



PROPUESTAS DIDÁCTICAS

GESTIÓN DEL ERROR MEDIANTE DIFERENTES TIPOS DE CONTROL Y AUTONOMÍA MATEMÁTICA: UNA PROPUESTA PARA EL DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE

ERROR MANAGEMENT THROUGH DIFFERENT TYPES OF CONTROL AND MATHEMATICAL AUTONOMY: A PROPOSAL FOR TEACHER PROFESSIONAL DEVELOPMENT

Marcelo Palacios Donoso

marcelo.palacios@mineduc.cl

<https://orcid.org/0000-0002-0140-1231>

Magister en Evaluación Educacional; Ministerio de Educación,
Viña del Mar, Chile

Jorge Gaona Paredes

jorge.gaona@pucv.cl

<https://orcid.org/0000-0001-6367-529X>

Docteur en Didactiques des Disciplines – Mathématiques; Pontificia
Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile

RESUMEN

El presente artículo presenta una experiencia de aula en la que se analiza la gestión del error en la enseñanza de las matemáticas en educación secundaria, en el marco del desarrollo profesional docente en Chile. Ante los bajos resultados en el indicador de análisis de errores del Portafolio Docente 2024, se implementó un taller para profesores en la Provincia de Valparaíso. Mediante una tarea de modelación de una canaleta, los participantes adoptaron el rol de estudiantes y experimentaron concepciones intuitivas para realizar la construcción y validación de un modelo. Se introdujo la noción de control del error —por el medio o contexto, semiótico, instrumental y discursivo— para fomentar la autonomía y el aprendizaje activo. Los resultados indican que el uso de material concreto y la herramienta tecnológica GeoGebra permiten al sujeto identificar y gestionar errores mediante el uso de diferentes registros de representación, las respuestas del medio tecnológico y la reflexión colectiva. Se concluye, en consistencia con referentes de investigación actuales, que un diseño didáctico que anticipe el error y articule mecanismos de validación favorece el tránsito de la intervención docente desde la corrección inmediata hacia un proceso reflexivo que promueve la autonomía y la construcción colectiva del conocimiento.

Palabras Clave:

Gestión del error; Modelación; Tecnología; Espacio de trabajo matemático; funciones

ABSTRACT

This article reports on a classroom-based experience examining how errors are managed in secondary mathematics teaching within the context of teacher professional development in Chile. In response to the low results obtained for the error-analysis indicator in the 2024 Chilean Teacher Portfolio, a workshop was conducted with teachers in the Province of Valparaíso. Through a gutter-modelling task, participants assumed the role of students and engaged with intuitive conceptions while constructing and validating a model. The notion of error control—milieu or context-based, semiotic, instrumental, and discursive—was introduced to foster learner autonomy and active learning. The findings indicate that the use of concrete materials and the digital tool GeoGebra enables learners to identify and manage errors by drawing on different registers of representation, feedback from the technological milieu, and collective reflection. Consistent with current research, it is concluded that a didactical design that anticipates errors and integrates validation mechanisms fosters a shift in teacher intervention from immediate correction towards a reflective process that promotes learner autonomy and the collective construction of knowledge.

Keywords:

error management; mathematical modeling; technology; Mathematical working space, functions

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Gestión del Error en clases de matemáticas

El error es un concepto que ha sido analizado y teorizado desde hace décadas en educación matemáticas. Radatz (1979) propuso a finales de los años 70 una clasificación de errores y causas en términos de procesamiento de la información, basado en teoría de sistemas que influenciaron a la psicología cognitiva. Más o menos en la misma época, desde una perspectiva constructivista, Brousseau (1976) presentó la idea de obstáculo epistemológico basado en la obra *La formation de l'esprit scientifique* de Bachelard (1938), mostrando que hay errores que son persistentes debido a conocimientos válidos en un dominio, pero que resultan inadecuados en otros. Cincuenta años más tarde, el error sigue siendo objeto de estudio desde diferentes perspectivas. En esta línea, Vera-Gajardo et al. (2026) analizaron experiencias de error de profesores de matemáticas en formación en Chile, prestando especial atención a su dimensión emocional; por su parte, Chesnais et al., (2025) examinaron el papel del género en dichas experiencias.

Siguiendo el caso chileno, la consideración del error ha sido incorporada dentro de la política pública a través de la Ley N° 20.903 (2016) del Sistema de Desarrollo Profesional Docente que enfatiza la necesidad de fortalecer las competencias de la práctica del profesorado. Dentro de los indicadores con los que se evalúa a los profesores en servicio, la gestión del error se ha convertido en un desafío. Esto se observa en el Informe Nacional Portafolio 2024 (en adelante Portafolio) (CPEIP, 2025), en el cual se menciona que el indicador análisis de los errores del módulo 3 del Portafolio, los docentes, tanto de educación básica como media, se encuentran en un nivel descendido en esta competencia pedagógica. Ante el panorama expuesto, la presente experiencia de aula busca proponer una situación de modelación que permita a profesores de secundaria trabajar diferentes tipos de gestión del error.

1.2 Revisión de la literatura

La revisión sistemática en revistas especializadas en Educación Matemática en torno al error permitió identificar una amplia producción investigativa relacionada al tema con diferentes perspectivas. Chesnais et al. (2025) proponen al error como un derecho en el aula que fomenta espacios de problematización, generados a partir de las respuestas erróneas con el fin de que los estudiantes puedan construir significados comunes. Por su parte Albizu-Mallea y Vera-Gajardo (2025) desde una perspectiva feminista, proponen cambiar la gestión del error desde la competitividad y transitar hacia un trabajo metacognitivo que reconozca la vulnerabilidad. Por otra parte, se identificaron dos grandes grupos de investigaciones, en el primero predomina el diagnóstico del error y en el segundo, se realizan propuestas sobre estrategias para su tratamiento o gestión en el aula.

En el primer grupo, se encuentran autores como Molina et al. (2017); Ngoveni (2025) y Rafika y Syuhendri (2021), quienes han concluido que los constantes errores que cometen los estudiantes a la hora de trabajar en la asignatura de matemáticas, más allá de ser un simple indicador del fracaso o una situación azarosa, constituyen una fuente valiosa y sistémica de información diagnóstica tanto para el docente de aula como para quienes indagan en la temática. Los estudios han demostrado que los contratiempos sufridos por los estudiantes no son consecuencia directa de descuidos, sino que se asocian a conceptos erróneos o ejecutivos, los que emanan de forma consciente a través de diferentes dominios. Por ejemplo, en cuanto al análisis de la factorización en Álgebra inicial, se ha revelado una "prevalencia significativa de errores estructurales y ejecutivos, con una notable ausencia de errores del tipo arbitrarios" (Ngoveni, 2025, p.23); lo que indica que los problemas que presentan los estudiantes son derivados de malas aplicaciones o de malentendidos sistemáticos. De la misma manera, en la investigación llevada a cabo por Molina et al. (2017) sobre el cambio de representación entre lenguaje natural y algebraico, se estableció que el tipo de errores de conversión e interpretación son los que se presentan de manera más frecuente en los es-

tudiantes, esto debido a la "influencia de la sintaxis del lenguaje natural".

En el segundo grupo de investigaciones se ha puesto el foco en la transformación del error como una herramienta que favorezca el aprendizaje activo. En esta perspectiva, el trabajo de Lucangeli et al. (2019) pone la atención en el desarrollo de la autorregulación y la metacognición de los estudiantes, demostrando que, al formar a los estudiantes que poseen dificultades específicas de aprendizaje, en una planificación y monitoreo de su propio trabajo "permite una disminución significativa en el número de errores cometidos, particularmente en errores de ejecución" (p. 577). Otros estudios se centran en la utilización recursos con material concreto, específicamente, el uso de fichas de álgebra para construir elementos de comprensión conceptual para poder rectificar errores en expresiones algebraicas; en esta línea, los autores han reportaron resultados positivos al utilizar dicha estrategia (Stemele y Jina Asvat, 2024).

En este mismo grupo, destacamos el trabajo de Boomgaarden et al. (2024), quienes propusieron a los estudiantes identificar el tipo de error que cometen utilizando una lista de errores previamente identificados por los autores, lo que ha permitido una mejora en los aprendizajes. Este tipo de estudios robustecen la idea de integrar el análisis y la gestión del error como un eje central estratégico y metodológico en la práctica educativa, que derive en dar el paso de la mera identificación hacia la acción pedagógica en torno a evidencia que la sustenten.

Un elemento clave en las investigaciones analizadas es el rol del profesor para gestionar el error, el cual hay que desarrollar y fortalecer tanto en la formación inicial como en la formación continua. La literatura sugiere que la clave radica en cómo la práctica de los profesores y profesoras es capaz de acoger, analizar y transformar los errores conceptuales en un puente hacia un nuevo conocimiento. Las conclusiones apuntan a que las prácticas con mayor efectividad son aquellas que son capaces de establecer vínculos entre las lógicas que reflejan los errores de los estudiantes con las lógicas del saber disciplinar convirtiendo al error como una oportunidad de aprendizaje (Chesnais et al., 2025; Richard-Bossez, 2025).

1.3 Propuesta didáctica

Tomando en cuenta los antecedentes del Informe Nacional Portafolio 2024 (CPEIP, 2025) y la revisión de la literatura especializada, en esta contribución se propone una situación didáctica para gestionar el error de los estudiantes a través de la noción de control. Particularmente el control por el medio o contexto y el control semiótico, instrumental y discursivo. Esta situación se experimentó con 52 profesores en ejercicio de la región de Valparaíso con el propósito de poner a su disposición un modelo de gestión que aporte al rol de diseñador reflexivo, entregando herramientas para estructurar situaciones de aprendizaje centradas en promover en sus estudiantes la gestión autónoma de la validación del conocimiento.

2. MARCO CONCEPTUAL

El proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tensiona la relación docente como única fuente de validación del saber con la necesidad de la autonomía del aprendizaje del estudiante. En la práctica en el aula se puede observar una dependencia de los estudiantes ante la instancia de revisar la veracidad de sus propias producciones, una dinámica que al llevarla a la reducción dicotómica de correcto o incorrecto, se convierte en un inhibidor más que un potenciador del error como motor de aprendizaje.

En la búsqueda de superar la mencionada dependencia, se adopta la noción de *control del error* como eje articulador. En términos generales, se entiende el control como el conjunto de acciones ejecutadas por el sujeto para asegurar que el desarrollo de un proceso y el producto obtenido sean coherentes con el objetivo predefinido (Flores-González, 2021, p.63). Bajo este marco, el control se constituye como un mecanismo que permite al estudiante gestionar su propio pensamiento sin requerir la validación externa inmediata.

A continuación, se definen los tipos de control que fundamentan esta propuesta: *control por el medio o contexto*, *control semiótico*, *instrumental* y *discursivo*.

2.1 Control por el medio o contexto

Brousseau (1998) desarrolla su teoría de Situaciones Didácticas (TSD). En la TSD aparecen dos conceptos clave para nuestros propósitos. El de *situación didáctica* y el de *medio (milieu)*. El concepto de situación considera al sujeto, el conocimiento puesto en juego y un medio (Brousseau et al., 2013, p 193). El *medio* es un conjunto de elementos materiales o simbólicos que funcionan como antagonistas frente a un sujeto, el cual se adapta y lo asimila. Este medio produce contradicciones y desequilibrios. La interacción entre el sujeto y el medio potencialmente puede producir conocimientos. Estos elementos el profesor los organiza en una situación didáctica. Brousseau propone que para cada conocimiento existe una situación fundamental que produce ese conocimiento, por ejemplo, la botella de Brousseau para probabilidades (Brousseau, 1974), el grosor de hojas para las fracciones (Brousseau et al., 2013) o el tangram para la proporcionalidad (Brousseau, 1998). En todas estas investigaciones se muestra cómo una situación y una serie de fases: acción, formulación, validación e institucionalización mediante la interacción con el *medio*, produce conocimiento en los sujetos.

A modo de ejemplo, en la situación del tangram utilizada para la introducción de la proporcionalidad (Brousseau, 1998), los estudiantes deben producir un agrandamiento coherente de una figura compuesta a partir de piezas trabajadas individualmente. El *medio* está constituido tanto por el objeto geométrico como por la exigencia colectiva de reconstrucción, la cual funciona como un criterio externo de validación.

Las estrategias inicialmente movilizadas por los alumnos suelen apoyarse en esquemas aditivos, que resultan ineficaces para satisfacer las restricciones del medio, ya que las piezas no encajan. Esta inadecuación no es sancionada por el profesor, sino revelada por el propio funcionamiento del *medio*, que actúa como instancia antagonista. La persistencia del conflicto conduce a la búsqueda de nuevas estrategias y permite la emergencia de procedimientos multiplicativos, que son posteriormente institucionalizados por el profesor bajo la forma del coeficiente de proporcionalidad.

Este tipo de situaciones ilustra cómo el control del error no se ejerce de manera directa por la intervención docente, sino que se delega al medio, cuyas retroacciones orientan la evolución de las estrategias de los alumnos y posibilitan la construcción del conocimiento matemático. Además, en estas situaciones, el error es parte inherente de la situación, es el desequilibrio del medio que produce potenciales estrategias que luego se transforman en conocimientos sobre la proporcionalidad.

Otro elemento de control es el *contexto*, el cual resulta menos exigente a nivel micro que el medio en la Teoría de Situaciones Didácticas, en la medida en que basta con que las soluciones propuestas satisfagan condiciones de realidad asociadas al problema. Sin embargo, este tipo de control es altamente exigente a nivel macro, ya que su eficacia depende de la coherencia y consistencia del profesor a lo largo del conjunto de situaciones en las que se movilizan datos reales.

En efecto, si en un problema una solución se descarta por ser incompatible con la realidad del contexto —por ejemplo, una altura humana de 3 metros— entonces en otros problemas del mismo tipo deben mantenerse criterios análogos. Así, en un problema de lanzamiento vertical, el coeficiente que acompaña al término cuadrático no puede ser elegido arbitrariamente para facilitar los cálculos, sino que debe corresponder a un valor físicamente pertinente, como $-1/2 \bullet 9,8 \text{ m/s}^2$.

De este modo, el control por el contexto no se ejerce en una tarea aislada, sino que se construye progresivamente mediante la regularidad de las decisiones didácticas, configurando un sistema de referencias estables que orienta la validación de las soluciones por parte de los estudiantes.

2.2 El control semiótico, instrumental y discursivo

Ahora bien, basado en las ideas de Flores-González (2021, p. 114) se define cada uno de los tipos de control en el marco del Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak et al., 2022) de la siguiente manera:

El *control semiótico*, se entiende como las acciones ligadas al tratamiento o la conversión que sirven para anticipar, verificar o validar procedimientos o resultados obtenidos.

El *control instrumental*, se entiende como las acciones relacionadas con el uso de artefactos materiales, simbólicos o digitales para anticipar, verificar o validar procedimientos obtenidos.

El *control discursivo* se entiende como las acciones relacionadas con el uso implícito o explícito de definiciones, axiomas o teoremas para anticipar, verificar o validar procedimientos obtenidos.

En la práctica, estos controles rara vez operan de manera aislada. Por ejemplo, si un estudiante utiliza un software para graficar y corroborar resultados, está realizando un control semiótico-instrumental, puesto que está realizando una conversión, pero mediada por un artefacto digital. En el caso de la geometría, cuando se realiza un trabajo sintético, la visualización de los objetos matemáticos involucrados se realiza mediante un control discursivo de los componentes de la figura. Por último, si los resultados que provienen de un artefacto se contrastan con alguna propiedad o definición que permita corroborar la pertinencia o la validez epistemológica relativa de los objetos involucrados (Gaona et al., 2022), como diferenciar entre un valor aproximado y el valor exacto al resolver una ecuación en diferentes artefactos digitales.

3. MARCO METODOLÓGICO

El presente estudio adopta un enfoque cualitativo enmarcado en la sistematización de experiencias, de acuerdo a la conceptualización de Jara (2018) como un proceso de construcción de conocimiento crítico a partir de la práctica pedagógica, lo que permite trascender desde la descripción de actividades hacia la posibilidad de indagar en la lógica interna de la práctica docente, permitiendo la reconstrucción, interpretación y teorización de la experiencia vivida en el despliegue de las situaciones didácticas de modelación.

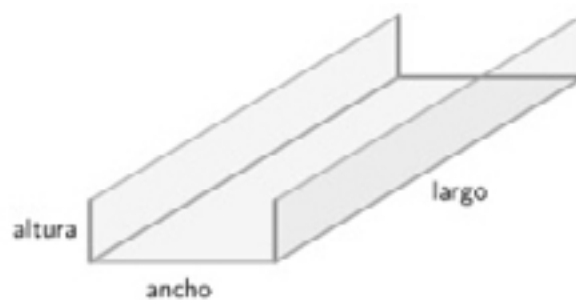
La tarea propuesta es utilizada a modo de dispositivo didáctico para estudiar la gestión del error, así como también, las formas de validación que los estudiantes ponen en juego, haciendo vivir a los docentes, la experiencia de cometer distintos tipos de errores y así puedan revisar los distintos tipos de control (por el medio o contexto, semiótico, instrumental y discursivo) que les servirán para que puedan ayudar a gestionar a sus estudiantes.

En el marco de implementación de acciones de desarrollo profesional con docentes de matemáticas, la invitación abierta a participar del taller buscó atender a la necesidad de fortalecer las competencias de análisis de errores identificadas en el Informe Nacional Portafolio (2024) (CPEIP, 2025), utilizando herramientas didácticas disciplinares y la reflexión entre pares como motor principal para la indagación de la propia práctica.

3.1 Diseño de la tarea y análisis a priori

La tarea consiste en construir una canaleta abierta a partir de una hoja de oficio, doblando sus bordes laterales en ángulo recto a igual altura (pestañas), y analizar la relación entre la altura de la pestaña y la capacidad de la canaleta, medida por el volumen que puede contener (ver Figura 1). El enunciado plantea a los estudiantes una cuestión abierta: si todos disponen del mismo material, ¿la capacidad de la canaleta se mantiene o cambia al modificar la altura de las pestañas?

Figura 1. Canaleta que se les pide construir a los profesores a partir de una hoja de oficio.



Nota. Diseño propio en GeoGebra

El análisis a priori contempla como hipótesis de trabajo dos respuestas posibles de los asistentes al taller: (H1) el volumen se mantiene al modificar la pestaña, y (H2) el volumen cambia al modificar la pestaña. Se anticipa que habrá participantes que se inclinarán por la opción H1, y al pedirles justificar, utilizarán como argumento que hay una “compensación” entre magnitudes inversas (aumenta la pestaña, disminuye la base), lo que podría sostener la hipótesis de conservación. Esta argumentación, puede incluso convencer a algunos que sostienen que el volumen cambia. En este punto es cuando opera el *control por el medio o el contexto*, puesto que los sujetos en diferentes experimentaciones muestran que dos magnitudes que covarían de forma inversa no producen una variación en una tercera variable que depende de las anteriores, transformándose esto en un obstáculo epistemológico (Brousseau, 1976).

La elección de la hoja de oficio (puede ser carta u otro formato accesible) se justifica por criterios pragmáticos y epistémicos. En lo pragmático, fácil acceso para los profesores y asegura igualdad

de material entre estudiantes, haciendo visible la condición inicial del problema. En lo epistémico, sus medidas no enteras favorecen el trabajo con decimales y aumentan la sensibilidad del fenómeno a pequeñas variaciones en las medidas, enriqueciendo el análisis numérico y abriendo pasos a errores de medición.

Se les pide a los profesores que doblen la hoja de oficio, que la midan (se proporcionan reglas de medir para hacerlo) y que registren sus cálculos en una tabla dispuesta en la pizarra con los datos obtenidos, incluyendo su nombre (ver Tabla 1). En este punto, se espera trabajar con el *control semiótico-discursivo*, puesto que la tabla de valores compartida mostrará que hay variación en el volumen cuando se eligen diferentes valores para la altura y la base de la canaleta, aun cuando todos parten con el mismo material. Esta confrontación entre la hipótesis de invariabilidad y la variabilidad empírica puede generar resistencia, mostrando la resistencia del obstáculo epistemológico antes descrito.

Tabla 1. Tabla dispuesta en la pizarra para que los participantes registren sus cálculos

Nombre	Altura pestaña	Altura base	Largo	Volumen

Nota: Diseño propio para el taller.

Una vez que se complete la tabla, el relator realiza una serie de preguntas guías:

1. ¿El volumen de la canaleta se mantiene o cambia al usar el mismo material inicial modificando en cómo se dobla?
2. ¿Es posible saber, mirando la tabla si los cálculos son correctos?

Frente a la pregunta 2, el relator grafica los resultados en un software como por ejemplo GeoGebra o Excel (con el gráfico de dispersión). En la gráfica, cuando hay una cantidad suficientes de puntos (se les puede pedir que hagan más de un prototipo de canaleta por persona si es que

son pocos los participantes), aparecen dos fenómenos: por una parte, se observa una curva que por la modelación algebraica (que aún no hemos realizado) es una función cuadrática y muy probablemente, aparecerán puntos que estén fuera de la curva. Se invita a los participantes a observar estos puntos y corroborar si los cálculos están correctos. La elección de un software para graficar está pensada desde el punto de vista del *control semiótico-instrumental*. Graficar en un plano cartesiano digital evita que aparezcan problemas de proporcionalidad que se presentarían en un plano hecho en la pizarra, además, permitirá observar una tendencia, que en este caso las medidas están en una curva que pertenece a un polinomio

de grado 2, mostrando además puntos que estén fuera de la curva que se deben a errores de cálculo. La curva permite realizar el control semiótico de los cálculos sin tener que revisarlos uno por uno para saber si están o no correctos.

Cabe destacar que, trabajar con una hoja de oficio real, cuyo ancho es de 21,6 cm, constituye una decisión didáctica relevante, ya que obliga a operar con valores decimales. Esto enriquece la experiencia al ir más allá del uso de números enteros. Además, al tratarse de material concreto, introduce inevitablemente errores de medición. Este aspecto resulta especialmente formativo para los profesores en ejercicio: aun contando con sólidos conocimientos disciplinares, no pueden evitar la aparición de pequeñas discrepancias entre mediciones, lo que abre un espacio para reflexionar sobre la naturaleza aproximada de los datos empíricos. Pero también, mostrar que intencionar estos errores es parte del proceso de aprendizaje. Para nuestros propósitos, no nos interesa eliminar los errores, sino que preverlos y entregar herramientas para su gestión y control para que sirvan como fuente de aprendizaje.

Una vez que se “reparan” esos puntos, es decir, cuando se revisan los puntos que están fuera de la tendencia (por ejemplo, los puntos P1, P4 y P5 de la Figura 4), hay varias preguntas que el profesor puede plantear, cada una con un rol específico:

1. ¿Qué tipo de curva es? Sirve para introducir funciones no lineales, en particular una cuadrática.
2. ¿Cuál es la canaleta que más conviene? Es un problema de optimización, que, aunque no podamos estar seguros de cuál es el valor óptimo, por la gráfica se puede estimar en qué rangos puede estar.
3. ¿Qué alturas de pestaña puedo elegir? Esta pregunta está relacionada con el dominio de la función.
4. ¿Cuál es el rango de valores posibles para el volumen? Esta pregunta está relacionada con la imagen o el rango de la función.
5. Para un volumen dado ¿puedo estimar qué altura de pestaña necesito? Esta es una ecuación cuadrática, que al igual que en los

casos anterior, aun cuando aún no se tiene la expresión analítica aún, se puede dar una respuesta aproximada usando la tabla y la gráfica.

Estas preguntas apuntan a trabajar a través de la situación el *control discursivo*, puesto que hay una serie de definiciones sobre las funciones que se trabajan, que una vez que el profesor institucionalice la situación podrá usar para introducir los conceptos de dominio, recorrido máximo, entre otros.

Al final de esta etapa se puede generar la expresión algebraica, hay varias formas de hacerlo, dependiendo de las intenciones didácticas, el curso en el que se está planteando o el nivel de los estudiantes, se pueden elegir:

1. Usar un software como GeoGebra y utilizar el comando Ajuste Polinómico (Argumento 1, Argumento 2), el primer argumento es una lista de puntos y el segundo es el grado del polinomio. Esta forma es particularmente interesante porque es exploratoria, a priori, no se asume que grado tiene el polinomio y los estudiantes pueden probar distintos ajustes y visualizar que el cuadrático es que le mejor se acerca a los puntos.
2. Si se asume que es una función cuadrática, se puede usar un sistema de ecuaciones lineales, reemplazando valores conocidos, como una función cuadrática $f(x)=ax^2+bx+c$ tiene tres parámetros (a , b y c), se necesitan al menos tres ecuaciones para resolverlo.
3. Realizar una generalización algebraica de un patrón numérico. En este caso, se pueden utilizar los mismos cálculos realizados por los estudiantes durante la experimentación a partir de la fórmula geométrica del volumen de un paralelepípedo: $Volumen = alto\ canaleta * ancho\ canaleta * largo\ canaleta$. Los estudiantes pueden listar el cálculo que hicieron para cada alto de pestaña que eligieron y observar que hay una relación de dependencia entre el alto y el ancho, puesto que $ancho\ canaleta = ancho\ hoja - 2 * alto\ canaleta$, mientras que el largo de la canaleta es igual al largo de la hoja, es un parámetro que no se modifica.

Esto puede llevar finalmente a la expresión algebraica. Una vez que se tiene la expresión al-

gebráica, se pueden responder a las preguntas planteadas más arriba, pero de forma exacta y simbólica. Mostrando la potencialidad de cada representación semiótica, puesto que, si la tabla de valores me muestra cálculos puntuales y me permite visualizar la variabilidad, el gráfico me da una visión global, mientras que la expresión algebraica, aunque más abstracta, me permite calcular de forma exacta elementos como el máximo o para un volumen dado calcular qué altura de pestaña necesito. Nuevamente en esta etapa opera el control semiótico, puesto que cada representación tiene potencialidades y limitaciones diferentes, complementándose.

3.2 Experimentación

La implementación de esta propuesta se llevó a cabo en el marco de un taller de formación continua dirigido a docentes de matemáticas de la Provincia de Valparaíso.

La convocatoria alcanzó una participación de 52 profesores y profesoras de Educación Media en ejercicio. La muestra destaca por su representatividad geográfica y administrativa en el territorio provincial:

- distribución territorial: asistieron docentes de ocho de las diez comunas de la provincia (Casablanca, Valparaíso, Viña del Mar, Concón, Quintero, Puchuncaví, Villa Alemana y Quilpué), con la única excepción de los territorios correspondientes a las islas de Rapa - Nui y Juan Fernández.
- dependencia administrativa: se registró una paridad exacta en la procedencia institucional, con 26 docentes del sector público (Corporaciones, DAEM y SLEP) y 26 de establecimientos particulares subvencionados.

Esta alta y diversa convocatoria es un indicador relevante de la demanda y disposición del profesorado por acceder a instancias de apoyo pedagógico. La masiva respuesta sugiere que existe una necesidad latente en el sistema educativo por fortalecer las competencias de gestión del aula, especialmente en líneas específicas relacionadas con estrategias y metodologías activas – participativas para la mejora continua.

El taller se realizó durante el mes de agosto de 2025 tras la publicación de los resultados diagnósticos del sistema de evaluación nacional y el análisis de los niveles de logros en los indicadores evaluados en el portafolio 2024.

La experiencia se diseñó bajo una metodología de taller vivencial. Para ello, se solicitó a los participantes suspender momentáneamente su rol de docentes y asumir el rol de estudiantes. La instrucción central fue resolver un problema de modelación geométrica: Diseñar una canaleta a partir de una hoja de papel de tamaño oficio; antes de preguntar por el volumen máximo se pregunta por la variabilidad: el volumen ¿cambia o se mantiene si todos parten con el mismo material (hoja de oficio)? Para luego continuar con una serie de etapas que se describen en la sección anterior.

En cumplimiento con los resguardos éticos y con el fin de garantizar la confidencialidad y el anonimato de las personas que participaron de la experiencia, los nombres de personas utilizados a lo largo del presente documento son ficticios.

3.3 Categorías de análisis

En la Tabla 2, se exponen los indicadores que operacionalizan los distintos tipos de control de manera de realizar el análisis.

Tabla 2. Categorías de análisis e indicadores para analizar la experimentación

Categoría	Indicadores
Control del error por el medio o contexto (CC)	• CC1: Identificación de errores a partir del funcionamiento del objeto material (la canaleta no cumple la función esperada). • CC2: Cuestionamiento de resultados por su falta de coherencia con el contexto físico o de realidad (volúmenes desproporcionados, medidas incompatibles). • CC3: Ajuste de procedimientos o mediciones debido a retroacciones del medio, sin intervención directa del profesor. • CC4: Uso de las condiciones iniciales comunes (misma hoja de oficio) como criterio externo de validación. • CC5: Reconocimiento de errores de medición como inherentes al trabajo con material concreto.
Control semiótico del error (CS)	• CS1: Detección de inconsistencias mediante el tratamiento de datos en tablas numéricas. • CS2: Identificación de errores al comparar diferentes registros de representación • CS3: Uso de la gráfica para anticipar, verificar o invalidar resultados (puntos fuera de la tendencia). • CS4: Ajuste de cálculos tras la conversión entre registros semióticos. • CS5: Reconocimiento de la complementariedad entre registros para validar resultados.
Control instrumental del error (CI)	• CI1: Verificación o corrección de resultados mediante instrumentos de medición (regla, material concreto). • CI2: Uso de software (GeoGebra, Excel u otros) para graficar, calcular o contrastar resultados. • CI3: Identificación de errores a partir de resultados producidos por un artefacto digital. • CI4: Reconocimiento de las limitaciones y aproximaciones propias de los instrumentos utilizados. • CI5: Contraste entre resultados obtenidos con distintos artefactos.
Control discursivo del error (CD)	• CD1: Justificación de procedimientos o resultados mediante definiciones, propiedades o relaciones matemáticas. • CD2: Argumentación sobre la forma de la gráfica (máximo, concavidad) a partir de razonamientos teóricos. • CD3: Identificación de resultados a partir del dominio o significado de las variables. • CD4: Distinción entre valores exactos y aproximados en la validación de resultados. • CD5: Uso de relaciones algebraicas derivadas del modelo geométrico para corroborar resultados.

Nota. Elaboración propia.

4. RESULTADOS

En esta parte se describe de forma breve cada una de las etapas. En la sección siguiente se desarrolla con mayor profundidad algunas de las etapas tomando en cuenta los tipos de control que se fueron desplegando.

4.1 Desarrollo de la experimentación

E1 Conjetura inicial e individual:

El taller inició con los docentes organizados en grupos, pero trabajando de forma individual. Se les instó a registrar en sus cuadernos una hipótesis sobre la pregunta central: ¿el volumen de la canaleta varía al modificar la altura de la pestaña? Este momento buscó explicitar las intuiciones sobre la conservación o cambio de magnitud.

E2 Debate grupal y conflicto cognitivo

Los participantes discutieron sus visiones dentro de sus equipos. El objetivo fue contrastar las conjeturas individuales, permitiendo que emergieran los primeros conflictos cognitivos, especialmente entre quienes sostenían la hipótesis de conservación (H1) por compensación de medidas. Observamos que en esta parte aún no hay control del error, puesto que las conjeturas aún no han sido contrastadas.

E3 Fase de acción y medición

Se entregó el material concreto (hojas de oficio y reglas). En la Figura 2 se muestra a los docentes en la etapa de construcción física de los prototipos y el registro de las medidas resultantes. En esta etapa, el error de medición apareció de forma natural, constituyendo el primer contacto con la gestión de datos emanados de la experimentación (CI1).

Figura 2. Docentes comienzan los diversos pliegues de las hojas y miden las pestañas obtenidas.



Nota: Registro fotográfico de la actividad.

E4 Registro colectivo de datos

La Figura 4 muestra instantes en que los representantes de cada grupo registraron sus mediciones en una tabla dispuesta en la pizarra. Este acto transformó los datos individuales en un "medio" compartido, permitiendo una visión panorámica de la variabilidad del volumen en función de la altura de la pestaña (ver figura 3). Se observan dos tipos de control, uno semiótico (CS1) y un instrumental (CI1): puesto a priori no se sabe si el problema es de medición o si la hipótesis sobre la conservación del volumen es errónea. También se identificó tipos de control discursivo del error (CI1) y (CD3).

Figura 3. Docentes registran en la pizarra los datos obtenidos y prueban con otras medidas las que también registran en la tabla general del pizarrón.



Nota: Registro fotográfico de la actividad.

E5 Indagación/ búsqueda de contraejemplos

Al invitar a observar la tabla de la pizarra en conjunto, se instó a los docentes a realizar nuevas mediciones de forma intencionada. El propósito fue buscar valores que pudieran contradecir las primeras impresiones o rellenar vacíos en la tabla, fomentando una actitud indagatoria frente al error y la precisión. En esta etapa se activan CC2 y CC3, las y los profesores concluyen finalmente aun cuando hubo algunos problemas de medición (CC5), la variación de las medidas se explica porque la hipótesis H1 es falsa.

E6 Análisis crítico de la evidencia

Se abrió un espacio de reflexión colectiva para responder a las preguntas guía: ¿el volumen se mantiene o cambia? y ¿es posible identificar errores de cálculo solo mirando la tabla? Los profesores se dieron cuenta que, si dos personas usaban los mismos valores, deberían llegar a resultados cercanos (CS2), no necesariamente iguales por posibles errores de aproximación (CC5). Aquí se activó el control semiótico CS1, donde la coherencia numérica de la tabla sirvió como criterio de validación incluso para aquellos docentes que, sin acudir a registrar sus resultados en la pizarra, pudieron rectificar sus resultados, activándose CS4.

E7 Cambio a registro digital

El relator procedió a ingresar los datos de la pizarra en la aplicación GeoGebra. Para asegurar una visión global de la función, los docentes aportaron datos de manera ordenada y calcularon valores en los extremos del dominio (pestañas muy pequeñas como 0,5cm o 1cm) para completar la curva, activando el CI2.

E8 Visualización y ajuste de parámetros

Se enfrentó a los docentes al desafío de la escala. Al graficar, los ejes coordenados del programa GeoGebra no visualizaba la curva de forma aparente, lo que obligó a una discusión sobre la adaptación de parámetros y escalas según la unidad de medida utilizada, es decir, se observó CI3.

E9 Visualización global de las medidas en el gráfico

Una vez que las y los profesores asistentes analizaron el gráfico se percataron de varios elementos: que la mayoría de los puntos siguen el patrón de una curva (CS5), la que conjeturan como una función cuadrática (CD5) (ver figura 4). También, observó que hay algunos puntos que se escapan de la trayectoria (CS3). Además, esta representación les permitió ver la variabilidad global del fenómeno, observando entre otros elementos los posibles puntos máximos y mínimos, el dominio y el recorrido de la curva (CD2 y CD4). Luego, los profesores construyen la relación algebraica de

la función a partir del cálculo del volumen de un paralelepípedo ($Volumen = (alto\ canaleta) * (ancho\ canaleta) * (largo\ canaleta)$) usando variables: $V(x) = x(21.6 - 2x) * 33 = 712.8x - 66x^2$, es decir, CD5.

E10 Entrega de material del taller

Para finalizar el taller, se hizo entrega a las personas asistentes, de un documento escrito que mostraba la situación vivida y que además preveía momentos claves que se producirían, específicamente que podían aparecer participantes que creyeran que el volumen se mantiene y que aparecerían errores de cálculo. Esta etapa es importante en la medida que se muestra la estabilidad de la situación y la previsibilidad de las diferentes etapas. Estos momentos clave se detallan a continuación.

4.2 Momentos claves en la gestión del error a través de diferentes tipos de control

Provocar el error como fuente de aprendizaje

Para las y los profesores que participaron en el taller, la tarea de construir una canaleta resulta una situación clásica. Forma parte de los problemas en los que se trabaja la optimización de un área bajo una restricción, en este caso de longitud. Aunque el fenómeno estudiado es volumétrico, el largo de la canaleta permanece invariante, por lo que el problema se reduce a la optimización del área de la sección transversal. Esta dependencia entre las dimensiones explica la aparición de una relación cuadrática entre la altura de la pestaña y la capacidad de la canaleta.

Sin embargo, a pesar del carácter conocido de la tarea, entre las etapas iniciales de experimentación y validación, se observa que al modificar las condiciones iniciales, es decir, el uso de material concreto, varios profesores recurren a una argumentación intuitiva para sostener que el volumen se mantiene constante. Esta hipótesis, basada en una supuesta compensación entre magnitudes, fue sostenida por cerca de la mitad de los asistentes.

Desde la perspectiva del diseño didáctico, este

error resulta deseable, en la medida en que genera la necesidad de medir, registrar y contrastar resultados, activando así mecanismos de control del error. En efecto, al disponer las mediciones en una tabla compartida en la pizarra, las y los profesores pudieron confrontar empíricamente sus hipótesis, validar o refutarlas a partir de los datos obtenidos y revisar procedimientos de cálculo.

Este proceso moviliza simultáneamente un *control por el medio*, dado por las retroacciones del objeto material y de las mediciones realizadas, y un control semiótico, en la medida en que es la organización tabular de los datos la que permite identificar regularidades, inconsistencias y errores. De este modo, el error deja de ser sancionado externamente y se transforma en un recurso para la validación y la construcción del conocimiento matemático.

Gestión de los errores de cálculo y mediciones

Una de las razones para utilizar material concreto es que proporciona a los participantes un medio que les permite validar cálculos e hipótesis de manera autónoma. Además, el uso de una hoja de oficio obliga necesariamente a trabajar con números decimales, lo que complejiza el cálculo y favorece la aparición de discrepancias o errores. A esto se suma que la medición directa con regla sobre el material introduce inevitablemente errores de medición, los cuales forman parte del fenómeno estudiado.

En la Figura 2 se observa cómo los profesores completan la tabla de valores en la pizarra. Cuando varios participantes eligen una misma altura de pestaña, es posible comparar los resultados obtenidos y corroborar si los cálculos coinciden. Por ejemplo, la profesora Priscila y el profesor Paulo registran una altura de pestaña de 3 cm, un ancho de 15,6 cm y un largo de 33 cm, obteniendo ambos un volumen de 1544,4 cm³. En contraste, el profesor Kevin, para una altura de pestaña de 3 cm, anota un ancho de 11,6 cm y obtiene un volumen de 1914 cm³, mientras que la profesora Ana, con una altura de pestaña de 5 cm y un ancho de 11,7 cm, obtiene un volumen de 1930,5 cm³.

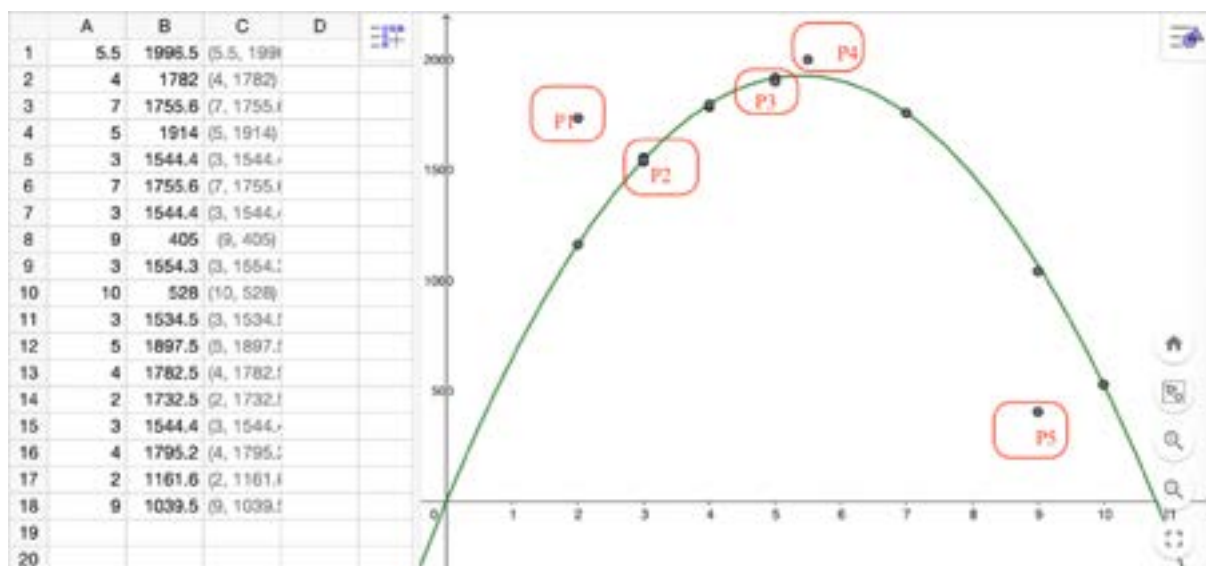
Cuando los valores elegidos por cada participan-

te son únicos, la comparación directa deja de ser posible y no se dispone de criterios locales para determinar la presencia de errores de cálculo. En este punto, el cambio de perspectiva resulta fundamental: la representación gráfica de los datos mediante un software como GeoGebra permite identificar regularidades globales y detectar puntos que se apartan de la tendencia general. Este proceso moviliza simultáneamente un control semiótico, al operar con una nueva representación, y un control instrumental, dado que es el artefacto digital el que asegura la conservación de las pro-

porciones y hace visible la coherencia global del fenómeno.

A diferencia de un gráfico realizado a mano, el uso del software permite identificar con mayor precisión los puntos que se alejan de la curva esperada, como se observa en la Figura 4, donde se destacan cinco valores que suscitan la pregunta sobre la corrección de los cálculos. Para corroborarlos, es necesario volver al objeto material y a las mediciones realizadas, activando nuevamente un control por el medio o por el contexto, que permite validar o refutar los resultados obtenidos.

Figura 4. Puntos de la pizarra que fueron graficados en GeoGebra



Nota: Los puntos P1, P2, ..., P5 son aquellos sobre los que se puede discutir.

5. CONCLUSIÓN Y DISCUSIÓN

La experiencia desarrollada en el taller pone de manifiesto el papel formativo del error cuando este es intencionado y situado en un diseño didáctico que favorece su gestión. En particular, la emergencia y persistencia de la hipótesis errónea de conservación del volumen refuerza la idea planteada por Chesnais et al. (2025) respecto de concebir el error como un derecho en el aula, en la medida en que su explicitación genera espacios de problematización colectiva. En la experiencia reportada, el error no fue corregido de manera in-

mediata ni sancionado, sino que se transformó en un punto de partida para la discusión, la medición y la búsqueda de criterios de validación compartidos, en línea con lo que plantean Albizu-Mallea y Vera-Gajardo (2025), quienes proponen cambiar la gestión del error desde la competitividad y transitar hacia un trabajo metacognitivo que reconozca la vulnerabilidad.

En el taller, la delegación progresiva del control del error al medio y a los artefactos —especialmente mediante el uso del material concreto y de GeoGebra— favoreció que los participantes asu-

mieran un rol activo en la revisión de sus datos, identificando discrepancias y reformulando sus hipótesis. Este proceso refuerza la idea de que la autonomía no se produce por la ausencia de guía docente, sino por el diseño de situaciones que hacen innecesaria la corrección directa, promoviendo la autorregulación en los estudiantes (Lucangeli et al., 2019). Sin embargo, el rol del profesor es esencial para gestionarlo (Chesnais et al., 2025; Richard-Bossez, 2025).

Aunque en este trabajo no se hace un diagnóstico de los errores, como lo hacen Molina et al. (2017), Ngoveni (2025) y Rafika y Syuhendri (2021), esta propuesta se apoya en la previsibilidad de varios errores, lo que permite gestionarlos mediante los diferentes tipos de control propuestos.

El análisis derivado de la experiencia presentada muestra que anticipar y gestionar el error mediante el diseño de la tarea y la articulación de distintos tipos de control constituye una vía pertinente para promover prácticas de aula que favorezcan la autonomía, la validación colectiva y un aprendizaje matemático más reflexivo.

6. REFERENCIAS

Albizu-Mallea, U., & Vera-Gajardo, A. (2025). From teaching for war to acknowledging vulnerability: a cartography of gender and mistake-handling in mathematics education. *Cultural Studies of Science Education*, volumen(número), <https://doi.org/10.1007/s11422-025-10272-4>

Bachelard. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Librairie Philosophique J. Vrin.

Boomgaarden, A., Loibl, K., & Leuders, T. (2024). Fostering Learning from Errors—Computer-Based Adaptivity at the Transition Between Problem Solving and Explicit Instruction. *Journal Fur Mathematik-Didaktik*, 45(2), Article 9 <https://doi.org/10.1007/s13138-024-00232-w>

Brousseau, G. (1974). *Description des 31 leçons expérimentées à l'école J. Michelet à Talence : l'enseignement des probabilités et les statistiques*. IREM de Bordeaux

Brousseau, G. (1976). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. *Comptes Rendus de La XXVIIIe Rencontre Organisée Par La Commission Internationale Pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement Des Mathématiques*, 101–117.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques: Didactique des mathématiques 1970-1990*. La Pensée Sauvage Éditions.

Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2013). *Teaching Fundamental Situations: A Fractions through Experiment*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-2715-1>

Chesnais, A., Coulange, L., Joigneaux, C., & Netter, J. (2025). Ce que la prise en charge des « erreurs » des élèves par les enseignants dit de leurs pratiques. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Thématique 3*, 13-24. <https://doi.org/10.4000/14ebw>

CPEIP. (2025). Informe nacional Portafolio 2024. <https://www.docentemas.cl/informes/informe-nacional-portafolio-2024/>

Flores-González, M. (2021). *Activité et travail mathématique à la transition Lycée-Université en Analyse : Le cas des suites $U(n+1) = f(U_n)$* . Université Paris Cité.

Gaona et al.(2022). Prospective mathematics teachers learning complex numbers using technology. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–30. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2133021>

Jara, O. (2018). *La sistematización de experiencias: práctica y teoría para otros mundos posibles*. <https://www.unc.edu.ar/sites/default/files/La%20sistematizaci%C3%B3n%20de%20experiencias%20-%20Oscar%20Jara%20%28edici%C3%B3n%20colombiana%29.pdf>

Kuzniak, A., Richard, P., & Montoya-Delgadillo, E. (2022). *Mathematical Work in Educational Context* (A. Kuzniak, E. Montoya-Delgadillo, & P. Richard, Eds.). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8>

Ley No 20.903. (2016). Biblioteca del Congreso Nacional de Chile - www.leychile.cl - documento generado el 04-Jul-2017. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1087343>

Lucangeli, D., Fastame, M. C., Pedron, M., Porru, A., Duca, V., Hitchcott, P. K., & Penna, M. P. (2019). Metacognition and errors: the impact of self-regulatory trainings in children with specific learning disabilities. *ZDM - Mathematics Education*, 51(4), 577–585. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01044-w>

Molina, M., Rodríguez-Domingo, S., Cañadas, M. C., & Castro, E. (2017). Secondary School Students' Errors in the Translation of Algebraic Statements. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(6), 1137–1156. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9739-5>

Ngoveni, M. A. (2025). Deconstructing and Addressing Factorizing Errors and Misconceptions in a TVET College: Mathematical Insights and Interventions. *International Journal of Science, Mathematics and Technology Learning*, 32(2), 23–47. <https://doi.org/10.18848/2327-7971/CGP/v32i02/23-47>

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(3), 163–172.

Rafika, R., & Syuhendri, S. (2021). Students' misconceptions on rotational and rolling motions. *Journal of Physics: Conference Series*, 1816(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1816/1/012016>

Richard-Bossez, A. (2025). L'appréhension des « erreurs » des élèves dans les pratiques enseignantes en maternelle : entre ouverture et fermeture des possibilités de révision des apprentissages. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Thématique 3*. <https://doi.org/10.4000/14ebz>

Stemele, B. P., & Jina Asvat, Z. (2024). Exploring Learner Errors and Misconceptions in Algebraic Expressions with Grade 9 Learners Through the use of Algebra Tiles. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 28(1), 153–170. <https://doi.org/10.1080/18117295.2024.2334989>

Vera-Gajardo, A., Albizu-Mallea, U., & Ubilla, F. (2026). Reading Chilean pre-service and early in-service mathematics teachers' narratives of error through the model of sociality of emotions: *Educational Studies in Mathematics*, Artículo 10514. <https://doi.org/10.1007/s10649-026-10514-4>