



# REVISIÓN SISTEMÁTICA ACERCA DE LA PROPORCIONALIDAD EN LIBROS DE TEXTO

## SYSTEMATIC REVIEW OF PROPORTIONALITY IN TEXTBOOKS

**Karol Mayreni Martínez-Meléndez**

mm224470010@alm.buap.mx

<https://orcid.org/0009-0006-2450-1012>

*Estudiante de la Maestría en Educación Matemática*

*Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México.*

**Lizet Morales-García**

lizet.morales@correo.buap.mx

<https://orcid.org/0000-0002-2295-2278>

*Doctora en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa*

*Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México.*

**José Antonio Juárez-López**

jajul@fcfm.buap.mx

<https://orcid.org/0000-0003-2501-943X>

*Doctor en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa*

*Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México.*

### RESUMEN

La revisión sistemática es eficiente en numerosos elementos críticos, puesto que consigue facilitar un resumen del estado del conocimiento de un campo, y con ello distinguir tendencias en la investigación sobre un tema específico. En este estudio de revisión, se identificaron las tendencias de las investigaciones relacionadas con el análisis de libros de texto de matemáticas sobre el concepto de proporcionalidad. Para la búsqueda de investigaciones sobre el tema se utilizó el método PRISMA 2020 y se consultaron bases de datos (ERIC, EBSCO, SciELO, SpringerLink y Taylor & Francis, Dialnet); repositorios (FUNES, Google Académico y ResearchGate); así como números temáticos del Enfoque Ontosemiótico. Con el análisis de los artículos identificados se encontraron cuatro categorías: análisis e intervención formativa, propuestas teóricas, idoneidad didáctica y análisis de contenido y didáctico. El resultado de esta investigación sirve para reconocer la tendencia en las investigaciones sobre proporcionalidad en libros de texto y con esto identificar líneas de investigación sobre el tema.

#### Palabras clave:

Libro de texto; Proporcionalidad; PRISMA; Revisión sistemática; Enfoque Ontosemiótico

### ABSTRACT

Systematic reviews are effective in addressing numerous critical elements, as they provide a summary of the state of knowledge in a given field, thereby allowing the identification of research trends on a specific topic. In this review study, research trends related to the analysis of mathematics textbooks on the concept of proportionality were identified. The PRISMA 2020 method was used to search for relevant studies, consulting databases (ERIC, EBSCO, SciELO, SpringerLink, and Taylor & Francis, Dialnet); repositories (FUNES, Google Scholar, and ResearchGate); as well as thematic issues of the Ontosemiotic Approach. Through the analysis of the identified articles, four categories emerged: formative analysis and intervention, theoretical proposals, didactical suitability, and content and didactical analysis. The findings of this study may serve to recognize trends in research on proportionality in textbooks and, consequently, to identify potential lines of inquiry on the topic.

#### Keywords:

Textbooks; Proportionality; PRISMA; Systematic review; Ontosemiotic approach.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los libros de texto son unos de los principales recursos utilizados por los profesores en el aula. La utilización se ha producido de forma generalizada, ejerciendo para ello distintas funciones: como objeto de estudio, material de consulta, colección de ejercicios y problemas a resolver, etcétera. Lo que ha propiciado una práctica escolar estipulada por su uso (González y Sierra, 2004). Dada la importancia que tiene este recurso didáctico, es necesario reflexionar sobre sus ventajas y limitaciones (Fernández y Caballero, 2017). Por otra parte, el estudio de libros de texto es considerado un campo de investigación, lo anterior considerando su relación con el currículo, su historia y epistemología (Ruíz et al., 2013). Particularmente sobre los libros de texto de matemáticas, existen distintas investigaciones en las que se analiza el contenido, su estructura, la idoneidad didáctica o la demanda cognitiva de las tareas propuestas en el mismo.

Martínez et al. (2015) utilizaron el término 'libro de texto' para denominar a los manuales que son empleados por profesores y estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de una asignatura en particular. Asimismo, Burgos et al. (2022a) consideraron una lección de un libro de texto como un proceso de instrucción anticipado o planeado por parte de los autores de los libros, que el docente puede aceptar para llevar a cabo el proceso de instrucción efectivo.

En un libro de texto se explican los problemas matemáticos que se deben solucionar, utilizando modelos matemáticos, ejemplos iniciales, conceptos, descripciones y argumentaciones, indicando a los estudiantes lo que se debe hacer e inclusive en algunos casos cómo realizarlo (individual, parejas o equipos). Generalmente, los libros de texto introducen dibujos, ilustraciones que son considerados como alentadores, y recursos didácticos adicionales (Burgos et al., 2020).

Rico (2007) realizó una clasificación de las investigaciones en Educación Matemática, específicamente, en el área de planeación de clases y elección de medios, apoyos didácticos y modelos para utilizar en el salón de clases. Además, este autor consideró investigaciones acerca de libros de texto, su estructuración, composición, lenguaje y la inclusión de materiales y modelos. Sin embargo, investigaciones sobre estados del arte o revisiones

sistemáticas sobre el análisis de libros de texto de matemáticas considerando conceptos específicos son menos reportadas en el área. Entre ellas, Vidal-Henry et al. (2021) realizaron una revisión sistemática de literatura de las investigaciones publicadas desde 2006 hasta 2021 con respecto a gráficos y tablas estadísticas que se encuentran en libros de Matemáticas. Como resultado identificaron cuatro focos de interés: estudios comparativos (comparativos curriculares), estudio de la calidad de las tareas propuestas, las clases de representación y su dificultad, y conversión entre diferentes registros de representación y relaciones intra-matemáticas.

En línea con lo anterior, para Yepes-Nuñez et al. (2021) una revisión sistemática expone de forma evidente todos los procedimientos para compilar y resumir resultados de investigaciones individuales que estudian alguna cuestión notoriamente planteada. Por su parte, Linares-Espinós et al. (2018) señalaron que una revisión sistemática es un resumen crítico de los productos de investigaciones disponibles acerca de una misma cuestión, el cual identifica, evalúa y sintetiza óptimamente la evidencia disponible; de igual forma, define información que no se haya aclarado con el propósito de contestar posibles preguntas. Otros autores tal como Matthew et al. (2021) han aludido a que la revisión sistemática es eficiente en numerosos elementos críticos, puesto que consigue facilitar un resumen de la situación del conocimiento de un campo, y con ello distinguir futuras tendencias de investigación, afrontar preguntas que no lograban ser contestadas en estudios particulares, reconocer problemas en investigaciones iniciales que necesitan ser perfeccionadas y crear o evaluar teorías del por qué o el cómo suceden hechos o acontecimientos que generan interés.

La necesidad de realizar revisión sistemática en conceptos es justificado dado el aporte e implicaciones que pueden arrojar estos estudios; considerando lo anterior, el concepto de proporcionalidad es de interés, ya que, supone el término del aprendizaje de la aritmética y da partida a nuevos temas a estudiar (Martínez et al., 2015). Dada la relevancia de este concepto en lo específico, en primaria y secundaria con frecuencia no es apropiado el tratamiento dado en los libros de texto, debido al dominio de problemas memorísticos habituales que son incluidos, provocando que el progreso del

razonamiento proporcional en estudiantes no sea el idóneo (Castillo y Burgos, 2023). Asimismo, Martínez et al. (2017) exponen la importancia del concepto de proporcionalidad en los planes de primaria y secundaria de distintos países, justificando la atención hacia este tema.

Actualmente, dada la cantidad de investigaciones existentes sobre esta línea, es importante identificar las tendencias principales con el objetivo de

reconocer áreas de oportunidad o líneas de investigación establecidas sobre conceptos específicos. Por tal motivo, esta investigación tiene como objetivo identificar las tendencias de las investigaciones relacionadas con el análisis de libros de texto de matemáticas sobre el concepto de proporcionalidad.

## 2. MÉTODO

La declaración PRISMA 2020, de acuerdo con Matthew et al. (2021), se creó esencialmente para revisiones sistemáticas de investigaciones que conciernen al área de la salud; no obstante, los criterios de comprobación y el diagrama de flujo del PRISMA 2020 es beneficioso y práctico para organizar y efectuar revisiones sistemáticas para avalar que se logre conseguir toda la información. Matthew et al. (2021) establecieron que la lista de verificación para resúmenes estructurados está constituida por:

*Título.* Se identifica el artículo, memoria o informe como una revisión sistemática.

*Antecedentes.* Se abordan los objetivos o preguntas.

*Métodos.* Se definen los criterios de elegibilidad, así como las referencias, es decir, las bases de datos o revistas que se usaron para su obtención, métodos empleados para evaluar el posible sesgo de las investigaciones, métodos recurridos para la síntesis de resultados.

*Resultados.* El número de estudios incluidos y un resumen de resultados.

*Discusión.* Resumen de las limitaciones de lo obtenido y un análisis general de los resultados.

*Otros.* Puntualizar la financiación y el registro del estudio.

### 2.1. Criterios de inclusión y exclusión

Para evitar un posible sesgo de las investigaciones se incluyeron únicamente artículos científicos, puesto que están sometidos a una revisión por pares o arbitraje que avalan su calidad. Para la búsqueda y selección de artículos de investigación se consideraron cuatro fases: identificación, selección, elegibilidad e inclusión. Lo anterior, considerando los siguientes criterios de inclusión y exclusión de artículos (Tabla 1).

Tabla 1

Criterios de inclusión o exclusión de artículos de investigación

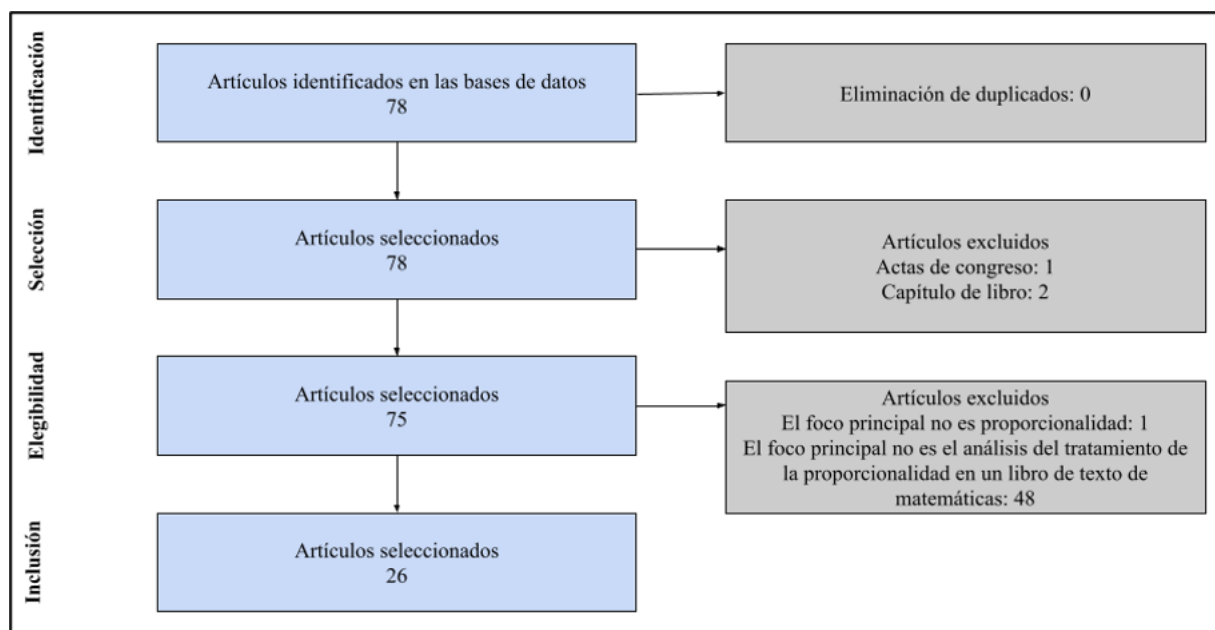
Inclusión	Exclusión
El artículo está en acceso libre	Es un acta de congreso o capítulo de libro
El artículo fue publicado en el periodo de tiempo de 2015 – 2023	El foco principal no es el análisis del tratamiento de la proporcionalidad en un libro de texto de matemáticas
Proporcionalidad y/o libros de texto aparecen como palabras clave	El foco principal no es la proporcionalidad

Nota. Elaboración propia.

El objetivo de la revisión sistemática es responder las siguientes preguntas, ¿cuál es el objetivo de las investigaciones? ¿qué elementos teóricos y metodológicos se utilizan? ¿qué contenidos o conceptos matemáticos sobre proporcionalidad se han abordado? ¿cuál es el nivel educativo en el que se centran las investigaciones? En la Figura 1 se describe cada fase de la revisión sistemática.

Figura 1

Proceso de búsqueda, revisión, selección e inclusión de los artículos de investigación



Nota. Elaboración propia.

A continuación, se presentan las actividades realizadas en cada fase.

**Identificación.** En esta fase se llevó a cabo la búsqueda de artículos de investigación publicados de 2015 a 2023 en bases de datos como ERIC (9), EBSCO (1), SciELO (11), SpringerLink (11) y Taylor & Francis (3), repositorios como FUNES (3), Google Académico (22), ResearchGate (9), números temáticos del Enfoque Ontosemiótico (EOS) (8), Dialnet (1). En cada caso se utilizó una combinación de las siguientes palabras clave: proporcionalidad, libros de texto, Enfoque Ontosemiótico y formación de profesores, proportionality, textbooks, Ontosemiotic Approach and teacher education. Se emplearon como palabras principales proporcionalidad y libros de texto. Con lo anterior, se identificaron un total de 78 artículos de investigación.

**Selección.** En esta fase se revisó que no hubiera investigaciones duplicadas (0), posteriormente después de la revisión del título, resumen y palabras clave, se eliminaron actas de congreso (1) y capítulos de libro (2).

**Elegibilidad.** En esta fase, después de haber leído detalladamente cada uno de los artículos se descartaron aquellos en los que el foco de interés no era exclusivamente el tratamiento del concepto de proporcionalidad (1) y el foco principal no era el análisis del tratamiento de la proporcionalidad en un libro de texto de matemáticas (48). Con lo anterior, se excluyeron un total de 49 artículos.

**Inclusión.** Se incluyeron al final 26 artículos de investigación, los cuales se organizaron en un archivo de Excel (ver Figura 2), en el que a cada investigación se les asignó un código de identificación, título, objetivo, año, revista, concepto o contenido, palabras clave, nivel educativo, elementos teóricos y/o metodológicos y país.

Figura 2

Tabla de Excel con información de las investigaciones incluidas

Código	Título	Objetivo	Año	Revista	Núm temáticas del E	Concepto o contenido	Palabras clave	Nivel educati
A1	Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria	Se analizan los diversos significados de la proporcionalidad aplicando herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico. En particular, tratamos la interpretación del significado en términos de sistemas de prácticas operativas y discursivas relativas a la resolución de tipos de problemas y el modelo de niveles de algebrización de la actividad matemática. Proponemos un modelo para categorizar los significados de la proporcionalidad según el nivel de algebrización de las prácticas matemáticas, esto es, según el grado de generalidad de los objetos implicados, de los lenguajes usados y del cálculo	2020	AIEM	Si	Proporcionalidad	Proporcionalidad; significados pragmáticos; configuración ontosemiótica; diseño curricular; niveles de algebrización.	Primaria 3 ciclo, secundaria 1 universidad.
A4	Análisis didáctico de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto de primaria con herramientas del enfoque ontosemiótico	Análisis didáctico de los libros de texto en términos de caracterizar la idoneidad de las trayectorias didácticas propuestas en los mismos e identificar posibles cambios para mejorar los aprendizajes pretendidos. ¿Cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de instrucción planificado? ¿Cómo gestionar el uso del texto para incrementar la idoneidad del proceso de estudio? En este trabajo desarrollamos un método para realizar el análisis en profundidad y amplitud de las características de una lección de un libro de texto, que aborda el estudio de la proporcionalidad en el último curso de educación primaria, aplicando herramientas del Enfoque	2020	Bolema	Si	Proporcionalidad	Análisis didáctico. Libro de texto. Enfoque ontosemiótico. idoneidad didáctica.	Sexto curso de primaria
A5	Análisis didáctico en la formación de	se describe el diseño e implementación de una experiencia	2023	Revista	No	Proporcionalidad	Formación de	Primaria

Nota. Elaboración propia.

En la Tabla 2<sup>1</sup> se presentan las investigaciones organizadas por año, así como el código asignado. Por ejemplo, A4 se entenderá como Artículo 4 que hace referencia al estudio de Burgos y Godino (2020a).

Tabla 2

Investigaciones sobre el tratamiento de la proporcionalidad en libros de texto

Código	Referencia de la investigación
A1	Martínez et al. (2015)
A2	Aroza et al. (2016)
A3	Martínez et al. (2017)
A4	Burgos y Godino (2020a)
A5	Burgos et al. (2020)
A6	Burgos y Godino (2020b)
A7	Burgos y Godino (2020c)
A8	Ibáñez y Martínez (2020)
A9	Burgos y Godino (2021a)
A10	Luque y Ibarra (2021a)
A11	Burgos y Godino (2021b)
A12	Castillo et al. (2021)
A13	Vega (2021)

Código	Referencia de la investigación
A14	Burgos y Castillo (2022a)
A15	Burgos y Castillo (2022b)
A16	Castillo y Burgos (2022a)
A17	Castillo y Burgos (2022b)
A18	Castillo et al. (2022a)
A19	Castillo et al. (2022b)
A20	Castillo et al. (2022c)
A21	Azzahra et al. (2022)
A22	Burgos et al. (2023a)
A23	Castillo y Burgos (2023)
A24	Burgos y Chaverri (2023)
A25	Burgos et al. (2023b)
A26	Burgos y Castillo (2023)

Nota. Elaboración propia.

<sup>1</sup>Enlace tabla 2

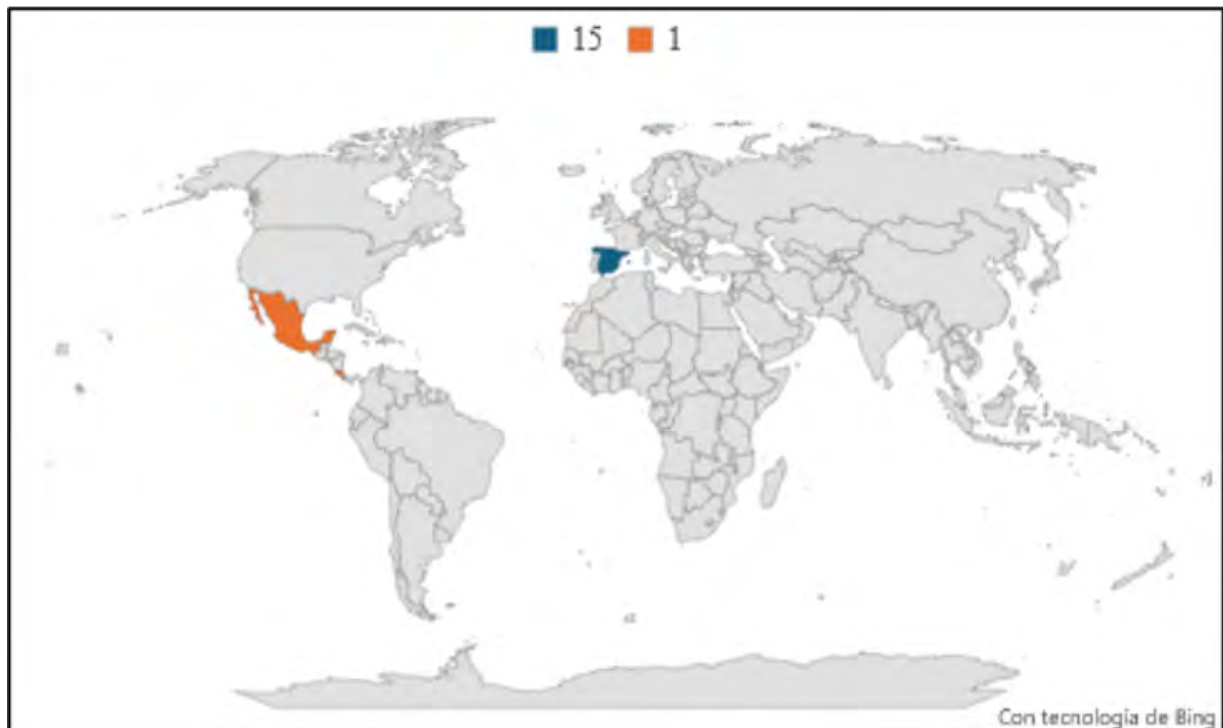
### 3. RESULTADOS

#### 3.1 Análisis de la información contenida en los artículos

La síntesis de resultados se presenta en la Figura 3 mediante un mapa en el que se muestra la procedencia de las investigaciones. Posteriormente, en la Figura 4 el gráfico de barras contiene información sobre el número de investigaciones por año de publicación. Además, en la Figura 5 se muestra una nube con las palabras claves declaradas en los artículos que se incluyeron en esta investigación. Finalmente, en la Figura 6 se presenta un gráfico sobre el nivel educativo en el que se centran las investigaciones.

**Figura 3**

Investigaciones que se han realizado sobre la proporcionalidad en libros de texto

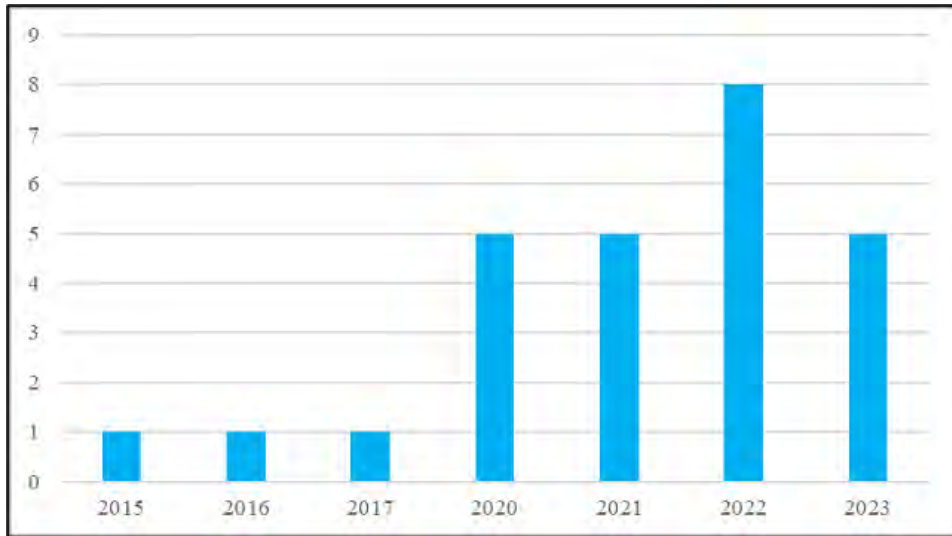


*Nota. Esta figura incluye solo 16 investigaciones de las 26, dado que en estas se muestra aquellos artículos en los que se especificaba el país en el que fue realizado/aplicado el estudio o el país de origen del libro analizado. Elaboración propia.*

En la Figura 3, se evidencia que la mayor parte de los estudios se realizaron en España, con un total de 15 artículos específicamente del grupo de investigadores de Burgos, Castillo y colaboradores. Mientras que, en México y Costa Rica se identificó solo un artículo.



Figura 4  
Año de publicación



Nota. Elaboración propia.

La Figura 4, muestra que las investigaciones acerca del tratamiento de la proporcionalidad aumentaron a partir del 2020, dando como resultado ocho artículos en el 2022, siendo el mayor número en ese año, teniendo en cuenta el intervalo temporal (2015 a 2023). Asimismo, se muestra que del 2015 al 2017 solamente se publicó un artículo por año.

Figura 5  
Nube de palabras de las palabras claves que contienen cada artículo incluido



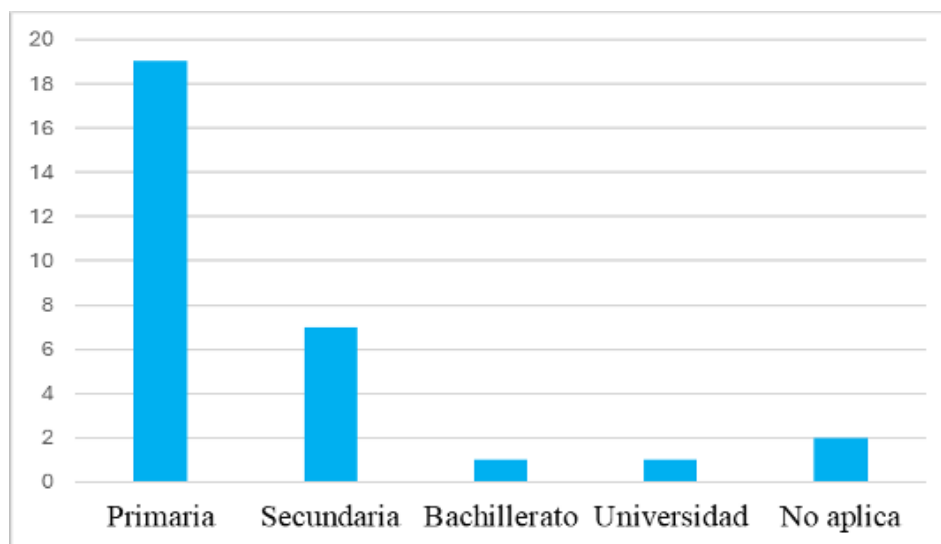
Nota. Elaboración propia.

La Figura 5, contiene las palabras claves de cada artículo (106 palabras en total) en la que Proporcionalidad fue la palabra predominante. Las palabras con mayor frecuencia son: Proporcionalidad (13), Idoneidad didáctica (9), Libro de texto (7), Formación de profesores (6), Análisis didáctico (5), Formación docente (5) y Libros de texto (5).

Por otra parte, se identificó en cada artículo los contenidos asociados en los análisis de libros de texto, arrojando como resultados lo siguiente; las investigaciones suelen emplear proporcionalidad en términos generales, por ejemplo, en Burgos et al. (2020) hace referencia del concepto de proporcionalidad, posteriormente en una tabla identifica proporcionalidad directa, razones, proporciones, entre otros; sin embargo, en general, utiliza proporcionalidad. Por lo tanto, en las 26 investigaciones los conceptos o definiciones involucrados pertenecen a Proporcionalidad (20), Proporcionalidad compuesta (2), Proporcionalidad aritmética (1), Proporcionalidad inversa (1), Proporcionalidad directa (1). Además, No aplica (1) dado que en esta investigación se enfocaba en realizar una guía de análisis de libros de texto de proporcionalidad.

**Figura 6**

**Nivel educativo**



*Nota. En dos investigaciones se abordaron varios niveles educativos en los mismos estudios.*

La Figura 6, muestra que el nivel educativo principal en el que se enfocaron las investigaciones es en Primaria con 19 investigaciones. Se asignó No aplica cuando no fue posible identificar el nivel. Estos resultados fueron obtenidos después de reconocer la procedencia del libro o la lección de proporcionalidad abordada en cada artículo. Con ello se logró identificar que las actuales investigaciones están centradas en primaria. Mientras que, en bachillerato y universidad arrojan un número significativamente bajo, lo que abre una línea de investigación.

### 3.2 Tendencias en las investigaciones

En la Tabla 3 se definen las tendencias encontradas en las investigaciones; lo anterior considerando el objetivo principal de cada artículo, dado que, después de su análisis se establecieron categorías que informan sobre las distintas líneas de investigación. Es decir, después de la fase de inclusión, nuevamente se identificaron en particular los objetivos de investigación, así como el marco teórico y la metodología declarada en cada artículo; para determinar elementos en común y lograr establecer una categoría, por ejemplo, para análisis e intervención formativa se incluyeron estudios que abordan experiencias de acciones formativas con futuros profesores, en donde se analizaban las lecciones o libros de texto para identificar las dificultades sobre proporcionalidad y desarrollar competencia reflexiva en los docentes en servicio y/o formación. Además, los elementos teóricos y metodológicos que trataban son idoneidad didáctica e



ingeniería didáctica desde la perspectiva del EOS. La Tabla 3 contiene la descripción de cada categoría.

**Tabla 3**

*Descripción de cada categoría encontrada en las investigaciones*

<b>Categoría</b>	<b>Descripción</b>	<b>Número de artículos</b>
Análisis e intervención formativa	La característica principal que posee esta categoría es que se encuentran artículos en los que se aborda una intervención o acción formativa con profesores en formación ya sea en educación primaria o secundaria.	13
Propuestas teóricas	Se encuentran artículos que tienen como objetivo presentar una propuesta, una metodología, un modelo o una guía para el análisis de tareas, a partir de elementos teóricos como la ingeniería o idoneidad didáctica.	3
Idoneidad didáctica	Se incluyen investigaciones que utilizan indicadores de idoneidad didáctica para la valoración de tareas. Considerando elementos teóricos como la configuración epistémica.	5
Análisis de contenido y didáctico	Se encuentran investigaciones que tratan el análisis de tareas de proporcionalidad, como, por ejemplo, el análisis de contenido donde interesó la estructura conceptual, fenomenología y sistemas de representación, así como el uso de praxeologías y clasificaciones de acuerdo con el contenido y análisis didáctico.	5

*Nota. Elaboración propia.*

Se evidencia que la tendencia de las investigaciones pertenece al análisis e intervención formativa con un total de 16 artículos, siendo más del 50% de los estudios incluidos en esta investigación. Dada la tendencia de las investigaciones con elementos teóricos del EOS, es imprescindible mencionar que no todos los estudios son abordados desde esta perspectiva, por ejemplo, los artículos de la categoría análisis de contenido y didáctico discuten otros enfoques; en Ibáñez y Martínez (2020) realizaron un análisis de contenido del tratamiento de la proporcionalidad aritmética contemplando la estructura conceptual, fenomenología y sistemas de representación.

Asimismo, Martínez et al. (2015) llevaron a cabo un análisis de contenido de la proporcionalidad compuesta para estudiar los significados de los temas expuestos en libros de texto españoles, centrándose en sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología. Azzahra et al. (2022) realizaron un análisis de contenido a libros de texto en las lecciones de proporcionalidad inversa contemplando elementos praxeológicos e indicadores: tipo de tarea (presentación matemática, ilustraciones que estén de acuerdo al desarrollo cognitivo, el problema es contextual y utiliza modelos en particulares), técnica (oportunidad que el estudiante utilice el método de elección), tecnología (procesos de comprobación y justificación de técnicas) y teoría (los estudiantes tienen oportunidad de realizar situaciones institucionales y aplicar conclusiones).

En cambio, Martínez et al. (2017) realizaron un análisis de contenido de los libros españoles en las lecciones de proporcionalidad compuesta, clasificando de acuerdo con el tipo de problema conforme a su contexto, clasificación de Cramer y Post (problema de valor perdido, comparación numérica y comparación y predicción cualitativa), la estructura funcional conforme a la tipología (de dos a cuatro magnitudes, la proporcionalidad que se aborde y el valor perdido), posición y papel dentro de la lección en la que se encuentra y la magnitud.

El análisis de contenido efectuado en las investigaciones anteriores permitió profundizar acerca de los

conceptos, procedimientos, situaciones, contextos, expresiones, símbolos que exhiben las unidades de los libros de texto, en que se detectaron deficiencias, errores, tipología de problemas, así como presentación del concepto en la unidad.

Por otro lado, Vega (2021) llevo a cabo un análisis didáctico para determinar cómo llegan los saberes relativos al concepto de proporcionalidad, a lo cual realizó un análisis a un libro de texto utilizando la transposición didáctica en dos fases: saber sabio al saber enseñar, saber enseñar al saber enseñado; y en la segunda parte se consideraron prácticas docentes, el libro de texto y la planeación de clase. Este estudio permitió identificar que la proporcionalidad aparece como un conjunto de prácticas para dar solución al problema utilizando definiciones y propiedades.

Es relevante denotar los distintos elementos teóricos con los que se analiza el tratamiento de la proporcionalidad en libros texto, sin desestimar el aporte que cada enfoque ofrece, sin embargo, la tendencia actual comprendida de 2015 a 2023 considerando los criterios de exclusión/ inclusión previos establecidos muestran una inclinación a utilizar elementos teóricos del EOS.

Por otra parte, en la Tabla 4 se muestra la categoría, el código y la descripción en general de los objetivos que engloban los artículos que pertenecen a esa categoría.

**Tabla 4**

*Categorías identificadas en las investigaciones del tratamiento de la proporcionalidad en libros de texto*

<b>Categoría</b>	<b>Código</b>	<b>Descripción de objetivos</b>
Análisis e intervención formativa	A22 A14 A15 A16 A23 A6 A9 A7 A24 A25 A12 A11 A26	En general la mayoría de los objetivos de investigación abordan diseñar, implementar, analizar y/o promover una experiencia o acción formativa con profesores en formación en que el objeto matemático con frecuencia es la proporcionalidad directa en libros de texto o una lección del libro de texto. Estas acciones formativas están orientadas a la identificación de conflictos epistémicos, la competencia reflexiva, análisis de idoneidad didáctica, y dificultades de resolución de problemas de proporcionalidad.
Propuestas teóricas	A4 A18 A20	Estos artículos son de corte teórico y en ellos se proponen modelos o metodologías para el análisis de la proporcionalidad en libros de texto. En las propuestas se interesaron por estudiar los significados de la proporcionalidad considerando los grados de algebrización. Así como una metodología para valorar la idoneidad didáctica el contenido de proporcionalidad con el objetivo de proponer mejoras a las tareas. Por último, se identificó una guía de análisis que comprende componentes e indicadores de idoneidad didáctica para analizar las lecciones o el contenido que se encuentran en los libros de texto de matemáticas.
Idoneidad didáctica	A5 A17 A19 A10 A2	En estas investigaciones se tiene como propósito analizar y describir reflexiones que hacen futuros profesores de matemáticas acerca del grado de representatividad que tienen los elementos del significado evaluado de la proporcionalidad. Finalmente, se proponen indicadores de idoneidad didáctica de proporcionalidad considerando elementos teóricos del Enfoque Ontosemiótico.

Análisis de contenido y didáctico	A8	Se refiere a objetivos que tienen la finalidad de analizar el tratamiento de la proporcionalidad en libros de texto de educación secundaria y primaria en países como México y España para detectar carencias en los procesos de enseñanza y aprendizaje de proporcionalidad utilizando análisis de contenido para clasificar los problemas por su estructura, posición y función en la lección, así como el análisis con el uso de teorías praxeológicas en contenido específico de proporcionalidad compuesta e inversa. Asimismo, su estructura, fenomenología, sistema de representaciones y clasificación de contenido. Además, de investigaciones que involucraron un análisis didáctico.
	A1	
	A3	
	A13	
	A21	

*Nota. Elaboración propia.*

#### 4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

El objetivo de este estudio fue identificar las tendencias de las investigaciones relacionadas con el análisis de libros de texto de matemáticas sobre el concepto de proporcionalidad., específicamente dar respuesta a ¿cuál es el objetivo de las investigaciones? ¿qué elementos teóricos y metodológicos se utilizan? ¿qué contenidos o conceptos matemáticos sobre proporcionalidad se han abordado? ¿cuál es el nivel educativo en el que se centran las investigaciones? Para esto se llevó a cabo una revisión sistemática considerando el método PRISMA 2020.

Para contestar la pregunta ¿cuál es el objetivo de las investigaciones? se analizó cada artículo y se determinaron categorías que representan las tendencias actuales en las investigaciones de acuerdo con los criterios de inclusión/exclusión establecidos previamente, este análisis arrojó como resultados cuatro categorías: análisis e intervención formativa, propuestas teóricas, idoneidad didáctica y análisis de contenido y didáctico, que fueron establecidas a partir de sus objetivos. Además, se identificó como tendencia principal las investigaciones sobre análisis e intervención formativa, dado que muestra un número considerable de artículos. Por otro lado, categorías en las cuales hace falta profundizar son idoneidad didáctica y propuestas teóricas, debido a que poseen una menor cantidad de estudios.

Por otra parte, dando respuesta a la pregunta ¿Qué elementos teóricos y metodológicos se utilizan?, los elementos teóricos y/o metodológicos que predominaron en las investigaciones recaen en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) específicamente en el uso de indicadores de la GALT-proporcionalidad (Castillo et al., 2022d), así como

Ingeniería didáctica desde esta perspectiva, para organizar intervenciones formativas (e. g., Burgos y Chaverri, 2023; Burgos y Castillo, 2023). Mientras que, en cinco investigaciones se utilizaron distintos elementos teóricos, por ejemplo, en Martínez et al. (2017) se realizó un análisis de contenido a los problemas establecidos en un libro texto, los que se clasificaron de acuerdo con su estructura, posición, el rol que tienen en la lección y el tipo de magnitudes a utilizar, con el propósito de caracterizar la enseñanza y encontrar las deficiencias que se presentan en las lecciones de proporcionalidad compuesta. Asimismo, Azzahra et al. (2022) realizaron un análisis a libros de texto de matemáticas en las lecciones sobre proporcionalidad inversa para conocer la idoneidad de las lecciones, llevando a cabo un análisis de contenido en términos de la teoría praxeológica, en que establecieron pautas considerando los siguientes elementos praxeológicos: tipo de tarea, técnica, tecnología y teoría.

Es importante realizar una comparativa de cómo un mismo tema de investigación puede ser abordado con distintos elementos teóricos y/o metodológicos para analizar la idoneidad de una lección de un libro de texto, es decir, un ejemplo de lo anterior es Azzahra et al.(2022) realizando un análisis de contenido en términos de la teoría praxeológica, por otro lado Castillo y Burgos (2023) realizaron un diseño e implementación de una acción formativa para promover la competencias reflexiva, para ello los futuros profesores analizaron la idoneidad didáctica de una lección de proporcionalidad.

Ahora, dando respuesta a la pregunta ¿qué contenidos o conceptos matemáticos sobre proporcionalidad se han abordado?, sobre los contenidos o conceptos matemáticos, estos fueron proporciona-

lidad compuesta e inversa. Es importante resaltar que en la mayoría de las investigaciones se atendió la proporcionalidad en general, es decir, en la mayoría de los estudios se refirió en general al concepto de proporcionalidad, teniendo en específico lo siguiente: proporcionalidad (20), proporcionalidad compuesta (2), proporcionalidad aritmética (1), proporcionalidad inversa (1), proporcionalidad directa (1) y no aplica (1) dado que este último se centraba en crear una guía de análisis. Por último, para contestar la pregunta ¿cuál es el nivel educativo en el que se centran las investigaciones?, se obtuvo que la mayoría de los estudios (19) se enfocaron en el análisis de tareas en libros de texto de educación primaria. Al respecto, Castillo y Burgos (2022b) mencionaron que este contenido matemático es de importancia en los programas de estudios de primaria y secundaria, puesto que usualmente no se aborda de forma adecuada en los libros de texto; reconociendo una marcada influencia del aprendizaje memorístico de rutinas, la cual contribuye a obstaculizar la argumentación acerca de las circunstancias que facilitan emplear la regla de tres al solucionar un problema o situación, creando dificultades para realizar un razonamiento proporcional.

Cabe mencionar que, el análisis de libros de texto aumentó su relevancia en la investigación en Educación Matemática, puesto que es un recurso didáctico utilizado en el salón de clases. Además, posibilita distintas oportunidades de investigación. Aunado a lo anterior, las guías escolares (libros de texto) son el origen cercano que evidencia las prácticas de los profesores, por lo cual, el análisis y la evaluación del dominio o idoneidad tiene que ser un elemento en los planes de formación de docentes en matemáticas (Castillo et al., 2022b). Asimismo, Burgos et al. (2020b) mencionaron que se han realizado relevantes progresos en las investigaciones sobre los libros de texto de matemáticas en los últimos años, comprendiendo temas como el papel de los libros en la enseñanza-aprendizaje, el uso de los libros por parte de los docentes y estudiantes entre otros, siendo el libro de texto el medio principal que consideran los profesores para la implementación de cada plan de estudios.

Finalmente, esta investigación es relevante, puesto que permite conocer el estado actual de las investigaciones realizadas en esta línea, específicamente para el concepto de proporcionalidad, y

con ello se logró reconocer cuáles hace falta abordar, complementando los estudios de Rico (2007) y Vidal-Henry et al. (2021) acerca de realizar revisiones sistemáticas en conceptos específicos. La proporcionalidad es un tema relevante que se enseña en los diferentes niveles educativos en México, puesto que se comienza a estudiar desde el nivel básico hasta el superior, tomado en cuenta como un tema elemental para distintos contenidos matemáticos como porcentajes y variación lineal (Luque y Ibarra, 2021b).

Dada la tendencia actual de utilizar elementos teóricos y metodológicos propios del EOS, algunas implicaciones de este estudio son la necesidad de utilizar distintos marcos teóricos de la Didáctica de la Matemática para abordar el concepto de proporcionalidad y profundizar en aquellas categorías en las que el número actual de estudios es considerablemente bajo -análisis de contenido y didáctico-. Además, conocer el panorama y tendencias actuales de investigaciones acerca del análisis de lecciones o libros de texto que abordan la proporcionalidad, contribuye a la formación de profesores de matemáticas e investigadores en Educación Matemática.

En línea con lo anterior, considerando que la mayoría de las investigaciones son del tipo análisis e intervención formativa, queda abierta la necesidad de profundizar en el diseño de tareas de proporcionalidad a través de modelos teóricos que permitan mejorar su idoneidad didáctica (Godino et al., 2007), así como valorar la idoneidad epistémica (Godino, 2013) del contenido de proporcionalidad que presentan los libros de texto en los distintos niveles educativos. Por otra parte, se establece como futura línea de investigación efectuar intervenciones formativas: para crear tareas de proporcionalidad enfocadas en su solución por medio de razones y proporciones en lugar de procedimientos memorísticos como la regla de tres directa o inversa; la creación de tareas que involucren el significado funcional asociado a la proporcionalidad que sean adecuadas al nivel básico y realizar investigaciones acerca del diseño y selección de material didáctico enfocado a la enseñanza del contenido específico de proporcionalidad.

## 5. REFERENCIAS

- Aroza, C., Godino, J. y Beltrán-Pellicer, P. (2016). Iniciación a la innovación e investigación educativa mediante el análisis de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad. *Avances en Investigación e Innovación – Revista de Educación Secundaria*, 6(1), 1-29.
- Azzahra, N., Herman, T., & Dasari, D. (2022). Analysis of Inverse Proportion in Mathematics Textbook Based on Praxeological Theory. *Jurnal analisa*, 8(2), 152-167.
- Burgos, M., & Castillo, M. (2022a). Developing Reflective Competence in Preservice Teachers by Analysing Textbook Lessons: The Case of Proportionality. *Mathematics Teaching Research Journal*, 14(4), 165-191.
- Burgos, M. y Castillo, M. (2022b). Identificación de conflictos semióticos en una lección de libro de texto sobre proporcionalidad por parte de maestros en formación. *Revemop*, 4, 1-25. <https://doi.org/10.33532/revemop.e202204>
- Burgos, M., & Castillo, M. (2023). Competence of Analysis and Reflection on the Management of Textbook Lessons by Pre-Service Teachers. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 23(1), 1-17. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7274>
- Burgos, M., Castillo, M., Beltrán-Pellicer, P., Giaccone, B. y Godino, J. (2020). Análisis didáctico de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto de primaria con herramientas del enfoque ontosemiótico. *Boletim de Educação Matemática*, 34(66), 40-68. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a03>
- Burgos, M., Castillo, M. y Godino, J. (2023a). Análisis didáctico en la formación de maestros basado en las herramientas del Enfoque ontosemiótico. El caso de lecciones de proporcionalidad. *Revista Interuniversitaria de Formación de Formación del Profesorado*, 98(37.2), 11-34. <https://doi.org/10.47553/rifop.v98i37.2.99050>
- Burgos, M., Castillo, M. y Godino, J. (2023b). Análisis de lecciones de libros de texto basado en las herramientas del Enfoque Ontosemiótico: Una experiencia con maestros en formación. *Revista Paradigma*, XLIV, 34-58.
- Burgos, M. y Chaverri, J. (2023). Creación de problemas de proporcionalidad en la formación de docentes de primaria. *Uniciencia*, 37(1), 254-277. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.14>
- Burgos, M. y Godino, J. (2020a). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (18), 1-20. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.255>
- Burgos, M., & Godino, J. (2020b). Semiotic Conflicts in the Learning of Proportionality: Analysis of a Teaching Experience in Primary Education. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3), 1-18. <https://doi.org/10.29333/iejme/7943>
- Burgos, M., & Godino, J. (2020c). Prospective primary school teachers' competence for analysing the difficulties in solving proportionality problema. *Mathematics Education Research Journal*, (34), 269-291. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00344-9>
- Burgos, M., & Godino, J. (2021a). Assessing the Epistemic Analysis Competence of Prospective Primary School Teachers on Proportionality Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (20), 367-389. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10143-0>
- Burgos, M., & Godino, J. (2021b). Prospective Primary School Teachers' Competence for the Cognitive Analysis of Students' Solutions to Proportionality Tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, (43), 347-376. <https://doi.org/10.1007/s13138-021-00193-4>
- Burgos, M., Tizón-Escamilla, N., & Chaverri, J. (2024). A model for problema creation: implications for teacher training. *Mathematics Education Research Journal*, 1-30. <https://doi.org/10.1007/s13394-023-00482-w>
- Castillo, M., & Burgos, M. (2022a). Developing reflective competence in prospective mathematics teachers by analyzing textbooks lessons. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(6), 1-16. <https://doi.org/10.29333/ejmste/12092>
- Castillo, M. y Burgos, M. (2022b). Reflexiones de futuros maestros sobre la idoneidad didáctica y modo de uso de una lección de libro de texto. *Boletim de Educação Matemática*, 36(72), 555-579. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a25>
- Castillo, M. y Burgos, M. (2023). Idoneidad didáctica de lecciones de proporcionalidad en libros de texto: una experiencia de análisis con maestros en formación. *PNA*, 17(2), 171-199. <https://doi.org/10.30827/pna.v17i2.24089>
- Castillo, M., Burgos, M., & Godino, J. (2021). Prospective high school mathematics teachers' assessment of the epistemic suitability of a proportionality textbook lesson. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 23(4), 169-206. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6552>
- Castillo, M., Burgos, M. y Godino, J. (2022a). Competencia de futuros profesores de matemáticas para el análisis de la idoneidad didáctica de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto. *Educación Matemática*, 34(2), 39-71. <https://doi.org/10.24844/EM3402.02>



- Castillo, M., Burgos, M. y Godino, J. (2022b). Guía de análisis de lecciones de libros de texto de Matemáticas en el tema de proporcionalidad. *Uniciencia*, 36(1), 1-19. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.14>
- Castillo, M., Burgos, M. y Godino, J. (2022c). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. *Educação e Pesquisa*, 48, 1-19. <https://doi.org/10.1590/S1678-4634202248238787esp>
- Castillo, M., Burgos, M., Díaz, J. (2022d). Guía de análisis de lecciones de libros de texto de Matemáticas en el tema de proporcionalidad. *Uniciencia*, 36(1), 1-21. <https://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.14>
- Fernández, M.P. y Caballero, P.A. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 20(1), 201-217. <https://doi.org/10.6018/reifop/20.1.229641>
- Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (11), 111-132.
- Godino, J. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J., Beltrán-Pellicer, P., Burgos, M. y Giacomone, B. (2017). Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de la proporcionalidad. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. [https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/godino\\_beltran.pdf](https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/godino_beltran.pdf)
- Godino, J., Font, V., y Batanero, C. (2020). El enfoque ontosemiótico: implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(2), 3-15. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i2.25>
- González, T. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3872>
- Herbst, P. (2012). Las tareas matemáticas como instrumentos en la investigación de los fenómenos de gestión de la instrucción: un ejemplo en geometría. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 5-22.
- Ibáñez, C. y Martínez, S. (2020). Proporcionalidad aritmética en libros de texto de 4.º de ESO. *SUMA*, (95), 51-58.
- Linares-Espinós, E., Hernández, V., Domínguez-Escrig, J., Fernández-Pello, S., Hevia, V., Mayor, J., Padilla-Fernández, B. y Ribal, M. (2018). Metodología de una revisión sistemática. *Actas Urológicas Españolas*.
- Luque, K. y Ibarra, S. (2021a). El papel de las pruebas escritas en la evaluación de los aprendizajes sobre el tema de proporcionalidad. *SahuarUS*, 5(1), 64-80.
- Luque Álvarez, K. P., & Ibarra Olmos, S. E. . (2021b). Significados de la proporcionalidad promovidos por profesores mexicanos en segundo grado de la escuela secundaria. *Revista Chilena De Educación Matemática*, 13(2), 56-67. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v13i2.52>
- Martínez, S., Muñoz, J. y Oller, A. (2015). Un estudio comparativo sobre la proporcionalidad compuesta en libros de texto españoles de Educación Secundaria Obligatoria durante la LOGSE-LOE-LOMCE. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (8), 95-115.
- Martínez, S., Muñoz, J., Oller, A. y Ortega, T. (2017). Análisis de problemas de proporcionalidad compuesta en libros de texto de 2º de ESO. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(1), 95-122. <https://doi.org/10.12802/relime.17.2014>
- Matthew, J., Joanne E., McKenzie, J., Patrick, M. Bosuyt, Boutron, I., Tammy, C., Hoffmann, Cynthia, D., Shamseer, L., Jennifer M., Tetzlaff, E., Akl, A., Brennan, S., Chou, R., Glanville, J., Jeremy, M., Grimshaw, A., Manoj, Lulu., Li, T., Loder, E., Mayo-Wilson E., McDonald, S., McGuinness, L., Stewart, L., Thomas, J., Tricco, A., Welch, V., Whiting, P., Moher, D., Yepes-Nuñez, J., Urrútia, G., Romero-García, M., y Alonso-Fernández, S. (2021). Declaración PRISMA 2020: una guía actualizada para la publicación de revisión sistemática, *Revista Española de Cardiología*, 74(9), 790-799. <https://doi.org/10.1016/j.recesp.2021.06.016>
- Rico, L. (Editor) (2007). *Bases teóricas del currículo de Matemáticas en Educación Secundaria*. Editorial Síntesis S.A.
- Ruiz, J., Dávila, P., Etxeberria, J. y Sarasua, J. (2013). Los libros de texto de matemáticas del bachillerato en el periodo 1970-2005. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(2), 245-276.
- Vidal-Henry, S. R., H. Arredondo, E., & García-García, J. I. (2021). Research on statistical tables and graphs in primary education textbooks in Latin America: literature review. *Innovaciones Educativas*, 23(35), 193-210. <https://doi.org/10.22458/ie.v23i35.3636>



Vega, B. (2021). La proporcionalidad en el análisis didáctico de un libro de texto. *Revista De Educación Matemática*, Número especial, 1-13.

Yepes-Nuñez, JJ, Urrútia, G., Romero-García, M., & Alonso-Fernández, S. (2021). Declaración PRISMA 2020: una guía actualizada para la publicación de revisiones sistemáticas Declaración PRISMA 2020: una guía actualizada para la publicación de revisiones sistemáticas. *Revista española de cardiología*, 74 (9), 790-799. <https://doi.org/10.1016/j.recesp.2021.06.016>