interés a nivel mundial (Parks y Wager, 2015; Zakaryan, Estrella, Espinoza, Morales, Olfos, Flores, y Carrillo, 2018)). Existen investigaciones que reportan que las futuras educadoras y futuros profesores egresan con conocimientos insuficientes para enseñar matemática (Esen, Özgeldi y Haser, 2012; Samuel, Vanegas y Giménez, 2015). Resulta urgente aclarar qué es relevante enseñar a los futuros profesores en la formación inicial y a los profesores en la formación continuada. Bajo este contexto, se ofrece un taller participativo para formadores de profesores e investigadores en la disciplina orientado a la reflexión en torno a modelos de formación de profesores de matemáticas desde la educación pre-básica a la educación media, atendiendo sus retos y perspectivas. Se atienden los dilemas, retos y nexos entre investigación, innovación y práctica docente, como también, los modelos de cooperación entre colectivos de futuros profesores y de investigadores en educación matemática. El taller da luces para establecer nuevas relaciones entre los investigadores en la universidad y los docentes de aula, desde la educación pre-básica a la media, en el ámbito de la educación matemática.

DESARROLLO

Este taller ha sido pensado en dos sesiones; en una primera sesión bajo la modalidad Philips 66, que da tiempo para la reflexión individual, luego el trabajo en pequeños grupos y finalmente la discusión en pleno. Cada participante tendrá oportunidad de intervenir local y oralmente con apoyo escrito. Se trata de obtener una panorámica de la temática abordada por los participantes en la primera sesión. Se compartirá el marco de Ball, Thames y Phelps (2008), que sigue las ideas de Shulman (1986). El cual postula que el conocimiento matemático para enseñar comprende seis dominios, según se sintetizan a continuación: a. común del contenido: comprendiendo los conocimientos y procedimientos matemáticos generales para ser usados en diversos ámbitos; b. del horizonte matemático: involucrando el conocimiento sobre la manera en que los contenidos matemáticos se relacionan a través del currículum; c. especializado del contenido: está asociado con el conocimiento didáctico y las habilidades matemáticas para enseñar. Por ejemplo, comprende distintas fases o etapas para la enseñanza; d. del contenido y de los estudiantes: vinculado con el conocimiento sobre los procesos cognitivos requeridos en el aprendizaje de la matemática; e. del contenido y de la enseñanza: integra el conocimiento sobre la enseñanza y sobre la Matemática; f. del contenido y del currículum: comprende el rango completo de programas, con todos sus componentes, diseñados para enseñar Matemática en un nivel dado. Kunter et al. (2007) consideran que el profesor, además de ser portador de estos dominios de conocimientos, dispone también de un conjunto de creencias y valoraciones sobre la disciplina, su enseñanza, su aprendizaje y las finalidades educativas.

Todas estas conceptualizaciones han dado origen a modelos de formación de profesores y en consecuencia a la necesidad de disponer de nuevos modelos de cooperación entre colectivos docentes e investigadores en educación

matemática. En concreto se espera que en la primera sesión emerjan puntos como los siguientes: a) cuáles son los modelos de cooperación entre profesores e investigadores más habituales en institución. b) cómo se conforman los vínculos de cooperación (de qué colectivo suele surgir la idea de cooperar), c) qué condicionantes o limitaciones existen, d) cuáles son los productos que suelen surgir de esa cooperación, e) qué necesidades se detectan para promover esa cooperación, f) cómo es la cooperación (equitativa, jerarquizada, etc.), g) si existen instituciones que promueven o albergan esta cooperación.

En la segunda sesión, se presentarán resultados de estudios en FIDEM desarrollados por el equipo de investigación que lidera el taller (compartiendo resultados de los proyectos Fondecyt 1171076 (Olfos, Goldrine y Estrella, 2014; Goldrine, Estrella, Olfos, Cáceres, Galdames, Hernández, y Medina, 2015). y 1111009). En 2017-2018, se llevó a cabo un estudio mixto, cuasi-experimental, con participación de 90 estudiantes de Educación Parvularia de cuatro universidades de la V región. Se implementó el dispositivo formativo "Sistema de andamiaje – con foco en la articulación reflexiva entre teoría y práctica – para desarrollar en la Educadora en formación una capacidad de enseñanza de la matemática". Fase 1: Módulo teórico sobre concepto de Número, adherido al Curso de Didáctica de la Matemática de cada universidad. Fase 2: Curso práctico adherido a una asignatura de práctica. Se aplicaron cuestionarios, entrevistas y filmación de actividades en aula. El constructo capacidad de enseñanza, en la medida que integra conocimiento y práctica docente, Los resultados del estudio dan evidencias del aporte que constituye el dispositivo formativo para la formación en FIDEM en Educación Parvularia. Tras la socialización de la experiencia, se trabaja nuevamente en forma grupal, con la finalidad de discutir las proyecciones que podría tener la experiencia en otras realidades como las de las instituciones y programas en los que se desenvuelven los participantes (Estrella, Mena-Lorca y Olfos, 2018)., como también abordar ya desde una nueva perspectiva la reflexión sobre los retos que atañen a los distintos programas de formación docente y los lineamientos que podrían emerger para la superación de los mismos..

ACTIVIDADES A DESARROLLAR

Día 1 (90 minutos) En grupos pequeños se socializa el lenguaje, se discuten los temas y se contemplan secretarios por grupo que escriben y sintetizan las ideas. Lo que es compartido luego en plenario. Así, la modalidad de participación es, primero, pequeños grupos y luego plenario.

Día 2: (90 minutos) Los conductores del taller presentan el modelo de capacidad de enseñanza y comentan el nivel de éxito de su desarrollo en un estudio piloto sustentado bajo el estudio de clases. Modalidad de participación: De manera invertida, primero plenario y luego discusión en pequeños grupos en atención a la valoración del modelo reflexivo entre teoría y práctica para el desarrollo de la capacidad de enseñanza de la matemática.

Referencias

Ávalos, B. (2011). Teacher Professional Development in Teaching and Teacher Education over Ten Years. Teaching and Teacher Education, 27 (1), 10-20.

Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? Journal of Teacher Education 59 (5), 389-407.

Esen, Y., Özgeldi, M. & Haser, Ç. (2012). Exploring Pre-service Early Childhood Teachers' Pedagogical Content Knowledge for Teaching Mathematics. 12th International Congress on Mathematical Education. COEX, Seoul, Korea

Estrella, S., Mena-Lorca, A., & Olfos, R. (2018). Lesson Study in Chile: a very promising but still uncertain path. In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J. da Ponte, A. Ní Shúilleabháin, and A. Takahashi (Eds.). Mathematics lesson study around the world: Theoretical and methodological issues. Switzerland: Springer

Goldrine, T., Estrella, S. Olfos, R., Cáceres, P., Galdames, X., Hernandez H., y Medina V. (2015). Conocimiento para la enseñanza del número en futuras educadoras de párvulos: efecto de un curso de Didáctica de la Matemática. Revista Estudios Pedagógicos de Valdivia, 41 (1), 93-109.

Kunter, M., Klusmann, U., Dubberke, T., Baumert, J., Blum, W., Brunner, M., Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Neubrand, M. & Tsai, Y. (2007). Linking aspects of teacher competence to their instruction. Results from the COACTIV Project. In M. Prenzel (Ed.). Studies on the educational quality of schools. The final report on the DFG Priority Programme (pp. 39-59). Münster: Waxmann.

Olfos, R., Goldrine, T. y Estrella, S. (2014). How Much Is Teachers' Pedagogical Content Knowledge Related to Students' Understanding of Fractions? RBE, Revista Brasileira Educacao, 9 (59), 913-944.

Parks, A.M., y Wager, A.A. (2015). What knowledge is shaping teacher preparation in early childhood mathematics? Journal of Early Childhood Teacher Education 36 (2), 124-141

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher 15 (2), 4-14.

,

TALLERES PARA PROFESORES DE AULA

TP 001

DESARROLLO DE HABILIDADES EN GEOMETRÍA EN EL SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN BASICA

María Soledad Montoya-González
Académica del Programa de Magíster en Didáctica de la Matemática
Universidad Alberto Hurtado.

mmontoya@uahurtado.cl

Didáctica de la Geometría

RESUMEN

Este taller tiene cómo propósito analizar situaciones de enseñanza y aprendizajes, que permitan el desarrollo de habilidades en geometría en el segundo ciclo básico. De este modo, se proponen actividades que permiten reflexionar sobre la enseñanza de la geométría para desarrollar habilidades como: resolver problemas, representar, modelar y comunicar y argumentar. El enfoque teórico se enmarca en los procesos cognitivos que proponen Duval(1998) para la enseñanza aprendizaje de objetos geométricos. El taller consiste en resolver y analizar distintas actividades de acuerdo a los contenidos de los programas de estudio y profundizar en el significado de las habilidades.

Palabras claves: habilidades, geometría, enseñanza y aprendizaje

Descripción de taller

El taller está dirigido a docentes que realizan clases de matemáticas en el segundo ciclo básico. El obetivo central es desarrollar diferentes actividades que permitan el desarrollo de habilidades y realizar una reflexión en relación a la enseñanza y aprendizaje de la geometría en el segundo ciclo básico. Esta programado para dos sesiones, la primera sesión se organiza en tres momentos, el primero de ellos es que cada participante resuelve el problema y/o actividad, enseguida se reúnen en grupo de a tres integrantes y comparten sus respuestas y procedimientos. Posteriormente se realiza una puesta en comun. Se finaliza esta sesión con la reflexión de la enseñanza aprendizaje de la geometría y el significado de las habilidades. En la segunda sesión se plantean actividades y preguntas que permiten realizar el análisis didáctico de las situaciones. Enseguida se realiza una puesta en común de dichos análisis. Finalmente se expone sobre la importancia del análisis didáctico para la preparación de la enseñanza.

Bibliografía

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C. Mammana y V. Villani (Eds.), Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 37-51.

,

TP 002

APORTES DE LA DIDÁCTICA DE LOS NÚMEROS RACIONALES PARA EL PROFESOR DE MATEMÁTICA

Roberto Vidal Cortés
Director Programa Magíster en Didáctica de la Matemática
Universidad Alberto Hurtado

rvidal@uahurtado.cl

RESUMEN

La Didáctica de la Matemática es una disciplina científica emergente y muy joven, pues sus inicios se remontan a los años 70's del siglo pasado. Sin embargo, la reflexión sobre la enseñanza y aprendizaje que ha aportado a la fecha, mediante sus teorías en permanente evolución, dan cuenta de una necesidad de primera importancia de acercar la investigación al profesorado y su actualización.

Para evidenciar aquello, este taller ofrece la posibilidad de reflexionar sobre prácticas de enseñanza, a partir de la investigación en Didáctica de los Números Racionales, que se ha realizado al interior del programa de Magíster en Didáctica de la Matemática de la Universidad Alberto Hurtado.

Palabras clave: Didáctica de los Números racionales, Prácticas de enseñanza, Representar, Argumentar-Comunicar.

DESARROLLO DEL TALLER

Este taller está dirigido únicamente a profesores y estudiantes para profesores de matemática cuyo interés se sitúe en la enseñanza de los Números Racionales en los niveles de segundo ciclo de Educación Básica y Enseñanza Media, enfocándose especialmente en el desarrollo de las habilidades de Representar y Argumentar – comunicar.

El taller se compone de 3 etapas. En la primera se trabajará el problema de representar y cómo esta habilidad matemática resulta primordial para la construcción y comprensión de conocimientos matemáticos, en diversidad de situaciones. En la segunda etapa, en tanto, se analizarán prácticas de enseñanza en libros de texto y videos de uso público, respecto de su relación con promover el desarrollo de la argumentación y comunicación en el aula de matemática. Finaliza el taller con una tercera etapa, en la que se realizará una socialización en términos de los aspectos que los participantes en sus trabajos en grupo, consideran importantes para aplicar en el aula y cómo realizarían aquello. De este modo, los asistentes obtendrán como producto, un aporte que emerge desde la reflexión conjunta, necesario para su convicción y probar innovadoras prácticas de enseñanza.

Bibliografía

Alguacil, M.C.; Bueno, F.J., Calvillo, M.C., Castro, E. y García, C. (2009). Unidad Didáctica de Fracciones. Universidad de Granada.

Centeno, J. (1988). Números decimales ¿Por qué? ¿Para qué? Madrid: Síntesis.

Duval, R. (1995). Semiosis et pensée humaine. Berna: Peter Lang, S.A.

Fandiño Pinilla , M. I. (2009). Las Fracciones: Aspectos Conceptuales y Didácticos . Madrid: Magisterio.

Malet, O. (2010). Los significados de las fracciones: Una perspectiva fenomenológica. Buenos Aires. Revista Nº 21. Sección matemática y currículum.

Mendoza, J.R. y Silvestre, J (2005). Estrategias para lograr aprendizajes significativos en las fracciones comunes, en el alumno de sexto grado de primera para su acceso a la pos primaria. Secretaría de Educación Pública y Cultura. Universidad Pedagógica Nacional.

Vidal, R.; Barra, M.; Hevia, H. (2017). Modos de justificación de los algoritmos, reglas y procedimientos en el ámbito numérico y algebraico en libros de texto. Revista Enseñanza de las Ciencias, Nº Extraordinario 4697-4702.

,

TP 003

LENGUAJE Y COMUNICACIÓN DE LA GEOMETRÍA ESCOLAR: UN APORTE PARA EL PROFESORADO DE MATEMÁTICA

Marcos Barra Becerra
Académico del Programa de Magíster en Didáctica de la Matemática
Universidad Alberto Hurtado

mbarra@uahurtado.cl

RESUMEN

La Didáctica de la Matemática, como disciplina científica, estudia y analiza los fenómenos que suceden en la enseñanza, aprendizaje y producción del conocimiento matemático, generando aportes a través de diversas teorías y conocimientos específicos orientados a las prácticas de aula que utiliza el profesorado de matemática.

En este marco y en especial en el ámbito de la didáctica de la geometría, este taller ofrece la posibilidad de reflexionar sobre el uso de lenguajes específicos en la enseñanza de la geometría escolar, con el fin de contribuir a la mejora en la comprensión de conceptos y al desarrollo de habilidades de comunicación y argumentación en los distintos niveles de la Educación Media. Así, la investigación en este ámbito nos aporta con conocimientos teóricos-prácticos, que se enmarcan en lo que se ha realizado al interior del programa de Magíster en Didáctica de la Matemática de la Universidad Alberto Hurtado.

Palabras clave: Didáctica de la geometría, Prácticas de enseñanza, Lenguaje y comunicación de la geometría escolar.

DESARROLLO DEL TALLER

Este taller está dirigido para profesores(as) de enseñanza media y estudiantes para profesor(a) de matemática, en cuyo interés se sitúa la enseñanza y el desarrollo de habilidades de comunicación y argumentación en la geometría escolar de Educación Media.

El taller se compone, en un primer momento, de la reflexión sobre el uso de lenguajes y la comunicación de conceptos geométricos en el aula y de los significados que se atribuyen a los mismos con el fin de su enseñanza. En un segundo momento, se analizarán situaciones específicas presentes en libros de textos y en datos extraídos de artículos publicados en el área, en los que se muestra el uso de lenguajes y conceptos específicos de las nociones geométricas, en cuyo significado se observan conceptualizaciones erradas, afectando a la comprensión y al desarrollo de habilidades comunicativas y de argumentación en los procedimientos explícitos presentes, por ejemplo, en la resolución de problemas. Finalmente, los/as participantes analizarán una situación de clases, donde deberán incorporar diseños de mejora que permitan poner a prueba innovadoras prácticas de enseñanza.

Bibliografía

De Gamboa, G.; Planas, N.; Edo, M. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. Suma, 64, pp. 35-44.

De Sánchez, M.A. (2002) La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades de pensamiento. Revista Electrónica de Investigación Educativa Vol. 4, No. 1.

Fandiño, M., & Damore, B. (2009). Área y perímetro. Aspectos conceptuales y didácticos. Editorial Magisterio. Bogotá. Colombia

Gamboa, R., Ballestero, E. (2009) Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 4 (5), pp. 113- 136.

Goizueta, M. y Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. Enseñanza de las Ciencias, 31 (1), pp. 61-78

,

TP 004

USO DE PLANILLAS DE CÁLCULO PARA APOYO EN LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS DE LA ESTADISTICA Y DE LAS PROBABILIDADES EN LA ENSEÑANZA ESCOLAR

Héctor Hevia
Académico del Programa de Magíster en Didáctica de la Matemática
Universidad Alberto Hurtado

hctr.hevia@gmail.com

RESUMEN

Entendiendo a la Estadística como la ciencia de los datos por excelencia, las teorías que se aplican a su enseñanza y aprendizaje deben ser capaces de salvar la brecha existente entre mundo real y mundo abstracto. Sin duda, la interacción con el mundo real permite construir conocimiento con significado (no vacío), iniciando la formación de conocimiento más abstracto. Si a esto se agrega la interacción con el mundo virtual, en el que se manipulan estructuras no comparables con las disponibles en los otros modos canónicos de representación; a través de esta interacción con el mundo virtual, la formación de conceptos estadísticos se enriquece estimulando el pensamiento estadístico innovador, necesario para los requerimientos de un mundo lleno de desafíos.

En este taller se recorrerán, de manera aplicada, varios puntos claves en la enseñanza y aprendizaje de la Estadística y algunos elementos básicos de la Combinatoria y de las Probabilidades. El énfasis en este taller, estará: i. experimentar la construcción de conceptos propios del pensamiento estadístico apoyado por actividades en una planilla de cálculo, ii. dosificar el uso del pensamiento matemático en la enseñanza de la Estadística y iii. elaborar representaciones virtuales con fuerte impacto en la formación de pensamiento estadístico. Gran parte de estas experiencias y reflexiones acerca de la enseñanza de la Estadística, son fruto de la actividad investigativa que se desarrolla en esta área en el programa de Magíster en Didáctica de la Matemática de la Universidad Alberto Hurtado.

Palabras clave: Didáctica de la Estadística, Representaciones, Simulaciones, Prácticas de enseñanza.

DESARROLLO DEL TALLER

Este taller está dirigido únicamente a profesores y estudiantes para profesores de matemática cuyo interés se sitúe en la enseñanza de la Estadística en los niveles de segundo ciclo de Educación Básica y Enseñanza Media.

El taller se inicia con una revisión breve de ciertos aspectos matemáticos relativos a probabilidades y a aplicaciones de los principios aditivo y multiplicativo de la combinatoria, lo que motivará el uso de simulaciones para una verificación. La experiencia con números aleatorios, permitirá introducir el concepto de variable aleatoria como representación de un número aleatorio. Varios experimentos simulados, se dirigirán a consolidar el concepto de valor esperado, vía Ley de Grandes Números. A continuación, se introducirá el concepto de estadístico y de distribuciones de muestreo. El siguiente paso nos permitirá interpretar el nivel de confianza de un intervalo de confianza para la media, en condiciones restringidas, a través de muestreo repetitivo. Finalmente, se trabajará en la elaboración de simulaciones que busquen la construcción de representaciones de una variable aleatoria continua, en las que el muestreo repetitivo deja de ser visible incorporándose a una percepción animada, las que constituirían representaciones de naturaleza diferente.

Referencias

Bruner, J. S. (2006): The course of cognitive growth, en In Search of Pedagogy, Volume I. Routledge.
Devore, J. L. (2010): Probability & Statistics for Engineering and the Sciences, eighth edition. Cengage Learning.
Hevia, H. (2013): Didáctica Fenomenológica de la Modelación Estadística de los Datos; micro curso dictado en el Primer Congreso Internacional de Estadística, Universidad Nacional de Trujillo, Perú.

,

TP 005

APORTES DE LA DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA PARA EL PROFESOR DE MATEMÁTICA

Miguel Díaz Flores
Académico del Programa de Magister en Didáctica de la Matemática
Universidad Alberto Hurtado

midiazf@uahurtado.cl

RESUMEN

A propósito de la visualización en álgebra, Skemp (1980) señala que la imaginación mental de las personas puede clasificarse en dos: visual y verbal. Es decir, en la representación de conceptos matemáticos se plantean dos sistemas de símbolos, los visuales y los verbales, acercándose el lenguaje algebraico a la simbolización verbal más que a la visual. En todo caso en matemática es frecuente la combinación de ambos tipos de simbología y nadie discute, la importancia que tiene la representación gráfica en el razonamiento lógico matemático.

El taller tiene el propósito de desarrollar actividades relacionadas con situaciones de visualización en álgebra, conducentes o bien a encontrar un patrón o bien como soporte para la demostración de alguna propiedad del ámbito algebraico o de las funciones. En el primer caso se tratarán situaciones vinculadas al proceso de generalización, y que de acuerdo a Mason (1985) constituye una de las rutas que conducen al álgebra, separando dicho proceso en tres fases: ver, describir y escribir, fases por las cuales transitarán las situaciones que se consideran en el Taller. Arzaquiel, (1993), refiriéndose a los aportes de Mason señala que una de las vías por las que un principiante puede encontrarse con el álgebra, y quizá de las más naturales y constructivas, es precisamente el trabajo con situaciones en las que debe percibir lo general y, sobre todo, expresarlo, señalando además que los símbolos y sus operaciones tienen así una referencia, un sentido. En el segundo caso, trataremos algunas demostraciones sin palabras: ejercicios en pensamiento visual incluidas por Roger B. Nelsen en sus tres libros publicados hasta hoy.

Este taller está dirigido únicamente a profesores y estudiantes para profesores de matemática cuyo interés se sitúe en la enseñanza del álgebra en los niveles de segundo ciclo de Educación Básica y Enseñanza Media.

Palabras clave: Didáctica del álgebra, Prácticas de enseñanza, Visualización, Generalización, Demostraciones sin palabras, Representar, Argumentar-Comunicar.

Referencias

Álvarez A. et all, (2014). Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar. Revista Números Volumen 85, marzo de 2014, páginas 75-90.
Arzaquiel (1993). Grupo Arzaquiel, Ideas y actividades para enseñar álgebra. Editorial Síntesis. España.
Díaz M. (2014). Colección de Afiches “Mirar y Ver”. Universidad Alberto Hurtado. Julio de 2014.
Martínez S. – Varas L. (2013). Álgebra, Recursos para la formación inicial de profesores de educación básica, REFIP Matemática, Editorial SM, Chile.

,

POSTERS

P 001

UNA MIRADA SOCIOEPISTEMOLOGICA DE LA MODELACIÓN EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICA.

Carol Sepúlveda-Herrera, Iván Pérez-Vera, Evelyn Reyes
Universidad de Las Américas, Chile

krol.cesh@gmail.com , ivanestebanperez@gmail.com, evelynreyesc@live.com

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

En el marco de la formación de profesores, se presenta una experiencia de modelación y su posterior análisis desde una mirada Socioepistemológica de La Matemática Educativa, articulando el dialogo entre los dipolos modélicos y el espació epistémico de figuración

Palabras clave: Modelación, Socioepistemología, Formación de Profesores.

Antecedentes, problemática y Objetivo

La modelación se incorpora en Chile como estándar para la formación inicial de profesores en el eje de sistemas numéricos y álgebra del documento "matemáticas para la formación inicial de profesores de enseñanza media de Chile" (Felmer, Varas, y Martínez, 2010), señalando que todo profesor debiera estar capacitado para promover el aprendizaje de los estudiantes en la comprensión del concepto de función, propiedades de ellas y de los principales ejemplos de funciones a nivel de enseñanza media.

Antecedentes teóricos y metodología

Nos posicionamos desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (Cantoral, 2013), desde la modelación en base a dipolos modélicos propuesta por Arrieta y Díaz (2015) en dialogo con el del espacio epistémico de figuración propuesto por Carrasco, Díaz y Buendía (2014), en particular desde la articulación propuesta por Pérez y Carrasco (2018) quienes definen el ciclo epistémico de figuración en base a dipolos modélicos. La implementación exploratoria aborda un caso de análisis, en particular se exponen los resultados de una estudiante de Pedagogía en Matemática, quien se ve enfrentada a la experimentación del fenómeno denominado "Caída libre y alturas máximas", en el cual se le pide transitar por distintos registros asociados al fenómeno experimentado.

Algunos resultados

Se presentan los resultados de la experimentación del estudiante en base al fenómeno "Caída libre y alturas máximas", se articulan las distintas etapas y representaciones en base a la propuesta de articulación entre dipolos modélicos y el espacio epistémico de trabajo.

Referencias

Arrieta Vera, J., & Díaz Moreno, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 18(1), 19–48.
Cantoral, R. (2013). Teoría socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento (1a ed.). Editorial Gedisa SA, Barcelona.
Carrasco, E., Diaz, L., & Buendia, G. (2014). Figuración de lo que varía. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 32(3), 365-384.
Felmer, Varas, & Martínez. (2010). Estándares de matemáticas para la formación inicial de profesores de enseñanza media (Informe Final). Universidad de Chile.
Pérez-Vera, I., & Carrasco, E. (2018). Análisis de ciclos epistémicos de figuración en base a dipolos modélicos. Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 31.

,

P 002

MODELACIÓN EN FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICA: UNA MIRADA DESDE EL ETM

Daniela Soto-Henríquez, Iván Pérez-Vera, Claudio Soto-Ferrada
Universidad de Las Américas, Chile

daasoto@gmail.com, ivanestebanperez@gmail.com, claudio.sotoferrada@gmail.com

Formación de Profesores e investigadores en Educación Matemática

RESUMEN

Este trabajo presenta un estudio de caso sobre el análisis de una situación de modelación en el marco de la formación de profesores y su posterior estudio en base a la esquematización de una trayectoria hipotética de interacción entre el ciclo de Bloom-Borromeo y el espacio de trabajo matemático, de acuerdo a la idea propuesta por Cosmes (2018).

Palabras clave: Modelación, Espacio de trabajo Matemático, Formación de profesores.

Antecedentes, problemática y Objetivo

La modelación se incorpora en Chile como una de las cuatro habilidades que articulan el currículo escolar, sin embargo, este es uno de los aspectos más disminuidos en los procesos de enseñanza en Chile, lo que se refleja en los bajos rendimientos de estudiantes en evaluaciones nacionales e internacionales (Rivas, 2015). En este marco, el objetivo de la investigación es avanzar en el diseño de situaciones de enseñanza que incorporan los procesos de modelación en la formación inicial docente.

Antecedentes teóricos y metodología

Nos posicionamos desde el Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak, 2011) y los diversos planos que permiten una articulación con el ciclo de modelación propuesto Blum y Borromeo (2009), en particular bajo la idea propuesta por Cosmes (2018) quien esquematiza la articulación en base a una Trayectoria hipotética de interacción entre el ciclo de Bloom-Borromeo y el ETM. La implementación exploratoria, en el marco de un estudio de caso, aborda un caso de análisis, en el cual se exponen los resultados de un estudiante de Pedagogía en Matemática y Estadística, quien se ve enfrentado a la experimentación del fenómeno denominado "Desplazamiento del auto inclinado", en el cual se le pide transitar por distintos registros asociados al fenómeno experimentado.

Algunos resultados

Presentamos los resultados de la experimentación del estudiante en base al fenómeno "Desplazamiento inclinado", se contraponen las etapas y representaciones con el ciclo de modelación propuesto por Blum y Borromeo, a su vez generando un análisis articulado con el ETM.

Referencias

Blum, W., y Borromeo, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? Journal of mathematical modelling and application, 1(1), 45–58.
Cosmes, S. (2018). la modelización en el espacio de trabajo matemático del estudiante de ingeniería. Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 31.
Kuzniak, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. En Annales de didactique et de sciences cognitives (Vol. 16, pp. 9–24).
Rivas, A. (2015). América Latina después de PISA: Lecciones aprendidas de la educación en siete países (2000-2015). Fundación CIPPEC.

,

P 003

PROPUESTA DIDÁCTICA DE TESELACIONES MONOHEDRALES DEL DISCO PARA OCTAVO BÁSICO

Cristian Matías Muñoz Jeldres
Pontificia Universidad Católica de Chile

cmmunoz@uc.cl

Uso de los recursos y de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

RESUMEN

Se presenta una propuesta didáctica para octavo básico que utiliza el software Geogebra para innovar en la enseñanza de cubrimientos del plano usando teselaciones monohedrales del disco. Se analiza una investigación de Haddley y Worsley que cuestiona de cuántas y cuáles formas se podría cortar una pizza en pedazos iguales. Por medio del modelo de Van Hiele se analiza curricular y didácticamente el estudio de teselaciones en el actual sistema educativo chileno y se propone una secuencia de clases que cambie la perspectiva de la enseñanza de embaldosados del plano por medio de la geometría dinámica de Geogebra.

Palabras clave: Teselaciones, monohedral, Van Hiele, TIC, Geogebra

INTRODUCCIÓN

Las teselaciones del plano son un contenido matemático que permiten estudiar de manera conjunta los conceptos de posición, congruencia y transformaciones isométricas, los cuales se trabajan de manera continua desde educación básica hasta la educación media.

En 2015 los matemáticos británicos Joel Haddley y Stephen Worsley publicaron un estudio sobre las teselaciones monohedrales del disco. Estos embaldosados hacen referencia a las maneras de dividir un círculo usando baldosas congruentes entre sí, o bien, ''las maneras de cortar una pizza en pedazos iguales''. Haddley y Worsley (2016) hacen una clasificación de los posibles recubrimientos del disco de este tipo, los cuales van desde formas muy simples hasta baldosas fractálicas, desde soluciones numerables hasta otras no numerables.

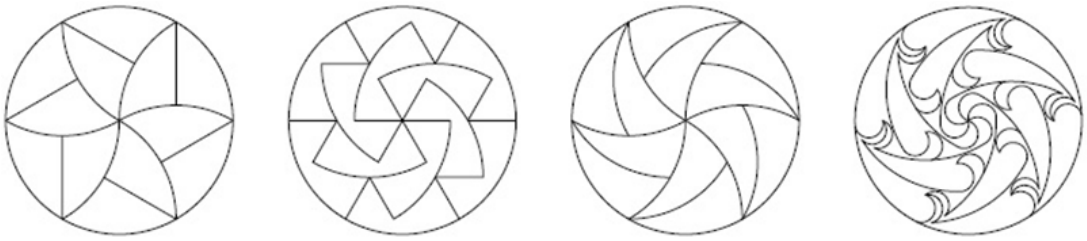


Figura 1: Ejemplos de teselaciones monohedrales del disco

La inclusión de las teselaciones monohedrales del disco en el currículum chileno permite proponer proyecciones en la enseñanza de embaldosados del plano o sectores de este. Tales como el estudio de cubrimientos de polígonos regulares usando baldosas congruentes entre sí; también se puede utilizar para estudiar conceptos básicos de probabilidades como el espacio muestral; establece una nueva clasificación de las teselaciones además de la categorización regular, semiregular e irregular; también permite la apreciación histórica y artística del objeto matemático ya que en La Alhambra, construida hace m\'as de ocho siglos en España, se encuentran presentes este tipo de cubrimientos del plano. También permite realizar actividades que no suelen hacerse en las clases de matemática chilenas como personificar la labor de un investigador en matemática elaborando conjeturas y teoremas respecto a las características comunes de los tipos de teselaciones posibles; o bien, desde la geometría dinámica dándole la oportunidad a la o el estudiante de generar sus propias teselaciones monohedrales del disco usando un software educativo como Geogebra.

En las bases curriculares 2012 de educación b\'asica se trabaja en matemática con los conceptos de posición desde primero, congruencia desde segundo y transformaciones isométricas a partir de tercero. Estos conceptos se utilizan conjuntamente para la enseñanza de las teselaciones en tercero, sexto y octavo. En octavo el objetivo es observar la composición de transformaciones isométricas en 2D y 3D de manera manual o con software geométrico, además de establecer una relación con el arte.

Objetivo General

Generar una propuesta didáctica para octavo básico que permita el estudio de las teselaciones monohedrales del disco por medio del uso de Geogebra.

MARCO CONCEPTUAL

La propuesta didáctica está fundamentada en los niveles progresivos de razonamiento de Van Hiele (2011) para los contenidos de geometría. En el nivel de reconocimiento el curso observa características generales de las teselaciones monohedrales respecto a varios ejemplos dados; en el de análisis distinguen las características de las baldosas por medio de los conceptos de congruencia y posición; en el de clasificación se percatan de que hay

transformaciones isométricas que relacionan los elementos constitutivos del cubrimiento; por último, en el nivel de deducción formal logran realizar una síntesis de lo aprendido en los niveles precedentes con ayuda de la construcción de teselaciones monohedrales del disco en Geogebra.

Al ser una propuesta con énfasis en el uso de un software, Geogebra, hay que tener ciertas precauciones al preparar y realizar la implementación. Gabriel Sosa (2010), académico de la UAM (Universidad Autónoma de México) estableció ciertas observaciones: el establecimiento tiene que contar con el equipo necesario tanto en hardware como software, una actividad que involucra TICs exige mayor tiempo de planificación, se exige una mayor demanda del profesor en la sala de computación pues muchas veces debe haber orientación personalizada y el proceso de evaluación formativa es más complejo pues la retroalimentación implica mayor tiempo también.

La propuesta didáctica está pensada para dos clases de dos horas pedagógicas, cada una para octavo básico respecto a las bases curriculares 2012. La primera clase es teórica para mostrar las características de las teselaciones monohedrales del disco por medio de los conceptos de posición, congruencia y transformaciones isométricas, además de establecer ciertas conjeturas por parte del curso.

PROPUESTA DIDÁCTICA

La segunda clase es práctica, pues acá se lleva a las y los estudiantes a la sala de computación para que construyan sus propias teselaciones monohedrales del disco y así evidenciar pruebas para sus conjeturas de la clase anterior utilizando dinámicamente los objetos matemáticos involucrados en Geogebra.

Una primera posible teselación monohedral del disco se construye dibujando una circunferencia con centro y radio cualesquiera para el estudiante. Se traza un segmento que corresponde al radio horizontal que interseca la figura a la derecha. Se escoge un valor de ángulo que divida sin resto los 360 grados del círculo para así usar la opción Rota alrededor de un punto para trazar segmentos congruentes que formen baldosas congruentes que teselan el disco.

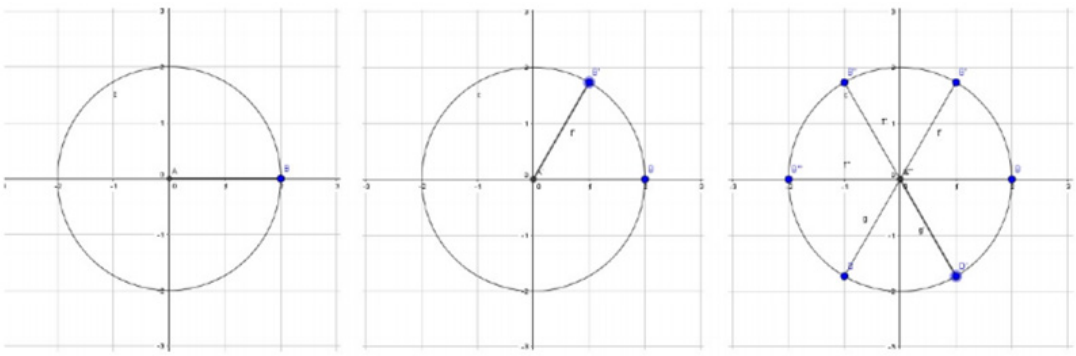


Figura 2: Primera construcción de teselación monohedral del disco

Una segunda posible teselación de este tipo es posible escogiendo nuevamente un ángulo que divida a los 360 grados. Usando conjuntamente las opciones Arco de circunferencia y Rota alrededor de un punto se trazaría un segmento congruente a un arco de circunferencia que va desde el centro del círculo hacia la circunferencia. Usando análogamente la opción Rota alrededor de un punto como en el caso anterior se obtienen las distintas baldosas que teselan el disco.

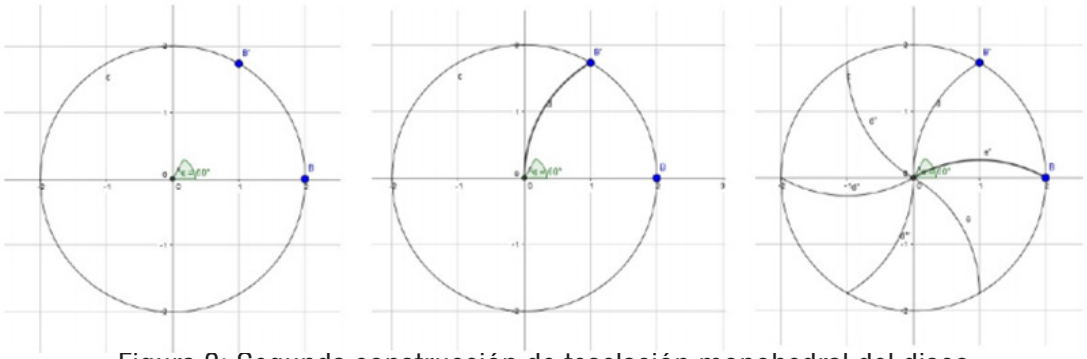


Figura 3: Segunda construcción de teselación monohedral del disco

Por último, una tercera teselación posible está dada al construir los ejes de simetrías de las baldosas del caso anterior por medio de las herramientas Punto medio en cada arco de circunferencia interior al círculo y Segmento para trazar los ejes. Usando Rota alrededor de un punto en los ejes de simetrías con el ángulo respectivo se obtendrán todas las baldosas congruentes que teselan el disco.

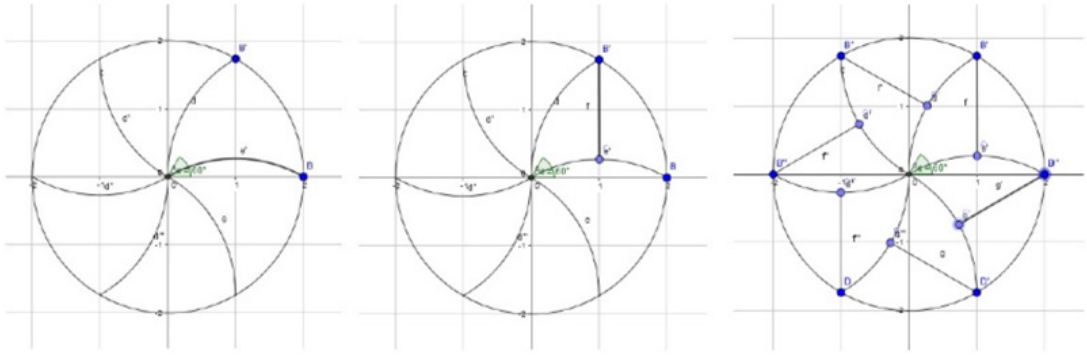


Figura 4: Tercera construcción de teselación monohedral del disco

Ya construidas las distintas teselaciones se procede a comentar con los estudiantes las conjeturas de la clase anterior para corroborarlas o descartarlas, dando pie a analizar los conceptos de posición, congruencia y transformaciones isométricas respecto a cómo fueron utilizados en esta clase.

REFLEXIONES

Las teselaciones monohedrales del disco son una perspectiva innovadora en la enseñanza de los recubrimientos del plano respecto a cómo se presenta hoy en día.

Integrar este tipo de embaldosado en las clases tiene un gran potencial de desarrollar el pensamiento matemático al permitir que las y los estudiantes realicen conjeturas y argumentaciones matemáticas.

Además, los objetos matemáticos pueden ser abordados por medio de software educativos. Lo que permite un mayor aprendizaje significativo al existir una interacción directa entre estudiante y geometría.

El orden de las clases puede alternarse. Por ejemplo, cada estudiante podría construir sus propios embaldosados del círculo desde el objetivo ‘’cortemos una pizza en partes iguales’’ durante la primera clase en Geogebra y luego, en la segunda clase, analizar sus conjeturas para determinar las características de este tipo de teselaciones.

No obstante, haría falta aplicar la propuesta de clase para observar tanto las fortalezas como las debilidades de la actividad, y así generar mejoras a futuro.

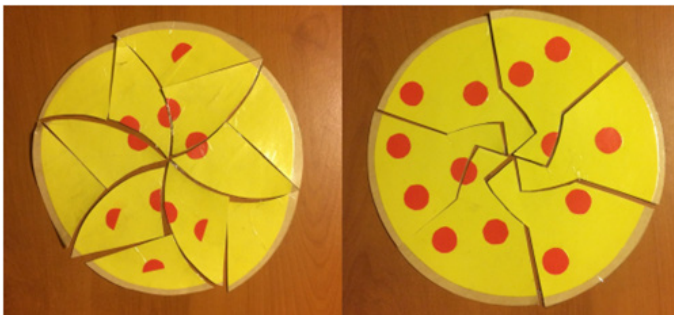


Figura 5: Representación en carton de posibles teselaciones monohedrales del disco como pizza

Referencias

D'Amore, B. (2011). Didáctica de la matemática como epistemología del aprendizaje matemático. Elementos de Didáctica de la Matemática (pp. 73-112). Magisterio. España.
Haddley, J., Worsley, S. (2015). Infinite families of monohedral disk. Liverpool, EEUU: University of Liverpool. Recuperado de: http://www.joelhaddley.co.uk/University/pdf/mono_disk.pdf
Haddley, J., Worsley, S. (2016) Infinite families of monohedral disk. Liverpool, EEUU: University of Liverpool. Recuperado de: https://pdfs.semanticscholar.org/e3be/e60d3637a346bda514bb675cfd6ab639a328.pdf
MINEDUC (2012a). Bases Curriculares 2012 para Educación Básica. Ministerio de Educación. Santiago de Chile.
MINEDUC (2012b). Bases Curriculares 2012 para Educación Media. Ministerio de Educación. Santiago de Chile.
Sosa, G. (2010). Transformaciones en el Plano utilizando Software de Geometría Dinámica. Números Vol 75, pp 43–70. España.

,

P 004

VARIACIÓN DE REPRESENTACIONES DE ESTUDIANTES DE TERCERO A SEXTO DE PRIMARIA AL EXPLORAR RELACIONES ENTRE CANTIDADES QUE COVARÍAN

Eder Pinto1, Bárbara M. Brizuela2 y María C. Cañadas1
1Universidad de Granada, España; 2Tufts University, Estados Unidos

pinto.eder@gmail.com; barbara.brizuela@tufts.edu; mconsu@ugr.es

Didáctica del álgebra

RESUMEN

En el contexto del early algebra, en este póster describimos cómo varían las representaciones de ocho estudiantes de tercero/cuarto (8-10 años) y ocho estudiantes de quinto/sexto de primaria (10-12 años) al resolver problemas que involucran funciones lineales. Analizamos sus respuestas al participar en un experimento de enseñanza (3º y 5º) y al participar en una entrevista, un año después (4 y 6º). Específicamente, nos centramos en las respuestas de los estudiantes al trabajar con casos particulares y al generalizar. Los principales resultados muestran que los estudiantes de ambos cursos tienden a emplear la misma representación que fue dada en el enunciado del problema, aún cuando conocían otras.

Palabras claves: representaciones, generalización, early algebra

MARCO TEÓRICO Y OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN

Dentro del contexto del early algebra, la relación entre generalización y representación es esencial; esta última permite a los estudiantes construir y completar ideas que ayudan a razonar sobre dichas generalizaciones (Kaput, Blanton y Moreno, 2008). Nuestro interés está centrado en cómo estudiantes de primaria generalizan y representan problemas que involucran funciones lineales, explorando las relaciones entre cantidades que covarían.

METODOLOGÍA Y PRINCIPALES RESULTADOS

Analizamos las respuestas de los estudiantes (orales y escritas), considerando el tipo de representación empleada durante un experimento de enseñanza y durante entrevistas. Distinguimos entre las representaciones usadas al trabajar con casos particulares y al generalizar.

PRINCIPALES RESULTADOS Y REFLEXIÓN

Si bien los estudiantes conocían los diferentes tipos de representaciones matemáticas (que usaron al trabajar con casos particulares), al generalizar solo utilizaban dos, coincidiendo con los presentados en el problema. Adicionalmente, los estudiantes de tercero/cuarto emplearon una mayor variedad de representaciones al trabajar con casos particulares. Destacamos la importancia de la enseñanza de diferentes representaciones en los primeros cursos, con la finalidad de asimilar gradualmente cada tipo de representación al generalizar y captar el significado de las relaciones funcionales.

Agradecimientos
Proyecto I+D EDU2016-75771-P (Ministerio de Economía y Competitividad de España). El primer autor es becario del Gobierno de Chile - CONICYT, folio 72160307-2015.

Referencias

Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), Early algebraization (pp. 5-23). Berlín, Alemania: Springer.

P 005

USO DEL LENGUAJE EN LA RESOLUCIÓN DE TAREAS COMBINATORIAS POR FUTUROS PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Alex Venegas, María M. Gea, Rafael Roa y Jocelyn D. Pallauta
Universidad de Granada

a.venegas.guerrero@gmail.com, mmgea@ugr.es, rroa@ugr.es,
jocelyndiazpallauta16@gmail.com

Didáctica de Estadística y Probabilidades

RESUMEN

En este trabajo se describe el lenguaje utilizado por una muestra de futuros profesores de Educación Primaria en España al resolver tareas combinatorias basada en el Modelo Combinatorio implícito, variable utilizada en la investigación previa en Didáctica de la estadística y probabilidad. El análisis de respuestas de los futuros profesores a los tres tipos de problemas planteados nos informa del escaso razonamiento combinatorio de los participantes, que utilizan mayoritariamente lenguaje verbal en la resolución de las tareas.

Palabras clave: Resolución de problemas, lenguaje, combinatoria, futuros profesores.

Con objeto de explicar los errores y dificultades en la resolución de problemas combinatorios, Navarro-Pelayo (1994) plantea el análisis de la influencia de la variable Modelo Combinatorio Implícito (MCI), basada en la identificación de esquemas de representación que se encuentran implícitos en los enunciados de los problemas y es relevante desde el punto de vista matemático, pues el tipo de objetos implicados en cada modelo varía según el tipo de problema que se trate, como son: selección, centrado en la idea de muestreo; distribución o colocación, que implica la colocación de elementos en celdillas, cajas, etc., considerando si los elementos sean distinguibles o no y partición, centrado en la división de un conjunto en subconjuntos, donde la partición de un conjunto de k elementos en n subconjuntos puede traducirse como la colocación de k elementos en n casillas.

En este trabajo se presentan los resultados del análisis de contenido (Cook y Reichardt, 2000) de las respuestas de 62 futuros profesores de Educación Primaria en España, al resolver una selección de tareas basadas en el MCI, utilizadas en investigaciones previas (Navarro-Pelayo, 1994; Roa, Batanero y Godino, 2001) según el uso de lenguaje empleado por los futuros profesores.

Agradecimientos
Beca CONICYT PFCHA 77170016; Proyecto EDU2016-74848-P (AEI, FEDER) y Grupo FQM-126 (Junta de Andalucía).

Referencias

Cook, T. D. y Reichardt, C. S. (2000). Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa. Paideia.
Navarro-Pelayo, V. (1994). Estructura de los problemas combinatorios simples y del razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
Roa, R., Batanero, C., y Godino, J. D. (2001). Dificultad en los problemas combinatorios en estudiantes con preparación matemática avanzada. Números. Revista de didáctica de las matemáticas, 47, 33-47.

P 006

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON PATRONES EN NIÑOS DE 11-12 AÑOS, UN ESTUDIO DE CLASES

Camila Montecinos Ortega y María Soledad Montoya.
Universidad Alberto Hurtado

c.montecinos.ortega@gmail.com, mmontoya@uahurtado.cl

Habilidades escolares en Ed. Matemática.

RESUMEN

El enfoque de esta investigación es la resolución de problemas en el eje de álgebra, específicamente patrones. Se realizará por medio de un Estudio de Clases, en donde se desarrollarán situaciones didácticas de acción, formulación y validación, para que los estudiantes resuelvan problemas enfocado en las regularidades y patrones. Con esta investigación, se pretende observar y analizar las producciones de los alumnos cuando resuelven situaciones de aprendizaje sobre patrones en el ámbito del álgebra y cómo se realiza la gestión de clase.

Palabras clave: Resolución de problemas, patrones, álgebra, Estudio de Clases.

ANTECEDENTES

Existen diversas investigaciones, autores y pruebas que consideran la resolución de problemas como un tema muy interesante a investigar, por su diversidad de elementos y cómo abordarlo en el aula. Shoenfeld (1985), investiga los elementos que están en torno a la resolución de problemas, considerando varios elementos de Polya (1965), pero incorporando nuevos; señala, la habilidad que el estudiante debe manejar al momento de resolver un problema, no solo ser capaz de resolverlo, sino de observar lo está haciendo. Además, "cuando se tiene o quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica, hay que tener en cuenta situaciones más allá de las heurísticas". (Barrantes, 2006)

La resolución de problemas no solo es efectiva en el ámbito matemático, sino que se puede extraer para la vida cotidiana, ya que esta habilidad "lleva al alumno a integrar los conocimientos nuevos a los ya adquiridos, favoreciendo el enriquecimiento de la comprensión." (Isoda & Olfos, 2009)

A partir de las dificultades comunes en álgebra, relacionada con las secuencias y patrones, surge el entrelazarla con la resolución de problemas, ya que son elementos que en el aula actual no se les da el tiempo necesario para que los alumnos lo incorporen como una habilidad, porque "la identificación de patrones y relaciones es ideal hacerla desde una situación problema". (Quiñonez, 2012)

En el área de evaluaciones, según el último resultado obtenido en matemática, en la prueba PISA del año 2015, "los estudiantes en Chile se ubican por debajo del promedio de la OCDE, con 423 puntos" (Agencia de Calidad de la Educación, 2017); lo que indica que en nuestros estudiantes chilenos existe una dificultad al momento de resolver problemas matemáticos.

Metodología

La investigación que se realizará será de tipo cualitativa a partir de un Estudio de Clase. Se efectuará con el diseño de cuatro clases, las cuales se planificarán con la validación de un grupo de profesores adecuados al nivel seleccionado, y luego se llevarán a cabo estas clases, para contrastar el análisis a priori y a posteriori que se pueda obtener.

Referencias

Agencia de Calidad de la Educación. (2017). Informe de resultados PISA 2015 Competencia científica, lectora y matemática en estudiantes de quince años en Chile. Santiago.

Barrantes, H. (2006). RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, el trabajo de Allan Shoenfeld. Obtenido de Cimm: www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes

Brousseau. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Argentina: Del zorzal.

Isoda, M., & Olfos, R. (2009). El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases. Valparaíso: Ediciones universitarias de Valparaíso.

Quiñonez, A. (2012). MATEMÁTICAS. FORMAS, PATRONES Y RELACIONES. En las actividades cotidianas. Sexto grado del Nivel Primario. Obtenido de DIGEDUCA: http://www.mineduc.gob.gt/DIGEDUCA

P 007

LA DIMENSIÓN NORMATIVA EN EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES LINEALES CUANDO PROGRAMAMOS CON SCRATCH

Ana Lastra; Elizabeth-H. Arredondo.
Universidad de los Lagos.

ibben3@gmail.com; elizabeth.hernandez@ulagos.cl

Tecnología y Matemática

RESUMEN

El siguiente trabajo tiene como objetivo principal presentar una reflexión sobre la problemática presente en los procesos normativos de instrucción cuando se usa lenguaje de programación de Scratch como herramienta para el aprendizaje temprano de las funciones lineales en estudiantes de 7° y 8° básico, en un taller extracurricular en donde se exploran patrones; para lo cual, se apoya en el Enfoque Ontosemiótico desde su dimensión normativa didáctica para explorar dicha interacción. Hacemos hincapié que en este trabajo solo se presenta un bosquejo de la problemática y la propuesta teórica que organiza los elementos presentes en el fenómeno de interés.

Palabras clave: Enfoque ontosemiótico, dimensión normativa didáctica, función lineal, lenguaje.

SOBRE LA PROBLEMÁTICA Y LOS ELEMENTOS QUE ME PERMITEN MIRAR

El uso de la tecnología nos ha permitido facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y ha abierto nuevos paradigmas para su implementación; en este sentido, en los últimos años se ha reflexionado en las líneas futuras que se trazan apoyadas en diferentes dimensiones como son el currículo, la tecnología, la programación, el lenguaje; entre otras (Sutherland y Rojano, 2012).

Existe una serie de programas computacionales que han sido generados para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, aportando nuevos escenarios de trabajo experimental. Los resultados de estudios empíricos sobre el uso de la programación, arrojan resultados importantes en el desarrollo de ideas como variable y variación (Hoyles y Sutherland, 1992). La propuesta de implementar el uso del lenguaje de la programación de Scratch para el desarrollo de la función lineal en estudiantes, se apuntala en estos resultados. Sin embargo, un elemento que identificamos poco explorado es la dimensión normativa que se genera en estos nuevos espacios de trabajo; para ello, este proyecto se apoyará en el Enfoque Ontosemiótico para explorar las formas en que se modifican los entornos de trabajo, es decir, las normas internas cuando interviene un lenguaje de programación en un taller extracurricular (Godino, Font, Wilhelmi y De Castro, 2009).

Referencias

Godino, J.; Font, V.; Wilhelmi, M & Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. 27(1). Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/eos/dimension_normativa.pdf.

Hoyles, C. & Sutherland, R. (1992). Logo Mathematics in the Classroom. Londres: Routledge.

Sutherland, R. & Rojano, T. (1993). A spreadsheet approach to solving algebra problems. Journal of Mathematical Behavior, 353-383.

P 008

RINCONES DE APRENDIZAJE, EFECTIVIDAD AL AULA MATEMÁTICA

Mery Salinas Hernández, Jacqueline Sepúlveda Bastida
Escuela Campos Deportivos, Temuco

mey.lilian@gmail.com, marijac42@gmail.com

Sistematizaciones de Experiencias de Aula

RESUMEN

Este trabajo sistematiza una experiencia de aprendizaje innovadora realizada en la Escuela Campos Deportivos de Temuco. Se explica el proceso de planificación, ejecución y evaluación de la estrategia “rincones de aprendizaje”, valorando su efectividad para abordar una variedad de contenidos matemáticos en distintos niveles educativos.

Palabras clave: Rincones de aprendizaje, aprendizaje significativo, clase de matemática, motivación, efectividad

Con el fin de dinamizar la clase de matemática y motivar a los estudiantes, rescatamos la estrategia "rincones de aprendizaje" para abordar distintos contenidos matemáticos. Para ello, los aportes de Fernández (2009) y Rodríguez (2011) orientan la planificación, organización del tiempo, materiales y recursos. La estrategia es tradicional en educación infantil, pudiendo adaptarse a otros niveles dadas sus ventajas: favorecer la motivación, iniciativa y autonomía, respondiendo a la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje, entre otras.

Planificamos, a partir del diagnóstico, considerando los contenidos y habilidades de menor logro. Los temas fueron perímetro y área (5º año), porcentajes, fracciones y decimales (7º año) y funciones (8º año). Definimos objetivos de aprendizaje del currículo y diseñamos 4 rincones por tema, cada uno con un profesor especialista del área. Buscamos y/o creamos actividades contextualizadas, que respondieran a modos de uso del contenido para potenciar el conocimiento matemático. Se organizó espacio físico, recursos humanos, materiales, actividades y tiempo de implementación. Durante la ejecución, los estudiantes circularon en grupos por cada rincón. Se apreció motivación, interés, entusiasmo por participar y aplicar sus saberes. Estudiantes con dificultades en el diagnóstico, dispusieron del espacio y oportunidad para mejorar sus conocimientos y habilidades.

Finalmente, aplicamos encuesta que reveló mejoras en la valoración del conocimiento matemático y aprobación de la estrategia implementada. Las evaluaciones evidenciaron avances considerables de dominio matemático en las materias trabajadas por nivel. La estrategia "rincones de aprendizaje" permitió mejorar la motivación, desarrollar habilidades y conocimientos, participar de desafíos cognitivos, construir aprendizajes desde el medio cotidiano, dialogar y validar sus apreciaciones para cimentar aprendizajes matemáticos significativos.

Referencias

Fernández, A. I. (2009, febrero). El trabajo por rincones en el aula de educación infantil. Ventajas del trabajo por rincones. Tipos de rincones. Innovación y experiencias educativas. (15), p. 2-9. Recuperado de https://www.csif.es/contenido/andalucia/educacion/243957

Rodríguez, J. (2011, enero-diciembre). Los rincones de trabajo en el desarrollo de competencias básicas. Revista Docencia e investigación. (21), p. 109-110. Recuperado de http://hdl.handle.net/10578/9011

P 009

MATEMÁTICAS Y GASTRONOMÍA, UN VÍNCULO INTERCULTURAL

Jacqueline Sepúlveda Bastida, Mery Salinas Hernández
Escuela Campos Deportivos, Temuco

marijac42@gmail.com, mey.lilian@gmail.com

Sistematizaciones de Experiencias de Aula

RESUMEN

Este trabajo sistematiza una situación de aprendizaje original que tiene como base la inclusión, realizada en la Escuela Campos Deportivos de Temuco. Se explica el proceso de planificación, ejecución y evaluación del proyecto de aula "Matemática y Gastronomía, un vínculo intercultural", valorando la transversalidad de las matemáticas en un medio intercultural.

Palabras clave: Inclusión, transversalidad, matemáticas, interculturalidad, gastronomía

Con el propósito de impactar efectiva y positivamente procesos de aprendizaje matemáticos, se implementó el proyecto "Matemáticas y Gastronomía, un vínculo intercultural", abordando su utilización transversal y dando respuesta a necesidades de inclusión subyacentes al medio escolar pluricultural actual donde Gil Jaurena (2005) y López (2001) sostienen esta propuesta y manifiestan que implementarlas, proporciona igualdad de oportunidades a todos los estudiantes para desarrollar capacidades en un medio armónico y diverso, permitiendo el logro de aprendizajes significativos.

Se abordaron objetivos curriculares de 7º año de manera holística, planificando actividades a partir de trabajo colaborativo, con diversas estrategias, respondiendo a los distintos estilos de aprendizaje, integrando saberes culturales de los participantes. Se organizaron espacios físicos, recursos humanos, materiales, tiempo y actividades. Al ejecutar, estudiantes prepararon platos típicos de diversos países, asesorados por profesores, apoderados chilenos, inmigrantes y chef. En el proceso, estudiantes conocieron productos que son base de comidas en otros países, sus nombres y formas de uso, practicando procesos matemáticos comunes a todas las preparaciones. Se estimó tiempo de elaboración y preparación de mesas degustativas por países, considerando trajes típicos, música y bailes. Se invitó a la comunidad escolar a degustar y conocer tradiciones culinarias. Estudiantes expusieron los saberes matemáticos utilizados tales como: fracciones, porcentajes, decimales, proporcionalidad y resolución de problemas, mostrando competencias en el desarrollo de habilidades propuestas para el área. Estudiantes extranjeros conocieron parte de la gastronomía nacional, permitiéndoles mejorar sus procesos de adaptación al país que los acoge. Finalmente se evaluó la actividad a través de foro, evidenciándose satisfacción y valoración de las matemáticas. También se aplicó prueba de contenidos, que dejó ver mejoras en los aprendizajes.

Referencias

Gil Jaurena, I. (2005). Radford primary school: las claves de una escuela inclusiva. REICE - Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación. 3 (1), p. 617-628. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1130357

López, L. E. (2001). La cuestión de la interculturalidad y la educación latinoamericana. En Análisis de prospectivas de la educación en la región de América Latina y el Caribe (pp. 382-406). Santiago, Chile: UNESCO-Santiago

P 010

VISUALIZACIÓN GEOMÉTRICA EN SECTOR CIRCULAR: UNA SECUENCIA DIDÁCTICA

Jennyfer Araneda, Francisco Díaz, Génesis Uribe
Universidad Alberto Hurtado

jen.ar.mu11@gmail.com, fad.bshadows@gmail.com, uribe.gen@gmail.com

Didáctica de la Geometría

RESUMEN

La presente propuesta de enseñanza–aprendizaje, centrada en el concepto de sector circular, está destinada a estudiantes de Primero Medio del sistema educativo chileno. La secuencia de clases sustentada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (Duval, 2004), busca propiciar a través de diversas actividades que utilizan registros; pictóricos, numéricos u otros, junto a material concreto, el desarrollo de la visualización geométrica, afianzando la comprensión y posterior formulación matemática de elementos propios del objeto matemático en cuestión.

Palabras clave: Sector circular, Visualización geométrica, Registros, Representaciones.

FUNDAMENTO Y DISEÑO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

En el estudio de la geometría, los objetos de conocimientos están sujetos a representaciones pictóricas, dada su inherente dependencia visual, lo que permite traducir propiedades aprendidas para dar solución a situaciones propuestas o apoyar el desarrollo de habilidades.

El programa de estudio y textos escolares del Ministerio de Educación, sitúan el contenido de sector circular en el Eje de Álgebra en lugar del Eje de Geometría, priorizando el trabajo algebraico y algorítmico, por sobre la comprensión del concepto matemático y el desarrollo de habilidades.

La secuencia de clase está sustentada en el Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele (establece fases y niveles de desarrollo de habilidades geométricas constatables) y la Teoría de Registro de Representaciones Semióticas de Duval (distingue diferentes representaciones de un mismo objeto, transita entre un registro y otro, facilita la comprensión y consolidación del contenido). Esta se diseña con un énfasis en el uso de material concreto, que permita a los estudiantes relacionar los sectores circulares con porciones del círculo; planteándose actividades donde reconozcan los elementos del objeto matemático en cuestión, para de esta forma lograr desarrollar la fórmula de área y perímetro. Se espera que los estudiantes logren un dominio de las propiedades y aplicaciones de sector circular (Nivel 3 en modelo de Van Hiele) y alcancen la actividad cognitiva de formación (Teoría de registros de representaciones semióticas).

A la fecha, los resultados de esta investigación se encuentran en análisis.

Referencias

Vargas, G. V., & Araya, R. G. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Uniciencia, 27(1), 74-94.
Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle. Merlín ID, Colombia.
Ministerio de Educación. (2016) Programa de estudios primero año medio. Unidad de currículum y evaluación. Santiago, Chile.

P 011

DISEÑO DIDÁCTICO SOBRE ÁNGULOS EN TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

Claudia Pacheco Fernández y María Soledad Montoya González.
Universidad Alberto Hurtado.

claudiapacheco.fer@gmail.com y mmontoya@uahurtado.cl

Propuesta didáctica

RESUMEN

El trabajo expone una propuesta didáctica, sobre ángulos en triángulos y cuadriláteros, el cual está diseñado por medio de una micro ingeniería didáctica y considera como marco referencial la teoría de situaciones didácticas de Brousseau. El proyecto busca que, durante la aplicación del diseño, los estudiantes se pongan en interacciones con el docente y el medio, para dar la posibilidad de construir su conocimiento.

Palabras clave: Ángulos, triángulos, cuadriláteros, teoría de situaciones didácticas.

INTRODUCCIÓN

El póster propone un análisis preliminar de investigaciones, que destaca los fenómenos didácticos al concepto ángulos en polígonos, posteriormente se propondrá un diseño didáctico sobre los ángulos de triángulos y cuadriláteros y finalmente se espera realizar un análisis a las respuestas.

ANTECEDENTES PRINCIPALES

En los antecedentes, se encontraron estudios sobre diseños de enseñanza de la geometría plana y otras que identifican dificultades de los estudiantes para desarrollar habilidades, se destacan:

Itzcovich, (2005), quien señala que los estudiantes eligen utilizar procedimientos con menos complejidad, para evitar usar propiedades relevantes sobre el teorema. A su vez, afirma que los requisitos para promover a un alumno de nivel no están relacionados a la utilización de las propiedades geométricas. A su vez, Montiel & Rotaeche, (2017) en una investigación empírica establecen que los estudiantes cuentan con el tiempo limitado de la escuela y es cuando los diseños didácticos llegan a trivializar el proceso. Badía, Cano, & Celeida, (2013), señalan que el uso de prototipos en la presentación de imágenes dificulta la labor de identificar, analizar y representar figuras o elementos vinculados a la geometría plana.

Gutierrez & López (2009), indican que los alumnos de educación secundaria no visualizan ni realizan procedimientos de resolución de problemas adecuadamente, ya que, durante los primeros años de escolaridad, los docentes no logran impartir todos los contenidos planteados en el programa de estudio lo que conlleva a un escaso desarrollo de competencias para resolver problemas.

MARCO DE REFERENCIA Y METODOLOGÍA

El marco de referencia para el diseño didáctico es la teoría de situaciones didácticas. Es una investigación de tipo cualitativa, centrada en el diseño, aplicación y análisis ocupando fases de la metodología de ingeniería didáctica. Las estrategias de recolección de información serán a través de análisis de programas de estudio, análisis de textos de estudio, producciones de estudiantes y observación de clases.

Referencias

Badía, A., Cano, M., & Celeida, F. (2013). Dificultades de aprendizaje de los contenidos curriculares. Barcelona: Editorial OUC.

Gutierrez, S., & López, E. (2009). Enseñanza de la geometría en segundo año de Educación Secundaria bajo el enfoque de competencias: Una Propuesta metodológica basada en competencias para la enseñanza de la geometría Ciencia e Interculturalidad. Managua: Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense.

Itzcovich, H. (2005). Iniciación al estudio didactico de la Geometría. Buenos Aires: Libres Zorzal.

Montiel, G., & Rotaeche, R. (2017). Aprendizaje del concepto escolar de ángulo en estudiantes méxicanos de nivel secundaria . Educación Matemática, 171-197.

P 012

CONTRATO DIDÁCTICO EN CLASES DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: GESTIONES DE PROFESORES PARTICIPANTES EN UNA FORMACIÓN CONTINÚA

Paula González Isamit – María Soledad Montoya
Universidad Alberto Hurtado

paulagonzalezisamit@gmail.com - mmontoya@uahurtado.cl

Formación de profesores

RESUMEN

El contrato didáctico es el medio que tiene el maestro para gestionar una situación didáctica, el cual se va modificando de acuerdo a la evolución de la situación, obtener ejemplos de gestiones del contrato didáctico es el propósito central de este trabajo de graduación. Se observaran a 4 profesoras que trabajan con estudiantes de 4to básico implementando clases propuestas la Iniciativa ARPA, la cual busca implementar estrategias de desarrollo profesional docente que promuevan la resolución de problemas matemáticos en las aulas, en donde se utilizan diferentes artefactos pedagógicos que evidencian un contrato didáctico, el cual será caracterizado mediante la observación de videos.

Palabras clave: Resolución de problemas, contrato didáctico, educación matemática

ANTECEDENTES

La resolución de problemas debe ser una oportunidad de aprendizaje en un periodo que abarque todos los niveles de escolaridad, esto hará posible el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Cuando el profesor planifica una situación problema y la implementa, deja evidencia de su conocimiento matemático y percepción sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática que subyace de ese problema, además puede anticiparse en detectar las dificultades y errores de sus estudiantes pudiesen tener al momento de relacionarse con la situación.

El rol docente en la Resolución de Problemas es de mediador durante el proceso, debe tomar en consideración las interacciones que se producen en una implementación de una situación problema de acuerdo a la forma de trabajo en que se desarrolle, incentivando a la autonomía del estudiante y la explicación de las estrategias de resolución. Es por todo lo anterior y por la necesidad de adquirir una visión realista de la forma de implementar una situación didáctica basada en problemas matemáticos para que los profesores tengan alguna referencia de como interactuar con el medio y el alumno en esta clases.

METODOLOGIA

Esta investigación estará centrada en un enfoque cualitativo con un estudio de caso. Se utilizará el programa computacional NVivo para la recolección de información se definirán las características del contrato didáctico de la metodología ARPA y según la Teoría de Situaciones Didácticas, donde se comparan entre ellas, de acuerdo a esto se observarán 4 videos de clases de resolución de problemas de profesoras que están en el cuarto año, último, de la formación continua de Iniciativa ARPA.

P 013

SIGNIFICADOS INSTITUCIONALES Y PERSONALES LIGADOS A LA NOCIÓN DE LÍMITE

Elías Ortiz; Elizabeth-H. Arredondo.
Universidad de los Lagos.

Elias.ortizasenjo@gmail.com; elizabeth.hernandez@ulagos.cl

Pensamiento Matemático

RESUMEN

El siguiente trabajo, tiene por objetivo presentar el estado del arte de un proyecto de investigación, acerca de los significados ligados a la noción del límite. Aquí se analizan estos significados desde dos dimensiones diferentes, la primera como objeto matemático filosófico que revela la epistemología del constructor y la segunda, desde la didáctica de las matemáticas, por lo cual se ha llevado a cabo un proceso de análisis basado en el currículo chileno de una universidad estatal, el análisis de estos objetos se sustenta en el enfoque ontosemiótico, específicamente desde las herramientas analíticas de las prácticas matemáticas institucionales y personales.

Palabras clave: Objetos matemáticos, límites, representaciones semióticas, prácticas matemáticas

SOBRE LA PROBLEMÁTICA Y LOS ELEMENTOS QUE ME PERMITEN MIRAR

El límite como objeto matemático, es uno de los contenidos más importantes de la rama de las Matemáticas, pues tiene una gran relevancia en el análisis matemático. El límite presenta una considerable complejidad y basta con fijarse en su desarrollo histórico para observar que hasta el siglo XIX no se alcanzó una definición tan precisa como la se tiene en actualidad. Desde el punto de vista matemático, no debemos olvidar que este objeto es totalmente nuevo para los alumnos de pregrado, lo que, añadido a su complejidad, hacen del límite una de las nociones más difíciles de asimilar. Al reflexionar sobre el campo de la didáctica de la matemática entorno a objetos matemáticos, uno identifica diferentes parcelas de conocimiento que aportan a esta disciplina y objeto, por ejemplo, la psicología, la sociología, la historia, la etnografía, entre otras áreas, que dan cobijo a diferentes posturas teóricas y metodológicas. Sin embargo, la filosofía es la que da soporte a cuestionamientos como: "¿Cuál es la naturaleza de los objetos matemáticos?,¿Cuál es el papel que juegan en el significado de los objetos matemáticos, sus relaciones con otros objetos, las situaciones problemáticas en las cuales se usan como herramientas, y las diversas representaciones simbólicas?"

La investigación de la enseñanza del límite, en cuanto a las dificultades asociadas a su definición, a los errores que muestran los Estudiantes, ha sido el verdadero foco investigaciones (Godino, Batanero & Font, 2007, p. 128).

Referencias

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.

P 014

MODELACIÓN ESCOLAR DE FENÓMENOS NO LINEALES

Johanna Alfaro Muñoz, Omar Aros Troncoso, Rodrigo Ramírez Alegría
Universidad Alberto Hurtado

johanna.alfaro.m@gmail.com, aros.o.t.94@gmail.com, rramirez@psj.cl

Didáctica del Álgebra

RESUMEN

Actualmente en Chile, los programas de estudio se encuentran en un proceso de ajustes y modificaciones. En Matemática, el estudio de funciones en la etapa escolar constituye una rama de considerable importancia. Es frecuente en este nivel educacional observar en los estudiantes tendencias a perpetuar modelos lineales en funciones no lineales. El siguiente trabajo de investigación de tipo cualitativo ha buscado propiciar instancias en que los alumnos descubran fenómenos cotidianos y sean capaces de modelarlos matemáticamente, a través de actividades de clase que les involucran de manera enactiva.

Palabras clave: Modelación, Ingeniería didáctica, función exponencial, matemática escolar, obstáculos

EXTENSIÓN DE MODELOS LINEALES EN CONTEXTOS NO LINEALES

Ha sido documentado durante las últimas décadas, fenómenos didácticos que guardan relación con la adquisición de nociones y conceptos por parte de los estudiantes. Fischbein (como se citó en D'Amore, 2005) define los modelos parásitos como "aquellos modelos que corresponden plenamente a las exigencias intuitivas y que tienen por lo tanto una aceptación inmediata fuerte". En este sentido, la función lineal, la proporción directa y el estudio de porcentaje pueden representar obstáculos para la enseñanza de funciones donde la relación entre las variables es de tipo no lineal (cuadrática, exponencial, logarítmica, entre otras).

La extensión de modelos lineales ha sido el foco de estudio de esta investigación, la cual se ha confeccionado fusionando elementos de dos metodologías: Ingeniería Didáctica y Esutdio de Clase. Ambas han permitido producir una secuencia de enseñanza aprendizaje que ha buscado pesquisar cómo responden los estudiantes a actividades que buscan transitar de lo lineal a lo no lineal en el estudio de funciones. El diseño consideró situaciones de tipo didáctica y a-didáctica, parte de la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007). La utilización de variados registros (gráfico, pictórico, simbólico) y el uso de TICs han permitido al estudiante explorar de manera enactiva. Lo anterior les ha ayudado a adquirir el concepto de función exponencial, avanzando desde la observación de patrones para obtener el modelo algebraico.

Referencias

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la Teoría de Situaciones Didácticas, Libros del Zorzal, Buenos Aires, Argentina.
D'Amore, B. (2005). Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática, Editorial Reverté, Barcelona, España.

XXII JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

uah / Facultad de Educación
Universidad Alberto Hurtado

GALILEO
Libros & Educación

UMÁXIMO .com

Editorial
Crecer Pensando

BENDITAQUA
Simplemente perfecta
PREMIUM

Didácticos DM Mandala

efecto educativo
Rompiendo barreras de aprendizaje

Caligrafix
Comprometidos con la educación

UAH1501
INNOVACIÓN ACADÉMICA
PROFESIONALES INTEGRALES