



INTERPRETACIÓN Y COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS POR PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN

*INTERPRETATION AND UNDERSTANDING OF STATISTICAL GRAPHS
BY MATHEMATICS STUDENT TEACHERS*

Nicolás Sánchez Acevedo
nsanchez@uahurtado.cl
Universidad Alberto Hurtado,
Santiago, Chile

Elizabeth Toro Barbieri
elizabethandreatb@gmail.com
Universidad Alberto Hurtado,
Santiago, Chile

Daniela Araya Bastias
daniela.araya@ucentral.cl
Universidad Central de Chile,
Santiago, Chile

RESUMEN

La importancia que tienen los gráficos estadísticos hoy en día es incuestionable dada la alta presencia en diversos medios para representar información. Con la intención de poder complementar la investigación en el área, llevamos a cabo un trabajo de replicación con profesores de Matemática en formación. A partir de esto, se realizó un trabajo con 23 estudiantes de la carrera de Pedagogía en Matemática, quienes cursan en su mayoría el 6o semestre de formación, para explorar en la comprensión gráfica que estos presentan en una actividad sobre esperanza de vida. El estudio fue realizado bajo una metodología cualitativa, haciendo uso de la técnica de análisis de contenido. Dentro de los resultados más significativos, se logró evidenciar una alta clasificación en los niveles 0 de perspectiva personal que se explica en el presente estudio, y nivel 1, de lectura de datos, mostrándose en algunas interpretaciones errores de lectura. A partir de estos resultados, se hace necesario que las casas de estudio puedan reformular las habilidades en estadística que desarrollen y profundicen aspectos conceptuales de la estadística en la formación de los profesores de Matemática, para promover una enseñanza de la estadística que implique una comprensión profunda de esta disciplina.

PALABRAS CLAVE:

Profesores de Matemática, Cualitativo, Comprensión gráfica, Gráficos estadísticos.

ABSTRACT

The importance of statistical graphs today is unquestionable given the high presence in various media to represent information. With the intention of complementing research in this area, we carried out a replication work with Mathematics student teachers. The study was carried out with 23 students from a Mathematics Education program, who are mostly in the 6th semester of training and explored the graph understanding demonstrated in an activity on life expectancy. The study was carried out using a qualitative methodology, applying the content analysis technique. Among the most significant results, it was possible to show a high classification in levels 0 of personal perspective which is explained in the present study and, level 1 of data reading, showing reading errors in some interpretations. Based on these results, it is necessary that education institutions reformulate the skills in statistics so they will develop and deepen conceptual aspects of statistics in teacher training and promote a teaching of statistics that includes a deep understanding of this discipline.

KEYWORDS:

Math teachers, Qualitative, Graph understanding, Statistical graphs.

1. Introducción

Hoy en día, la importancia que tiene el desarrollo de la cultura estadística en la formación de ciudadanos críticos es incuestionable, más aún, considerando la gran cantidad de información que emana de diferentes medios. También esta relevancia se ha acentuado en contextos de enseñanza, tanto en el primario como en el secundario, ganando un trascendental reconocimiento como un componente importante en diferentes planes curriculares de matemáticas (e. g. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España [MECD], 2015; Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC], 2015; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

Gran parte de las decisiones oficiales que se incluyen en el currículo y que se aplican en el sistema educativo, muchas veces no responden a lo que la sociedad necesita (Batanero, 2002), por ejemplo, Holmes (2002) plantea que muchas veces las lecciones y actividades que se proponen en documentos curriculares (programas de estudio y libros de texto) son formuladas por matemáticos. Este aspecto, de cierta manera, limita el desarrollo de una adecuada alfabetización estadística, como una habilidad primordial para comprender variada información y poder tomar decisiones con base en los datos disponibles (Meletiou-Mavrotheris y Stylianou, 2003). En este mismo sentido, la toma de decisiones no es una tarea trivial, dado que mucha de la información que es presentada en diversos medios de comunicación es exhibida de múltiples formas, lo que en algunos casos puede generar dificultades al momento de analizar e interpretar dicha información (Fitzallen, 2016; Gea et al., 2017; Meletiou y Lee, 2002).

Tal como plantean Shaughnessy et al. (1996) y Pfannkuch (2006), los gráficos en estadística son usados como representaciones de datos, los que permiten establecer razonamientos para poder comprender y profundizar en el contexto de una situación particular, generar nueva información o aprender de los datos, así como también para lograr indagar en la comprensión de la naturaleza y el tipo de razonamiento que está involucrado, por ejemplo, al momento de dar sentido a los datos, al conjeturar sobre las tendencias, o cuando se realizan posibles inferencias hacia la población.

Dentro de la amplia cantidad de herramientas de las que se disponen para realizar análisis estadísticos, los gráficos estadísticos son parte relevante de una adecuada cultura estadística (Díaz-Levicoy, 2018). En esta misma línea, Schield (2006) plantea que no basta solo con una lectura literal, sino que se hace necesario una adecuada cultura estadística para visualizar tendencia y variabilidad en los datos, pues, por ejemplo, los gráficos circulares y de barras se utilizan especialmente para presentar, difundir y explicar información en los medios (Meletiou-Mavrotheris y Stylianou, 2003).

Para lograr lo anterior, se hace necesario que los profesores, tanto en ejercicio como en formación, tengan desarrolladas las habilidades mínimas y necesarias para poder promover la comprensión de representaciones gráficas en sus estudiantes, siendo una componente necesaria de la cultura estadística del ciudadano actual (Arteaga et al., 2011; Del Pino y Estrella, 2012). Para ello, en el caso de los profesores en formación, estos requieren ser capaces de “motivar la recolección y estudio de datos y de conducir el aprendizaje de las herramientas básicas de su representación y análisis” (Centro de Estudios de Políticas y Prácticas en Educación [CEPPE], 2012, p. 21), que es uno de los estándares disciplinarios en la formación de profesores de Matemática de educación media (CEPPE, 2012).

La investigación sobre comprensión gráfica ha ido en aumento, dada la relevancia que cobra como elemento de la cultura estadística (Gal, 2002). En este mismo sentido, es relevante destacar que, según Gal y Murray (2011), la cultura estadística es parte integrante de dos componentes, una de ellas es la evaluación e interpretación crítica de la información, y la otra es la formulación y comunicación de opiniones respecto a diversa información. Algunas de estas investigaciones han tenido foco tanto en profesores de secundaria como de primaria (Gea et al., 2017; Pfannkuch, 2007), y otras más se han centrado en estudiantes en contexto escolar (Bolch y Jacobbe, 2019; Díaz-Levicoy y Arteaga, 2019).

Por ejemplo, el trabajo de Carmona y Cruz (2016) tuvo por propósito estudiar e identificar aspectos que promueven la comprensión de estudiantes de 7° grado en Colombia en relación con la información que se presenta en gráficos y tablas estadísticas. El análisis se lleva a cabo a partir de la jerarquía de Aoyama (2007). Dentro de los resultados encontrados, se aprecia que los niveles de lectura sobre gráficos están centrados principalmente en los niveles idiosincrático (nivel 1) y lectura básica (nivel 2).

Por su parte, Díaz-Levicoy (2018) llevó a cabo una investigación sobre la comprensión de gráficos estadísticos en alumnos de primaria en Chile. Para ello se apoyó en el enfoque ontosemiótico, realizando un análisis curricular, complementando con la forma en que comprenden gráficos estadísticos estudiantes de 6° y 7° básico. Dentro de los hallazgos más relevantes se encuentra que los estudiantes, al finalizar su educación primaria, presentan dificultades cuando realizan gráficos estadísticos y un conocimiento de lectura bajo en relación con las propuestas curriculares.

García-García et al. (2020) realizaron una investigación en secundaria, que tuvo por objetivo analizar los niveles de comprensión gráfica de estudiantes a partir de tres actividades con gráficos: circular, de barras y líneas. Se apoyaron en los niveles de comprensión gráfica de Curcio (1989) y Friel et al. (2001) y la jerarquía de Aoyama (2007), los cuales articulan

para profundizar en la lectura gráfica. Dentro de los resultados encontrados se muestra que una alta cantidad de estudiantes de secundaria alcanza el nivel 2 de comprensión gráfica de manera correcta, y en menor cuantía, algunos estudiantes logran realizar interpretaciones comparativas, en la lectura e interpretación del gráfico circular y de barras. En niveles de mayor lectura se destacan las respuestas de algunos estudiantes que conectan el contexto con interpretaciones.

Vásquez (2021) conduce un estudio con el objetivo de analizar las respuestas de profesores de primaria en Chile para evaluar competencias de sostenibilidad. Para ello utilizó gráficos estadísticos que provenían de diferentes medios de comunicación en el contexto COVID-19. Dentro de los resultados propuestos, se evidencia que es necesario potenciar elementos de conocimiento en relación con la comprensión de gráficos estadísticos y el cómo los profesores hacen uso de estos gráficos para educar en la sostenibilidad.

A partir de lo anterior, y para complementar los aportes en la línea de la comprensión gráfica, hemos planteado esta investigación como un estudio de replicación sobre el trabajo realizado por Gea et al. (2017, en adelante estudio base). Este estudio buscó evaluar la interpretación de gráficos estadísticos por profesores que cursaban el máster en formación del profesorado en secundaria, considerando tres tipos de gráficos (ojiva, gráfico de cajón e histograma) y una tabla con estadísticos de forma complementaria para apoyar las interpretaciones de los estudiantes. En este caso, optamos por un estudio de replicación con la idea de ampliar en la comprensión sobre interpretación y descripción de gráficos estadísticos que llevan a cabo futuros profesores de Matemática, pues si bien es cierto que se ha extendido la investigación en la comprensión gráfica, en el contexto de profesores en formación sigue siendo escasa, y un trabajo de este tipo permitiría aportar en esta línea de trabajo en un contexto poco explorado.

En este sentido, y con base en lo que nos proponemos en este trabajo, adherimos a la idea propuesta por Sánchez (2020), quien plantea que este tipo de estudios “nos permite comprender con mayor profundidad algunos de los fenómenos que hemos identificado y estudiado en el campo de la educación matemática” (p. 39). Además, permite extender la comprensión de las variables de contexto que pueden o no incidir en los hallazgos de investigación (Cai et al., 2018), en nuestro caso, bajo la hipótesis de que estudiantes para profesor de Matemática de cuarto año (que cursaban su tercer año de carrera en 2° semestre de 2020), debiesen movilizar niveles de comprensión gráfica de mayor elaboración y conexión entre conceptos estadísticos. Esto se apoyaría bajo el supuesto que, al momento de llevar a cabo la investigación, los profesores ya habían realizado los cursos de estadística descriptiva, probabilidades e inferencia estadística.

En el caso de nuestra investigación, es un estudio de replicación cerrada, pues nos ajustamos, tanto a los procedimientos del estudio base, es decir, conservamos el marco teórico y metodológico para llevar a cabo la recolección de datos y su posterior interpretación (Hüffmeier et al., 2016). Además, dadas las características que se deben cumplir para realizar este tipo de investigación y asegurar su objetividad, certeza, credibilidad y generalización (Sánchez, 2020), seguimos la forma *scaling out* (Sánchez, 2020). El *scaling out*, y con base en el tipo de exploración que se puede llevar a cabo (Sánchez, 2020), consiste en replicar un estudio, pero haciendo uso de una población con características que difieren de las planteadas en el estudio original. En este caso, la población del estudio original eran estudiantes que participaban de un máster de formación de profesorado en España, y el estudio trabajó con una población de profesores de Matemática en formación en un curso de Didáctica de la Estadística y Probabilidad.

1.2 Objetivo de la investigación

Dados los aspectos descritos en el apartado anterior, y bajo la perspectiva que tiene este trabajo de replicación, nos hemos propuesto como objetivo explorar y describir los niveles de comprensión gráfica que logran futuros profesores de Matemática en una universidad privada en Chile al leer gráficos estadísticos. Para lograr el objetivo planteado, nos apoyamos en los niveles de comprensión gráfica propuesto por Friel et al. (2001), que detallamos en el siguiente apartado.

2. Fundamento teórico

La creciente información que es presentada en diferentes medios de comunicación ha llevado a prestar atención en la forma en cómo se construyen y analizan gráficos estadísticos en diversos campos. La capacidad para analizar e interpretar información estadística de manera crítica y poder reflexionar y comunicar ideas es parte de la cultura estadística que todo ciudadano debiera poseer. En particular, ser capaz de leer e interpretar diferentes gráficos estadísticos es componente fundamental de esta alfabetización, pues gran parte de la información que todo ciudadano hoy en día observa en su vida cotidiana se muestra en tablas estadísticas o gráficas (Bolch y Jacobbe, 2019).

La comprensión gráfica no se centra solamente en la lectura e interpretación de gráficos (a secas), sino que incluye otros aspectos que permiten profundizar en ellos, como también abordar la construcción e invención de gráficos en diversos contextos (Friel et al., 2001). Ya sea que la comprensión de gráficos se realice de forma escrita o simbólica, implica tres diferentes comportamientos: traducción, interpretación y extrapolación/interpolación.

La traducción es la capacidad que se puede tener para interpretar diversos datos en gráficos y tablas estadísticas a nivel descriptivo. La interpretación tiene como foco realizar una ordenación y reorganización de la información en las componentes de un gráfico, considerando una relación entre los aspectos más relevantes a los menos relevantes, y la extrapolación/interpolación implica una extensión de la interpretación, es decir, implica identificar tendencias y posibles consecuencias derivadas de la información gráfica.

En este sentido, la interpretación de un gráfico estadístico conlleva realizar una traducción entre el estudio (contexto) y su representación en el gráfico, es decir, se plantea que no debe estar construido de forma aislada. Díaz-Levicoy (2018) plantea que un gráfico es un sistema semiótico complejo, que requiere primero de la interpretación de cada elemento que lo constituye de forma separada, y luego de manera conjunta.

Aun cuando la comprensión de gráficos y su interpretación no es una tarea trivial, Friel et al. (2001, citando a Bright y Friel, 1996, 1998) han planteado algunos de los beneficios que tiene por ejemplo la transición entre gráficos particulares para promover la comprensión. Por ejemplo, si el interés es resaltar las relaciones estructurales, es posible que, desde un gráfico de barras, que muestra las frecuencias agrupadas, pueda ser más simple transformar a un gráfico de líneas para resaltar similitudes y diferencias entre estas dos representaciones.

Partimos de la base que transiciones particulares entre gráficos permiten beneficios específicos para promover la comprensión gráfica, como la integración conceptual, lectura profunda de gráficos, interpretaciones, inferencias, etc. Además de las transiciones entre gráficos se puede sumar la transición entre tablas y gráficos. Algunas de estas transiciones permiten resaltar las relaciones de estructura entre diversos gráficos, como, por ejemplo, un histograma, una ojiva, un gráfico de cajón y un diagrama de tallo y hoja de forma conjunta (Friel et al., 2001).

A partir de lo anterior, en este trabajo nos apoyamos en el marco de los niveles de lectura (Curcio, 1989; Friel et al., 2001), el cual nos permitirá examinar la forma de lectura y cómo interpretan diversos gráficos estadísticos profesores de Matemática en formación. En una primera instancia Curcio (1989) plantea tres niveles de comprensión de lectura para gráficos estadísticos, estos son:

Nivel 1. Leer los datos. Este nivel hace referencia a una lectura textual o literal de la información que se representa en una gráfica estadística. Por ejemplo, en un gráfico de cajón identificar el valor de la mediana, o en un histograma, identificar la frecuencia (relativa o absoluta) asociada a un intervalo en el eje de las ordenadas.

Nivel 2. Leer dentro de los datos. Este nivel hace referencia a alguna característica que no es explícita en el gráfico estadístico, es decir, implica un grado de conocimiento y comprensión de conceptos estadísticos. Este nivel también hace necesario la aplicación de procedimientos matemáticos (extrapolación, operaciones simples, comparaciones, etc.). Por ejemplo, en un gráfico de cajón, encontrar el rango intercuartílico (como medida de dispersión), que además de identificar el valor del primer y tercer cuartil requiere de una sustracción para obtener esta medida.

Nivel 3. Leer más allá de los datos. Este nivel se refiere a la obtención de información que no es explícita, que no está representada en el gráfico estadístico y que no es posible analizar con operaciones matemáticas simples ni comparaciones. Por ejemplo, establecer la relación que hay entre la simetría que se presenta a través de un histograma y su relación con características de simetría o asimetría derivadas de comparar la media aritmética, mediana y moda (símbolos). También, a partir de un gráfico cualquiera, inferir o extrapolar alguna conclusión fuera del marco de los datos a la mano.

Años más tarde, Friel et al. (2001) proponen un cuarto nivel de lectura, que hace necesario poseer un conocimiento contextual del cual emerge la gráfica, lo que permite integrar mayores características para la comprensión de gráficos:

Nivel 4. Leer detrás de los datos. Este nivel permite hacer una valoración de forma crítica de la información que se presenta en una gráfica estadística, profundizar en las conclusiones, las que se deben asociar al conocimiento desde donde emerge la problemática, como también la forma de obtener conclusiones y la información (los datos). En este nivel, se es capaz de integrar el conocimiento contextual con las conclusiones, es decir, las conclusiones tienen una base fundamentada en el problema desde donde se extraen los datos y cómo se recolectaron. Un ejemplo de este nivel es hacer un análisis crítico del gráfico en relación a la obtención de los datos, el contexto, el modo de análisis o la crítica del tipo de muestreo y su comportamiento.

Hemos optado por este modelo y sus cuatro niveles, pues nos permite realizar una caracterización y evaluación sistemática de la comprensión sobre gráficas estadísticas por futuros profesores de Matemática.

3. Método

En nuestra investigación, nos apoyamos en un enfoque de tipo cualitativo (Vasilachis, 2006), pues buscamos la comprensión profunda de un fenómeno educativo específico y poder generar las bases para realizar transformaciones de las prácticas en un escenario socioeducativo particular; y de tipo descriptivo (Hernández et al., 2010).

La técnica para analizar las respuestas a la actividad planteada que hacen los profesores de Matemática en formación es el análisis de contenido, debido a que nos permite buscar y explorar en diferentes medios, como documentos escritos, notas de campo, entrevistas etc. (Zapico, 2007). Además, este tipo de técnica se muestra como “objetiva y sistemática [...] que trabaja con materiales representativos, denotados por la exhaustividad en este tipo de técnica” (Porta y Silva, 2003, p. 8).

3.1. Contexto y profesores participantes

En esta investigación participaron 23 estudiantes que cursaban la carrera de Pedagogía en Matemática una universidad privada sin fines de lucro en Chile. Al momento de realizar investigación, el grupo de estudiantes se encontraba cursando la cátedra de Didáctica de la Estadística y las Probabilidades que se dicta en 8° semestre de la carrera. Los estudiantes participantes fueron seleccionados por medio de un muestreo no probabilístico por conveniencia, pues eran estudiantes de cuarto año de la carrera. Los estudiantes pertenecientes al curso mencionado habían aprobado las cátedras de Estadística Descriptiva, dictada en el primer semestre, Probabilidades y Laboratorio de Estadística y Probabilidades, y Estadística Inferencial al momento de estar cursando Didáctica de la Estadística.

Además de ser un trabajo formativo dentro de las actividades de evaluación del curso, a los estudiantes se les informó sobre su participación en este trabajo, el objetivo de la investigación y el uso anónimo que tendrían los resultados derivados de sus respuestas, junto a los fines de mejora continua dentro de la carrera.

3.2. El taller y la tarea propuesta

La actividad que se presentó a los profesores de Matemática en formación (Figura 1) fue tomada de Gea et al. (2017), dado que era una actividad probada en contexto similar al nuestro (formación de profesores), además de encontrarse inserta bajo las mismas temáticas que se desarrollaban en el curso de Didáctica de la Estadística y Probabilidades. El taller que se propuso a los estudiantes forma parte de una serie de actividades curriculares (talleres) que los futuros profesores debían desarrollar con la finalidad de contrastar aspectos teóricos del curso y reflexionar sobre la forma en que ellos y ellas estaban pensando la estadística y las propuestas que emergen de la comunidad de educadores estadísticos. Tal como en Gea et al. (2017), el objetivo de la actividad fue que los estudiantes estudiarán los datos sobre la variable estadística “esperanza de vida al nacer”, de 193 países. Los datos fueron obtenidos de la base de las Naciones Unidas (<http://hdr.undp.org/es/data>).

La actividad estuvo compuesta por cuatro tipos de representaciones para la variable *esperanza de vida*. Esta incluyó un histograma de la distribución de la variable, una ojiva de frecuencias acumuladas, un gráfico de cajón y una tabla resumen con los estadísticos básicos de la variable.

Esperanza de vida. Hemos preparado una tabla de frecuencias, gráficos, además de una tabla con las estadísticas básicas sobre la esperanza de vida de un total de 193 países. Interpreta cada uno de estos gráficos, explicando qué nos indican sobre la distribución de la esperanza de vida.

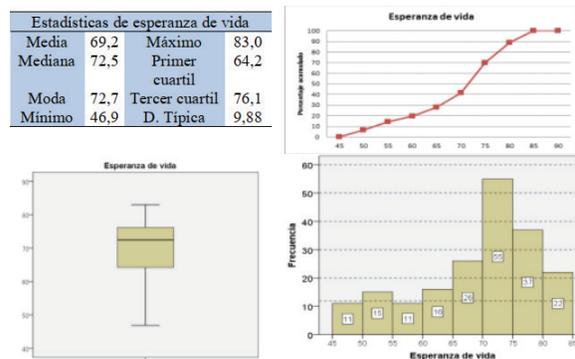


Figura 1. Gráficas estadísticas y tabla de resumen para la variable esperanza de vida. Nota. Elaboración propia a partir de la base de datos de las Naciones Unidas (<http://hdr.undp.org/es/data>).

Consigna

Interprete cada una de las tres gráficas estadísticas que se presentan para explicar las características que se pueden deducir de la distribución de la variable *esperanza de vida*. Puede apoyar la interpretación a partir de la tabla “Estadísticas de la esperanza de vida”.

3.3. Análisis de los datos

Para realizar la clasificación y análisis de las respuestas que entregaron los futuros profesores de Matemática en relación con sus niveles de comprensión gráfica (Curcio, 1987; Friel et al., 2001), consideramos categorías, que son los niveles de comprensión gráfica (leer los datos, leer dentro de los datos, leer más allá de los datos y leer detrás de los datos), y subcategorías, que están relacionadas con el tipo de interpretación que hacen del gráfico propuesto y posibles conexiones. Además de los cuatro niveles de comprensión gráfica, hemos considerado un *Nivel 0*: perspectiva personal, nivel que muestra que la lectura es desde una perspectiva personal o la propia experiencia sin establecer conexiones (Fernández et al., 2019; García-García et al., 2020). Un ejemplo de interpretación es el que mostramos en la Figura 2:

-el gráfico de bigotes aporta de manera visual al comportamiento de datos que se expresan en la tabla, se puede observar de mejor manera la distribución de los datos que aparecen en la tabla, así como saber su asimetría.

Figura 2. Ejemplo de respuesta de estudiante. Nota. Respuesta dada por estudiante 15 (E-15) a la consigna propuesta sobre el gráfico de cajón.

Vemos que el nivel de lectura es nulo (nivel 0), dado que no hace interpretación explícita de la gráfica, es decir, no se aprecia ni siquiera una lectura literal del gráfico de cajón. En relación con la subcategoría, esta es la descripción que se hace de la gráfica, que en este caso viene dada al hacer una interpretación enfatizando la utilidad, es decir, su interpretación está en describir para qué sirve el gráfico de manera general.

Para la homogeneización de las respuestas y su clasificación, seguimos un proceso de tipo inductivo. En cuanto a la fiabilidad y rigurosidad del análisis efectuado, cada uno de los investigadores realizó un análisis independiente que comprendió los siguientes pasos: (i) analizar las respuestas de los profesores en formación y clasificar con base en los niveles de comprensión gráfica, (ii) justificar y argumentar la decisión de situar las respuestas en determinado nivel (esto se hizo de manera escrita), (iii) describir y clasificar las respuestas de los profesores de acuerdo a alguna subcategoría, incluyendo si la respuesta era correcta o incorrecta en la interpretación, y finalmente (iv) se realizó una discusión conjunta entre los investigadores sobre la clasificación e interpretación de categorías y subcategorías, y en la situación de tener divergencias en los análisis independientes, se volvió a discutir la respuesta dada por los futuros profesores para consensuar la clasificación e interpretación.

4. Análisis de los resultados

En este apartado, mostramos los resultados dados por las evidencias en las respuestas de los profesores en formación en relación con la tarea que se presentó en el apartado 3.2. Las respuestas se analizaron textualmente de las hojas entregadas por los profesores (en formato imagen, dado que en contexto de pandemia enviaron sus trabajos en .pdf y/o .jpeg), con la intención de no omitir detalles en la descripción de la lectura e interpretación y que estas fueran un fiel reflejo de la realidad. En algunos casos, fue necesario realizar transcripción de algunas respuestas, dado que presentaban errores de redacción o la tipología no era clara.

Los resultados se presentan en dos apartados, para dar mayor claridad en la comprensión gráfica de los profesores. En el primer apartado (4.1.), se muestran las respuestas entregadas por los profesores en relación con la interpretación de cada uno de los gráficos estadísticos, las cuales se clasificaron de acuerdo a las categorías propuestas y que definimos como los niveles de comprensión (leer los datos, leer dentro de

los datos, leer más allá de los datos, leer detrás de los datos, y la inclusión del “nivel 0”).

En el caso de las subcategorías, las consideramos como las estrategias de interpretación de los profesores, tanto correctas como incorrectas.

En el segundo apartado (4.2.), mostramos la distribución de las categorías de las respuestas de los futuros profesores en relación con el tipo de respuesta entregada, si es correcta o incorrecta y su interpretación.

4.1. En relación con los niveles de lectura evidenciados y sus interpretaciones

Mostramos en este apartado las interpretaciones que realizan los profesores en relación con la consigna propuesta para la interpretación y lectura de los gráficos estadísticos. Las respuestas están presentadas según niveles de lectura sobre los tres tipos de gráficos (histograma, ojiva y gráfico de cajón), como también interpretaciones correctas e incorrectas.

En esta consigna, los niveles identificados que movilizan los futuros profesores están en un nivel 0 y un nivel 1. Solo uno de los profesores en formación (E-8) logra dar una respuesta que se clasifica en el nivel 2 (lectura dentro de los datos). Algunas de las respuestas que entregan los profesores en formación se muestran a continuación.

4.1.1. Niveles de lectura en relación con el gráfico de cajón

En esta parte del análisis no se encontraron o evidenciaron respuestas que dieran cuenta de una lectura de gráficos que estuvieran en el nivel 2 de interpretación gráfica.

Las respuestas que hacen los profesores en formación en relación con la consigna dos se clasifican en un nivel de comprensión gráfica elemental, es decir, “lectura de datos” (nivel 1). Se aprecia que la mayoría de los futuros profesores se centra en describir el gráfico de cajón de manera literal, detallando cuartiles, mediana y/o mínimos y máximos. En algunos casos, la interpretación incluye aspectos de variabilidad, pero solo haciendo mención visual a la diferencia entre cuartiles y mediana. Por otro lado, y en relación con la forma de la distribución, algunos también mencionan la asimetría pero de manera superficial, es decir, no establecen relaciones, por ejemplo, con los estadísticos presentados. Algunas de las interpretaciones las mostramos a continuación:

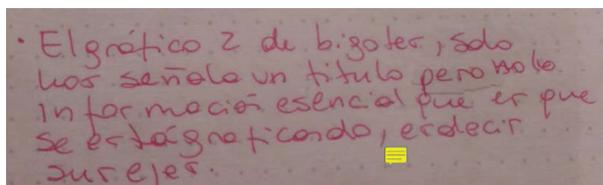


Figura 3. Respuesta desde una perspectiva personal (nivel 0)

Nota. Respuesta del estudiante 4 sobre el gráfico de cajón.

Vemos aquí que el estudiante no establece una conexión entre la tabla donde se presentan los estadísticos descriptivos y el diagrama de bigotes. El foco en la respuesta de E-4 es hacer mención solo al título y que de este no es posible extraer información relevante, pues sus ejes no están estratificados. Así mismo, no se refiere, en su interpretación, a la variable estadística que es considerada en la actividad (esperanza de vida).

contraste si realizamos una observación solamente hacia la tabla de estadística, que por lo demás se debe considerar que no toda la población tiene en conocimiento que la mediana corresponde al segundo cuartil, lo que puede caer en errores de lectura de datos; cabe destacar que si las etiquetas estuvieran presente en el diagrama de cajón en conjunto de lo que indica cada "línea" del cajón **masmas** los bigotes, la lectura se simplificaría **aynaun** más.

Figura 4. Respuesta bajo una perspectiva personal (nivel 0)

Nota. Respuesta del estudiante 18 sobre el gráfico de cajón.

Vemos de la respuesta entregada por el estudiante 18, que no hace una interpretación del gráfico en relación con la variable esperanza de vida. La respuesta, da cuenta de una visión más instrumentalista del gráfico en términos de la valoración de uso y pertinencia de la gráfica. Además, se interpreta un conocimiento no adquirido sobre la población al interpretar dicho gráfico, de donde emergen errores de lectura. Junto a ello, menciona que la ausencia de etiquetas dificulta la lectura del gráfico, aun cuando los estadísticos y gráficos se presentan de manera conjunta.

Nos indica que entre los 47 y 64 años de esperanza de vida aproximadamente, se concentra el 25% de los países de la muestra, también nos indica que una parte de los países tiene una esperanza de vida entre 76 y 83 años aproximadamente, que corresponde a otro 25%, por tanto, si juntamos la información, el 50% de los países tienen una esperanza de vida entre 64 y 76 años aproximadamente.

Figura 5. Respuesta de lectura de datos (nivel 1)

Nota. Respuesta del estudiante 6 a partir del gráfico de cajón.

En este nivel, apreciamos que E-6 hace una lectura literal de los datos en relación con el gráfico de cajón. Interpreta los cuartiles del gráfico a partir de la estimación que hace de estos valores, apoyándose en los valores de la tabla de los estadísticos descriptivos y el gráfico de cajón, aludiendo a los cuartiles y los intervalos (rango intercuartílico) donde se concentran los países con esperanzas de vida por sobre (o bajo) cierto cuartil.

El 75% de los países tiene una esperanza de vida aproximadamente menor o igual a 76,1 años. El 25% de los países tiene una esperanza de vida aproximadamente menor o igual a 64,2 años. La esperanza de vida de estos países se encuentra en un 50% sobre los 72,5 años y el otro 50% bajo los 72,5 años. Los países con menor esperanza de vida, viven

Figura 6. Respuesta en el nivel de lectura de datos (nivel 1)

Nota. Respuesta del estudiante 16 sobre el gráfico de cajón.

En esta respuesta, E-16 interpreta adecuadamente el percentil 75 (cuartil 3) en relación con la variable esperanza de vida, como también lo hace con el percentil 25. La lectura que hace el estudiante es literal, su respuesta se focaliza en describir aquellos elementos distintivos de un gráfico de cajón. No se evidencia relación de la respuesta con la simetría de la distribución.

El 50% de los países de la muestra tienen una esperanza de vida de 64 a 72 años aproximadamente |
La distribución del diagrama de caja y bigote **es asimétrica**, poseyendo un rango menor a partir de la mediana para los datos superiores y un rango mayor para los datos menores a la mediana

Figura 7. Respuesta en el nivel de lectura de datos (nivel 1)

Nota. Respuesta del estudiante 15 sobre el gráfico de cajón.

La respuesta dada por E-15 nos muestra un nivel de comprensión gráfica en el nivel de lectura literal, en donde vemos que el estudiante interpreta la mediana en función de un intervalo de clase. Este nivel de lectura literal hubiese sido más claro si, por ejemplo, el estudiante hubiese planteado el valor aproximado de la mediana a partir del gráfico de cajón, afirmación que también se hubiese apoyado con el estadístico de la mediana dado en la tabla de estadísticos. Destacamos en su respuesta la mención (informal) del concepto de asimetría, en relación con la forma de la distribución, la cual justifica a partir de la diferencia (que nombra como rango) entre la mediana y los *datos superiores e inferiores*, no especificando si se refiere al máximo y mínimo, los cuartiles 1 y 3, o ambos.

- Los datos extremos del **grafico** son 47 (aprox) y 83 años, abajo y arriba respectivamente.
- El bigote de abajo es más largo que el de arriba, por lo tanto, se puede afirmar que las personas más jóvenes que participaron del estudio están menos concentradas que las más adultas.

Figura 8. Respuesta en el nivel lectura de datos (nivel 1)

Nota. Respuesta errónea del estudiante 20 sobre el gráfico de cajón.

Si bien es cierto que esta respuesta puede estar dentro de un nivel de lectura literal, presenta un error de interpretación en relación con la variable esperanza de vida. El estudiante hace mención de la edad de las personas y no de la esperanza de vida como variable de estudio. Este error de interpretación se presenta en esta consigna en muy pocos casos.

Tenemos que:
 $Q_1 = 64,2$
 $Q_2 = 72,5$
 $Q_3 = 76,1$
 Por lo que observamos que las diferencias entre los cuartiles y la mediana no son mayores, de hecho, es menor que la desviación estándar. Además, la moda se encuentra dentro del rango. Entonces, la distribución de los datos está concentrada entre estos valores. Esto indica que las personas tienden a esperar una vida de entre 64,2 y 76,1 años.

Figura 9. Respuesta de lectura dentro de los datos (nivel 2)
 Nota. Respuesta del estudiante 9 con error de interpretación.

Este estudiante da una respuesta que visualizamos que podría estar en el nivel de lectura dentro de los datos, pues se aprecia que explicita cada uno de los cuartiles y la mediana, y a partir de estos (aun cuando no realiza operaciones simples), menciona que hay diferencias entre los cuartiles (Q_1 y Q_3) y la mediana, haciendo alusión a la dispersión. Sin embargo, la respuesta presenta un error en la interpretación de la variable del estudio, pues se refiere a “las personas tienden a esperar una vida” y no a la esperanza de vida. En este nivel, solo logramos incluir (medianamente) la respuesta de este futuro profesor.

4.1.2. Niveles de lectura en relación con la interpretación del histograma y su relación con el gráfico de cajón

En relación con las respuestas que entregan los profesores en esta consigna, la mayoría muestra un nivel de comprensión literal, es decir, de lectura de los datos. Algunos otros profesores en formación focalizan la interpretación del histograma en un nivel de lectura dentro de los datos y muy pocos evidencian una lectura más allá de los datos. A partir de esto, mostramos algunos ejemplos representativos de las respuestas de los profesores.

En relación al histograma creo que es el más correcto para presentar esta información a las personas, en él podemos observar directamente la esperanza de vida la nacer y su frecuencia absoluta, así la gente se puede entender de mejor manera como se distribuye la esperanza de vida al nacer.

Figura 10. Respuesta de un nivel de perspectiva personal (nivel 0)
 Nota. Respuesta del estudiante 5 sobre el histograma y gráfico de cajón.

Vemos de esta respuesta que E-5 no realiza ninguna interpretación del histograma, por ejemplo, una estimación de la media aritmética, la forma de la distribución o la simetría. La respuesta hace mención a que el histograma muestra la variable esperanza de vida, incluyendo la frecuencia absoluta, describiendo una relación entre la variable del eje x con la frecuencia en el eje y, sin mayor descripción. Además, establece un juicio de valor mencionando lo adecuado del histograma para presentar la información a las personas.

Al igual que el caso anterior se dificulta el interpretar la información. Si tomamos el eje x como los años vemos que la curva crece por lo que mientras más años más esperanzas de vida. que puede llegar a los 90 años.

Figura 11. Respuesta de un nivel de perspectiva personal (nivel 0)
 Nota. Respuesta del estudiante 4 sobre el histograma y gráfico de cajón.

La respuesta de esta estudiante es, más bien, una idea general de un histograma. No realiza, en ningún caso, una lectura literal, centrandó su explicación en la dificultad de interpretar la información, la que pudo haber complementado con los estadísticos. Alude al crecimiento del histograma, y menciona que la esperanza de vida puede llegar a los 90 años, cuando el máximo es de 83 años.

El histograma muestra la frecuencia, es decir la cantidad de países que tienen su esperanza de vida en distintos intervalos de edad, acá se ve claramente lo mencionado anteriormente en la interpretación del gráfico de caja y bigote, la mayor cantidad de países se encuentra en el intervalo entre 70 y 75 años, la mayor cantidad de datos se encuentran hacia la izquierda.

Figura 12. Respuesta en nivel de lectura de datos (nivel 1)
 Nota. Respuesta del estudiante 11 sobre el histograma y gráfico de cajón.

En esta respuesta, dada por E-11, vemos que el nivel de comprensión es literal, es decir, es capaz de asociar los ejes con la respectiva representación: el eje y con la cantidad de países, y el x con la esperanza de vida. Además, establece del histograma un intervalo modal para la esperanza de vida de la cantidad de países y, a partir de esto, una escueta idea de la simetría, con sesgo a la izquierda.

La esperanza de vida en 11 países se encuentra entre los 45 y 50 años. Estos países en comparación con el resto son los de menor frecuencia y menor esperanza de vida, esto puede deberse a carencias en el sistema de salud de los países. La esperanza de vida en 55 países se encuentra entre los 70 y 75 años, estos países tienen mayor frecuencia en comparación al resto. En conclusión aproximadamente 140 países tienen una esperanza de vida mayor a 65 años, esto puede deberse a una mejor calidad de vida, y mejor sistema de salud.

Figura 13. Respuesta en nivel de lectura de datos (nivel 1). Nota.
 Respuesta del estudiante 16 sobre el histograma y gráfico de cajón.

En este caso, apreciamos que la interpretación de E-16 denota un nivel de comprensión literal del histograma, es decir, es capaz de relacionar la variable esperanza de vida (intervalos) con la frecuencia de países en dichos intervalos. Además, de esto, se visualiza una conclusión de causa-efecto que es distintiva, dado que menciona que la causa por la que una gran cantidad de países tienen una esperanza de vida mayor a los 65 años, es debido a una mejor calidad de vida o sistema de salud adecuado.

5) El histograma nos da a conocer facetas muy distintas a las demás, en primera instancia podemos notar que tiene un sesgo hacia la izquierda, por ende, asimetría negativa y eso nos quiere decir también que la media es menor que la moda (se ve explícito) de este modo podemos hacer distintas interpretaciones de todo, sobre la moda, la mayor y mejor frecuencia, etc, junto a lo que pudimos ver podemos decir que en base a lo anterior el de cajón tiene

Figura 14. Respuesta en nivel de lectura de datos (nivel 2). Nota. Respuesta del estudiante 19 sobre el histograma y gráfico de cajón.

En esta respuesta podemos ver un nivel de comprensión gráfica que denota una lectura más allá de los datos. E-19 se refiere al sesgo de la distribución hacia la izquierda y lo relaciona con una asimetría de tipo negativa, que implica no solo una lectura literal, sino que también de un conocimiento conceptual que relaciona el orden de los estadísticos (media, mediana y moda). Esto lo señala de manera explícita, cuando dice que la media es menor que la moda.

4.1.3. Niveles de lectura en relación con la ojiva y posibles comparaciones con los otros gráficos

La descripción de la ojiva presenta una gran cantidad de estudiantes que interpretan desde una perspectiva personal, quienes declaran, por ejemplo, explícitamente aspectos sobre el significado de los ejes, como también lo que implica este tipo de gráficos en términos de su uso y la función de acumular frecuencias que, en este caso, representa a la cantidad de países que presentan una esperanza de vida menor (o mayor) a cierta cantidad de años. Otro grupo de estudiantes muestra respuestas que se pueden clasificar dentro del nivel de lectura de datos, dando interpretaciones correctas y una adecuada descripción, siendo literales y refiriéndose a la esperanza de vida en términos acumulados. También se aprecian ciertas descripciones erróneas en la interpretación. No se evidencian respuestas que denotan un nivel de comprensión gráfica que vaya más allá de los datos. Mostramos algunos ejemplos representativos de estos niveles.

La ojiva representa la frecuencia acumulada de los datos, en este caso los datos corresponden a la esperanza de vida de 193 países. La variable horizontal de la gráfica indica las edades de la esperanza de vida que tienen los países, mientras que la variable vertical corresponde a la frecuencia que tiene cada uno de estos datos.

Figura 15. Respuesta en nivel de perspectiva personal (nivel 0). Nota. Respuesta del estudiante 2 en relación con la ojiva.

Dentro de este nivel, vemos que la respuesta de este estudiante (E-2) es específicamente sobre la función que cumple la ojiva, es decir, permite representar frecuencias acumuladas. Es relevante destacar en esta respuesta que el estudiante, si bien en su nivel de comprensión no da cuenta de un nivel literal, considera que ambos ejes representan una variable. Para el eje x, escribe que la variable son las edades

de la esperanza de vida, cuando la esperanza está medida en unidad de tiempo, pero para el eje y escribe que se presenta como la variable que corresponde a la frecuencia, denotando un error en relación con el significado de los ejes.

Un 0% de los países de la muestra, se encuentra su esperanza de vida igual o menor de 45 años.

- Un 5.6% de los países de la muestra, se encuentra su esperanza de vida igual o menor de 50 años.
- Un 13.4% de los países de la muestra, se encuentra su esperanza de vida igual o menor a 55 años.
- Un 19.1 de los países de la muestra, se encuentra su esperanza de vida igual o menor a 60 años.

Figura 16. Respuesta en nivel de lectura de datos (nivel 1). Nota. Respuesta del estudiante 16 en relación con la ojiva.

Dentro de las interpretaciones correctas, la gran mayoría de los estudiantes realiza este tipo de descripción, es decir, asocia numéricamente el eje de la variable esperanza de vida con las frecuencias acumuladas. En este caso, vemos que E-16 realiza una lectura literal de la gráfica de ojiva, dando cuenta de la relación entre la variable esperanza de vida y la frecuencia acumulada. Sí es relevante destacar que el lenguaje utilizado por el estudiante no da cuenta del uso de la variabilidad, pues se desprende de su respuesta un lenguaje determinista al afirmar que un tal porcentaje de países tiene una esperanza de vida específica.

Además, se aprecia un error en la primera interpretación (en consonancia con lo mostrado en Gea et al., 2017) en relación con la interpretación del mínimo valor de la ojiva, declarando que no hay países (0%) con una esperanza de vida menor a 45 años.

encuentran distribuidos, en cambio el gráfico de ojiva nos permite ver el porcentaje de países cumplen con la esperanza de vida que se ~~este~~ observando, entonces podemos entender la gran diferencia de estos como en lo que se enfoca su representación, siendo el gráfico de caja un

Figura 17. Respuesta en nivel de lectura de datos (nivel 1). Nota. Respuesta errónea del estudiante 18 en relación con la ojiva.

Respecto a las respuestas erróneas sobre la ojiva, vemos por ejemplo la de E-18, quien realiza una interpretación incorrecta al confundir la frecuencia absoluta acumulada con la frecuencia absoluta. Esto se ve reflejado cuando menciona la esperanza de vida en términos puntuales. El resto de su interpretación se detiene en aspectos generales de la gráfica.

Las interpretaciones del gráfico de ojivas (si estaría correctamente hecho) son muy similares a las de caja y bigotes, ya que solo podemos interpretar bajos los porcentajes que tienen los intervalos, entonces podemos interpretar que el 5% de los países tienen una esperanza de vida de 45-50 años, también que el que los países que tienen una esperanza de vida de 40-75 años son aproximadamente el 70%.

Figura 18. Respuesta errónea en nivel de lectura de datos (nivel 1)

Nota. Respuesta errónea del estudiante 19 en relación con la ojiva.

En esta respuesta, vemos que E-19 describe el gráfico de ojiva comparándolo con el gráfico de cajón, cuando el primero permite estimar frecuencias acumuladas, mientras que en el segundo se dan las otras estimaciones (aproximadas) puntuales. Si bien es cierto que el estudiante logra extrapolar y poner en relación características de los ejes, lo hace erróneamente, pues confunde las frecuencias acumuladas con frecuencias absolutas.

4.2. En relación con la distribución de los niveles de lectura gráfica

En este apartado exponemos los resultados generales por niveles de lectura gráfica evidenciados en las respuestas de los profesores en formación y su ajuste a una adecuada o inadecuada interpretación. Estos se presentan con relación a las respuestas sobre el gráfico de cajón, el histograma y la ojiva.

4.2.1 Interpretación y distribución de respuestas en relación con el gráfico de cajón

Las interpretaciones que hacen los futuros profesores de Matemática en relación con el gráfico de cajón están concentradas mayoritariamente en el nivel 1, muy escasamente algunas en el nivel 0 (perspectiva personal) y solo un estudiante (de acuerdo a nuestra interpretación como investigadores) logra una interpretación en un nivel de lectura que va más allá de los datos. Los resultados se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Distribución de las respuestas sobre la interpretación del Gráfico de cajón. Nota. NR: No responde.

Distribución de respuestas según nivel de lectura gráfica del gráfico de cajón			
	Correcta	Incorrecta	Totales
Nivel 0	1 (4,3%)	2 (8,7%)	3 (13,0%)
Nivel 1	17 (73,9%)	1 (4,3%)	18 (78,3%)
Nivel 2	1 (4,3%)	0 (0,0%)	1 (4,3%)
NR	1 (4,3%)		1 (4,3%)
Totales	20 (87,0%)	3 (13,0%)	23

De la Tabla 1, vemos que la mayor cantidad de respuestas en relación con la interpretación del gráfico de cajón está en el nivel de lectura de datos (78,3%), es decir, los profesores en formación logran

identificar y relacionar la variable esperanza de vida y algunos de los estadísticos que componen el gráfico de cajón (cuartiles, mediana, máximo y mínimo). Aun cuando el gráfico podía ser interpretado con apoyo de la tabla estadística, las respuestas y un nivel de comprensión de mayor profundidad no se evidencian. De las respuestas que se hacen sobre la lectura de datos (nivel 1), un estudiante (4,3%) realiza una interpretación incorrecta, construyendo toda su interpretación a partir de la media aritmética y no de la mediana.

Dentro de las respuestas que hacen los futuros profesores de Matemática al interpretar el gráfico de cajón, mencionan la asimetría de la distribución de la variable esperanza de vida, pero sin entregar un argumento, por ejemplo, se esperaba de ellos que lograsen relacionar la dispersión entre los cuartiles 1 y 3 y la mediana o las distancias entre los cuartiles y los valores máximos y mínimos.

Las respuestas que presentan menor frecuencia (13,0%) son aquellas que no establecen una relación entre los elementos del gráfico de cajón y la variable esperanza de vida. Estas respuestas se centran en describir aspectos de la utilidad del gráfico de cajón. Solo un estudiante (4,3%) no realiza una interpretación de este gráfico presente en la actividad.

4.2.2 Interpretación y distribución de respuestas en relación con el histograma

En relación con la interpretación del histograma se aprecia, tal como en el caso anterior, que la mayor cantidad de estudiantes manifiesta un nivel de lectura literal (nivel 1, 78,3%), y con una menor frecuencia en un nivel de perspectiva personal (nivel 0, 13,0%) y un nivel de lectura que va más allá de los datos (nivel 2, 8,7%). La distribución se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Distribución de las respuestas sobre la interpretación del histograma de cajón. Nota. NR: No responde.

Distribución de respuestas según nivel de lectura gráfica del histograma			
	Correcta	Incorrecta	Totales
Nivel 0	1 (4,3%)	2 (8,7%)	3 (13,0%)
Nivel 1	15 (65,2%)	3 (13,0%)	18 (78,3%)
Nivel 2	2 (8,7%)	0 (0,0%)	2 (8,7%)
NR	0 (0,0%)		0 (0,0%)
Totales	18 (78,3%)	5 (21,7%)	23

De la distribución de las respuestas que hacen los profesores en formación sobre la interpretación del histograma, dentro del nivel 1 (lectura de datos) la mayoría logra establecer una relación literal entre la variable esperanza de vida (eje x) y la frecuencia de países en un intervalo determinado. Dentro de este

mismo nivel, y en relación con las respuestas correctas, algunas de ellas hacen énfasis (de manera intuitiva) en la asimetría de la distribución, considerando la forma que tiene el histograma, pero sin establecer una relación, por ejemplo, con el orden que puede tener la media aritmética, la mediana y la moda. En ninguno de los casos se habla, por ejemplo, de la dispersión de la distribución, y si en algunas de las respuestas de los estudiantes se hace, es de manera muy somera, sin un argumento que permita validar la interpretación.

Las respuestas que emergen en el nivel de una perspectiva personal (nivel 0) se refieren al uso y utilidad que tiene el histograma para el análisis de información y la interpretación de fenómenos de la vida cotidiana. Dentro de esta misma perspectiva, las interpretaciones que son incorrectas tienen relación con confundir la variable esperanza de vida con números de personas, como también hacer mención del porcentaje de personas y no de la esperanza de vida de los países involucrados en el estudio.

Finalmente, en el nivel de lectura más allá de los datos, dos estudiantes (8,7%) entregan respuestas en este nivel (nivel 2). Las respuestas de estos estudiantes se consideran en este nivel dado que logran establecer en su interpretación una relación entre la asimetría de la distribución, argumentando que la media aritmética es menor que la mediana y la moda, es decir, son capaces de extrapolar información que no es explícita del gráfico.

4.2.3. Interpretación y distribución de respuestas en relación con la ojiva

Las respuestas en relación con la interpretación de la ojiva muestran que la mayor cantidad de estudiantes se encuentra en un nivel de perspectiva personal (52,2%) y en menor frecuencia en un nivel de lectura literal (47,8%), pero con un alto porcentaje (30,4%) de interpretaciones incorrectas. No se evidenciaron respuestas en un nivel de comprensión más allá de los datos (nivel 2). La distribución se presenta en la Tabla 3.

Tabla 3. Distribución de las respuestas sobre la interpretación de la ojiva
Nota. NR: No responde.

Distribución de respuestas según nivel de lectura gráfica de la ojiva			
	Correcta	Incorrecta	Totales
Nivel 0	10 (43,5%)	2 (8,7%)	12 (52,2%)
Nivel 1	4 (17,4%)	7 (30,4%)	11 (47,8%)
Nivel 2	0 (0,0%)	0 (0,0%)	0 (0,0%)
NR	0 (0,0%)		0 (0,0%)
Totales	14 (60,7%)	9 (39,1%)	23

Dentro de las respuestas que entregan los profesores en formación sobre la ojiva, se aprecia una gran cantidad de dificultades para su interpretación y errores asociados. El 52% de los estudiantes no entrega una interpretación del gráfico en relación con la variable esperanza de vida, sino que se centra en describir aspectos de su utilidad, por ejemplo, mencionando su uso sobre las frecuencias acumuladas. Dentro de las respuestas incorrectas en este nivel, se identificaron interpretaciones inadecuadas sobre el valor máximo acumulado en la ojiva y sobre el valor mínimo, como también interpretaciones intervalares para estimaciones (a partir del gráfico) que pueden haber sido puntuales, más aún, contando con el apoyo de la tabla con los descriptivos.

Para el caso de las interpretaciones en el nivel de lectura de datos, un grupo de estudiantes logra hacer una lectura adecuada, relacionado de forma adecuada la variable esperanza de vida y la frecuencia acumulada en el eje y. Los errores más frecuentes en este nivel se relacionan con confundir la frecuencia acumulada con la frecuencia absoluta y realizar una interpretación confundiendo la variable esperanza de vida con número de personas.

5. Conclusiones y propuestas al profesorado en formación

A partir de los resultados encontrados, vemos que gran parte de las respuestas evidenciadas por este grupo de futuros profesores de Matemática están en un nivel inicial de comprensión gráfica, es decir, establecen relaciones directas entre unas variables y algún elemento distintivo de un gráfico estadístico.

De los tres gráficos presentados en la actividad, la mayor cantidad de respuestas que mostraron un nivel inicial con interpretaciones correctas fueron las relacionadas con el gráfico de cajón y el histograma que, si bien se muestran en un nivel de lectura literal de los datos, son adecuadas, en comparación con la distribución de respuestas que se relevaron sobre la ojiva de manera incorrecta. En muy pocos casos los estudiantes evidencian un nivel de lectura más allá de los datos. Lo anterior es, por lo menos, cuestionable, considerando que los estudiantes para profesor que participaron de la investigación ya había cursado Estadística Descriptiva, Probabilidades e Inferencia Estadística.

En el caso de la interpretación de la ojiva los resultados son algo más preocupantes, dado que un alto porcentaje de profesores en formación no interpreta este gráfico, mostrando en sus respuestas aspectos de utilidad y descripción sobre la forma de uso. En muy pocos casos muestran un nivel inicial (lectura literal) y, entre quienes lo hacen también, una cantidad no menor presenta errores en la interpretación.

De estos resultados, y los niveles de lectura evidenciados, vemos que gran parte de los

futuros profesores presenta dificultades en las interpretaciones de algunos estadísticos, o los interpreta de manera limitada y descontextualizada, aspectos que están en la misma línea de los trabajos realizados por Arteaga (2011) y Gea et al. (2017). Por ejemplo, confunden el significado de la variable esperanza de vida con la de promedio. Interpretan la media aritmética de manera descontextualizada sin hacer uso, por ejemplo, de la desviación estándar, y en algunos casos confunden e interpretan la mediana como si fuera la media aritmética.

Vemos con algo de preocupación que las interpretaciones en su mayoría están centradas en un nivel inicial de comprensión, considerando que los estudiantes, al momento de realizar el trabajo, cursaban su cuarto año de formación, lo que podría incidir en las dinámicas de enseñanza al momento de ejercer como profesores. En ninguna de las respuestas se visualizaron aspectos relativos a la variabilidad en relación con la variable esperanza de vida o una adecuada formalización de la asimetría de la distribución; no hay evidencias sobre un posible razonamiento inferencial, que permitiría ver una comprensión en un nivel más allá de los datos, como también resulta preocupante la gran cantidad de respuestas en relación con la interpretación que son incorrectas.

Tal como mencionamos, gran parte de estos resultados son preocupantes y no se pueden pasar por alto, pues si estas evidencias no son consideradas en el contexto de profesores de Matemática en formación, el impacto en la forma en que se enseña estadística seguirá la línea de lo que ya mencionan Cuétara et al. (2016), Del Pino y Estrella (2012), Pajares y Tomeo (2009), Zapata Cardona (2016) y Zapata Cardona y González Gómez (2017), es decir, la idea de estos aportes es poder potenciar la formación de los futuros profesores de Matemática que enseñarán estadística en contexto escolar para transitar a una enseñanza que profundice en la naturaleza del pensamiento estadístico y, por ende, en la cultura estadística de los futuros ciudadanos.

Referencias

- Aoyama, K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 298-318. <https://www.iejme.com/article/investigating-a-hierarchy-of-students-interpretations-of-graphs>
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* [Tesis Doctoral. Universidad de Granada]. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/artea.pdf>
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 76, 55-67.
- Batanero, C. (2002). *Los retos de la cultura estadística* [Conferencia inaugural]. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires, Argentina.
- Bolch, C. A., y Jacobbe, T. (2019). Investigating Levels of Graphical Comprehension Using the LOCUS Assessments. *Numeracy*, 12(1), 158-174. <https://doi.org/10.5038/1936-4660.12.1.8>
- Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., y Hiebert, J. (2018). The role of replication studies in educational research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49(1), 2-8. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.49.1.0002>
- Carmona, D., y Cruz, D. (2016). *Niveles de comprensión de la información contenida en tablas y gráficas estadísticas: un estudio desde la jerarquía de Kazuhiro Aoyama* [Tesis de Maestría, Universidad de Medellín]. Repositorio digital de documentos en Educación Matemática. <http://funes.uniandes.edu.co/11422/1/Carmona2016Niveles.pdf>
- Centro de Estudios de Políticas y Prácticas en Educación. (2012). *Estándares orientadores para carreras de pedagogía en educación media*. CEPPE, Ministerio de Educación.
- Cuétara, Y., Salcedo, I. M., y Hernández, M. (2016). La enseñanza de la estadística: antecedentes y actualidad en el contexto internacional y nacional. *Atenas*, 3(35), 125-140. <http://atenas.umcc.cu/index.php/atenas/article/view/222/411>
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Del Pino, G., y Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo, Revista De Investigación Latinoamericana (PEL)*, 49(1), 53-64. <https://doi.org/10.7764/PEL.49.1.2012>
- Díaz-Levicoy, D. (2018). *Comprensión de gráficos estadísticos por alumnos chilenos de Educación Primaria* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada]. Repositorio institucional de la Universidad de Granada. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/53598/29122880.pdf?sequence=4&isAllowed=y>
- Díaz-Levicoy, D., y Arteaga, P. (2019, febrero). *Chilean primary school difficulties in building bar graphs* [Conferencia]. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11), Utrecht, Netherlands.
- Fernández, N., García-García, J. I., Arredondo, E., y López, C. (2019). Comprensión de una tabla y un gráfico de barras por estudiantes universitarios. *Areté. Revista Digital del Doctorado en Educación de la Universidad Central de Venezuela*, 5(10), 145-162. http://saber.ucv.ve/ojs/index.php/rev_arete/article/view/16992
- Fitzallen, N. (2016). Interpreting association from graphical displays. En B. White y J. Clark (Eds.), *Opening Up Mathematics Education Research* (pp. 220-227). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Friel, S., Curcio, F., y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158. <https://doi.org/10.2307/749671>
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x>
- Gal, I., y Murray, S. T. (2011). Responding to diversity in users' statistical literacy and information needs: Institutional and educational implications. *Statistical Journal of the International Association for Official Statistics*, 27(3-4), 185-195.
- García-García, J. I., Encarnación Baltazar, E. J., y Arredondo, E. H. (2020). Exploración de la comprensión gráfica de estudiantes de secundaria. *IE Revista De Investigación Educativa De La REDIECH*, 11, e925. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i0.925
- Gea, M. M., Arteaga, P., y Cañadas, G. R. (2017). Interpretación de gráficos estadísticos por futuros profesores de Educación Secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 12, 19-37. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i12.189>
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill.

- Hüffmeier, J., Mazei, J., y Schultze, T. (2016). Reconceptualizing replication as a sequence of different studies: A replication typology. *Journal of Experimental Social Psychology*, 66, 81-92. <https://doi.org/10.1016/j.jesp.2015.09.009>
- Meletioui, M., y Lee C. (2002, 7 al 12 de julio). *Student understanding of histograms: A stumbling stone to the development of intuitions about variation* [Conferencia]. Sixth International Conference on Teaching Statistics, Durban, South Africa.
- Meletioui-Mavrotheris, M., y Stylianou, D. A. (2003). Graphical representation of data: the effect of the use of dynamical statistics technological tool. En *CBLIS Conference Proceedings 2003 Volume I: New Technologies and their applications in education* (pp. 296-306). Department of Educational Sciences, University of Cyprus.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España. (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Autor.
- Ministerio de Educación de Chile. (2015). *Bases curriculares 7° básico a 2° Medio*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Autor.
- Pajares, A., y Tomeo, V. (2009). Enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Secundaria: experimentos y materiales. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIII Simposio de la SEIEM*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Pfannkuch, M. (2006). Informal inferential reasoning. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. International Statistical Institute and International Association for Statistical. http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/6A2_PFAN.pdf
- Pfannkuch, M. (2007). Year 11 students' informal inferential reasoning: A case study about the interpretation of box plots. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 149-167. <http://www.iejme.com/>
- Porta, L., y Silva, M. (2003). *La investigación cualitativa: el análisis de contenido en la investigación educativa*. CENIDE.
- Sánchez, M. (2020). Replication studies in mathematics education: What kind of questions would be productive to explore? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 37-50. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10069-7>
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J. y Greer, B. (1996). Data handling. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (v.1, pp. 205-237). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Schild, M. (2006). Statistical literacy survey analysis: Reading graphs and tables of rates and percentages. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics* (pp. 1-6). International Statistical Institute and International Association for Statistical Education.
- Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Gedisa.
- Vásquez, C. (2021). Comprensión y Uso Docente de Gráficos Estadísticos por Futuros Profesores para Promover Competencias para la Sostenibilidad. *PARADIGMA*, 41(e1), 165-190. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p165-190.id1022>
- Zapata Cardona, L. (2016). ¿Estamos promoviendo el Pensamiento Estadístico en la enseñanza? En I. Álvarez y C. Sua (Eds.), *Memorias del II Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp. 73-79). Asociación Colombiana de Educación Estocástica.
- Zapata Cardona, L., y González Gómez, D. (2017). Imágenes de los profesores sobre la estadística y su enseñanza. *Revista Educación Matemática*, 29(1), 61-89. <https://doi.org/10.24844/EM2901.03>
- Zapico, M. (2007). Interrogantes acerca del análisis de contenido y del discurso en los textos escolares. En *Primer Seminario Internacional de textos Escolares (SITE 2006)* (pp. 149-155). Ministerio de Educación de Chile.