

RECORRIDO CURRICULAR DE LAS GEOMETRÍAS SINTÉTICA Y ANALÍTICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA EN ARGENTINA

CURRICULAR PATH OF SYNTHETIC AND ANALYTIC GEOMETRIES IN MATHEMATICS TEACHER EDUCATION IN ARGENTINA

Lucía Inés Schaefer

lucias@fceia.unr.edu.ar

<https://orcid.org/0009-0009-4184-1926>

Universidad Nacional de Rosario

Natalia Fátima Sgreccia

sgreccia@fceia.unr.edu.ar

<https://orcid.org/0000-0003-2988-7410>

Universidad Nacional de Rosario

RESUMEN

En una revisión de la bibliografía actual, se advierte una escasa formación en geometrías de futuros profesores en Matemática, y en particular, una falta de integración de los enfoques sintético y analítico en diversos niveles educativos. Así, el objetivo del estudio es analizar los modos de complementariedad de la Geometría Sintética y la Geometría Analítica del plano en Profesorados Universitarios en Matemática de Argentina, en particular, en los niveles de concreción curricular referidos al accionar institucional y al trabajo didáctico en el aula. En este contexto, se buscó responder las preguntas de investigación: ¿de qué manera se incluyen y organizan las geometrías del plano en los planes de estudio vigentes de Profesorados de Argentina? y ¿cómo se articulan los enfoques sintético y analítico en las planificaciones de actividades curriculares disciplinares vinculadas a los espacios donde están presentes las geometrías del plano en estos Profesorados? Se realizó un análisis documental de 31 planes de estudio y de las planificaciones de actividades curriculares referidas a la disciplina de 12 Profesorados, con representatividad geográfica, intencionalmente seleccionados. Se emplearon categorías de análisis que surgen en la exploración del material, en conjunto con categorías teóricas propias del conocimiento especializado de los profesores en Matemática. Los resultados del estudio indican cierta heterogeneidad en cuanto a información disponible de los diferentes Profesorados, como así también la vacancia con relación a la complementariedad de los enfoques geométricos. Se proponen componentes curriculares a considerar en la formación inicial de docentes para la enseñanza de las geometrías.

Palabras clave:

Geometría Sintética, Geometría Analítica, Formación de profesores, Plan de estudio universitario

ABSTRACT

A review of the current literature reveals limited training in geometry in the initial education of future mathematics teachers, and a lack of integration between synthetic and analytic approaches across different educational levels. Accordingly, the aim of this study is to analyze the modes of complementarity between Synthetic Geometry and Analytic Geometry of the plane in university-level Mathematics Teacher Education programs in Argentina, specifically at the levels of curricular implementation related to institutional action and didactic work in the classroom. In this context, the study sought to address the following research questions: How are plane geometries included and organized in the current curricula of Mathematics Teacher Education programs in Argentina? And how are synthetic and analytic approaches articulated in the planning of disciplinary curricular activities associated with the spaces in which plane geometries are addressed in these programs? A documentary analysis was conducted of 31 curricula and of the planning of disciplinary curricular activities from 12 Mathematics Teacher Education programs, intentionally selected to ensure geographical representativeness. The analysis employed categories that emerged from the exploration of the material, together with theoretical categories associated with teachers' specialized knowledge in mathematics. The results indicate a certain degree of heterogeneity in the information available across the different programs, as well as a research gap regarding the complementarity of geometric approaches. Based on these findings, curricular components to be considered in initial teacher education for the teaching of geometry are proposed.

Keywords:

Synthetic Geometry, Analytic Geometry, Teacher education, University curriculum.

1. INTRODUCCIÓN

Autores como Barrantes et al. (2015) destacan las numerosas aplicaciones de las geometrías en el mundo actual y su utilidad para resolver problemas en otras áreas (Aray Andrade et al., 2019). En particular, la Geometría Analítica aporta a la formación de profesionales de topografía, física, biomatemática, astronomía, ingeniería, arquitectura, economía, marketing, entre otras áreas (Ciccioli, 2020). En los estándares preliminares del Consejo Interuniversitario Nacional de Argentina [CIN] (2013) para los Profesorados Universitarios en Matemática (PUM), se las distingue como un ejemplo paradigmático para la enseñanza de una teoría axiomático-deductiva, valiosa para desarrollar habilidades de razonamiento. Quijano y Corica (2021) destacan la promoción de la visualización, comunicación, intuición y pensamiento crítico.

Sin embargo, las geometrías están desvalorizadas en la escuela y en la formación docente (Fernández y Gysin, 2010; Ferraris y Montoro, 2004), en las que se priorizan el álgebra y las funciones (Eugui, 2023). Con contenidos repetidos año tras año, y ante la falta de tiempo en el aula, las geometrías suelen relegarse al final de curso (Eugui, 2023; Siles, 2024). Además, se presentan de forma desarticulada (Méndez, 2010), centrada en fórmulas y reducidas a lo aritmético (Eugui, 2023; Gómez Calalán y Andrade-Molina, 2022), con pérdida de su profundidad epistemológica.

En esta línea de desarticulación y problemas epistemológicos, Gascón (2002) destaca la falta de integración entre enfoques sintético y analítico en la escuela secundaria. Enuncia la Tesis de la continuidad entre las Geometrías Sintética y Analítica, como la necesidad que surge de modificar y ampliar las técnicas sintéticas cuando se introducen variaciones en sus problemas, para las cuales la técnica inicial no es suficiente, pero sí lo son las técnicas analíticas (Gascón, 2002). Muestra, además, ejemplos en los que ambos enfoques se complementan. Surge entonces la necesidad de investigar formas de articular las geometrías, sin perder continuidad y complementariedad (Henríquez-Rivas y Montoya-Delgadillo, 2016), y favorecer así una comprensión más integrada de estas (Bonilla y Parraguez, 2013).

Así mismo, se evidencia una escasa formación en geometrías en futuros profesores en Matemática, con desconocimiento de sus fundamentos (Fe-

rreira Santos y De Melo Teles, 2021; Zakaryan y Sosa, 2021), debido a la poca importancia asignada a esta área (Portalone Crescenti, 2008). Jones (2000) menciona que su enseñanza disminuye en el avance en la escolaridad, pudiendo desaparecer en el nivel universitario. Esto presenta un problema pues se agrava la brecha entre lo que se espera enseñar y la formación recibida.

Así, en el marco de una investigación más amplia, interesa analizar la complementariedad y continuidad de las Geometrías Sintética y Analítica del plano en carreras de PUM de Argentina, en los tres niveles de concreción curricular: políticas curriculares, accionar institucional y trabajo didáctico en el aula (Terigi, 1999). Aquí se comparten resultados referidos a los dos últimos niveles: dentro de los planes de estudio de los 31 PUM del país -accionar institucional- y de las planificaciones de actividades curriculares relacionadas a la disciplina de 12 PUM seleccionados -trabajo didáctico en el aula-.

De esta manera, y dados los escasos estudios de alcance nacional sobre el tema, el artículo busca responder ¿de qué manera se incluyen y organizan las geometrías del plano en los planes de estudio vigentes de PUM de la República Argentina? y ¿cómo se articulan los enfoques sintético y analítico en las planificaciones de actividades curriculares disciplinares vinculadas a los espacios donde están presentes las geometrías del plano en los PUM del país? Como se estudia la formación de profesores, se toma como referencia el Modelo del Conocimiento Especializado de los Profesores en Matemática para interpretar los resultados.

2. MARCO TEÓRICO

Se entiende por Geometría Sintética del plano a la estructura $[E, L, B, \cong]$, donde E es el plano, L los subconjuntos de E denominados rectas, B los axiomas de orden y \cong los axiomas de congruencia (de segmentos y de ángulos) (Moise, 1990). La principal tarea que caracteriza a este enfoque es la construcción de lugares geométricos (Echeverría Anaya, 2015). En cambio, la Geometría Analítica del plano es aquella que surge de establecer una correspondencia biunívoca $E \leftrightarrow \mathbb{R}^2$ en que a cada punto del plano E se le asocia un par (x, y) definido a partir de un sistema de coordenadas (Moise, 1990). Se caracteriza por estudiar curvas

cuyos puntos satisfacen ecuaciones (Echeverría Anaya, 2015).

El estudio se plantea desde dos aristas: la noción de currículum y objetivaciones, que organiza los niveles de análisis, y el Modelo del Conocimiento Especializado de los Profesores en Matemática como marco interpretativo de la formación docente en geometrías del plano.

2.1. Currículum

La investigación busca estudiar la complementariedad y continuidad de las Geometrías Sintética y Analítica en la formación docente en Argentina, es decir, en la propuesta educativa de los PUM que conforma el currículum. Por ello se delimitan aspectos generales del mismo y se adoptan sus elementos para organizar el análisis de las geometrías del plano en planes de estudio y planificaciones curriculares.

Según De Alba (1994), “el currículum es una síntesis de elementos culturales (valores, conocimientos, costumbres, creencias) que conforman una propuesta político-educativa impulsada por diversos sectores sociales con intereses contradictorios” (p.59). Su concepción implica una postura política y una relación con el saber, la cultura y la sociedad (Camilioni, 2018). Incluye aspectos estructurales-formales como lo son documentos institucionales, leyes, planes de estudio, programas, y una dimensión procesal-práctica, es decir, su implementación (Camilioni, 2018; De Alba, 1994;).

El currículum no se reduce a lo escrito, pero para comprenderlo resulta necesario realizar recortes de escala adecuados a las representaciones formalizadas de las transformaciones de lo prescripto. Esto es lo que Terigi (1999) denomina objetivaciones, que argumentan, a su vez, los niveles de concreción curricular, reconocidos también por otros autores (Ander-Egg, 1993; De Alba, 1994).

Se destacan tres niveles de concreción curricular: i) políticas curriculares (órganos de gobierno universitario y del sistema nacional regulador universitario); ii) accionar institucional (Facultades, Departamentos o Escuelas); iii) trabajo didáctico en el aula (cátedra o docente). Los mismos se argumentan en tres objetivaciones (Terigi, 1999) que constituyen el objeto de análisis de la investigación: i) diseños curriculares como objetivación de las políticas curriculares, que en los PUM está conformado por los lineamientos preliminares del

CIN (2013); ii) planes de estudio como objetivación de los proyectos institucionales, elaborados por unidades académicas y aprobados por organismos de gestión con un orden jerárquico (Comisión de plan de estudio, Consejo de Departamento, Consejo de Escuela, Consejo Directivo de Facultad y Consejo Superior de Universidad); iii) planificación docente y programas de asignaturas como objetivación del trabajo pedagógico del aula.

Para estudiar cada objetivación, se consideran los contenidos vertebrales como aquellos componentes de la planificación didáctica en una dimensión más instrumental (Monetti y Molina, 2024). Las autoras proponen como ejemplo de los mismos a los contenidos, los propósitos, los objetivos y las estrategias de enseñanza. En particular, en las planificaciones curriculares, se distinguen entre contenidos formales o definidos -delimitados por unidades académicas, planes de estudio y carreiras- y pedagógicos o indefinidos -propios de cada espacio curricular, para contextualizar, orientar y justificar su lugar en el plan - (Pérez Hernández et al., 2017).

Con este marco estructural que delimita los niveles de estudio, la siguiente sección aborda el Conocimiento Especializado del Profesor en Matemática como lente interpretativa de los hallazgos en cada nivel.

2.2. Conocimiento especializado de los profesores en Matemática

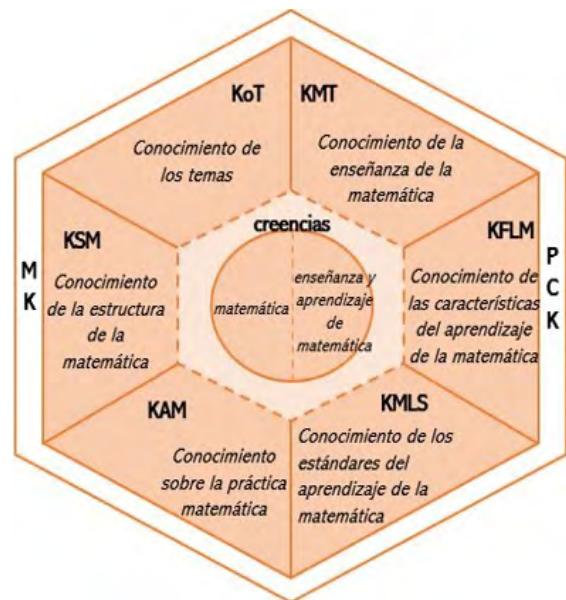
Ball et al. (2008) proponen, a partir de Shulman (1986), el modelo del Conocimiento para la Enseñanza de la Matemática (MKT, por sus siglas en inglés) que concibe el conocimiento docente en Matemática como multidimensional. Definen seis dominios, tres del conocimiento de la disciplina (conocimiento común del contenido (CCK), especializado del contenido (SCK), en el horizonte matemático (HCK)), y tres del conocimiento pedagógico del contenido (conocimiento del contenido y de los estudiantes (KCS), del contenido y de la enseñanza (KCT), del contenido y del currículum).

En su aplicación, desde los propios autores, surgen dificultades de frontera entre dominios (Montes et al., 2013), principalmente entre CCK y SCK, y entre este último y HCK y KCS (Carrillo et al., 2013). Para superar los obstáculos, asoman diversas investigaciones. Carrillo et al. (2013) pro-

ponen una reformulación crítica del modelo, el Conocimiento Especializado de los Profesores en Matemática (MTSK, por sus siglas en inglés), centrado en el conocimiento específico de docentes en Matemática. Este modelo analítico-descriptivo comprende seis subdominios (ver Figura 1): tres del conocimiento matemático (MK), y tres del conocimiento pedagógico del contenido (PCK), que no refieren a conocimiento matemático, pero sí lo requieren (Carrillo et al., 2013, 2018, 2019; Clement et al., 2024).

- KoT: conceptos, procedimientos, definiciones y propiedades; comprende aquella matemática a conocer por los estudiantes, con una visión más formal;
- KSM: propiedades y nociones de conceptos, conexiones con anteriores y futuros; involucra una mirada matemática avanzada;
- KPM: formas de hacer matemática, razonamiento y prueba; refiere a un uso adecuado de definiciones y su construcción;
- KFLM: teorías de aprendizaje, con foco en los estudiantes y cómo piensan; atiende a sus errores, obstáculos y dificultades;
- KMT: selección de definiciones y ejemplos, materiales, representaciones, desde la matemática y complementado con teorías de enseñanza;
- KMLS: especificaciones curriculares, estándares y evaluación, del ámbito institucional, profesional e investigación, que devienen en referentes.
-

Figura 1. Esquema de las categorías propuestas en MTSK



Nota. Adaptado de Carrillo et al. (2013)

El MTSK brinda soporte a formadores de profesores (Sosa, 2024) porque orienta el tipo de conocimiento a promover en los futuros profesores (Montes et al., 2019), y aporta herramientas para cuestionar planificaciones y desempeño en el aula y con estudiantes (Sosa, 2024). Cada dominio permite revisar lo que se aprende desde diferentes dimensiones, y detectar eventuales necesidades en el conocimiento del formador y de los alumnos como oportunidades de crecimiento y comprensión profunda de conocimientos matemáticos y didácticos amalgamados.

El MTSK posibilita identificar los tipos de conocimiento que un profesor moviliza al enseñar matemática y resulta útil para el diseño de programas de formación inicial (Montes et al., 2019). Además, se observa que el conocimiento de las especificaciones curriculares integra uno de los subdominios del conocimiento especializado del profesor, en este caso, para la enseñanza de las geometrías. Cobra relevancia, entonces, estudiar las especificaciones curriculares de las geometrías, en particular, en la formación de profesores.

3. METODOLOGÍA

La investigación tuvo un enfoque cualitativo, ya que buscó comprender e interpretar en profundidad el fenómeno de interés (Hernández Sampieri et al., 2014). Además, tuvo un alcance descriptivo-interpretativo pues caracteriza el objeto de estudio desde un entramado intencionado (Hernández Sampieri et al., 2014). En este caso, el objeto es la articulación entre los enfoques sintético y analítico de las geometrías en la formación de profesores en Matemática, en el accionar institucional, con planes de estudio, y en el trabajo didáctico en el aula, con las planificaciones de actividades curriculares (Terigi, 1999). El análisis en cada uno de estos dos niveles se organizó en dos fases.

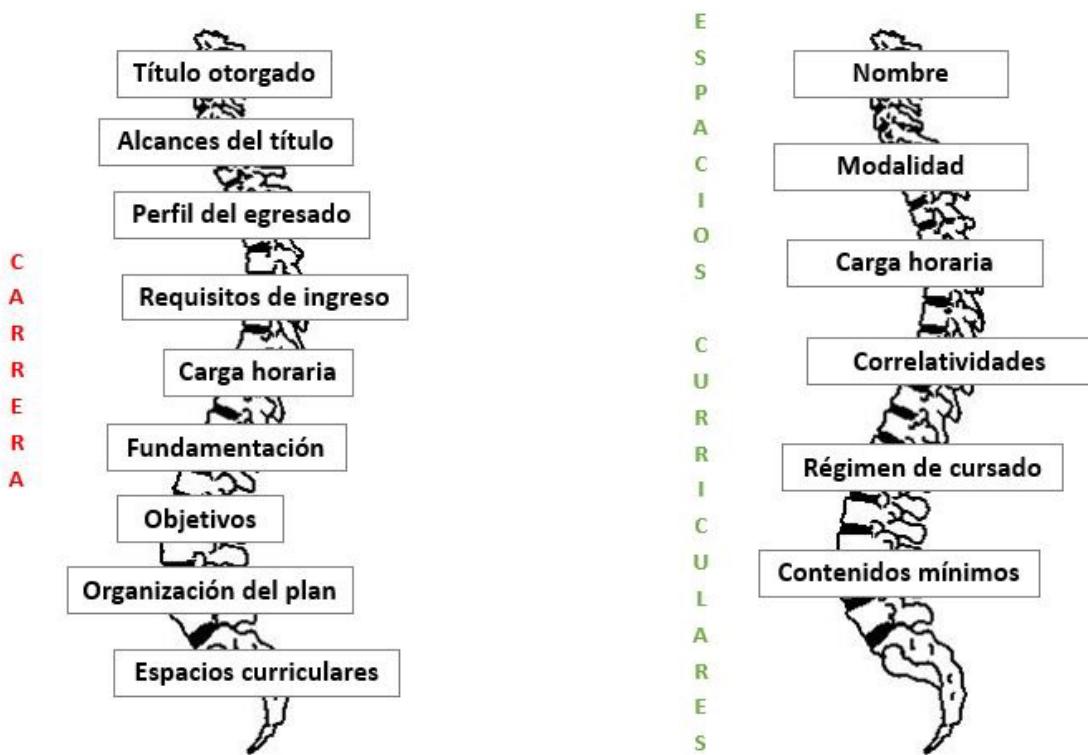
En la Fase 1, la fuente de los datos fueron los sitios web de las universidades estatales del país (Mengarelli et al. (2019)). Al actualizar esta base, se identificaron 31 PUM en Argentina (UN1 a UN31) y se compiló el material disponible sobre sus planes de estudio. Se reconoció cierta heterogeneidad con relación a esto último, con lo cual, a partir de una categorización inductiva-deductiva (Mejía Navarrete, 2011), se clasificaron los PUM en Tipo I (con resolución completa del plan) y Tipo II (sólo con grilla de las asignaturas del plan). Mediante el análisis documental, para organizar y sintetizar el contenido sustantivo de la fuente de información (Peña Vera y Pirela Morillo, 2007), en los PUM de Tipo I se seleccionaron, en cada plan, las asignaturas vinculadas a las geometrías (por su denominación o por contenidos mínimos; estos disponibles en 10 PUM). Esta nueva información, en conjunto con los planes, permitió tener un panorama general del lugar que ocupan las geometrías del plano en la formación de profesores en cada PUM del país.

Para la Fase 2, de acuerdo con la información sistematizada en la Fase 1, se realizó un muestreo intencional (Marradi et al., 2007) de 12 PUM con representatividad geográfica (Dos Santos Moreira y Pinto, 2022) según las regiones de los Consejos Regionales de Planificación de la Educación Superior (CPRES). En cada región, el criterio de exclusión/inclusión se basó en elegir los dos PUM con mayor disponibilidad de información, según la Fase 1: UN26-UN27 (Noroeste), UN5-UN8 (Noreste), UN10-UN29 (Nuevo Cuyo), UN6-UN23 (Centro), UN4-UN17 (Bonaerense) y UN21-UN22 (Sur). Se realizó un análisis documental de los progra-

mas de las asignaturas relacionadas a Geometría Analítica y Geometría Sintética, obtenidos por páginas web y contactos institucionales, lo que completó la información de la Fase 1.

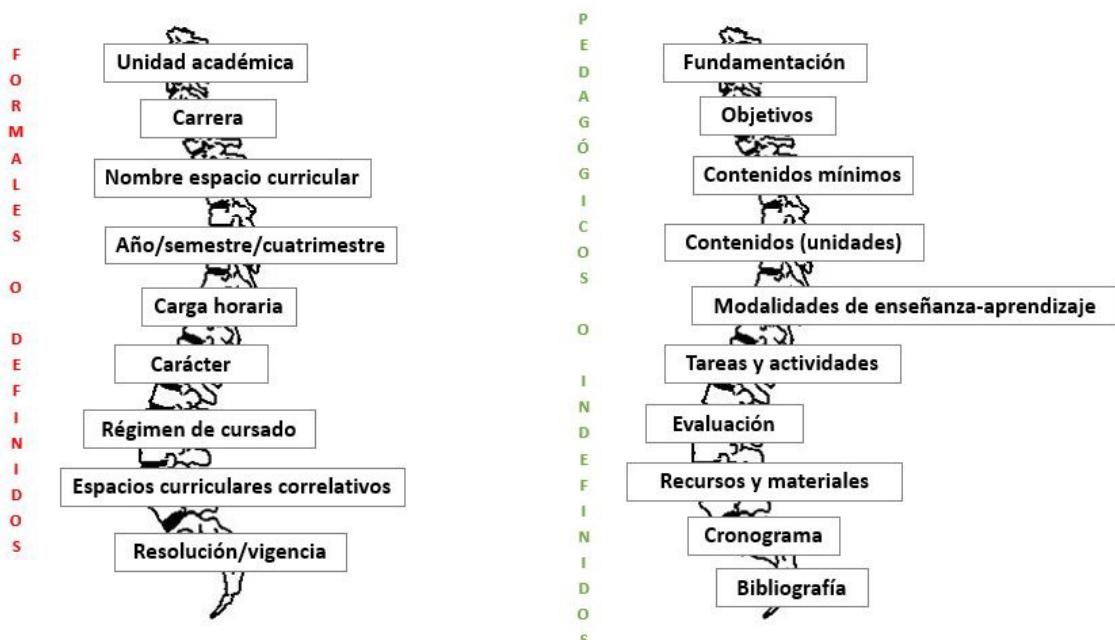
Tanto en la Fase 1 (Figura 2) como en la Fase 2 (Figura 3), las categorías de análisis se definieron de forma integrada entre lo deductivo e inductivo, al entramar los referentes conceptuales y datos empíricos. Por una parte, y como se ha venido desarrollando, referentes conceptuales referidos a contenidos vertebrales (Monetti y Molina, 2024), a estructura de planes de estudio en la Propuesta de Estándares para la Acreditación de Carreras de Profesorado Universitario en Matemática (CIN, 2013) y resoluciones universitarias (Consejo Superior Universidad de Buenos Aires, 2023; Consejo Superior Universidad Nacional de Córdoba, 2019; Consejo Superior Universidad Nacional de Rosario, 2020), y a elaboración de programas (Consejo Directivo Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, 2014; Gvirtz y Palamidessi, 1998; Pérez Hernández et al., 2017; Torres Muñoz, 1997). Al mismo tiempo, los datos empíricos provienen de la inmersión en los datos (planes de estudio o planificaciones). Además, los dominios y subdominios del MTSK aportaron una referencia conceptual para interpretar los hallazgos.

Figura 2. Contenidos vertebrales de los planes de estudio y de los espacios curriculares



Nota. Elaboración propia

Figura 3. Contenidos vertebrales de las planificaciones curriculares



Nota. Elaboración propia

En ambas etapas de la investigación se tuvo el resguardo ético de uso de documentos de acceso abierto en la web, con la consideración de los principios de probidad, honestidad, respeto a la confidencialidad, uso para los fines asignados, y protección de datos personales de otras personas, sin uso para fines personales o ilícitos, sin falsificación ni alteración.

4. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados por Fase de estudio. La Fase 1 en que se analizaron 31 planes de estudio PUM de Argentina. La Fase 2 en que se profundizó en las planificaciones curriculares de las asignaturas referidas a las geometrías en 12 PUM seleccionados.

4.1. Fase 1

Al explorar los planes de estudio de los 31 PUM se observa que la mayoría fueron escritos hace más de una década. Solo 9 PUM corresponden al Tipo I (con resolución formal), y de los otros 22, de Tipo II, el foco de la información disponible se

encuentra en las asignaturas, mayormente en formato tabla.

Los PUM de Tipo I (ver Tabla 1) presentan mayor información: 8 de 9 PUM incluyen la organización del plan, los alcances y la carga horaria; más de 6 explicitan el perfil del egresado y la fundamentación; los requisitos de ingreso se observan en menos de 5 PUM y los objetivos de la carrera en 5 de 9 PUM. Aquellos PUM que indican una organización del plan por campos (Camilioni, 2017) -UN9, UN16, UN18, UN23 y UN27-, es decir, donde las actividades curriculares se organizan de acuerdo a la configuración epistemológica que integra saberes y contenidos culturales, coinciden con los 4 campos de formación propuestos por el CIN (2013): disciplinar específica, pedagógica, general y práctica profesional docente. Cabe destacar que dichos planes tienen una fecha de creación posterior a la propuesta del CIN (2013), excepto el de UN16, el cual señala que toma como insu-
mo para su propuesta un documento denominado “Anteproyecto Estándares para la Acreditación de la Carrera Profesorado Universitario en Matemática”.

Tabla 1. Preguntas orientadas al análisis de KoT (procedimientos)

PUM	Título otorgado	Alcances del título	Perfil del egresado	Requisitos de ingreso	Carga horaria de la carrera	Fundamentación	Objetivos	Organización del plan	Espacios curriculares
UN3	•	•			•				•
UN9	•				•	•		campos	•
UN12	•	•	•	•	•			ciclos	•
UN16	•	•	•	•	•	•	•	campos	•
UN18	•	•	•	•	•	•	•	campos	•
UN21	•	•	•		•	•	•	áreas	•
UN23	•	•	•	•	•			campos	•
UN26	•	•	•			•	•	áreas	•
UN27	•	•	•		•	•	•	campos	•

Nota. Elaboración propia

Por otro lado, de los 22 PUM de Tipo II (Tabla 2), 15 especifican el título que se otorga, 11 detallan los alcances y el perfil del egresado, aunque no los mismos para cada categoría, 7 indican la carga horaria, 5 los requisitos de ingreso, 2 la fundamentación y 2 la organización del plan, ambos en formato de ciclos. Ningún PUM brinda acceso a todas las categorías, y solo 3 cubren 6 de las 9 categorías. Además, 12 PUM detallan tres o menos categorías: todos activan espacios curriculares, 3 (UN5, UN11, UN25) coinciden también con la categoría de título otorgado, y otras 2 (UN19, UN24) agregan los alcances del título.

A pesar de lo expuesto en CIN (2013), solo 2 PUM (UN16, UN18) presentan todos los contenidos vertebrales. Incluso en UN3, UN6 y UN23 se detectan contenidos faltantes, aunque estos fueron explicitados en las resoluciones referidas a la estructura de planes de cada una de estas universidades.

Tabla 2. *Información disponible en el plan de estudio de los PUM de Tipo II*

PUM	Título otorgado	Alcances del título	Perfil del egresado	Requisitos de ingreso	Carga horaria de la carrera	Fundamentación	Objetivos	Organización del plan	Espacios curriculares
UN1	•	•	•	•					•
UN2	•	•		•					•
UN4	•	•	•	•					•
UN5	•								•
UN6			•	•		•			•
UN7			•						•
UN8		•							•
UN10	•		•					ciclos	•
UN11	•								•
UN13	•	•	•						•
UN14				•	•				•
UN15	•							ciclos	•
UN17									•
UN19	•	•							•
UN20	•	•	•		•	•			•
UN22	•		•	•					•
UN24	•	•							•
UN25	•								•
UN28	•	•	•						•
UN29	•	•	•				•		•
UN30		•			•				•
UN31					•				•

Nota. *Elaboración propia*

En cuanto a los espacios curriculares, se observa que todos los planes de estudio de los PUM del Tipo I, excepto de UN3, tienen la información completa. Sin embargo, resulta notable la diferencia en cuanto a los datos disponibles en los PUM del Tipo II (Tabla 3). Los nombres de las actividades curriculares son especificados por todos los PUM y el régimen de cursado por la mayoría. Cerca de dos tercios de los PUM presentan la carga horaria y las asignaturas correlativas, aunque no en simultáneo. Por último, los contenidos mínimos de las asignaturas solo se brindan en un PUM.

Tabla 3. Información disponible sobre los espacios curriculares en los PUM de Tipo II

PUM	Nombres asignaturas	Carga horaria asig-naturas	Correlativas	Régimen de las asig-naturas	Contenidos mínimos de las asignaturas
UN1	•			•	
UN2	•	•	•	•	
UN4	•	•		•	
UN5	•		•		
UN6	•		•	•	
UN7	•			•	
UN8	•				
UN10	•	•			
UN11	•	•		•	
UN13	•			•	
UN14	•	•			
UN15	•		•		
UN17	•	•	•	•	
UN19	•	•	•	•	•
UN20	•			•	
UN22	•	•	•	•	
UN24	•			•	
UN25	•	•	•	•	
UN28	•	•		•	
UN29	•		•	•	
UN30	•			•	
UN31	•	•	•	•	

Nota. Elaboración propia

Después del estudio estructural de los planes, se seleccionaron los espacios curriculares, que por su denominación, dan indicio de algún tipo de tratamiento geométrico. La carga horaria de las geometrías con relación al total de la carrera pudo analizarse en 19 PUM, la cual varía entre 0.03 y 0.11. Más de la mitad de los PUM tienen una proporción mayor o igual a 0.08, y aquellos PUM con una menor a 0.07 solo tienen una o dos asignaturas relacionadas al tema.

El momento de cursado de las geometrías dentro de la carrera se puede observar en 28 PUM. La mayoría (20) propone el abordaje de las geometrías en dos años de la carrera, aunque no en la misma ubicación; en general en 1º y 2º año. Los restantes lo hacen en uno o tres, en igual propor-

ción cada uno. En ningún plan se dispone su estudio en todos los años de cursado. Además, 20 de 28 PUM, un poco más del 70%, comienzan a trabajar con las geometrías desde el primer año de la carrera.

En 9 PUM se infiere el enfoque analítico o sintético por la denominación de las asignaturas. Por ejemplo, 5 PUM distinguen un espacio de "Geometría Analítica" y otro de "Geometría Sintética", "Geometría Axiomática" o "Geometría Euclidiana" (UN1, UN9, UN16, UN18, UN27). La UN10, además de estos dos espacios, agrega un tercero denominado "Geometría Clásica". La UN4 ofrece una única asignatura, pero su denominación "Geometría general y analítica" adelanta la presencia de ambos enfoques. Dos PUM (UN25 y UN28) ofrecen

“Geometría” y “Geometría Analítica”. A partir de ello, para establecer las conexiones entre los enfoques, resulta pertinente adentrarse en el análisis desde un próximo nivel. Bajo esa premisa, se procede a estudiar los contenidos mínimos de cada asignatura de los nueve PUM que los presentan.

Cuatro de estos nueve PUM corresponden a los seleccionados por contar con denominaciones de espacios curriculares que permiten inferir el tipo de enfoque (UN9, UN16, UN18, UN27). De los otros cinco (UN12, UN19, UN21, UN23 y UN26) sus denominaciones son del estilo “Geometría I” y sucesivamente. Detenerse en los contenidos mínimos permite reconocer el trabajo con las geometrías con mayor detalle y agregar asignaturas que en otro caso, solo por su denominación, no hubieran sido seleccionadas. Por ejemplo, en UN12 se incorpora “Álgebra lineal”, en UN26 se agrega “Fundamentos de Matemática”, y en UN18, “Práctica Educativa III”. Se observa que los nueve PUM abordan, en algún momento, contenidos referidos a Geometría Sintética y a Geometría Analítica. Sin embargo, en solo dos de ellos se plantea un trabajo conjunto de ambos enfoques: UN18 en Práctica Educativa III al mencionar la articulación entre aritmética y álgebra con Geometría Analítica y Geometría Sintética, y UN23 en Geometría del Plano y Geometría del Espacio al referenciar Enfoques sintético y analítico.

Se detectan contenidos mínimos comunes a los nueve PUM referidos a Geometría Sintética y Geometría Analítica: rectas y planos en R^2 y R^3 , cónicas y cuádricas, y transformaciones geométricas en el plano y en el espacio. Otros contenidos frecuentes en más de cuatro PUM son lugares geométricos y figuras planas, y construcciones con regla y compás. Cabe señalar que tales contenidos coinciden en su mayoría con los propuestos por el CIN (2013), donde se presentan con mayor detalle.

4.2. Fase 2

Se analizaron 33 planificaciones curriculares de asignaturas relacionadas a las geometrías, de los 12 PUM seleccionados de acuerdo a la región y a la disponibilidad de información. En relación con los contenidos vertebrales formales, todos los programas incluyen unidad académica, carrera y nombre del espacio; la mayoría (23 y 26, respectivamente) consigna año/semestre/cuatrimestre y carga horaria. El carácter es aclarado en muy

pocos programas (10), y el régimen de cursado se explicita solo en cuatro planificaciones, de diferentes PUM. Los espacios curriculares correlativos figuran en nueve asignaturas, de cuatro PUM. En su mayoría, se observa coherencia dentro de los espacios curriculares de un mismo PUM, con relación al tipo de información que presentan sus programas. Hay excepciones, como el caso de Geometría I y Geometría II en UN5, en que la primera explicita el régimen de cursado y la segunda omite la carga horaria.

En cuanto a los contenidos vertebrales pedagógicos, todos los programas incluyen contenidos, evaluación y bibliografía. Los contenidos en general luego se detallan por unidad en el programa analítico. En evaluación, acorde a normativas institucionales, se especifican métodos, regímenes de cursado, aprobación y promoción. La bibliografía, en general, está dividida en fundamental o básica y complementaria.

Los objetivos y las modalidades de trabajo se explicitan en gran parte de los programas. En menos de un tercio de los programas, lo hacen la fundamentación, los contenidos mínimos o sintéticos y las tareas/actividades. En particular, dentro de las tareas y actividades, se contemplan los trabajos prácticos por unidad y su forma de abordarlos, los tipos de clases, ya sean teóricas, prácticas, laboratorio, con sus respectivas técnicas expositivas, dialogadas, grupos de discusión, o interrogativas, de acuerdo con trabajo que se pretende (planteamiento de situaciones problemáticas para la cooperación entre estudiantes, espacios de indagación bibliográfica y discusión, uso de software). Los recursos/materiales, como pizarrón, guías, computadoras, útiles geométricos, software y material bibliográfico, y el cronograma por semana se abordan con menor frecuencia.

Solo un PUM (UN27) presenta en sus programas todos los contenidos vertebrales. En cuatro PUM (UN8, UN10, UN22 y UN27) todos sus espacios curriculares coinciden en qué contenidos vertebrales se explicitan; en los demás hay diferencias entre una asignatura y otra.

En cuanto al lugar otorgado a la Geometría Sintética y a la Geometría Analítica en cada programa, en los 12 PUM el enfoque analítico se aborda en una sola asignatura, excepto en UN6, en que no se explicita en ningún espacio curricular. Específicamente, en seis (UN8, UN17, UN22, UN23, UN27 y UN29) se encuentra en el primer año de la carre-

ra y previo a la Geometría Sintética; esto último también se respeta en UN10, solo que en segundo año.

De igual manera, en cuatro PUM se trabaja en asignaturas cuya denominación incluye también el álgebra, por ejemplo, Álgebra y Geometría Analítica en UN23 o Álgebra I en UN29. En otros tres, se explica el espacio curricular como Geometría Analítica, y en dos, algún nombre referido a las geometrías de forma más general, como Geometría II en UN5 o en UN21. Por último, en UN26 se propone el espacio curricular Geometría plana y espacial que trabaja con ambos enfoques en diferentes unidades (ver Figura 4), aunque no se detecta relación entre las mismas.

Figura 4. Ejemplo 1 de enfoques sintético y analítico a nivel planificación curricular

Tema I: Conceptos básicos

Puntos. Rectas, planos. Espacio como conjuntos de puntos. Puntos alineados. Rectas concurrentes. Rectas secantes. Puntos y/o rectas coplanares. Rectas a alabeadas. Paralelismo entre rectas y/o planos. Axiomas de incidencia. Relación de orden. Relación estar entre. Axioma de orden para los puntos de una recta. Semirrecta, origen; Semirrectas abiertas, cerradas, opuestas. Segmento, extremos; Segmentos abiertos, cerrados, semiabiertos. Conjuntos convexos.

(...)

Tema XII: Sistemas de coordenadas para el plano y para el espacio. Aplicaciones

Coordenadas cartesianas para el plano. Condición de alineación de tres puntos. Ecuación de una recta. Coordenadas cartesianas ortogonales. Distancia. Entre dos puntos. Ecuación de una circunferencia. Sistema de abscisas para las semirrectas de un haz. Función E de R sobre S, la circunferencia de radio 1. Funciones trigonométricas. Propiedades. Aplicación a problemas relativos a triángulos. Teoremas del seno y del coseno. Coordenadas polares para el plano. Coordenadas cartesianas ortogonales para el espacio. Coordenadas cilíndricas. Coordenadas esféricas. Aplicaciones.

Nota. Extraído de la asignatura Geometría plana y espacial de UN26

Respecto a la relación con el enfoque analítico, en UN26 se propone una asignatura optativa denominada Geometría Axiomática, en cuyo programa (Figura 5) se aclara, para cada unidad, el tipo de tratamiento que se le da (sintético y/o analítico), aunque no se explica de qué manera y si se relacionan ambos.

Figura 5. Ejemplo 2 de enfoques sintético y analítico a nivel planificación curricular

TEMA VI: Proyectividades. (Tratamiento sintético y analítico)

Proyectividad como composición de perspectividades. Ecuación de la proyectividad. Puntos unidos. Teorema fundamental. Razón doble de cuatro puntos alineados o de cuatro rectas concurrentes. Definición de relación de separación para un cuerpo K que incluye a Q. Segmentos y ángulos proyectivos.

TEMA VII: Cónicas (Tratamiento sintético y analítico)

Cónica puntual y cónica tangencial. Teoremas de Steiner, Pascal y Brianchon. Polaridad. Relación entre cónica puntual y tangencial. Ecuación de la cónica. Ecuación general de segundo grado. Puntos comunes a puntuales y cónicas, para K = R o K = C.

TEMA VIII: Plano afín, dentro de un plano proyectivo desarguiano. (Tratamiento sintético)

Paralelogramos. Segmentos congruentes por traslación. Punto medio de un segmento. Clasificación de cónicas en el plano afín. Centro y diámetros de una cónica.

Nota. Extraído de la asignatura Geometría axiomática de UN26

Solo en UN23 figura como contenido “Enfoques sintético y analítico”. Y en otros dos PUM (UN5 y UN21) se puede detectar intencionalidad de abordar ambas geometrías en comparación con la fundamentación (ver Figura 6) o los objetivos (ver Figura 7) de la segunda asignatura de geometrías del plan, en la cual se aborda la Geometría Analítica después de haber trabajado en la primera la Geometría Sintética.

Figura 6. Ejemplo 3 de enfoques sintético y analítico a nivel planificación curricular

FUNDAMENTACION	
	<p>Por el empleo conveniente de las coordenadas se hizo posible representar los puntos de una figura geométrica por medio de números, y las líneas y superficies por medio de ecuaciones, resolviendo los problemas geométricos por la vía algebraica. En lugar de considerar cada figura geométrica en forma aislada, la Geometría Analítica aborda las cuestiones de modo general, resolviéndolos de modo tal que sea aplicable a cualquier figura en particular.</p> <p>La representación de las líneas y superficies por ecuaciones y el problema recíproco, o sea, la búsqueda de las líneas o superficies representantes de determinadas ecuaciones, provocó el descubrimiento y el estudio de las propiedades de un sinnúmero de curvas y superficies desconocidas en la Geometría elemental, y la aplicación del cálculo algebraico a la resolución de los problemas geométricos dio lugar a importantes aportes al Cálculo infinitesimal.</p> <p>La asignatura consta de dos partes: la geometría en el plano y la geometría en el espacio, contando con los aportes del lenguaje vectorial para simplificar las definiciones de los conceptos.</p>

Nota. Extraído de la asignatura Geometría II de UN5

Figura 7. Ejemplo 4 de enfoques sintético y analítico a nivel planificación curricular

3- OBJETIVOS GENERALES:
<ol style="list-style-type: none"> 1. Que los alumnos logren adquirir nuevas estrategias para analizar y validar resultados que ellos mismos produzcan como consecuencia de la interacción con una situación problemática planteada. 2. Que los alumnos conozcan y caractericen las distintas curvas y superficies tanto en el plano como en el espacio. 3. Que los alumnos puedan describir un mismo objeto geométrico de dos formas distintas: ya sea haciendo uso de la herramienta algebraica o de la geometría elemental.

Nota. Extraído de la asignatura Geometría II de UN21

5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados muestran que la falta de integración entre los enfoques sintético y analítico en la escuela secundaria señalada por Gascón (2002), pareciera replicarse en los niveles de concreción curricular estudiados en los PUM de Argentina. De acuerdo con el análisis realizado, tanto en los planes de estudio como en las planificaciones de los espacios curriculares, no se explicita la complementariedad y continuidad de estas geometrías. Esto limita una comprensión integrada de las geometrías (Bonilla y Parraguez, 2013), como así también de sus fundamentos, lo cual preocupa en la formación de profesores de quienes se espera que enseñen, a futuro, esta área de la matemática.

En relación con la primera pregunta de investigación ¿De qué manera se incluyen y organizan las geometrías del plano en los planes de estudio vigentes de PUM de la República Argentina? referida a la Fase 1, se definieron contenidos vertebrales referidos a la carrera y a los espacios curriculares. Sin embargo, a partir de los primeros, no fue posible advertir el lugar de las geometrías en cada PUM, dado que solo establecen un marco general de la carrera y ninguna área de la matemática se menciona explícitamente, sino que se habla siempre de la disciplina en general. Aun así, se consideró necesario su análisis para poner en contexto la situación de cada plan de estudio, como objetivación de los proyectos institucionales (Salit, 2011).

Los primeros indicios de las geometrías se detectaron desde la categoría “Espacios curriculares”, aunque solo en 9 de los 31 PUM fue posible distinguir el trabajo con cada enfoque solo por el nombre del espacio. Por ello se definieron contenidos vertebrales referidos a estos espacios que, por su denominación, daban idea de tratamiento geométrico. A partir de la “Carga horaria” fue posible establecer un primer papel de las geometrías en cada carrera, al estudiar la relación con la carga horaria total de la misma. También, los “Contenidos mínimos” permitieron un primer acercamiento al lugar de la Geometría Analítica y Sintética dentro de cada plan. Sin embargo, esta información se presentó de manera heterogénea entre los PUM de Tipo I y II, y no fue posible estudiarlo en todos ellos. Por tal razón, fue necesaria la Fase 2.

En cuanto a la segunda pregunta de investigación ¿Cómo se articulan los enfoques sintético y

analítico en las planificaciones de actividades curriculares disciplinares vinculadas a los espacios donde están presentes las geometrías del plano en los PUM del país?, en la Fase 2 se analizaron contenidos vertebrales formales y pedagógicos. Los primeros fueron de utilidad para contextualizar las asignaturas, y solo a partir de los segundos se observó la presencia de las geometrías. Sin embargo, a partir del estudio global de los mismos, se concluye sobre la vacancia en cuanto a la complementariedad y continuidad de los enfoques sintético y analítico en los PUM, al menos de forma explícita. En la mayoría de los PUM pareciera trabajarse de forma separada, por un lado, la Geometría Sintética (“Geometría Clásica”, “Geometría Sintética”, “Geometría Axiomática”, “Geometría Euclíadiana”), y por otro, la Geometría Analítica (“Geometría Analítica”, “Álgebra y Geometría Analítica”). Surge entonces la necesidad de adentrarse aún más en la enseñanza de estos enfoques para entender qué es lo que sucede efectivamente en las clases. Esto principalmente si se considera el currículum como aquel conformado por aspectos estructurales-formales, como los analizados en este trabajo, y también por su desarrollo procesal-práctico (De Alba, 1994), dado que es en el ámbito práctico o del aula donde se implementan diferentes acciones para ponerlo en juego (Camilloni, 2018).

Se concluye que la heterogeneidad hallada en cuanto a la información disponible de forma online o a las estructuras de los documentos curriculares, responde a la autonomía de las UUNN de la Argentina (lo cual establece la Ley de Educación Superior N° 24521 promulgada en 1995). Si bien no consiste en un impedimento para el análisis, resulta convocante interpelar ciertos componentes del currículum, principalmente en carreras de formación de profesores con incumbencia a nivel nacional. Los componentes vertebrales definidos en esta investigación, tanto de los planes como de las planificaciones, podrían ser un camino hacia ello dado que revisten de importancia para distintos aspectos. Más allá de los propios referidos al enmarque dentro de la carrera de utilidad para su organización, el “Título”, los “Alcances” y el “Perfil del egresado” reflejan las necesidades de cambio social, político, cultural, científico y laboral y orientan las etapas posteriores del diseño del plan (Mora Vargas, 2001). Los “Requisitos de ingreso” determinan el sector de la sociedad hacia el cual se dirige la carrera. La “Fundamentación” y los

“Objetivos”, orientados por los alcances y el perfil buscado (Mora Vargas, 2001), son el corazón del documento curricular, reflejan aspectos culturales, sociales, políticos, laborales y profesionales esperados en los futuros egresados, y en concordancia con lo señalado por Pérez Hernández et al. (2017), son la base para la definición de los demás contenidos.

Por otra parte, desde la lente del MTSK, los contenidos vertebrales definidos aportan a la formación docente y al conocimiento especializado de los futuros profesores. Por ejemplo, la “Fundamentación” y los “Objetivos” de la carrera y de los espacios curriculares son categorías fértiles para reflejar las creencias de la matemática y de su enseñanza, y de las geometrías en particular, en tanto cimientan los demás contenidos.

En las planificaciones curriculares, los “Contenidos” (ya sean mínimos o por unidades) forman el KoT, en términos de fundamentos teóricos y las geometrías que deben conocer los estudiantes. Para definir las “Modalidades de enseñanza-aprendizaje”, que son parte del KMT, se requiere el KFLM, puesto que es necesario el conocimiento sobre los estudiantes, las formas de trabajar, los tipos de clases y las teorías de aprendizaje de las geometrías que avalan lo anterior. De igual manera para las “Tareas y actividades”.

La elección de “Recursos y materiales” también aporta al KMT. Cabe destacar que, si bien la definición de recurso es amplia, se lo considera como aquel material didáctico que trasciende la intención original de uso y permite aplicaciones variadas (Grossi y Schaefer, 2023). Los recursos didácticos son el medio para fomentar habilidades matemáticas (Menna et al., 2019), y en particular, utilizarlos en geometría permitiría a los estudiantes conocer otras formas de razonar, inferir y producir propiedades desde el sentido visual y táctil.

Sin embargo, se observan vacancias en la formación de otros subdominios del MTSK desde las planificaciones. Por un lado, en cuanto a la distinción, caracterización, continuidad y complementariedad de los enfoques sintético y analítico. Pero también con relación al uso de softwares, los procedimientos y estrategias geométricas, la articulación con otras geometrías, los tipos de errores, dificultades y razonamientos geométricos de estudiantes, entre otros. No especificar estos aspectos en la diagramación de los documentos curriculares puede afectar la formación integrada

del conocimiento especializado en geometrías de los futuros profesores, dado que algunos subdominios quedan a criterio del docente al momento de poner en práctica la planificación en el trabajo áulico.

Se proponen entonces en la Tabla 4 ciertos componentes deseables en los documentos curriculares para la formación de profesores en Matemática, con el objetivo de aportar al conocimiento especializado para la enseñanza de las Geometrías Sintética y Analítica. Los mismos se desarrollan también en base a los resultados obtenidos en una tercera fase de la investigación referida al trabajo didáctico en el aula (Schaefer y Sgreccia, 2025a, 2025b, 2025c).

Tabla 4. Componentes curriculares deseables para la formación docente en geometrías

Componente curricular	Subdominios asociados	Conocimiento que aporta
Contenidos conceptuales de las geometrías planas	KoT	Definiciones y propiedades geométricas
Análisis de procedimientos y estrategias de resolución válidos, con distinción entre enfoque sintético y analítico	KoT	
KPM	Procedimientos de resolución	
Estrategias de resolución		
Representaciones geométricas: diversidad, distinción y elección	KoT	
KPM		
KMT	Registros de representación	
Distinción entre dibujo y formalización		
Elección de representación		
Enfoques geométricos: qué son, qué los caracteriza, relaciones	KSM	Enfoques geométricos como estructura matemática
Geometría Sintética y Analítica: caracterización, distinción, complementariedad, continuidad	KoT	
KSM	Caracterización geométricas	
Geometría Analítica como modelo axiomático		
Apoyo y conexión con otras geometrías, de otras asignaturas y niveles	KSM	Apoyo en geometrías conocidas, articulación vertical
Software geométrico: herramientas, relación de las mismas con conceptos geométricos, elección y cuándo utilizarlo	KoT	
KSM		
KMT	Manejo de software	
Relación herramienta-concepto		
Elección de software		
Ánalisis del lugar que ocupan los enunciados en la elección de enfoque geométrico	KMT	Elección de enunciados
Errores y dificultades comunes en la resolución de problemas geométricos	KFLM	Prevención de errores y dificultades
Anticipación de razonamientos estudiantiles		

Nota. Elaboración propia

De este modo, como también han advertido Cariollo-Yañez et al. (2018) y Montes et al. (2019) acerca del conocimiento del profesor en Matemática, el MTSK ha brindado coordenadas útiles para reflexionar sobre los elementos que lo conforman y ordenar el contenido, en este caso geométrico, de la formación inicial. A través de su estudio, se pueden reconocer necesidades de conocimiento, para transformarlas en oportunidades de comprensión, y habilitar a cuestionar lo que se enseña y aprende desde diferentes dimensiones (Sosa, 2014). Esto aporta sistematicidad a la planificación de los contenidos que se recomiendan abordar en el programa de formación, y en particular en este caso, a la elaboración de documentos curriculares que incorporen la articulación de los enfoques sintético y analítico de las geometrías que forman parte, a su vez, de los diseños curriculares del sistema educativo obligatorio del país (Ministerio de Educación de la República Argentina, 2012, 2018).

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se realiza un recorrido curricular de las geometrías del plano en la formación docente, en particular, en los PUM de Argentina. Se estudian los planes de estudio y las planificaciones curriculares de los espacios curriculares asociados a las geometrías. En estos últimos, se pone énfasis en la búsqueda de indicios de articulación entre la Geometría Sintética y la Analítica. Frente a la heterogeneidad en cuanto al tipo de información disponible de cada PUM y del formato de los documentos, se destaca el aporte de los contenidos vertebrales (Figuras 2 y 3) para desmenuzar la información y realizar un análisis curricular general, para detectar el trabajo con Geometría Sintética, Geometría Analítica y su complementariedad en la formación de profesores.

Otra contribución es la articulación del análisis curricular y el MTSK, siendo este último un modelo especializado en el conocimiento del profesor en Matemática que permite interpretar los datos, poner en discusión lo que se enseña y se aprende, detectar vacancias de conocimiento y proyectar componentes curriculares deseables para la formación docente en geometrías del plano.

Los resultados presentados pueden ser de utilidad para organizar futuras revisiones de planes de estudio y la confección de nuevas planificaciones curriculares. Permiten replantear lo existente y discutir aspectos deseables en la formación de profesores, en particular en lo referido a geometrías del plano, con el afán de superar las problemáticas de su enseñanza (desvalorización, desarticulación, pérdida epistemológica, escasa formación según lo presentado en el apartado de introducción). Constituye también un desafío avanzar hacia estudios análogos a escala latinoamericana, lo cual es necesario dada la presencia de las geometrías en los sistemas educativos de la región y al mismo tiempo factible, dada la colaboración en comunidades académicas con tal fin.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ander-Egg, E. (1993). Introducción a las metodologías de investigación. Lumen.
- Aray Andrade, C.A., Párraga Quijano, O. F. y Chun Molina, R. (2019). La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad Técnica de Manabí. *Rehuso*, 4(2), 20-31. <https://doi.org/10.33936/rehuso.v4i1.1622>
- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Barrantes, M., López, M. y Fernández, M. (2015). Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. *PNA*, 9(2), 107-127. <https://doi.org/10.30827/pna.v9i2.6105>
- Bonilla, D. y Parraguez, M. (2013). La Elipse desde la perspectiva de la Teoría de los Modos de Pensamiento. En R. Flores (ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 26, 611-618. https://www.etnomatematica.org/memorias/ALME_26.pdf
- Camilloni, A. (2017). Ensayos: Tendencias y formatos en el currículo universitario. *Itinerarios Educativos*, (9), 59-87. <https://doi.org/10.14409/ie.v0i9.6536>
- Camilloni, A. (2018). Didáctica y currículo universitario: palabras, conceptos y dilemas conceptuales en la construcción del conocimiento didáctico. *InterCambios: Dilemas y Transiciones de la Educación Superior*, 5(2), 10-23. <https://hdl.handle.net/20.500.12008/21053>
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. y Muñoz-Catalán, M. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser y M. Mariotti (eds.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp.2985-2994). ERME. <http://erme.site/cerme-proceedings-series/>
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar- González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Ciccioli, V. (2020). Conocimiento Matemático para la Enseñanza de la geometría analítica: el caso del Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de Rosario [Tesis de Doctorado]. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. <https://www.ridaa.unicen.edu.ar/handle/123456789/2302>
- Climent, N., Contreras, L.C., Montes, M. y Ribeiro, M. (2024). The MTSK model as a tool for designing tasks for teacher education. *Mathematics Education*, 56, 1123-1135. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01605-8>
- Consejo Directivo Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. (2014). Resolución 869/2014. Universidad Nacional de Rosario.
- Consejo Interuniversitario Nacional (2013). Estándares para la Acreditación de las carreras de Profesorado Universitario en Matemática. <https://www.cin.edu.ar/comisiones/asuntos-academicos-material-en-tratamiento/subcomision-de-profesorados/>
- Consejo Superior Universidad de Buenos Aires. (2023). Reglamento para la creación y modificación de planes de estudio de carreras de grado. Código de la UBA. https://codigo.rec.uba.ar/codigo_uba/libro-i-normas-generales-de-la-universidad-de-buenos-aires-1/titulo-18-grado/capitulo-a-reglamento-para-la-creacion-y-modificacion-de-planes-de-estudio-de-carreras-de-grado/
- Consejo Superior de la Universidad Nacional de Córdoba. (2019). Pautas para estructurar un plan de estudios en modalidad presencial o distancia. Universidad de Córdoba.
- Consejo Superior de la Universidad Nacional de Rosario. (2020). Resolución 25339/2022. Universidad Nacional de Rosario.
- De Alba, E. (1994). *Curriculum: crisis, mito y perspectivas*. Niño y Davila Editores.
- Dos Santos Moreira, P. y Pinto, T. (2022). Geometry in mathematics teaching in undergraduate courses at Brazilian federal universities. *Acta Sci*, 24(8), 99-133. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7133>
- Echeverría Anaya, J. (2015). Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica, mediado por el GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria [Tesis de Maestría]. Pontificia Universidad Católica del Perú <https://hdl.handle.net/20.500.12404/6756>
- Eugui, N. (2023). Enseñanza de la geometría en la escuela secundaria: análisis de los diseños curriculares de los últimos 160 años [Tesis de Licenciatura]. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. <https://www.ridaa.unicen.edu.ar/handle/123456789/4087>
- Fernández, G. y Gysin, L. (2010). Una propuesta para enseñanza geometría proyectiva en la formación de profesores de matemática. *Revista de Educación Matemática*. <https://doi.org/10.33044/revem.10232>

- Ferraris, C. y Montoro, V. (2004). Una propuesta centrada en lo procedimental para el tratamiento de la geometría euclídea en la formación de profesores. *Revista de Educación Matemática*, 19(1), 20-32. <https://doi.org/10.33044/revem.10833>
- Ferreira Santos, L. y De Melo Teles, R. (2021). Conhecimento dos professores sobre geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: uma visão do estado da arte. *EMP*, 23(1), 79-111. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i1p79-111>
- Gascón, J. (2002). Geometría sintética en la ESO y analítica en el Bachillerato. ¿Dos mundos completamente separados? *Suma*, 39, 13-25. <https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/39/013-025.pdf>
- Gómez Calalán, J. y Andrade-Molina, M. (2022). Discordancias del currículo escolar: Homotecia más allá de la proporcionalidad. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 14(1), 31-42. <https://doi.org/10.46219/rechim.v14i1.105>
- Grossi, S. y Schaefer, L. (2023). Recursos didácticos en la enseñanza de la Matemática: articulando niveles. *Novedades Educativas*, 384, 42-49.
- Gvirtz, S. y Palamidessi, M. (1998). El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza. Aique.
- Henríquez-Rivas, C. y Montoya-Delgadillo, E. (2016). Espacios de trabajo geométrico sintético y analítico de profesores y su práctica en el aula. *Enseñanzas de las Ciencias*, 33(2), 51-70. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1408>
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación (6ta ed.). Mc Graw Hill.
- Jones, K. (2000). Critical Issues in the Design of the Geometry Curriculum. En B. Barton (ed.), *Readings in Mathematics Education* (pp.75-90). University of Auckland.
- Marradi, A., Archenti, N. y Piovani, J. (2007). Metodología de las Ciencias Sociales. Emecé.
- Mejía Navarrete, J. (2011). Problemas centrales del análisis de datos cualitativos. *Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social*, 1, 47-60.
- Méndez, N. (2010). Propuesta de capacitación para la enseñanza de la geometría. *Revista de Educación Matemática*. <https://doi.org/10.33044/revem.10226>
- Mengarelli, M.S., Menna, C. y Sgreccia, N. (2019). Profesorados Universitarios en Matemática de Argentina: un recorrido por sus planes de estudio. En J. Aguirre, L. Proasi y C. De Laurentis (eds.), *Actas del VII Congreso Latinoamericano: prácticas, problemáticas y desafíos contemporáneos de la Universidad y del Nivel Superior* (pp.1022-1028). Universidad Nacional de Mar del Plata. <http://hdl.handle.net/2133/17668>
- Menna, C., Mengarelli, M., Schaefer, L. y Sgreccia, N. (2019). Hacer matemática con Recursos Didácticos y Juegos Educativos. *Novedades Educativas*, 31(339), 25-33.
- Ministerio de Educación de la República Argentina. (2012). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Ciclo Básico. Educación Secundaria. Matemática. Buenos Aires. <https://www.educ.ar/recursos/110570/nap-matematica-educacion-secundaria-ciclo-basico>
- Ministerio de Educación de la República Argentina. (2018). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Ciclo Orientado. Educación Secundaria. Matemática. Buenos Aires. <https://www.educ.ar/recursos/132578/nap-matematica-educacion-secundaria-ciclo-orientado>
- Moise, E. E. (1990). *Elementary geometry from an advanced standpoint*. Addison-Wesley.
- Monetti, E. y Molina, M. (2024). La planificación didáctica y su enseñanza en la formación docente: entramado de sentidos, representaciones y prácticas. *Espacios en blanco*, 1(34). <https://doi.org/10.37177/UNICEN/EB34-387>
- Montes, M., Contreras, L.C. y Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 403-410). SEIEM. <https://www.seiem.es/acta/xvii-2013-bilbao/>
- Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L., Liñán-García, M. y Barrera-Castanardo, V. (2019). Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: una propuesta desde el modelo MTSK. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. González (eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 157-176). Ediciones Universidad Salamanca. <https://eusal.es/eusal/catalog/book/978-84-1311-073-8>
- Mora Vargas, A. (2001). Los contenidos curriculares del plan de estudios: una propuesta para su organización y estructura. *Revista Educación*, 25(2), 147-156. <https://doi.org/10.15517/revedu.v25i2.3588>
- Peña Vera, T. y Pirela Morillo, J. (2007). La complejidad del análisis documental. *Información, Cultura y Sociedad*, (16), 55-81. <http://repositorio.filob.uba.ar/handle/filodigital/8052>
- Pérez Hernández, A., Méndez Sánchez, C., Pérez

- Arellano, P. y García Sastré, J. (2017). Los programas de estudio en la educación superior: orientaciones para su elaboración. *Perspectivas docentes*, (62), 21-31.
- Portalone Crescenti, E. (2008). A formação do professor de matemática: aprendizagem da geometria e atuação docente. *Práxis Educativa*, 3(1), 81-94. <https://doi.org/10.5212/PraxEduc.v.3i1081094>
- Quijano, M.T. y Corica, A.R. (2021). La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria argentina: análisis de un diseño curricular. *Revista de Educación*, 12(22), 403-417. https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/article/view/4814/5012
- Salit, C. (2011). Procesos de cambio curricular en la Universidad. Aportes desde una lectura en clave pedagógica. *Revista Argentina de Educación Superior*, 3(3), 10-25. https://www.untref.edu.ar/raes/documentos/raes_3_salit.pdf
- Schaefer, L. y Sgreccia, N. (2025a). Complementariedad de las geometrías sintética y analítica: el caso del Profesorado en Matemática de la UNR. En S. Scaglia, K. Temperini y M. Götte (Comps.), *Actas de las VIII Jornadas de Educación Matemática y V Jornadas de Investigación en Educación Matemática. Miradas y desafíos de la educación matemática en el Siglo XXI* (pp. 323-335). Universidad Nacional del Litoral. <https://www.fhuc.unl.edu.ar/institucional/wp-content/uploads/sites/3/2018/08/Miradas-y-desafios-de-la-educación-matemática-en-el-Siglo-XXI.pdf>
- Schaefer, L. y Sgreccia, N. (2025b). Conocimiento matemático para la enseñanza de la complementariedad de las geometrías sintética y analítica en el PUM. En N. Sgreccia (Comp.), *Memorias de las Terceras Jornadas de Práctica Profesional Docente en Profesorados Universitarios en Matemática* (pp. 162-182). Editorial Asociación de Profesores de la Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería de la Universidad Nacional de Rosario. <https://hdl.handle.net/2133/31023>
- Schaefer, L. y Sgreccia, N. (2025c). El Conocimiento de la Disciplina en la Formación de Profesores en Matemática: estudio de la complementariedad de las geometrías sintética y analítica. *Bolema*, 39, 1-22. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v39a230229>
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Siles Vega, T. (2024). Situación adidáctica para el tránsito de la homotecia en el plano euclíadiano a la homotecia vectorial. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 16(3), 88-106. <https://doi.org/10.46219/rechim.v16i3.167>
- Sosa, L. (2024). El modelo MTSK como soporte de crecimiento profesional del formador. *PNA*, 18(5), 523-549. <https://doi.org/10.30827/pna.v18i5.29828>
- Terigi, F. (1999). *Curriculum. Itinerarios para aprender un territorio*. Santillana.
- Torres Muñoz, A. (1997). Estructura metodológica del programa de una asignatura. *Revista de la Facultad de Ingeniería-Universidad Nueva Granada*, 47-55.
- Zakaryan, D. y Sosa, L. (2021). Conocimiento del profesor de secundaria de la práctica matemática en clases de geometría. *Educación Matemática*, 33(1), 71-97. <https://doi.org/10.24844/em3301.03>