



# REPRESENTACIONES DE DATOS EN ESTADÍSTICA: DE LISTAS A TABLAS

*STATISTICAL DATA REPRESENTATIONS: FROM LISTS TO TABLES*

Soledad Estrella, soledad.estrella@pucv.cl  
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso,  
Valparaíso, Chile

Patricia Estrella, patricia.estrella@pucv.cl  
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso,  
Valparaíso, Chile

## RESUMEN

Con el propósito de estudiar la organización de datos e identificar la diversidad de representaciones construidas en situación de exploración de datos auténticos, en un grupo de 56 estudiantes chilenos de tercer grado de primaria, se diseñó e implementó un plan de clases de estadística, en el que se solicitó a los estudiantes ordenar y organizar los datos para responder a un problema. Este artículo se centra en el estudio cualitativo de las representaciones de datos producidas por los estudiantes durante la implementación del plan de clases. La exploración de los datos realizada por los estudiantes sobre los alimentos que consumían en la escuela (“colaciones”), los llevó a elaborar representaciones de datos (listas, estado intermedio de esquema tabular y tabla de frecuencias). Se concluye que el contexto auténtico y la construcción de representaciones propias promovieron que los estudiantes construyeran preponderantemente listas (77%), aplicando con sentido la partición, la clase y el cardinal. Se sugiere incorporar explícitamente en la enseñanza el formato lista, como herramienta representacional y unidad básica de la tabla.

## PALABRAS CLAVE:

*Lista; tabla de frecuencia; representaciones de datos; estadística temprana; análisis exploratorio de datos.*

## ABSTRACT

With the purpose of studying the organization of data and identifying the diversity of representations constructed in a situation of data exploration, a statistical lesson plan was designed and implemented in 56 Chilean students in the third grade of primary school, in which students were asked to sort and organize data to answer a problem. This article focuses on the qualitative study of the data representations produced by students during the implementation of the lesson plan. The exploration of the data of the snacks eaten by students at school led them to elaborate data representations (lists, intermediate state of tabular scheme and frequency table). It is concluded that the authentic context and the construction of their own representations promoted that the students predominantly built lists (77%), meaningfully applying the partition, the class and the cardinal. It is suggested to explicitly incorporate the list format in teaching, as a representational tool and basic unit of the table.

## KEYWORDS:

*List; frequency table; data representations; early statistics; exploratory data analysis.*

Recibido: 7 de febrero 2020, Aceptado: 2 de abril 2020

## 1. Introducción

Listas y tablas aparecen en la vida cotidiana de los ciudadanos. Estas representaciones externas actúan como herramientas de aprendizaje (Pérez-Echeverría y Scheuer, 2009), pues movilizan varios procesos de orden superior que los seres humanos participantes en los entornos sociales y culturales complejos llevan regularmente a cabo, como la comunicación, la externalización de memoria, el aprendizaje y la transmisión, la explicitación del conocimiento, entre otras. Sin embargo, en educación estadística existe escasa investigación sobre el aprendizaje de las representaciones de datos, como las listas y tablas, en estudiantes de los primeros grados.

Este estudio indaga en la organización de datos y en la diversidad de representaciones que construyen los estudiantes enfrentados a una situación con datos auténticos. Específicamente, se analizan las distintas representaciones de datos creadas por estudiantes de tercer grado de primaria, enfrentados a una misma situación de análisis exploratorio de datos.

Si bien las tablas y gráficos ocupan un papel central en la práctica científica y se usan ampliamente en las aulas y en textos escolares de diversas materias, su construcción e interpretación no es fácil, y la adquisición de la habilidad de representar posee ciertas complejidades (Estrella, Olfos, Morales y Vidal-Szabó, 2017; Estrella, Olfos, Vidal-Szabó, Morales y Estrella, 2018). Investigaciones previas han señalado la especificidad de las tablas y la forma en que tanto estudiantes como profesores las comprenden (Brizuela y Alvarado, 2010; Brizuela y Lara-Roth, 2002; Dibble, 1997; Duval, 2003; Estrella, Mena-Lorca y Olfos, 2017; Friel, Curcio y Bright, 2001; Gabucio, Martí, Enfedaque, Gilabert y Konstantinidou, 2010; Martí, García-Mila, Gabucio y Konstantinidou, 2010; Martí, Pérez y De la Cerda, 2010; Martínez y Brizuela, 2006; Wu y Krajcik, 2006).

Respecto al tratamiento de los datos, se ha investigado que tanto la ordenación desde un conjunto de datos a una tabla, como la interpretación de las tablas, resultan ser complejas para los estudiantes de edad escolar (Estrella et al., 2017, 2018; Sepúlveda, Díaz-Levicoy y Jara, 2018). Lehrer y Schauble (2000) investigaron la invención y la convención de estructuras de datos para matematizar actividades de clasificación en estudiantes de primer a quinto grado. Estos autores encontraron un sesgo en la organización de datos en categorías disjuntas, y dificultades de los estudiantes con una categoría que entrega información para cada celda en una misma columna de una tabla. También, encontraron que no es fácil para los estudiantes

reconocer, desarrollar e implementar criterios para un efectivo proceso de clasificación.

El proceso de reorganizar datos numéricos en frecuencias no es un proceso intuitivo en los niños de primer a tercer grado (Nisbet, Jones, Thornton, Langrall y Mooney, 2003), e insertar datos en una tabla provoca una reorganización mental más allá de la simple enumeración oral (Coutanson, 2010). En cuanto a la habilidad de tabular datos, Pfannkuch y Rubick (2002) señalan que “esta era una habilidad que se estaba desarrollando por todos los estudiantes, aunque parece ser una habilidad más sofisticada de lo que habíamos pensado” (p. 13). Estas autoras consideran que el proceso de comprensión en el tránsito de los datos a las tablas, abarca una abstracción de variables cuantitativas y cualitativas a partir del contexto y, además, observan que la tabulación de datos es una habilidad que requiere determinar la forma de presentar esos datos con claridad y sin ambigüedad, lo que implica alguna pérdida de información y el uso de descriptores de la variable (entendida como cualquier característica medible de un conjunto de datos que puede tomar distintos valores).

En este escenario, y considerando la complejidad del aprendizaje de distintas representaciones de datos, se propone analizar las formas tempranas de representar los datos en estudiantes chilenos de tercer grado de primaria, que reflexionan en torno a los alimentos que consumen en la escuela, en adelante “colaciones”, e infieren desde el comportamiento de los datos.

## 2. Marco conceptual

El paradigma del análisis exploratorio de datos (Tukey, 1977) considera la exploración sin restricciones de los datos en busca de regularidades interesantes, en que las conclusiones son informales y se basan en lo que se ve en los datos, aplicándose solo a los sujetos y a las circunstancias para las cuales se obtuvieron dichos datos (Moore y Cobb, 2000).

Estrella y colaboradores (2017, 2018) presentan un enfoque que valora la variedad de representaciones que dan sentido a descubrir, comunicar y razonar las relaciones entre datos desde los primeros grados, precisando algunas de las componentes de una representación gráfica de datos (variable, frecuencia, base-lineal y linealidad-gráfica), componentes que permiten la comparación y visualización de las relaciones entre los datos.

Para estudiar los recursos que exhiben los estudiantes, en esta sección describimos algunas representaciones de datos y sistemas de representación.

## 2.1. Representaciones de datos (lista, tabla y cuasitabla)

a) Listas. Consideramos las listas de datos como aquellos conjuntos de datos organizados sucesivamente en una dimensión (horizontal o vertical), caracterizadas por una sucesión de datos (icónico o textual) uno tras otro, desplegados en una sola dirección y separados por espacios y/o puntuación, que eventualmente pueden presentar o no el cardinal. Además, las listas están constituidas por unidades escritas más breves que las frases.

b) Tablas. Consideramos las tablas simples de datos como aquellas que poseen dos dimensiones (horizontal y vertical) para almacenar unidades de datos. Estrella (2014) especifica en la representación tabular que la variable cualitativa está claramente separada de la variable cuantitativa, y eventualmente puede presentar el trazado de filas y columnas. Además, los datos de cada fila o columna son una categoría de la variable, cuyo nombre de la categoría suele aparecer explícito mediante una rotulación verbal escrita, gráfica o simbólica específica, en las filas o columnas. Consideramos una tabla de frecuencia como aquella en que se expresan –al menos– una categoría de la variable categórica (por ejemplo, colaciones sanas) y sus subcategorías (por ejemplo, manzana), la cardinalidad de cada subcategoría<sup>1</sup> (frecuencia) y, eventualmente, el cardinal de la categoría de la variable (total marginal).

Es posible distinguir un proceso entre listar y tabular. La figura 1 ejemplifica, desde una situación de colaciones, las acciones requeridas al representar datos, como clasificar, listar, categorizar, tabular y contar los datos de la variable en juego.



Figura 1. Representaciones de datos en estadística, de listas a tablas.

Fuente: Elaboración propia.

Las listas y tablas, como representaciones de datos, han sido estudiadas y definidas por varios autores (por ejemplo, Estrella, 2014; Martí, 2009); adicionalmente a estas precisamos una nueva representación, a la que denominamos "cuasitabla".

Entenderemos una cuasitabla como una representación parecida a la tabla de datos, aunque sin llegar a tener todas sus características; por ejemplo, muestra segmentos separadores, pero presenta el ordinal en vez del cardinal. Asimismo, aunque posee más características que las establecidas para una lista, no alcanza a tener las características propias de una tabla de frecuencia (ver ejemplos, más adelante, en figura 4).

## 2.2. Sistemas de representación

Desde la diversidad de formas en que se pueden representar los datos, es posible establecer categorías de acuerdo a si la representación presenta preponderantemente aspectos icónicos, textos escritos y/o numéricos. Así, entenderemos tres sistemas de representación: numérico, aquel referido a cálculos con números explícitos, como también a cálculos implícitos mediante subitización<sup>2</sup> o estimación visual de la cantidad; icónico, aquel referido a las formas icónicas; y textual, aquel referido a las formas lingüísticas escritas.

Es posible distinguir entre representar, sin y con la frecuencia de la categoría de la variable, desde la transición entre representaciones. La figura 2 ejemplifica, desde una situación de caramelos que

<sup>1</sup> Para este artículo se ha elegido la palabra subcategoría en vez de clase, debido a que clase se ha ocupado para curso de estudiantes, o clase en que se implementa una lección planificada.

<sup>2</sup> Kaufman, Lord, Reese y Volkman (1949) propusieron el término subitización para referirse a la determinación de manera rápida, precisa y confiada de la cantidad de elementos de un grupo de seis o menos elementos presentados simultáneamente. Dichos autores consideran a la estimación como un juicio de cantidad sobre un conjunto de más de seis elementos sin realizar un conteo de los mismos.

poseen niñas y niños, la transición a representaciones sin escala (primer pictograma) a representaciones con escala (los siguientes pictogramas, diagramas de puntos –enmarcados a propósito– y gráficos de barra), junto a los cambios de registro de lo icónico, numérico y textual, asociados a las categorías de la variable en juego.

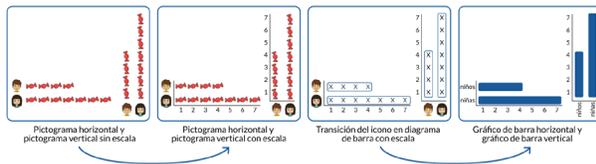


Figura 2. Representaciones de datos en estadística, tránsito entre registros icónicos, numéricos y textuales.

Fuente: Elaboración propia.

En este estudio, se considera que el sistema de representación numérico incluye la frecuencia de los datos, esto es, el cardinal correspondiente a cada subcategoría de la variable que, al componer una representación, está separado de la variable cualitativa. Además, la frecuencia puede construirse desde los recursos de conteo, o de la subitización o estimación de cantidad sobre los datos icónicos o escritos presentados repetidamente (por ejemplo, en una lista). Por tanto, se ha considerado pertinente categorizar la frecuencia, como el cardinal y la repetición de íconos o textos que daban respuesta por conteo y subitización, respectivamente, en contraposición al ordinal, que no provee respuesta a la situación. Asimismo, se usa el concepto cardinal de manera profusa, ya que el concepto frecuencia no está asociado a listas sino a tablas.

Puesto que estudiamos la diversidad de representaciones que construyen los estudiantes de tercer grado, enfrentados a una situación de exploración de datos auténticos, nos preguntamos: ¿Qué representaciones producen los estudiantes cuando se enfrentan a una situación de análisis exploratorio de datos? Con el fin de responder a esta pregunta, hemos llevado a cabo un estudio cualitativo descriptivo.

### 3. Metodología

Este estudio adopta un enfoque cualitativo para analizar las representaciones de los estudiantes, al enfrentarse a una situación de organización de datos.

### 3.1. Participantes

Participaron un total de 56 estudiantes de tercer grado, cuyas edades fluctuaban entre 7 y 9 años, de dos escuelas chilenas, una ubicada en la ciudad de Quilpué y otra en la ciudad de Viña del Mar. Los participantes pertenecían a dos cursos de tercer grado de primaria, quienes se encontraban cursando su primer semestre en dos escuelas urbanas; estos fueron elegidos por la accesibilidad a sus profesores. Un curso se componía de 32 estudiantes de edades entre 7 y 8 años. El otro tenía 24 estudiantes, cuyas edades fluctuaban entre 7 y 9 años. El estudio además contó con el consentimiento escrito de los directores de ambos establecimientos, de los profesores, apoderados y estudiantes.

### 3.2. Recogida de datos

Se implementó una situación de análisis de datos con papel y lápiz. La tarea diseñada se enmarca en el eje Estadística y Probabilidades de la asignatura de Matemática de tercer grado del currículo chileno (Ministerio de Educación de Chile, 2018), que solicita clasificar y organizar los datos mediante tablas y visualizarlos en gráficos. Los datos recabados surgen de las representaciones creadas libremente por los estudiantes, enfrentados a la situación de exploración de datos.

La recogida de datos consideró la videograbación de ambas lecciones y de las representaciones de los estudiantes enfrentados a la situación; también se registraron fotográficamente todas las representaciones finales desde los cuadernos de los estudiantes.

### 3.3. La lección

El objetivo del plan de clases implementado fue ordenar y organizar datos para obtener información. En torno a este objetivo, un grupo de profesores ideó un contexto de interés para los estudiantes relativo a sus colaciones, y construyó un plan de clases (Estrella, Zakaryan, Olfos y Espinoza, 2020). En base a las propias colaciones llevadas por los estudiantes el día anterior a la lección, los profesores diseñaron una lámina de íconos relativos a los datos entregados por sus estudiantes (figura 3), esto es, cada ícono representa la colación llevada a la escuela previamente por cada estudiante (por tanto, se diseñaron dos láminas según sus datos para cada curso).

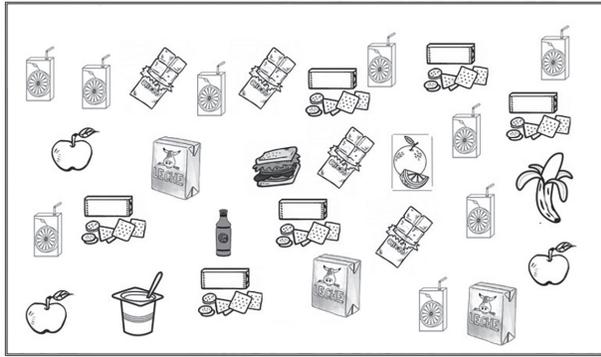


Figura 3. Lámina con las 30 colaciones preferidas de uno de los cursos de tercer grado.

Fuente: Elaborado por la profesora del curso de tercer grado

Después de motivar el tema de la necesidad de una alimentación saludable y las posibles enfermedades por exceso de comida o de comida no sana, la profesora que implementa la lección planificada propone el problema mediante una pregunta y la escribe en la pizarra: ¿De qué manera podemos ordenar y organizar los datos de nuestras colaciones para saber si estamos en riesgo de contraer alguna enfermedad? Luego entrega la lámina de las colaciones del grupo curso a cada estudiante, quienes debían trabajar con los datos y representarlos.

### 3.4. Análisis

Los investigadores y dos ayudantes de investigación analizaron separadamente las representaciones creadas por los estudiantes, según las categorías establecidas (listas y tablas) y otras levantadas en este proceso (sistemas de representación y cuasitabla). A partir de la videograbación y las representaciones fotografiadas, se construyó y completó una matriz con los formatos representacionales y sistemas de representación.

Al efectuar el análisis de los datos, se clasificaron las producciones en formatos representacionales: lista, tabla y cuasitabla (esta última emergió desde las producciones de los estudiantes). En cada producción se identificó la representación y el sistema de representación predominante (numérico, icónico, textual). Recogidos los datos, el análisis se llevó a cabo, primeramente, con la identificación y clasificación de la representación de datos de cada estudiante, y luego, por el sistema de representación y aspectos de frecuencia que presentaba la misma, y que daban respuesta a la situación.

La triangulación de datos se realizó en el análisis consensuado entre investigadores de la representación de cada estudiante, las videograbaciones de cada una de las lecciones en que los estudiantes representaron, y las notas de campo de los investigadores y ayudantes de investigación.

## 4. Resultados

En la resolución, los estudiantes usaron registros numéricos, icónicos y textuales. En la figura 4 se ejemplifican los tipos de representación, listas y cuasitablas de íconos o de textos (nótese que los numerales de las cuasitablas indican números ordinales y no cardinales).

lista icónica	lista texto	cuasitabla icónica	cuasitabla texto
	-manzana, manzana, manzana, bebida	1 2	1 manzana 2 bebida

Figura 4. Ejemplos reproducidos de listas y cuasitablas de íconos y de texto creados por estudiantes de tercer grado.

Fuente: Elaboración propia.

### 4.1. Análisis de las representaciones

De los 56 estudiantes, solo 2 de ellos (3,6%) construyeron una tabla de frecuencia que permitía responder a la pregunta de la situación presentada; 27 de ellos (48,2%) crearon representaciones que no servían para responder a la situación, pues no permitían comparar numéricamente entre las categorías de la variable, y los restantes 27 (48,2%) crearon representaciones que eventualmente podrían dar respuesta, mediante comparación visual (Tabla 1).

Tabla 1

Porcentajes de las representaciones de 56 estudiantes según tipo de formato representacional y aspectos de la frecuencia (cantidad de estudiantes entre paréntesis)

lista icono		lista texto		cuasitabla icónica		cuasitabla texto		tabla frec.
sin repetición	con repetición	sin repetición	con repetición	sin repetición	con repetición	sin cardinal	con cardinal	cardinal
17,8 (10)	35,7 (20)	16,07 (9)	7 (4)	7 (4)	3,6 (2)	7 (4)	1,8 (1)	3,6 (2)
53,6 (30)		23,2 (13)		10,7 (6)		8,9 (5)		
		76,8 (43)				19,6 (11)		3,6 (2)

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se presentan las categorías de análisis consideradas: (1) formato representacional (lista, cuasitabla, tabla) y sistema de representación (numérico, icónico, textual), y (2) aspectos asociados a la frecuencia (cardinal, ordinal, repetición) empleados por los estudiantes, para dar respuestas a la situación.

(1) *Según el formato representacional y sistemas de representación*

De las 56 representaciones producidas, 43 son listas (77%), 11 son cuasitablas (20%) y 2 son tablas de frecuencia (3%).

a) Listas. De las 43 listas, 30 correspondían a listas icónicas (con íconos) y 13, a listas de texto (sin íconos). Estas se han clasificado según presenten repetición o no del ícono o del texto escrito, ya que aun sin el cardinal explícito, ayudan a dar respuesta a la situación mediante estimación de la cantidad. Sin embargo, las listas icónicas sin repetición no permiten obtener información alguna de los datos, por tanto, no hay interpretación de la misma al no dar cuenta del cardinal de la subcategoría (por ejemplo, utilizar una manzana en una representación, difiere de aquella que repite el ícono tantas veces como manzanas existían).

b) Cuasitablas. De las 11 cuasitablas, 6 eran icónicas y 5 de texto. Las cuasitablas icónicas se clasificaron según tuviesen repetición o no del ícono y las cuasitablas de texto se clasificaron según presentaban o no el cardinal, aunque ninguna de estas presentó repetición del texto como identificador del ícono. De las 5 cuasitablas de texto, 4 no presentaban cardinal y 1 sí. Estas cuasitablas no fueron categorizadas como tablas, debido a que utilizaban el ordinal o respondían a la situación omitiendo el cardinal e imposibilitando dar una interpretación desde el conjunto de los datos (ver ejemplo en figura 4).

c) Tablas. Solo hubo dos tablas de frecuencia, con texto y con cardinal (frecuencia), aunque solo una de estas tablas incluía el total marginal (cardinal de la categoría). Estas tablas de frecuencia resumieron todos los datos y entregaron respuesta al problema (figuras 7 y 9).

Ya que la situación presentaba los datos en una lámina con imágenes, era presumible que muchos de los estudiantes ocuparan los íconos representantes de sus colaciones, dibujados o recortados.

Para la misma situación, las representaciones de los estudiantes son a veces listas, a veces tablas. Aun

cuando el estudiante solo estaba en posesión de la representación tipo lista, al repetir el ícono y/o utilizar el cardinal, los usaba coherentemente para dar respuesta al problema inicial.

(2) *Según aspectos de la frecuencia que permiten dar respuesta a la situación*

El 48% de las representaciones sin repetición, tanto en las listas icónicas (17,8%), listas de texto (16,07%), cuasitablas icónicas (7%), así como en las cuasitablas de texto sin cardinal (7%), los estudiantes han ordenado y organizado en forma resumida los datos, pero la ausencia del cardinal o la ausencia de repetición –de íconos o de texto– ha llevado a tal pérdida de información, que estas representaciones no permiten comparar ni dar respuesta a la situación.

En cambio, en las representaciones con repetición de los datos (listas icónicas, listas de texto y cuasitablas icónicas) es posible dar una respuesta al problema en términos de estimación numérica, mediante estimación de la cantidad de “repeticiones”, a modo de subitización.

#### **4.2. Análisis de las representaciones involucradas según sistemas de representación**

Cada representación se ha clasificado según los tres formatos representacionales, sus sistemas de representación y sus aspectos de la frecuencia: (i) las listas (listas con íconos y sin cardinal; listas con texto y sin cardinal; listas de íconos, con o sin repetición de elementos ordenada; y listas con íconos y con cardinal; listas con texto y con cardinal), (ii) las cuasitablas (tablas con íconos y sin cardinal; tablas con texto y sin cardinal; tablas con íconos y con ordinal; tablas con texto y con ordinal), y (iii) las tablas de frecuencias (tablas con íconos y con cardinal; tablas con texto y con cardinal).

A continuación, se describen cinco representaciones que resultan representativas de lo que se ha venido argumentando: una lista, dos cuasitablas y dos tablas de frecuencias (ver Apéndice, con ejemplos de los registros reales). El análisis ha versado sobre los sistemas: uno referido al conteo con números; otro icónico, referido a la representación con signos semejantes, y un último textual, referido al texto escrito.

##### *4.2.1. Lista con texto y sin cardinal*

La figura 5 muestra la representación tipo lista para la variable (tipos de colaciones) y sus categorías – cosas saludables y cosas no saludables–, con datos

presentados a través de texto escrito horizontalmente y sin cardinal. Esta representación es muy básica y no permite dar respuesta a la situación, pues al presentar una secuencia de palabras sin cardinal ni repeticiones (de la palabra representante del dato) pierde elementos fundamentales para comparar subconjuntos.

Por tanto, al no asumir un sistema de representación numérico implícito, que le permitiese comparar que un conjunto es subconjunto de otro mayor, debido a que no puede ser corroborado por la inexistencia del cardinal (o por la ausencia de repetición de texto escrito de cada elemento de dicha subcategoría), no puede comparar por subitización o numerosidad, respecto de un conjunto mayor versus un conjunto menor de elementos escritos.



Figura 5. Reproducción de formato lista, con texto y sin cardinal, del cuaderno de un estudiante.

Fuente: Reproducción de representación real de la Figura A1 (ver Apéndice)

Para construir esta lista (figura 5), el estudiante debió particionar el conjunto de los datos icónicos, establecer las categorías de la variable y representar cada ícono por la palabra escrita equivalente. El estudiante reconoce implícitamente la variable "tipo de colaciones" y, dada la situación, determina las dos categorías de la variable, escritas como "cosas saludables" y "cosas no saludables", y en cada una de ellas solo lista por extensión los elementos.

#### 4.2.2. Cuasitabla con texto y sin cardinal

La Figura 6 muestra una cuasitabla con las categorías de la variable y subcategorías, los datos están presentados a través de texto con número ordinal a la izquierda de cada elemento de la subcategoría. En este tipo de representación visualmente con orden y clasificación y aparentes totales marginales, se listan los elementos de las subcategorías, pero no se cardinalizan.

Saludable = 9				
lácteos	frutas	líquidos	miel	ensaladas
1 yogur 2 leche	3 naranja 4 manzana 5 plátano	6 jugo 7 leche	8 cereal	9 zanahoria
Chatarra = 5				
1 chocolate 2 galletas 3 sandwich 4 pastel 5 papas fritas				

Figura 6. Reproducción de formato cuasitabla, con texto y sin cardinal, del cuaderno de un estudiante.

Fuente: Reproducción de representación real de la Figura A2 (ver Apéndice)

El estudiante escribe cada categoría y subcategorías en una representación que exhibe título, encabezados, filas, columnas y celdas sin cardinalidad (sin frecuencia). Para la categoría "chatarra" de la variable, presenta un formato cercano a la lista vertical, lo que podría ser un indicador del estado intermedio de su esquema tabular, que transita entre lista y tabla.

En esta cuasitabla, algunos subconjuntos no son disjuntos (lácteos y líquidos), por tanto, el cardinal de la categoría resulta erróneo. Además, en el sistema de representación numérico, al escribir el ordinal como el cardinal de la categoría "saludable" (aparente total marginal), el estudiante pierde información de los elementos de cada subcategoría, al no considerar el cardinal respectivo, lo que no le permite responder con mayor exactitud a la situación, pues compara solo los ordinales finales de cada categoría.

#### 4.2.3. Tabla con texto y cardinal

La figura 7 muestra una tabla con las categorías de la variable, datos representados a través de texto, cardinal de cada subcategoría, total marginal de cada categoría y trazado no explícito de segmentos separadores.

Comida chatarra					
papas fritas	galletas	chocolate	pastel	sandwich	
1	5	2	1	3	
Hay 12 comidas chatarra					
Saludable					
yogurt	leche	cereal	jugos	frutas	vegetal
5	3	3	3	3	1
Un total de cosas son 18					

Figura 7. Reproducción de tabla con texto y cardinal del cuaderno de un estudiante.

Fuente: Reproducción de representación real de la Figura A4 (ver Apéndice)

Desde la videograbación, se observa que el estudiante ha unido los elementos de la subcategoría y luego los ha contado todos, lo que equivale a contar los elementos de la subcategoría y luego hacer la adición de los cardinales obtenidos con el conteo.

La ausencia de líneas delimitadoras no es impedimento para una lectura fluida de la representación de datos usada: el orden espacial y el alineamiento de textos y números permite inferir que utiliza título, encabezados, filas, columnas y celdas del formato tabla, en la que explicita los cardinales de la subcategoría (frecuencia) y, en forma de texto lineal, presenta el cardinal de la categoría de la variable (total marginal).

#### 4.2.4. Cuasitabla con ícono y con cardinal

La figura 8 presenta una cuasitabla con categorías de la variable escrita “no saludable” y “saludable”, cada subcategoría es representada por íconos y con cardinal a la derecha, y un segmento trazado separa las categorías.

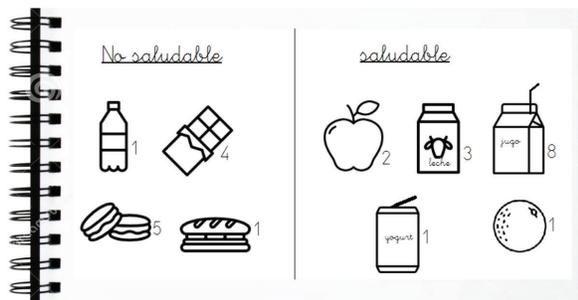


Figura 8. Reproducción de formato cuasitabla, con ícono y cardinal, del cuaderno de un estudiante.

Fuente: Reproducción de representación real de la Figura A3 (ver Apéndice)

Aunque existe cardinal para cada subcategoría, un segmento que delimita y texto escrito en el encabezado, no se considera una tabla de frecuencia, pues no existe un ordenamiento espacial que permita una lectura secuencial vertical u horizontal, al no delimitarse las filas o columnas, o celdas. Aunque se observa que el ícono representa la subcategoría correctamente cardinada, y ocupa un segmento que separa categorías, no lo ocupa para separar entre subcategorías de la categoría de la variable.

#### 4.2.5. Tabla con texto y con cardinal

Lo sano	Lo malo
manzana 2	chocolate 2
jugo de naranja 8	galleta 5
leche 3	pan 1
yogur 1	bebida 1
naranja 1	

Figura 9. Reproducción de tabla, con texto y cardinal, de registro de cuaderno de una estudiante.

Fuente: Reproducción de representación real de un estudiante

La figura 9 presenta en los encabezados de cada columna el nombre escrito de las categorías de la variable, y en el cuerpo de datos de la tabla asocia el nombre de la subcategoría y el cardinal correspondiente (frecuencia). Los nombres de las categorías de la variable están claramente delimitados por segmentos, al igual que la separación entre las subcategorías respectivas (el segmento de la base no fue trazado por la estudiante). Cabe notar que en la categoría “lo malo” la estudiante ha separado espacialmente cada frecuencia de la categoría, mostrando un cambio en lo que venía construyendo en la primera columna (verificar la desalineación de las frecuencias entre la primera columna y la alineación de la segunda).

La representación tabular de esta estudiante presenta las dos categorías de la variable (“lo sano” y “lo malo”), las subcategorías mediante las palabras escritas asociadas a cada dato icónico, y el cardinal correcto en cada una de las subcategorías (frecuencia).

Aunque no hay demarcación entre cada subcategoría (aspecto cualitativo nominal) y su frecuencia (aspecto cuantitativo), al parecer la estudiante que construye la tabla realiza una segmentación espacial interna, pues presenta primero el texto escrito y luego el número (a la derecha) y también realiza una separación física alineada entre texto escrito y número.

## 5. Discusión

En las representaciones creadas por los estudiantes se observa que realizan una partición del conjunto de elementos (datos icónicos dados), aunque no determinan explícitamente la variable “tipos de colaciones”, sino más bien su categorización “sanas” y “no sanas”, o similares. La mayoría de estos estudiantes recurren a su repertorio de procedimientos, entre los

cuales no está el tabular; al parecer, ni la tabla ni el cardinal son herramientas cognitivas que permiten resumir y comparar, para resolver la situación propuesta.

Los niños que presentaron un concepto más acabado de cómo ordenar y organizar datos, se desempeñaron mejor para responder correctamente al problema que aquellos que no lo poseían. Solo dos sujetos de los 56 estudiantes de tercer grado entregaron una respuesta numérica y tabular a la situación planteada, los restantes estudiantes, o no dieron este tipo de respuesta, o quizás utilizaron la percepción de numerosidad mediante subitización o estimación, para determinar la mayor o menor cardinalidad del conjunto. Nótese que las respuestas presentaron diferentes cardinales, tanto por las diferentes categorizaciones de la variable como por la inexactitud del cardinal, y por tanto de la frecuencia, ello sugiere que los niños requieren más oportunidades de aprendizaje para comprender en profundidad y conexión el principio de cardinalidad, las ideas de conteo, la comparación de elementos de conjuntos, el sucesor y antecesor, el orden en los naturales, junto a las operaciones lógicas de clasificación (Estrella e Isoda, 2020).

El proceso de socialización de los significados de listas y tablas, mediante sistemas colectivos de signos, comienza antes de la entrada al sistema escolar, por tanto, es natural asumir que los participantes de este estudio que tienen al menos tres años de escolaridad, para representar datos, ya debiesen reconocer el concepto lista o tabla, aunque presumiblemente con significados diferentes. El desempeño de los estudiantes en la resolución de la situación fue diverso, lo que podría deberse al dominio previo de algunas representaciones semióticas y las situaciones similares a las que se habían enfrentado con anterioridad. Debido a que casi el 96% de los estudiantes no tiene apropiada la tabla de frecuencia como una herramienta representacional, consideramos que el uso, significado y representación tabular requiere explicitarse, para ser socializado y consolidado de acuerdo al sistema de signos que los niños aprenden en el aula escolar.

Los datos del estudio han permitido identificar aspectos relacionados a representaciones asociadas a frecuencias, que incluyen desde los formatos de listas icónicas, listas textuales sin cardinal, hasta las tablas con cardinal y tablas de frecuencias con totales marginales. Sin embargo, no es posible afirmar que el proceso de organización de datos de cada estudiante transite por cada uno de estos formatos descritos, aunque es presumible que el dominio previo de situaciones de organización de datos incide en los

progresos, retrocesos y conexiones del conocimiento que se producen durante el proceso de adquisición de representaciones de datos.

La situación de análisis exploratorio de datos permitió examinar los datos para indagar en el comportamiento de ellos y sus relaciones, y obtener más comprensión de los mismos. Como formato representacional, la tabla no solo se usa para registrar, sino para buscar y comparar datos, encontrar y mostrar relaciones en ellos. Para la situación propuesta, la construcción de significados desde los datos solo puede resultar pertinente si la categorización es adecuada y disjunta, y es la cardinalidad de elementos de la subcategoría –como de la categoría– la que permite responder a la pregunta del problema inicial, esto es, el cálculo y comparación de las frecuencias.

Las representaciones creadas para organizar datos muestran diversidad, como las listas de texto sin cardinal, las listas de texto con cardinal, tablas con íconos y con o sin cardinal, tablas con texto con cardinal y sin él, y las tablas con texto y sin cardinal individual, pero con totales marginales. Concordamos con Martí (2009) en que las listas involucran identificar, segmentar y disponer los datos pertinentes, permitiendo una percepción más directa de las diferentes categorías de los datos.

El uso de la tabla en este grupo de estudiantes permite vislumbrar un conjunto de tareas en la tabla (registro, conteo, listado de elementos pertenecientes a una subcategoría), las operaciones para obtener la frecuencia de la clase (partición, establecimiento de clases, cardinación), y un conjunto de elementos de las representaciones, como segmentos, segmentación física, filas, columnas, celdas, encabezados, lenguaje escrito, icónico y numerales. La tabla, como sistema de signos, integra la forma gráfica con la reducción de espacio y de texto, permitiendo establecer relaciones entre los objetos tratados, activando los esquemas clasificatorios y los sistemas simbólicos. Ello comporta un modo de pensamiento de mayor complejidad, que repercute en los procesos cognitivos involucrados en su uso y en dificultades en el aprendizaje de las tablas. Específicamente, la tabla, aunque familiar, es un objeto complejo, y su enseñanza la ha limitado a completarlas e interpretarlas; falta una enseñanza que involucre las listas, que los estudiantes valoren el número como cardinal y se les confronte con la utilidad y limitaciones del número ordinal, proveyendo situaciones de construcción global de una lista o de una tabla, más que algunas compleciones obvias.

La lista y la tabla, como representaciones externas, se las reconoce visual y simbólicamente a través de

las propiedades y relaciones espaciales que ostentan. El análisis realizado nos lleva a conjeturar que los niños podrían desarrollar progresivamente diferentes esquemas para el concepto tabla, dependiendo de las experiencias de aprendizaje con las que se hayan enfrentado inicialmente, por ejemplo, construcción de listas icónicas sin cardinal y con repetición evidente de elementos, y lecturas puntuales y secuenciales asociadas a dichas listas. Confrontar a los niños a este tipo de experiencias, les permitiría apreciar las ventajas de las tablas de frecuencias (demarcadas o no con líneas), en las que sea evidente la diferenciación y el orden, para que activen procesos de búsqueda o procesos comparativos a través de lecturas secuenciales (en filas y columnas), y el cardinal sea una herramienta que ayude a resolver el problema.

## 6. Conclusiones

Para conocer las representaciones que producen los estudiantes cuando se enfrentan a una situación de análisis exploratorio de datos, este estudio indagó en la organización de datos y en la diversidad de representaciones que construyen estudiantes de tercer grado, enfrentados a una situación de exploración de datos en el marco de la estadística temprana. De modo similar a otras investigaciones (Nisbet et al., 2003), constatamos que no es fácil para los estudiantes reconocer e implementar criterios para un efectivo proceso de clasificación y, al parecer, les es poco intuitivo el proceso de reorganizar datos numéricos en frecuencias. Sin embargo, debido a que en el proceso de organización de datos se identifican diferentes representaciones, al observar los formatos creados por los dos grupos de estudiantes de diferentes escuelas y ciudades, se observa que no varía la organización de la actividad, pues se identifican regularidades entre las representaciones de un mismo grado, en la manera que abordan y desarrollan la resolución de una misma situación, utilizan la partición, la clase y el cardinal.

Un factor recurrente en las representaciones de estos estudiantes fue la repetición con orden o sin orden de los elementos de la subcategoría, ello hace presumir que el ordenamiento de los elementos repetidos facilitaría la estimación cuantitativa visual y, en consecuencia, facilitaría el conteo (o estrategias de conteo), luego la cardinalidad y la eficiencia en los procesos de búsqueda visual.

Consideramos, bajo los hallazgos de este estudio, que es pertinente proponer una introducción curricular de las listas y luego de las tablas, como secuencia en el desarrollo de la habilidad de representar, que podría considerarse por los desarrolladores curriculares, de textos y profesores. Estas representaciones de datos

son la parte visible de la conceptualización de la organización de datos de los estudiantes de primaria, y reconocer los distintos estados permite distinguir las comprensiones diferentes de los estudiantes.

El análisis realizado sugiere que, para conformar trayectorias de aprendizaje que involucren listar y tabular, se requiere: (1) consolidar las capacidades de asociación y diferenciación, estrategias de ordenamiento y conteo (puesto que se revelan errores en el conteo que no permitieron dar el cardinal exacto); (2) proveer experiencias con el concepto lista, considerándola como unidad básica de la tabla, y sus disposiciones verticales u horizontales que permiten lecturas espaciales diferentes; (3) explicitar, confrontar y valorar los componentes comunicativos, creados en forma reducida (encabezados con nombre de la variable, sus categorías y subcategorías); (4) considerar situaciones variadas que provoquen la necesidad de construcción de representaciones, que permitan diferentes sistemas de representación (numérico, icónico, textual); (5) admitir representaciones tabulares con y sin demarcaciones físicas, considerando que las segmentaciones mentales facilitan lecturas puntuales (celdas), secuenciales (filas –horizontalmente– y/o columnas –verticalmente–) o globales (tabla completa o partes de la tabla); y (6) diversificar y especificar las situaciones de lectura y escritura de listas y tablas, de modo de proveer situaciones de construcción de representaciones diferenciadas de aquellas de compleción, y situaciones de interpretación diferenciadas de las de evaluación.

Listas y tablas son un tipo de recodificación lingüística que activa procesos de pensamiento, ello facilita ampliamente la clasificación de los datos. Nuestro estudio en el tercer grado, al igual que el de Martí (2009) en segundo y quinto grado, encuentra que, en situación de organización de datos, los estudiantes producen más listas que tablas. La lista escrita puede ser leída en distintas direcciones, tiene comienzo y final precisos, un límite. Al listar, los datos son sustraídos de su contexto inmediato y se posibilita su reorganización y ordenamiento, incrementando la visibilidad y definición de clases.

Las listas y tablas de frecuencia, como herramientas representacionales, requieren de una enseñanza explícita en su diversidad de modos, en su forma y contenido, para que realmente puedan ofrecer a los niños la oportunidad de obtener comprensión de los datos con los que interactúan.

Puesto que los estudiantes han utilizado profusamente la lista como una herramienta para responder a una situación de análisis de datos, una de las proyecciones

de este estudio es investigar sobre su uso, aprendizaje y enseñanza, y su significación en la conceptualización de la organización de datos en la iniciación temprana al pensamiento estadístico.

### **Agradecimientos**

Esta investigación se ha realizado dentro del proyecto subvencionado por Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) / FONDECYT 1200346 y Proyecto VRIE-PUCV 039.439/2020.

## Referencias

- Brizuela, B., y Alvarado, M. (2010). First graders' work on additive problems with the use of different notational tools. *Revista IRICE*, 21, 37-43.
- Brizuela, B., y Lara-Roth, S. (2002). Additive relations and function tables. *Journal of Mathematical Behavior*, 20(3), 309-319. doi:10.1016/S0732-3123(02)00076-7
- Coutanson, B. (2010). La question de l'éducation statistique et de la formation de l'esprit statistique à l'école primaire en France. *Étude exploratoire de quelques caractéristiques de situations inductrices d'un enseignement de la statistique au cycle III* (Tesis doctoral). Université de Lyon, Francia. Recuperado desde <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00494338/>
- Dibble, E. (1997). *The Interpretation of Tables and Graphs*. Seattle, WA: University of Washington.
- Duval, R. (2003). Comment Analyser le Fonctionnement Représentationnel des Tableaux et leur Diversité? *Spirale -Revue de Recherches en Éducation-*, 32, 7-31. Recuperado desde [http://spirale-edu-revue.fr/IMG/pdf/1\\_Duval\\_Spi32F.pdf](http://spirale-edu-revue.fr/IMG/pdf/1_Duval_Spi32F.pdf)
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1-23.
- Estrella, S., e Isoda, M. (2020). *Suma Primero: manual del docente, 1º básico*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Estrella, S., Mena-Lorca, A., y Olfos, R. (2017). Naturaleza del objeto matemático "Tabla". *Magis: Revista Internacional de Investigación en Educación*, 10(20), 105-122.
- Estrella, S., Olfos, R., Morales, S., y Vidal-Szabó, P. (2017). Argumentaciones de estudiantes de primaria sobre representaciones externas de datos: componentes lógicas, numéricas y geométricas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(3), 345-370.
- Estrella, S., Olfos, R., Vidal-Szabó, P., Morales, S., y Estrella, P. (2018). Competencia meta-representacional en los primeros grados: representaciones externas de datos y sus componentes. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 36(2), 143-163.
- Estrella, S., Zakaryan, D., Olfos, R., y Espinoza, G. (2020). How teachers learn to maintain the cognitive demand of tasks through Lesson Study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, <https://doi.org/10.1007/s10857-018-09423-y>
- Friel, S. N., Curcio, F. R., y Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 124-158.
- Gabucio, F., Martí, E., Enfedaque, J., Gilabert, S., y Konstantinidou, A. (2010). Niveles de comprensión de las tablas en estudiantes de primaria y secundaria. *Cultura y Educación*, 22(2), 183-197.
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., y Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American journal of psychology*, 62(4), 498-525.
- Lehrer, R., y Schauble, L. (2000). Inventing data structures for representational purposes: Elementary grade students' classification models. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 51-74.
- Martí, E. (2009). Tables as cognitive tools in primary education. En C. Andersen, N. Scheuer, M. Pérez Echeverría, y E.V. Teubal (Coord.), *Representational systems and practices as learning tools* (pp. 133-148). Rotterdam: Sense Publishers.
- Martí, E., García-Mila, M., Gabucio, F., y Konstantinidou, K. (2010). The construction of a double-entry table: a study of primary and secondary school students' difficulties. *European Journal of Psychology of Education*, 26(2), 215-234.
- Martí, E., Pérez, E., y De la Cerda, C. (2010). Alfabetización gráfica. La apropiación de las tablas como instrumentos cognitivos. *Contextos*, 10, 65-78.
- Martínez, M., y Brizuela, B. (2006). A third grader's way of thinking about linear function tables. *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 285-298.
- Ministerio de Educación de Chile. (2018). *Bases Curriculares Primero a Sexto Básico*. Santiago de Chile: Unidad de Currículum y Evaluación, Ministerio de Educación de Chile. Recuperado desde [https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394\\_bases.pdf](https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf)
- Moore, D. S., y Cobb, G. W. (2000). Statistics and mathematics: Tension and cooperation. *The American Mathematical Monthly*, 107(7), 615-630.

Nisbet, S., Jones, G., Thornton, C., Langrall, C., y Mooney, E. (2003). Children's Representation and Organisation of Data. *Mathematics Education Research Journal*, 15(1), 42-58.

Pérez-Echeverría, M., y Scheuer, N. (2009). External Representations as Learning Tools: An Introduction. En C. Andersen, N. Scheuer, M. Pérez-Echeverría, y E. Teubal (Eds.), *Representational systems and practices as learning tools* (pp. 1-17). Rotterdam: Sense Publishers.

Pfannkuch, M., y Rubick, A. (2002). An exploration of students' statistical thinking with given data. *Statistics Education Research Journal*, 1(2), 4-21.

Sepúlveda, A., Díaz-Levicoy, D., y Jara, D. (2018). Evaluación de la comprensión sobre Tablas Estadísticas en estudiantes de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(62), 869-886.

Tukey, J. (1977). *Exploratory data analysis*. Reading, MA: Addison-Wesley.

Wu, H., y Krajcik, J. (2006). Inscriptional Practices in Two Inquiry-Based Classrooms: A Case Study of Seventh Graders' Use of Data Tables and Graphs. *Journal of Research in Science Teaching*, 43(1), 63-95.

**Apéndice: Registros reales de cuadernos**

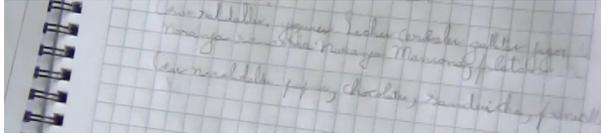


Figura A1. Registro de cuaderno de formato lista, con texto y sin cardinal.

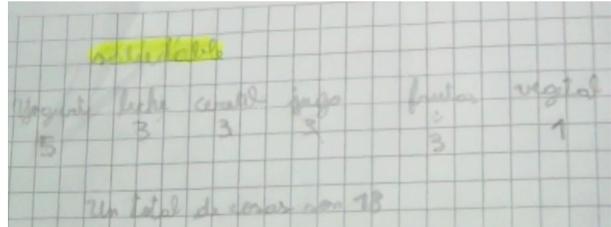
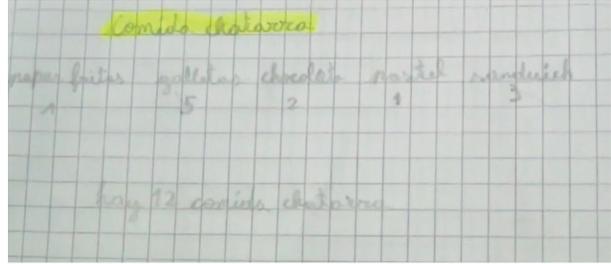


Figura A4. Registro de cuaderno de tabla con texto y cardinal.



Figura A2. Registro de cuaderno de formato cuasitabla, con texto y sin cardinal.

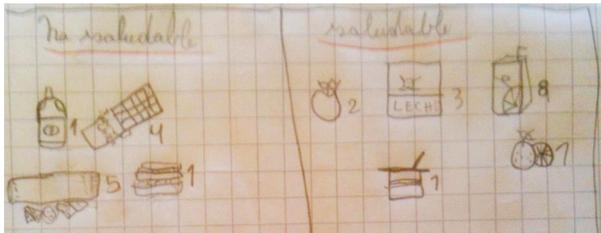


Figura A3. Registro de cuaderno de formato cuasitabla, con ícono y cardinal.