

VOLÚMEN 17
N°3
DICIEMBRE 2025

RECH IEM

REVISTA
CHILENA DE
EDUCACIÓN
MATEMÁTICA



ÍNDICE

ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN

103

PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA ESCRITURA ACADÉMICA ASISTIDA CON INTELIGENCIA ARTIFICIAL: EL MARCO CO-STAR

JOSÉ L. MORALES-REYES, BRAHAM RAMÍREZ, MARCELA PARRAGUEZ

123

RECORRIDO CURRICULAR DE LAS GEOMETRÍAS SINTÉTICA Y ANALÍTICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA EN ARGENTINA

LUCÍA INÉS SCHAEFER, NATALIA FÁTIMA SGRECCIA

143

PRAXEOLOGÍAS EN LA CONSTRUCCIÓN DE TABLAS DE FRECUENCIA EN ESTUDIANTES DE 2° BÁSICO: UN ANÁLISIS DESDE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

JAVIERA PAZ LIZANA BELTRÁN

155

FORMAS COLECTIVAS Y USO INTELIGENTE DE TECNOLOGÍAS PARA EL APRENDIZAJE DE VOLÚMENES EN REVOLUCIÓN

PEDRO JOSÉ ANGULO LANDAETA

170

DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DEL ESPACIO TRIDIMENSIONAL EN MATEMÁTICA

ALEJANDRO DAVID GUATO VALAREZO, VÍCTOR HUGO CAIZA RAMOS, CRISTOFER SEBASTIÁN MONTOYA YÁNEZ, CARMEN SIAVIL VARGUILLAS CARMONA

ENTREVISTAS

183

EXPLORANDO LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN DISTINTOS PAÍSES



Sociedad Chilena de Educación Matemática

Revista Chilena de Educación Matemática

ISSN 2452-5448 Versión en línea

Chile



PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA ESCRITURA ACADÉMICA ASISTIDA CON INTELIGENCIA ARTIFICIAL: EL MARCO CO-STAR

METHODOLOGICAL PROPOSAL FOR AI-ASSISTED ACADEMIC WRITING: THE CO-STAR FRAMEWORK

José L. Morales-Reyes

jose.morales.r01@mail.pucv.cl

<https://orcid.org/0000-0003-3120-9037>

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso,
Chile

Brahiam Ramírez

brahiam.ramirez@pucv.cl

<https://orcid.org/0000-0002-7482-4067>

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso,
Chile

Marcela Parraguez

marcela.parraguez@pucv.cl

<https://orcid.org/0000-0002-6164-3056>

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso,
Chile

RESUMEN

Este artículo presenta una propuesta metodológica para apoyar la escritura de ensayos académicos mediante el uso pedagógico de herramientas de inteligencia artificial (IA), específicamente ChatGPT integrado con el marco CO-STAR (Contexto, Objetivo, Estilo, Tono, Audiencia y Respuesta) para el diseño de prompts. La investigación corresponde a un estudio exploratorio basado en la implementación formativa de dicha propuesta, documentado a través de un estudio de caso instrumental con dos estudiantes de un doctorado en Didáctica de la Matemática. El proceso se desarrolló en cuatro fases: (1) diagnóstico de habilidades de escritura, (2) diseño de prompts con CO-STAR, (3) aplicación en sesiones sincrónicas y (4) evaluación mediante presentaciones orales. Los resultados evidencian mejoras en la organización de ideas, el registro académico, la claridad textual y la apropiación crítica del uso de IA. Asimismo, se identificaron aprendizajes vinculados con la integridad académica, la revisión de fuentes y el posicionamiento del autor en el texto. Se concluye que esta propuesta favorece una escritura reflexiva y ética, promoviendo una relación crítica con tecnologías emergentes. Además, muestra potencial de transferencia a otros contextos formativos y abre nuevas líneas de investigación sobre escritura académica, IA y formación investigativa en educación matemática.

Palabras Clave:

Inteligencia artificial; Innovación pedagógica; Ética de la ciencia; Litmaps; Consensus

ABSTRACT

This paper presents a methodological approach designed to support the writing of academic essays through the pedagogical use of Artificial Intelligence (AI) tools, specifically ChatGPT integrated with the CO-STAR framework (Context, Objective, Style, Tone, Audience, and Response) for prompt design. The study follows an exploratory design focused on the formative implementation of this approach, documented through an instrumental case study involving two doctoral students in Mathematics Education. The process unfolded across four phases: (1) diagnosis of academic writing skills, (2) prompt design using CO-STAR, (3) application during synchronous sessions, and (4) evaluation through oral presentations. The findings show improvements in the organization of ideas, academic register, textual clarity, and the development of a critical use of AI. Additionally, the study identifies learning gains related to academic integrity, source evaluation, and the articulation of the author's academic stance. It is concluded that this approach fosters reflective and ethical writing practices while promoting a critical relationship with emerging technologies. It also demonstrates potential for transfer to other educational settings and opens new lines of inquiry on academic writing, AI, and research training in mathematics education.

Keywords:

Artificial intelligence; Teaching method innovations; Ethics of science; Litmaps; Consensus

1. INTRODUCCIÓN

La escritura académica constituye una competencia clave para la comunicación rigurosa del conocimiento y la inserción en comunidades científicas especializadas, particularmente en el ámbito de la formación de posgrado. En esta área, el estudiante suele experimentar dificultades al momento de producir textos argumentativos, coherentes y ajustados a los estándares discursivos de la investigación científica (Suárez-Pizzarello et al., 2024). Estas dificultades se relacionan con aspectos lingüísticos y revelan tensiones epistemológicas, metodológicas y discursivas vinculadas con la apropiación de géneros propios de la cultura académica (Nguyen et al., 2025).

Con el reciente interés mundial por la inteligencia artificial (IA), la escritura académica mediada por tecnología ha cobrado relevancia en la literatura internacional, con trabajos que analizan sus transformaciones desde perspectivas instrumentales y epistemológicas (Dempere et al., 2023). En este contexto, ChatGPT posibilita formas novedosas de acompañar los procesos de escritura académica, particularmente en tareas como la exploración de ideas, la estructura de los párrafos y la revisión de estilo (Rababah et al., 2024), aportando en la claridad de la escritura, organización de las ideas y mejora global de los manuscritos (Oates y Johnson, 2025; Suárez-Pizzarello et al., 2024). Si su uso se orienta desde una perspectiva crítica y formativa, estas tecnologías pueden actuar como mediadores que potencian la autonomía escritural y facilitan la síntesis de grandes volúmenes de información (Bouzar et al., 2024). Tal mediación se asemeja, en ciertos aspectos, al rol que aún desempeñan las bibliotecas especializadas o las revisiones filológicas en entornos universitarios. Así, la incorporación de la IA posibilita oportunidades de investigación sobre sus potencialidades, limitaciones y aplicaciones pedagógicas en la educación superior (Cordón, 2023; Zapata-Ros, 2018).

Sin embargo, hay interrogantes de corte ético, didáctico y epistemológico cuando se incorpora la IA en contextos educativos (e.g., Fuchs, 2023; Nava-Guzmán, 2025; Román-Acosta et al., 2024). Por ejemplo, se presentan problemas relacionados con la obtención de información imprecisa y ambigüedad en la autoría (Susnjak y McIntosh, 2024). Bouzar et al. (2024) hallaron que los estudiantes de posgrado que recurren habitualmente a Chat-

GPT reportan mayor autoeficacia escritural, aunque también muestran señales de dependencia tecnológica. De forma complementaria, Rababah et al. (2024) identificaron valoraciones positivas sobre la estructuración de tesis, aunque acompañadas de inquietudes relativas al plagio. También, Tran et al. (2025) han advertido que un uso excesivo de ChatGPT puede mermar el pensamiento crítico y recomendaron acompañamiento pedagógico para mitigar esa dependencia. Estas interrogantes subrayan la necesidad de implementar programas de capacitación y concientización que aborden las implicaciones éticas del uso de ChatGPT en la escritura académica (Karakose, 2023; Román-Acosta et al., 2024). Al respecto, hoy se disponen de agendas interdisciplinarias que integran ética, educación, lingüística y ciencia de datos para encauzar el uso responsable de la IA en los entornos académicos (Cordón, 2023; Zapata-Ros, 2018), así como pautas que buscan transparentar los usos de IA en la investigación (e.g., Ramírez et al., 2025).

Dado que, en el ámbito de la Didáctica de la Matemática, los trabajos sobre procesos de escritura académica parecen ser escasos, el presente estudio se plantea diseñar, implementar y documentar una propuesta metodológica para la elaboración de ensayos académicos con apoyo de herramientas de IA en programas de formación doctoral en Didáctica de la Matemática, desde un enfoque exploratorio-formativo.

Este estudio se desarrolla en una línea que combina tecnologías digitales, escritura científica y formación investigativa, con la intención de proporcionar evidencia empírica y fundamentos pedagógicos para prácticas innovadoras y éticamente orientadas (Butson y Spronken-Smith, 2024). Particularmente, se presenta una propuesta metodológica para el uso pedagógico de la IA en la elaboración de ensayos académicos. La propuesta articula el uso de ChatGPT, Scispace y Litmaps con el marco CO-STAR con la intención de estructurar la escritura de instrucciones para la interacción con la IA (prompts), de modo que se obtengan respuestas coherentes con los objetivos propuestos.

Es indispensable resaltar que, cuando el marco CO-STAR se aplica en el aula, este actúa como una estrategia operativa debido a sus principios orientadores. Por lo tanto, la propuesta metodológica que se socializa en este estudio busca

robustecer el proceso de escritura académica, promoviendo un uso ético y argumentado de herramientas emergentes.

2. ASPECTOS TEÓRICOS

2.1 Ensayo académico

El ensayo académico es una práctica formativa que prepara a los estudiantes para participar en comunidades especializadas, en las cuales es necesario conocer las convenciones del género, desarrollar un punto de vista crítico y construir una voz argumentativa propia (Calle-Arango y Ávila Reyes, 2023). Elaborar un ensayo requiere articular conocimientos previos fundamentados en la revisión de la literatura, posicionarse críticamente frente a ella y reflexionar sobre el lenguaje y la comprensión profunda del campo de estudio (Wang et al., 2025).

En el caso particular de la Educación Matemática, Sánchez et al. (2025) resaltan que un ensayo requiere una tesis personal sustentada con datos objetivos, proposiciones teóricas o resultados de investigaciones previas, lo que exige estar bien documentado y movilizar habilidades complejas como la argumentación, la evaluación de fuentes y la articulación de ideas diversas de manera clara y convincente.

2.2 Inteligencia artificial en educación

La IA es un conjunto de modelos de lenguaje capaces de generar textos, imágenes o códigos a partir de instrucciones escritas en lenguaje natural; sin embargo, no debe considerarse una fuente directa de hechos o verdades absolutas (Bender et al., 2021; Kasneci et al., 2023). Dentro de los modelos más conocidos se encuentran ChatGPT, Gemini y Copilot, entrenados con altos volúmenes de datos. Estos pueden responder a preguntas, redactar textos, proponer soluciones o sugerir mejoras en diversos formatos.

Estas herramientas operan sobre la base de modelos de aprendizaje profundo que permiten identificar patrones lingüísticos complejos y producir respuestas contextualizadas (Bender et al., 2021).

En el ámbito educativo, la IA se ha integrado de manera incipiente en procesos de enseñanza y aprendizaje, particularmente en la escritura de

ensayos en la educación superior (Kasneci et al., 2023). Su uso se ha observado en tareas como tutorías automatizadas, retroalimentación sobre literatura, generación de ideas, acompañamiento visual y apoyo en la planificación de textos académicos (Lee y Moore, 2024). El potencial pedagógico de estas tecnologías radica en su capacidad para ofrecer apoyo personalizado, fomentar la exploración autónoma y actuar como andamiaje en procesos cognitivos complejos (Kasneci et al., 2023; Lee y Moore, 2024).

2.3 Consideraciones éticas y epistemológicas en el uso de la IA

El uso de herramientas de IA en contextos educativos, y particularmente en la producción de textos académicos, plantea desafíos desde el punto de vista ético y epistemológico (Bender et al., 2021; Kasneci et al., 2023). Estos desafíos requieren atención, ya que podrían afectar los principios de integridad y probidad académica que rigen la práctica científica. La utilización no transparente de la IA puede oscurecer los límites entre creación humana y producción automatizada, generando incertidumbre respecto de la responsabilidad sobre el contenido creado (Hutson, 2024).

En términos epistemológicos, el riesgo más evidente es la reproducción mecánica de patrones textuales sin una apropiación significativa del contenido (Bekker, 2024), delegando en la tecnología funciones que son centrales para el desarrollo del pensamiento disciplinar (Butson y Spronken-Smith, 2024). Si bien la IA puede ofrecer estructuras lingüísticas plausibles, carece de la intencionalidad epistémica que caracteriza a la escritura académica genuina.

En este sentido, es fundamental formar a los estudiantes en una postura crítica que les permita revisar, editar y reconfigurar activamente los textos generados, posicionándose como autores responsables de su discurso (Pavlova, 2024; Wang et al., 2025). Además, las decisiones algorítmicas que subyacen al funcionamiento de modelos como ChatGPT no son neutrales: están modeladas por los corpus de entrenamiento, los sesgos de diseño y las limitaciones contextuales que pueden afectar la calidad y validez de la información producida (Ahmed et al., 2025).

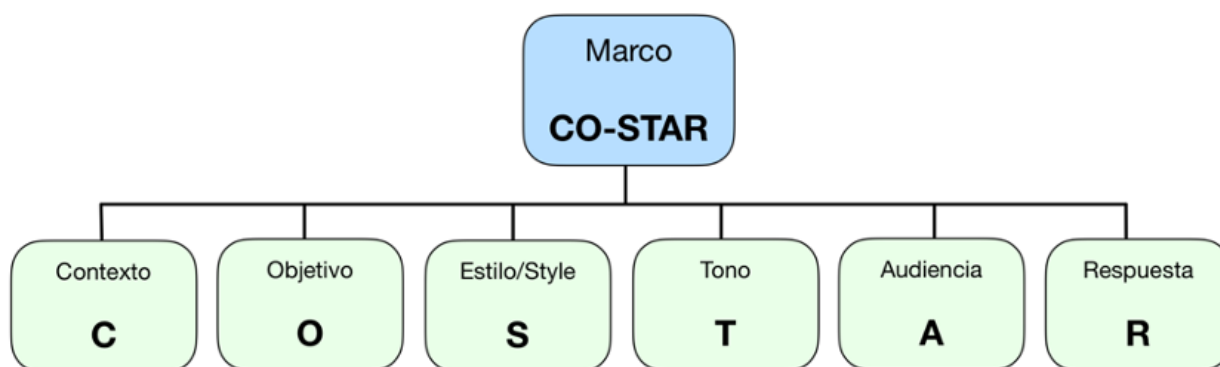
Por tanto, la incorporación de estas herramientas debe ir acompañada de alfabetización algorítmica

básica y discusiones éticas sobre el uso responsable de tecnologías emergentes en el ámbito académico (Cox, 2024). La propuesta metodológica que se presenta en este artículo considera estos desafíos como oportunidades formativas; en lugar de prohibir o restringir el uso de IA, se propone integrarla críticamente como objeto de análisis, medio de producción y tema de reflexión metacognitiva en el proceso de formación doctoral. Así, la escritura con IA se convierte en un campo fértil para el desarrollo de competencias críticas, éticas y epistemológicas en futuros investigadores (Mugaanyi et al., 2024).

2.4 Fundamentación de la propuesta

El diseño de la propuesta se fundamenta en un enfoque metodológico que articula la enseñanza de la escritura académica de ensayos con el uso pedagógico de herramientas de IA. En este contexto, se asume que la escritura es una herramienta epistemológica para construir conocimiento disciplinar (Chen, 2019). Como se muestra en la Figura 1, el marco CO-STAR (Vivas.IA, 2024) —acrónimo de Context (contexto), Objective (objetivo), Style (estilo), Tone (tono), Audience (audiencia) y Response (respuesta)— se adopta como organizador cognitivo para estructurar instrucciones efectivas que guíen la interacción entre el estudiante y el modelo de IA. CO-STAR permite al estudiante explicitar de manera ordenada el propósito, alcance y estructura del ensayo, asegurando coherencia argumentativa y profundidad reflexiva (Bista y Bista, 2025).

Figura 1. Marco CO-STAR para estructurar instrucciones para IA



Nota: Adaptada de Vivas.AI (2024)

Cada prompt generado incluye los seis componentes de CO-STAR, ejemplificados en la Figura 7 de la sección de resultados, y se utiliza como punto de partida para elaborar borradores parciales, secciones de texto o revisiones comentadas, tal como se ha documentado en experiencias recientes de formación doctoral que emplean plantillas de prompt estructuradas (Bista y Bista, 2025; Lee y Moore, 2024).

Además, se reflexiona de forma colectiva sobre los sesgos, limitaciones y potencialidades de los textos generados con IA, promoviendo una postura crítica y autorregulada frente a la tecnología (Mugaanyi et al., 2024; Bekker, 2024). La secuencia metodológica incorpora sesiones de edición y mejora, en las que los estudiantes reescriben y justifican sus decisiones discursivas para afianzar su responsabilidad autoral (Lee y Moore, 2024; Bekker, 2024). En este marco, la IA se concibe

como un recurso colaborativo y no como fuente de autoridad textual, fomentando una interacción dialógica que potencia la agencia del escritor (Nguyen et al., 2024). Esta perspectiva pedagógica apunta a desarrollar competencias avanzadas de escritura académica en contextos de investigación en Didáctica de la Matemática, fortaleciendo la formación crítica y reflexiva del investigador.

3. METODOLOGÍA

Esta investigación es de carácter cualitativo y se configura como un estudio exploratorio de implementación formativa, documentado mediante un estudio de caso instrumental (Stake, 2020), debido a que se enfoca en la elaboración, puesta en escena y documentación de una propuesta metodológica para el uso de IA como asistente en la

elaboración de ensayos académicos, y no propiamente en los participantes.

3.1 Entrevista semiestructurada

Los participantes del estudio son dos estudiantes de un programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática de una universidad chilena, quienes cursaban un seminario de Pensamiento Matemático Específico durante el 2025. Ambos estaban iniciando el segundo de cuatro años doctorales, tienen experiencia en la formación de profesores de primaria y uno de ellos desarrollaba una propuesta de investigación doctoral centrada en la enseñanza y el aprendizaje de objetos matemáticos en educación primaria (ver Tabla 1).

Tabla 1. Participantes del estudio

Participantes	Características homogéneas	Características heterogéneas
Estudiantes de Doctorado en Didáctica de la Matemática	Licenciatura en Educación Matemática; experiencia en escritura científica; interés en mejorar la escritura académica y uso de IA	Formación inicial nacional
		Formación inicial extranjera y Magíster en Educación Matemática

Nota. Elaboración propia

La selección de los participantes fue intencional y consideró criterios de homogeneidad: los dos participantes poseen una licenciatura en Educación Matemática, experiencia en la redacción de artículos científicos, interés explícito en mejorar sus competencias de escritura académica y voluntad para incorporar herramientas tecnológicas —como la IA— en sus procesos de escritura académica.

Asimismo, se consideraron criterios de heterogeneidad que aportan a la diversidad de los datos. En primer lugar, las licenciaturas de los participantes se obtuvieron en universidades y países distintos, lo que introdujo diferencias en los contextos de formación inicial. Además, uno de los participantes cuenta con el grado de magíster académico en Educación Matemática, lo que amplió la variación en términos de trayectoria formativa y experiencia investigativa.

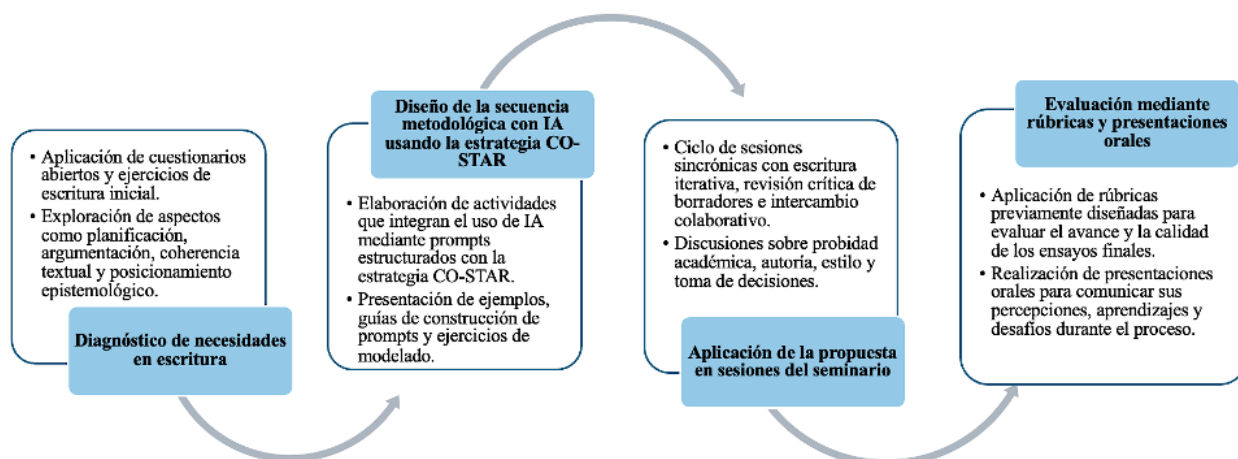
La elección de un grupo reducido responde a la necesidad de realizar un seguimiento detallado e indagación en profundidad, en consonancia con el enfoque cualitativo y el diseño metodológico adoptado. Se aseguró la voluntariedad de la participación mediante consentimiento informado, asegurando el cumplimiento de principios éticos durante la recolección y el análisis de datos. A lo largo de todo el proceso, los estudiantes fueron acompañados por la docente-investigadora responsable, quien orientó la implementación de la

propuesta y facilitó espacios de reflexión crítica sobre el uso de la IA en la escritura académica.

3.2 Fases de implementación

La propuesta metodológica se desarrolló a través de cuatro fases articuladas de manera secuencial y flexible (ver Figura 2). Cada fase fue diseñada para el aprendizaje y la implementación de la estrategia CO-STAR, permitiendo un desarrollo gradual, ajustable y reflexivo del uso de la IA en el proceso de escritura académica.

Figura 2. Fases de implementación de la estrategia CO-STAR en el seminario doctoral



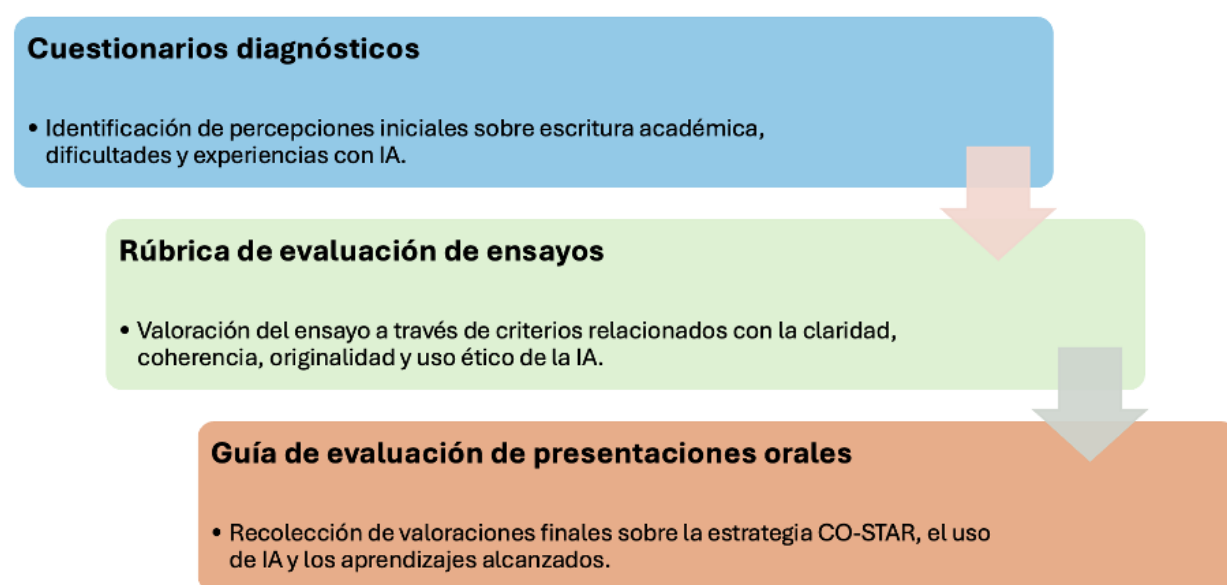
Nota: Elaboración propia

Estas cuatro fases buscaron observar la evolución de competencias de escritura de los participantes para la elaboración del ensayo, propiciar la validez del proceso y suprimir las frases o párrafos reiterativos generados por la IA, con el fin de mantener la coherencia y la calidad escritural de sus textos.

3.3 Instrumentos

Para la recolección de información y evaluación de la propuesta se utilizaron tres instrumentos (ver Figura 3 y anexos), diseñados con el fin de garantizar la triangulación metodológica y la validez cualitativa de los datos obtenidos. Sin embargo, en este artículo solo se reporta lo relativo a la propuesta metodológica de utilizar el marco CO-STAR y la IA como asistente de investigación.

Figura 3. Instrumentos para recolección de datos



Nota: Elaboración propia

Estos instrumentos, que se explicitan en los anexos, buscaban recoger datos a lo largo de todo el proceso, con el fin de obtener comprensión del impacto de la propuesta metodológica en la formación escritural de los estudiantes de doctorado.

Para asegurar la coherencia interna de la propuesta metodológica, se elaboró una matriz de alineación que vincula los objetivos del ejercicio práctico de búsqueda bibliográfica, las dimensiones evaluadas en el cuestionario diagnóstico, los criterios de la rúbrica analítica y los componentes del marco CO-STAR. Esta matriz permite garantizar la trazabilidad entre lo que se diagnostica, lo que se espera que el estudiante desarrolle y la tarea que realiza posteriormente. En consecuencia, la evaluación diagnóstica no se concibe como un elemento aislado, sino como un dispositivo epistemológicamente integrado a la lógica del marco CO-STAR, cuyo propósito es apoyar la construcción progresiva de habilidades de búsqueda, formulación de tópicos y uso estratégico de herramientas de IA para la lectura académica.

En relación con la evaluación del ensayo, se elaboró una rúbrica para valorar su avance y calidad, considerando criterios como claridad del propósito, coherencia argumentativa, aplicación de la estrategia CO-STAR, uso ético de la IA y originalidad. La construcción de esta rúbrica se fundamentó en los lineamientos propuestos por Sánchez et al. (2025), quienes desde un artículo editorial en la revista *Educación Matemática*, socializan elementos que deben considerarse en la elaboración de ensayos académicos. Sobre esta base, la rúbrica fue adaptada al contexto del seminario, incorporando dos dimensiones específicas vinculadas al uso de IA: la aplicación de los elementos CO-STAR y la integración crítica de ChatGPT en el proceso escritural.

Finalmente, como parte de la evaluación, los participantes realizaron presentaciones orales ante profesores del Programa de Doctorado, instancia que complementa la valoración escrita y para la cual se dispuso de una guía de valoración.

3.4 Validación de contenido de los instrumentos y pilotaje

Los instrumentos fueron sometidos a un proceso de validación de contenido mediante juicio de expertos, en el que participaron tres especialistas en Educación Matemática, escritura académica y

tecnologías digitales. Cada experto evaluó criterios de pertinencia, claridad, coherencia constructiva y adecuación al nivel formativo de los participantes. Las observaciones recibidas condujeron a ajustes tales como la reescritura de ítems ambiguos del cuestionario, la clarificación de algunos descriptores de la guía de observación y la reordenación de las preguntas de la guía de observación para evaluar las presentaciones orales de los ensayos.

Posteriormente, los instrumentos fueron sometidos a un pilotaje con dos estudiantes de doctorado que no formaron parte del Seminario. Este pilotaje permitió examinar el tiempo de aplicación, la claridad de las consignas y la demanda cognitiva de las tareas. A partir de esta instancia, se realizaron ajustes finales, particularmente en la secuenciación de las tareas CO-STAR y en la simplificación de instrucciones que generaban confusión.

3.5 Análisis de datos

El análisis de los datos se desarrolló mediante un análisis cualitativo de producciones académicas (Bowen, 2009), centrado en la revisión de los manuscritos generados durante la implementación de la propuesta metodológica. Este enfoque se orientó al estudio de los productos de escritura — prompts, outlines, borradores parciales y versiones finales de los ensayos— como unidades de análisis, y no a los participantes como sujetos de estudio, lo cual es coherente con el carácter instrumental del caso (Stake, 2020).

Desde una perspectiva metodológica, el análisis se inscribe en la tradición del análisis documental cualitativo, que permite examinar procesos de transformación discursiva, estructural y epistémica a partir de materiales textuales (Bowen, 2009). En este marco, el análisis no buscó generar categorías emergentes a partir de discursos subjetivos, sino describir y evaluar el funcionamiento de la propuesta metodológica mediante evidencias concretas del proceso escritural.

El procedimiento analítico se organizó en tres momentos complementarios. Primero, se realizó una revisión comparativa longitudinal de las versiones sucesivas de los textos, con el fin de identificar transformaciones progresivas en la estructura argumentativa, la organización discursiva, el registro académico y la integración crítica de la IA como asistente de escritura. Luego, estas transforma-

ciones fueron examinadas a la luz de los criterios de la rúbrica de evaluación, en especial aquellos relativos a coherencia interna, claridad del propósito, originalidad, control de fuentes y aplicación reflexiva de la estrategia CO-STAR. Posteriormente, se incorporó una lectura analítica de los prompts utilizados, con el objetivo de comprender cómo la formulación de las instrucciones incidió en la calidad de las respuestas generadas por la IA y, posteriormente, en las decisiones autorales de los estudiantes.

Este enfoque permitió observar el proceso de escritura como una trayectoria de elaboración progresiva, en la que la mediación tecnológica no sustituyó la agencia del escritor, sino que funcionó como un recurso de apoyo sometido a evaluación, edición y validación epistemológica por parte de los autores.

Finalmente, la interpretación de los datos se realizó desde un enfoque formativo y comprensivo, atendiendo a la lógica del diseño cualitativo y al propósito central del estudio: examinar el potencial de la estrategia CO-STAR articulada con herramientas de IA para favorecer procesos de escritura académica reflexiva, ética y conceptualmente rigurosa en contextos de formación doctoral (Flick, 2018; Stake, 2020).

4. RESULTADOS

En esta sección se presentan evidencias en las que los estudiantes aplicaron la estrategia CO-STAR mediada por ChatGPT para construir sus prompts. Se destaca la ejecución didáctica o procedimental utilizada, entendida como la descripción detallada de las acciones concretas que realizaron el docente y los estudiantes para transformar las seis categorías del marco CO-STAR en pasos operativos. Con este propósito, se emplean diversas figuras que documentan los procesos de interacción, iteración, constatación y toma de decisiones. Estas evidencias permiten reconstruir la evolución operativa del proceso escritural y mostrar su articulación con la mediación tecnológica.

La Figura 4 corresponde a una plantilla de prompts diseñada específicamente para estructurar un outline académico para el ensayo con apoyo de IA, empleando criterios de claridad, rigor y adecuación discursiva. Este insumo fue desarrollado como parte de la experiencia formativa con los estudiantes de doctorado, con el objetivo de fomentar una interacción más reflexiva y estratégica con modelos de lenguaje generativo. En la primera sesión sincrónica se presentaron ejemplos de respuestas generadas por ChatGPT mediante esta plantilla y se discutió cómo la modificación de sus componentes produce variaciones en las respuestas.

Figura 4. Plantilla de prompt metacognitivo diseñada para generar un outline académico riguroso con apoyo de IA

CONTEXTO Eres un experto en [insertar tema de investigación] y Educación Matemática, especializado en la escritura de ensayos académicos de alta calidad. Tu rol es estructurar una ruta (outline) de un ensayo que busca [insertar tópico específico].

OBJETIVO Tu tarea es generar un outline detallado y estructurado del ensayo.

ESTILO Utiliza un estilo de redacción formal, técnico y académico adecuado para ensayos académicos. El contenido debe ser claro, bien estructurado y lógicamente organizado.

TONO Mantén un tono profesional, objetivo y preciso, evitando un lenguaje informal o especulativo.

AUDIENCIA El escrito está dirigido a [grupo de estudio si es que aplica/nombre de la revista]. Dado que la audiencia incluye tanto expertos como no especialistas en el área, el contenido debe ser técnicamente sólido pero accesible.

RESPUESTA Estructura el outline. Tu respuesta debe incluir: antecedentes y justificación, fundamentos teórico-conceptuales y estado del arte que respaldan la propuesta.

Nota: Estructura del marco CO-STAR adaptada de Vivas.AI (2024)

La plantilla explicita dimensiones clave que deben guiar el diseño del prompt, tales como el contexto disciplinar, el tema de investigación, el objetivo del ensayo, el estilo y tono esperados y la audiencia prevista (por ejemplo, evaluadores de una revista académica específica). Estas orientaciones buscan desplazar el uso improvisado de IA hacia un uso estructurado y con intención comunicativa clara, facilitando una mejor alineación entre los propósitos del autor y la respuesta generada por el modelo.

Al completar y adaptar esta plantilla, los estudiantes lograron producir prompts de alta precisión que dieron lugar a outlines coherentes, pertinentes y ajustados al género ensayo académico. Además, el ejercicio promueve la toma de conciencia sobre los elementos paratextuales que configuran

una producción científica sólida, tales como el posicionamiento epistemológico, el registro técnico-formal y la coherencia con la audiencia esperada.

En este sentido, el proceso de escritura asistida por IA no se limita a la producción textual automática; incluye fases previas de planificación metacognitiva, esenciales para garantizar la calidad, relevancia y ética en la producción de conocimiento académico. En la Figura 5 se observa uno de los outlines elaborados por los estudiantes, estructurado en las tres partes que suelen componer un ensayo en Educación Matemática: introducción (plantea la tesis), desarrollo (justifica la tesis) y conclusión (sintetiza los hallazgos y su relevancia), según Sánchez et al. (2025). Esta estructura fue solicitada explícitamente en la dimensión de respuesta del prompt.

Figura 5. Ejemplo de uno de los outline obtenidos con el uso de la metodología CO-STAR

<p>Outline detallado del Ensayo</p> <p><i>La relación entre heurísticas del problem solving y el desarrollo del pensamiento computacional en educación primaria</i></p>	<p>1. Introducción</p> <p>1.1. Contextualización del problema</p> <ul style="list-style-type: none"> La educación matemática en primaria no solo busca la adquisición de conocimientos numéricos, sino el desarrollo de habilidades cognitivas generales. El pensamiento computacional ha cobrado relevancia en los últimos años como una capacidad esencial en la era digital, promoviendo la resolución sistemática de problemas. <p>1.2. Importancia del tema</p> <ul style="list-style-type: none"> El pensamiento computacional no se limita a la programación, sino que implica habilidades de descomposición, reconocimiento de patrones, abstracción y algoritmización, elementos también presentes en el problem solving matemático. Entender la relación entre heurísticas de resolución de problemas y pensamiento computacional puede aportar estrategias pedagógicas más efectivas en la enseñanza de las matemáticas en primaria. <p>1.3. Propósito y objetivos</p> <ul style="list-style-type: none"> Analizar la correlación entre las heurísticas de resolución de problemas matemáticos y el desarrollo del pensamiento computacional en educación primaria. Proponer enfoques didácticos que integren ambas competencias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje.
<p>2. Desarrollo</p> <p>2.1. Definición y fundamentación teórica de los conceptos clave</p> <p>2.2. Análisis de la correlación entre heurísticas y pensamiento computacional</p> <ul style="list-style-type: none"> Cómo las heurísticas del problem solving potencian el desarrollo de habilidades del pensamiento computacional. Evidencias empíricas y teóricas que demuestran la conexión entre ambas competencias. Ejemplos de problemas matemáticos en primaria que requieren habilidades computacionales implícitas. <p>2.3. Implicaciones pedagógicas y metodológicas</p> <ul style="list-style-type: none"> Diseño de estrategias didácticas para integrar la enseñanza del problem solving y el pensamiento computacional. Herramientas digitales y no digitales para favorecer esta integración en el aula. Beneficios de un enfoque interdisciplinario en la educación matemática. 	<p>3. Conclusiones</p> <p>3.1. Síntesis de hallazgos</p> <ul style="list-style-type: none"> Se reafirma la interconexión entre las estrategias heurísticas del problem solving y el pensamiento computacional. La implementación de enfoques combinados puede mejorar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas matemáticos de manera estructurada y eficiente. <p>3.2. Aportes y recomendaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> La necesidad de formación docente en la integración del pensamiento computacional en la enseñanza matemática. Propuesta de metodologías activas y recursos pedagógicos que fomenten ambas habilidades. Futuras líneas de investigación para profundizar en la relación entre heurísticas matemáticas y pensamiento computacional.

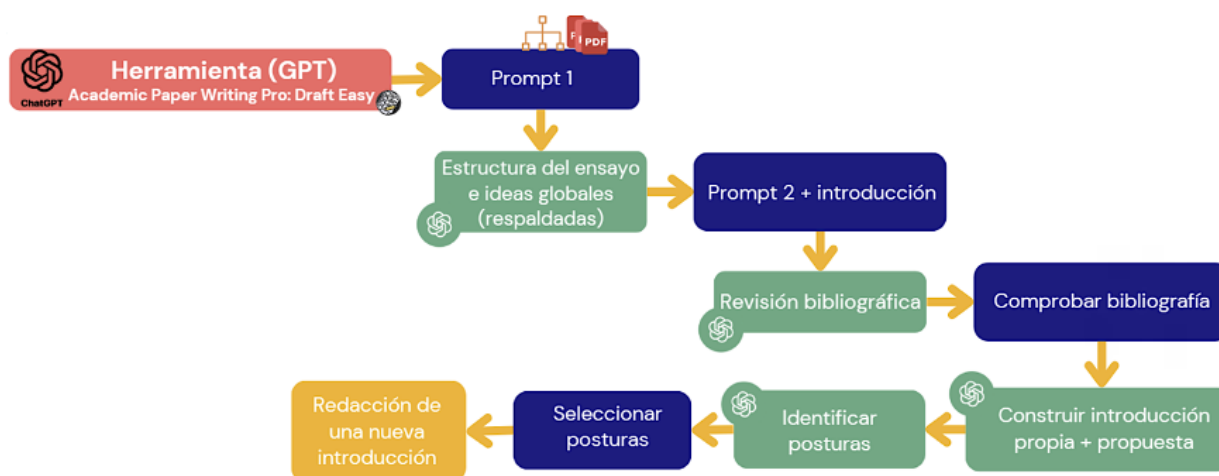
Nota: Datos propios del estudio

4.1 Evidencias del proceso de construcción escritural

La Figura 6 muestra una reconstrucción del proceso de escritura de uno de los ensayos desarrollados, utilizando como mediación el GPT de Academic Paper Writing Pro de ChatGPT y la estrategia CO-STAR para estructurar los prompts. Esta evidencia gráfica sintetiza las fases iterativas del proceso escritural y la manera en que la IA fue integrada de manera crítica y progresiva.

En una primera instancia, se generó un prompt orientado a obtener una estructura general del ensayo e identificar ideas coherentes con el tema seleccionado. A partir de este insumo, se solicitó a la IA una propuesta de introducción inicial, lo que dio lugar a un segundo prompt más refinado que integró referencias bibliográficas sugeridas por GPT Consensus.

Figura 6. Ciclo de escritura asistida por IA con prompts estructurados mediante la estrategia CO-STAR. Elaboración propia a partir de las interacciones de los estudiantes participantes



Nota: Datos propios del estudio

Posteriormente, el estudiante realizó una revisión y comprobación bibliográfica manual, contrastando las fuentes sugeridas por la IA con publicaciones reales, lo que aseguró la validez de la información. Esta acción fue clave para transitar desde un uso instrumental hacia un uso ético y epistemológicamente consciente.

Luego, se avanzó hacia la identificación y selección de posturas teóricas relevantes. Este proceso incluyó nuevas interacciones con la herramienta, junto con decisiones autónomas de construcción argumentativa. El estudiante elaboró una introducción original que integró elementos de los borradores previos, posicionándose frente al problema abordado y articulando su propuesta con base en el análisis crítico de las fuentes.

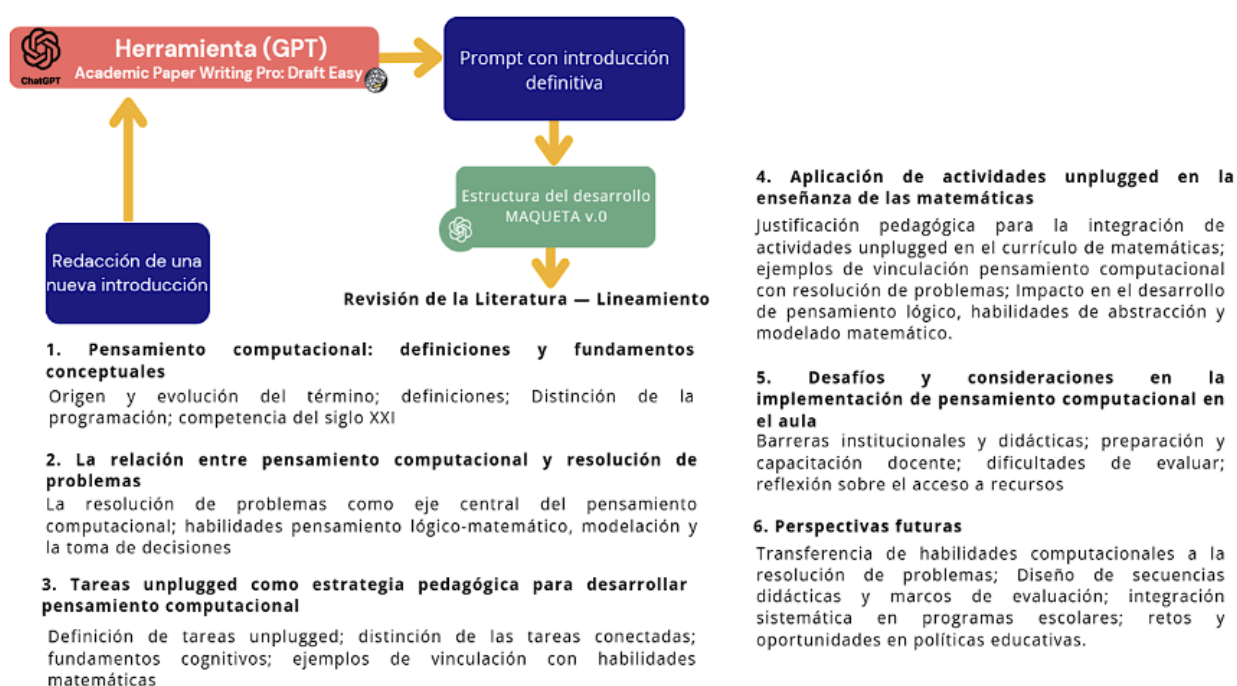
Este ciclo permitió observar cómo la IA operó como asistente, contribuyendo a la planificación y producción textual sin reemplazar el rol activo y autorreflexivo del estudiante. El proceso evidenció una escritura en capas, donde conocimiento disciplinar, mediación tecnológica y decisiones discursivas convergieron en una producción académica genuina.

4.2 Continuidad del proceso: organización estructural y profundización del contenido

La Figura 7 ilustra una etapa posterior del proceso escritural: tras elaborar una introducción definitiva con apoyo de IA, el estudiante solicitó una propuesta de organización estructural para el cuerpo del ensayo. Esta maqueta inicial —“MAQUETA v.0”— evidenció su carácter provisional, editable y sujeto a validación conceptual.

El prompt definitivo incluyó la versión refinada de la introducción más los lineamientos temáticos deseados, lo cual permitió que la IA sugiriera una estructura de desarrollo basada en seis apartados temáticos, organizados de manera lógica y jerárquica. Cada sección propuesta integró ideas clave, problemas relevantes y ejes argumentales vinculados con el enfoque del ensayo, en este caso, centrado en el pensamiento computacional en la enseñanza de las matemáticas.

Figura 7. Elaboración de la estructura del desarrollo del ensayo a partir de un prompt con introducción definitiva. La IA propone una maqueta temática inicial, luego ajustada críticamente por el autor



Nota: Datos propios del estudio

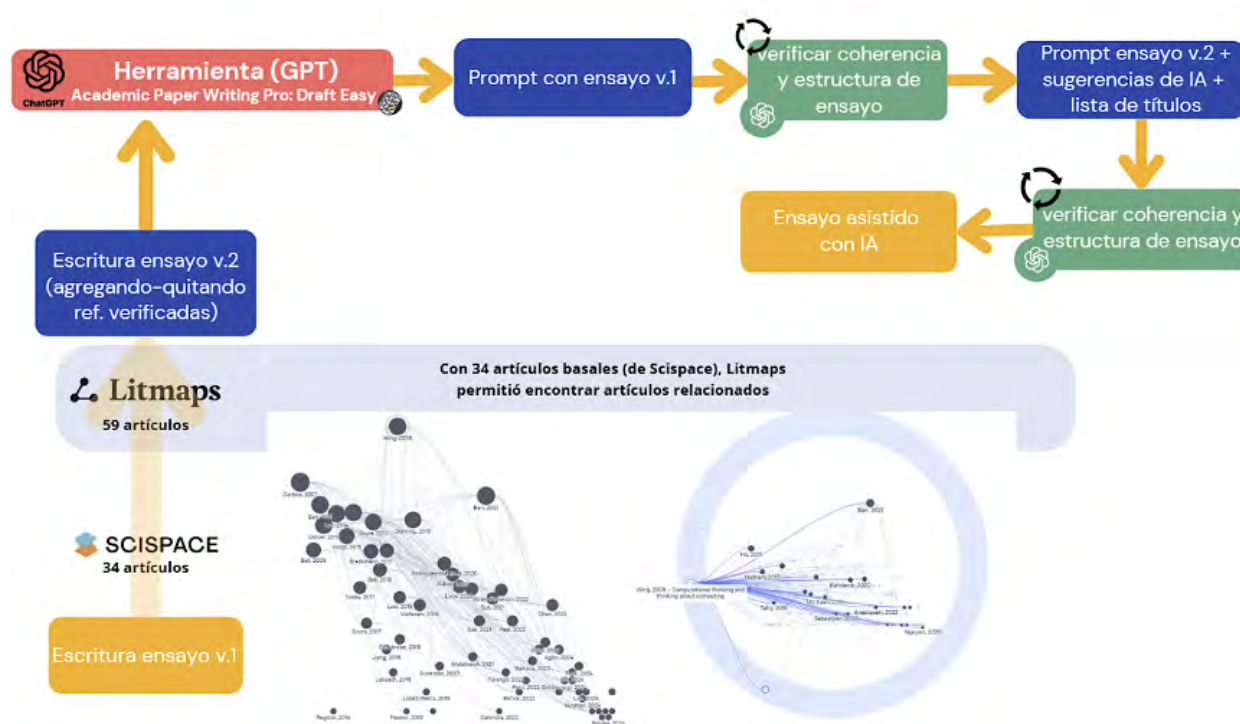
Este insumo fue evaluado críticamente por el estudiantado, quien revisó la pertinencia y profundidad de los temas sugeridos y reescribió la introducción inicial para ajustarla a la nueva estructura conceptual. Este paso muestra un avance de la generación automatizada hacia decisiones discursivas orientadas por criterios académicos, epistémicos y didácticos.

Así, esta evidencia da cuenta de un uso avanzado de la IA como asistente organizacional y conceptual, favoreciendo la planificación estructurada del ensayo y la anticipación de los ejes argumentativos. A diferencia del uso centrado en la redacción directa, aquí la herramienta actúa como facilitadora del diseño textual, promoviendo una arquitectura coherente del discurso científico.

4.3 Herramientas que complementan el uso de ChatGPT: Scispace y Litmaps

La Figura 8 presenta una evidencia del ciclo iterativo de redacción y revisión del ensayo, articulando múltiples interacciones con IA y plataformas de verificación bibliográfica como Scispace. Esta etapa se caracterizó por un refinamiento progresivo de la estructura argumentativa, la mejora estilística del texto y la validación de las referencias utilizadas.

Figura 8. Ciclo iterativo de escritura, revisión estructural y verificación de referencias con apoyo de IA (ChatGPT, Scispace y Litmaps). Se observa la progresión desde la versión 1 del ensayo hasta la versión 2 corregida y validada



Nota: Datos propios del estudio

En primer lugar, el estudiante generó un prompt basado en la versión inicial (v.1) del ensayo, solicitando una revisión centrada en la coherencia argumentativa y la estructura general. A partir de estas observaciones, elaboró un nuevo prompt con la versión dos, incorporando sugerencias de títulos, reorganización de apartados y ajustes en la progresión temática.

Esta versión fue nuevamente revisada con apoyo de la IA, verificando la cohesión entre secciones y la calidad de los argumentos. En paralelo, el estudiante empleó Scispace, herramienta que facilita la navegación por más de 200 millones de artículos académicos (Jain et al., 2024), permitiendo analizar la validez de las referencias, identificar artículos clave y mapear redes de co-citación. Esta triangulación tecnológica fortaleció la base teórica del texto.

El uso de Litmaps complementó este proceso al visualizar relaciones conceptuales entre publicaciones y evidenciar la evolución de un tema de investigación (Sulisworo, 2023). Estas herramientas permitieron triangular las referencias sugeridas por Consensus y seleccionar artículos relevantes para el tema de estudio.

Finalmente, se avanzó hacia la redacción de la versión dos del ensayo, integrando, eliminando o reemplazando referencias según su verificabilidad, impacto o actualidad. Este ciclo culminó en un ensayo más depurado, con estructura argumentativa sólida, referencias verificadas y una mayor conciencia del estudiante sobre los procesos de revisión editorial y responsabilidad discursiva.

4.4 Evaluación crítica de referencias y control de calidad bibliográfica

La Figura 9 muestra un conjunto de orientaciones generadas por los estudiantes para guiar la revisión de citas y fuentes bibliográficas durante la elaboración de los ensayos. Esta etapa resultó clave para fomentar una postura crítica frente al uso de información generada o sugerida por IA y para garantizar la calidad, pertinencia y validez de las referencias incorporadas.

Figura 9. Plantilla de prompt para el control de calidad bibliográfica. Se destacan orientaciones para la selección, validación e integración de referencias académicas en ensayos asistidos por IA

ESTRUCTURA: Asegúrate de que la revisión fluya lógicamente, comenzando con estudios fundacionales y avanzando hacia investigaciones más recientes que sean directamente relevantes para tu estudio. **NUNCA AGREGUES CITAS BIBLIOGRÁFICAS FALSAS.** Mantén las instrucciones que te he venido dando sobre APA 7 y el uso de doi. Además, trata de ir añadiendo referencias nuevas, trata de que no se repitan las mismas referencias.

Recuerda que de acuerdo con APA 7 cuando en las citas hay más de tres apellidos solo se escribe el primero, seguido de et al.

RESPUESTA: Incorporación de Citas en el Párrafo y Lista de Referencias.

1) Párrafo con citas integradas

- Incorpora las referencias directamente en el flujo del texto, sin usar números o signos de puntuación disruptivos.
- Asegura que cada afirmación esté respaldada por una fuente confiable.
- No modifies el contenido del párrafo, solo inserta las citas en los lugares correspondientes.

2) Lista de referencias en formato APA (7ª edición)

- Autor(es).
- Año de publicación.
- Título del artículo.
- Nombre de la revista.
- Volumen y número de la edición.
- DOI o enlace de acceso.

3) Criterios de selección de referencias

- Utiliza revistas científicas de alto impacto y bases de datos reconocidas (Scopus, Web of Science, PubMed, etc.).
- No cites fuentes poco confiables (blogs, preprints sin revisión, sitios web).

4) Entrega final

- Presenta el párrafo completo con las citas integradas en una narrativa fluida.
- A continuación, proporciona la lista detallada de referencias en formato APA (7ª edición).

IMPORTANTE:

- Nunca inventes ni fabriques citas. Asegúrate de que todas las referencias sean reales y verificables.
- No modifies el contenido original del párrafo, solo agrega las citas de manera coherente.

Nota: Datos propios del estudio

El proceso incluyó la identificación de tres componentes centrales:

- Criterios de selección: prioridad a artículos revisados por pares de bases reconocidas (Scopus, WoS, Erihplus), descartando fuentes informales o no verificables.
- Estructuración narrativa: integración de citas dentro de una línea argumentativa coherente, evitando acumulaciones sin articulación conceptual.
- Revisión final en APA 7: verificación de autoría, año, revista, volumen, número, DOI y otros elementos formales pertinentes.

Estos lineamientos fortalecen la presentación formal de los ensayos y desarrollan competencias metacognitivas relacionadas con la evaluación de evidencia y la ética de la citación. Se enfatizó no incorporar referencias generadas por IA sin verificación y contrastarlas con bases académicas reales para evitar bibliografía apócrifa o DOI imprecisos.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Esta investigación muestra que el uso pedagógico de ChatGPT (con los GPT Academic Paper Writing y Consensus), Scispace y Litmaps, mediados por el marco CO-STAR, constituye un conjunto de herramientas con un potencial formativo relevante para su integración como asistentes en la escritura académica, particularmente en programas de doctorado. Esta afirmación se sustenta tanto en los resultados obtenidos como en la literatura previa, que ha documentado experiencias similares en contextos universitarios (Bouzar et al., 2024; Rababah et al., 2024; Suárez-Pizzarello et al., 2024).

Los resultados de este estudio coinciden con lo reportado por Fuchs (2023) y Nguyen et al. (2025). En un inicio, los participantes expresaron preocupaciones relacionadas con la integridad académica, la dependencia tecnológica y la fiabilidad de la información generada. No obstante, conforme avanzó el proceso, desarrollaron una postura más crítica y fundamentada frente al uso de la IA, reconociéndola como una herramienta de apoyo que, lejos de sustituir los procesos de búsqueda de literatura, verificación de referencias y escritura, potencia la eficiencia investigativa cuando se utiliza desde una perspectiva reflexiva, estructurada y ética.

A pesar de estos avances, también se identificaron ciertas limitaciones. En diversas ocasiones, incluso con prompts cuidadosamente diseñados, el sistema generó información inexacta o referencias bibliográficas inexistentes, lo cual coincide con lo reportado por Susnjak y McIntosh (2024) y con el fenómeno ampliamente documentado de *hallucinations* en los modelos de lenguaje (Ji et al., 2023; Maynez et al., 2020). Esta situación obligó a los participantes a mantener una verificación constante de las fuentes, reforzando la idea de que la IA no puede reemplazar las tareas de validación del conocimiento y que el rol del investigador en formación sigue siendo central.

En el caso de Consensus, se observó como problemática que su motor de búsqueda no prioriza revistas propias de un campo disciplinar específico, ya que opera sobre un repositorio amplio y transversal. Aunque esta lógica algorítmica amplía el acceso a literatura científica, puede afectar la pertinencia disciplinar cuando se requieren corpus especializados, tal como advierten estudios sobre motores de búsqueda académicos basados en IA (e.g., Beel et al., 2016; Delgadillo y Beel, 2019). En este escenario, el criterio del investigador adquiere especial relevancia al aspirar a publicar en revistas que exigen una revisión exhaustiva de la producción propia del área.

Por otra parte, los resultados también coinciden con Suárez-Pizzarello et al. (2024), quienes señalan que el uso de ChatGPT puede mejorar la organización discursiva siempre que exista una guía pedagógica clara. En este estudio, dicha guía fue proporcionada por el marco CO-STAR, que estructuró la interacción con la IA. Sin embargo, algunos borradores generados presentaron un estilo excesivamente uniforme y predecible, con escasa huella autoral. Aunque ello facilitó una claridad sintáctica inicial, exigió posteriormente un trabajo de reescritura para fortalecer la argumentación, afinar la precisión conceptual y construir una voz académica propia, situación que también ha sido señalada en trabajos recientes (e.g., Kasneci et al., 2023).

Desde una perspectiva didáctica, la propuesta responde a los desafíos ético-epistemológicos planteados por Tran et al. (2025), quienes destacan la necesidad de formar usuarios capaces de gestionar críticamente los riesgos de las tecnologías generativas. El presente estudio aporta evidencia empírica de que es posible promover

un uso crítico y ético de la IA. Los ciclos de iteración, verificación y revisión observados en los participantes dan cuenta de un tránsito progresivo desde la dependencia hacia la autonomía, en consonancia con lo descrito por Bista y Bista (2025) respecto del aprendizaje autorregulado en entornos digitales.

En esta misma dirección, emergen oportunidades para fortalecer la enseñanza de la escritura académica en programas de formación doctoral. La incorporación de tecnologías como ChatGPT no debe entenderse como una amenaza; por el contrario, constituye una oportunidad para enriquecer los procesos formativos, siempre que su uso se acompañe de reflexiones pedagógicas críticas, éticamente orientadas y epistemológicamente fundamentadas. Además, las medidas restrictivas sobre el uso de la IA no resultan efectivas, pues la experiencia demuestra que, incluso bajo restricciones docentes, el uso de estas herramientas persiste de forma clandestina en el estudiantado.

El temor y la resistencia, que provocan medidas restrictivas hacia la IA, evocan las reacciones que acompañaron la introducción de la calculadora en la enseñanza de las matemáticas. Tal como ocurre hoy con la IA, la calculadora generó debates éticos y pedagógicos; sin embargo, con el tiempo se reconoció su potencial didáctico y pasó a integrar el repertorio educativo habitual, incluso en programas robustos como el Bachillerato Internacional. Esta analogía permite comprender que la irrupción de la IA en la escritura académica no busca reemplazar el pensamiento humano, sino promover un diálogo crítico con las tecnologías emergentes.

En lugar de resistirse a su presencia, es necesario diseñar estrategias de alfabetización digital que promuevan un uso ético, reflexivo y contextualizado de estas herramientas (Nava-Guzmán, 2025; Wahba et al., 2024). Cuando se utilizan adecuadamente, estas tecnologías agilizan los procesos de búsqueda e integración de información, permitiendo que el investigador concentre sus esfuerzos en la interpretación, la articulación de ideas y la construcción de argumentos.

En consonancia con lo planteado por Castañeda y Sánchez (2025), el problema no reside en escribir con IA, sino en delegar acríticamente las decisiones discursivas, las omisiones argumentativas y los marcos de pensamiento que dicha escritura implica. En un campo como la Didáctica de la

Matemática, donde la construcción de modelos y la argumentación son fundamentales, el juicio profesional y la autoría académica no pueden externalizarse. De ahí que sea necesario formar en el uso crítico y ético de estas herramientas para preservar el rigor epistemológico y el sentido formativo de la escritura científica. La metodología propuesta en este artículo constituye un aporte en esta dirección.

Investigaciones futuras podrían replicar y adaptar esta metodología en otros programas de posgrado, tanto en educación como en disciplinas afines. Asimismo, se abre una línea de investigación orientada a comprender cómo se construye la autoría académica en escenarios mediados tecnológicamente y cuál es el impacto de estas prácticas en la formación de una identidad investigadora crítica.

Declaración de uso ético de herramientas de inteligencia artificial

Para apoyar la identificación de referencias bibliográficas actuales, se utilizó la herramienta ChatGPT (OpenAI, 2024) a través de la plataforma Consensus. Esta herramienta se empleó para localizar la literatura reciente, pero no intervino en el análisis ni en la interpretación de los resultados de investigación.

Agradecimientos

Los autores agradecen a: (1) Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile: Becas de Doctorado Nacional Folios: 21241378 y 21240264 y (2) Proyecto DI REGULAR PUCV 2025 039.717/2025. Los financiadores no tuvieron ningún rol en el diseño, en la ejecución del estudio y en la decisión de publicar sus resultados.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ahmed, I., Liu, W., Roscoe, R. D., Reilley, E. y McNamara, D. S. (2025). Multifaceted assessment of responsible use and bias in language models for education. *Computers*, 14(3), 1–12. <https://doi.org/10.3390/computers14030100>
- Beel, J., Gipp, B., Langer, S. y Breiteringer, C. (2016). Research-paper recommender systems: A literature survey. *International Journal on Digital Libraries*, 17(4), 305–338. <https://doi.org/10.1007/s00799-015-0156-0>
- Bekker, M. (2024). Large language models and academic writing: Five tiers of engagement. *South African Journal of Science*, 120(1/2), 1–5. <https://doi.org/10.17159/sajs.2024/17147>
- Bender, E. M., Gebru, T., McMillan-Major, A. y Shmitchell, S. (2021). On the dangers of stochastic parrots: Can language models be too big? In *Proceedings of the 2021 ACM Conference on Fairness, Accountability, and Transparency* (pp. 610–623). Association for Computing Machinery. <https://doi.org/10.1145/3442188.3445922>
- Bista, K. y Bista, R. (2025). Leveraging AI tools in academic writing: Insights from doctoral students on benefits and challenges. *American Journal of STEM Education: Issues and Perspectives*, 6, 32–47. <https://doi.org/10.32674/9m8dq081>
- Bouzar, A., El Idrissi, K. y Ghourdou, T. (2024). ChatGPT and academic writing self-efficacy: Unveiling correlations and technological dependency among postgraduate students. *Arab World English Journal*, 15, 225–236. <https://doi.org/10.24093/awej/chatgpt.15>
- Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27–40. <https://doi.org/10.3316/QRJ0902027>
- Butson, R. y Spronken-Smith, R. (2024). AI and its implications for research in higher education: A critical dialogue. *Higher Education Research & Development*, 43(3), 563–577. <https://doi.org/10.1080/07294360.2023.2280200>
- Calle-Arango, L. y Ávila Reyes, N. (2023). Obstacles, facilitators, and needs in doctoral writing: A systematic review. *Studies in Continuing Education*, 45(2), 133–151. <https://doi.org/10.1080/0158037X.2022.2026315>
- Castañeda, A. y Sánchez, M. (2025). ¿Se vale usar ChatGPT si igual entendí el tema? Una conversación urgente sobre IA en el aula. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes*, 1(2), 9–14. <https://doi.org/10.24844/REMEDI0102.00>
- Chen, Y.C. (2019). Writing as an epistemological tool: Perspectives from personal, disciplinary, and socio-cultural landscapes. En V. Prain y B. Hand (Eds.), *Theorizing the future of science education research* (pp. 115–132). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-24013-4_8
- Cordón, Ó. (2023). Inteligencia artificial en educación superior: Oportunidades y riesgos. *Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa*, 15, 16–27. <https://doi.org/10.6018/riite.591581>
- Cox, A. (2024). Algorithmic literacy, AI literacy and responsible generative AI literacy. *Journal of Web Librarianship*, 18(3), 93–110. <https://doi.org/10.1080/19322909.2024.2395341>
- Delgadillo, I. y Beel, J. (2019). Towards reproducible research in recommender systems for research papers. *Proceedings of the 13th ACM Conference on Recommender Systems*, 498–502. <https://doi.org/10.1145/3298689.3347043>
- Dempere, J., Modugu, K. y Ramasamy, L. (2023). The impact of ChatGPT on higher education. *Frontiers in Education*, 8, 1–13. <https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1206936>
- Flick, U. (2018). *An introduction to qualitative research* (6th ed.). SAGE Publications.
- Fuchs, K. (2023). Exploring the opportunities and challenges of NLP models in higher education: ¿Is ChatGPT a blessing or a curse? *Frontiers in Education*, 8, 1–4. <https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1166682>
- Hutson, J. (2024). Rethinking plagiarism in the era of generative AI. *Journal of Intelligent Communication*, 3(2), 20–31. <https://doi.org/10.54963/jic.v3i2.220>
- Jain, S., Kumar, A., Roy, T., Shinde, K., Vignesh, G. y Tendulkar, R. (2024). SciSpace literature review: Harnessing AI for effortless scientific discovery. En N. Goharian, N. Tonello, Y. He, A. Lipani, G. McDonald, C. Macdonald y I. Ounis (Eds.), *Advances in Information Retrieval* (pp. 256–260). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-56069-9_28
- Ji, Z., Lee, N., Frieske, R., Yu, T., Su, D., Xu, Y., Ishii, E., Bang, Y. J., Madotto, A. y Fung, P. (2023). Survey of hallucination in natural language generation. *ACM Computing Surveys*, 55(12), 1–38. <https://doi.org/10.1145/3571730>
- Karakose, T. (2023). The utility of ChatGPT in educational research—Potential opportunities and pitfalls. *Educational Process: International Journal*, 12(2), 7–13. <https://doi.org/10.22521/edupij.2023.122.1>
- Kasneci, E., Sessler, K., Küchemann, S., Bannert, M., Dementieva, D., Fischer, F., Gasser, U., Groh, G., Günnemann, S., Hüllermeier, E., Krusche, S., Kutyniok, G., Michaeli, T., Nerdel, C., Pfeiffer, J., Sailer, M., Schmidt, A., Sedlmeier, P., Spinner, B., ... Kasneci, G. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. *Learning and Individual Differences*, 103, Article 102274. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274>

- Lee, S. S. y Moore, R. L. (2024). Harnessing generative AI for automated feedback in higher education: A systematic review. *Online Learning*, 28(3), 82–105. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1446868.pdf>
- Maynez, J., Narayan, S., Bohnet, B. y McDonald, R. (2020). On faithfulness and factuality in abstractive summarization. In *Proceedings of the 58th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics* (pp. 1906–1919). Association for Computational Linguistics. <https://doi.org/10.18653/v1/2020.acl-main.173>
- Mugaanyi, J., Sekajja, S. y Ndagire, S. (2024). Evaluation of large language model performance and reliability for citations and references in scholarly writing: Cross-disciplinary study. *Journal of Medical Internet Research*, 26, e52935. <https://doi.org/10.2196/52935>
- Nava-Guzmán, C. (2025). La inteligencia artificial generativa en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes*, 1(2), 77–89. <https://doi.org/10.24844/RE-MED/0102.05>
- Nguyen, A., Hong, Y., Dang, B. y Huang, X. (2024). Human-AI collaboration patterns in AI-assisted academic writing. *Studies in Higher Education*, 49(5), 847–864. <https://doi.org/10.1080/03075079.2024.2323593>
- Nguyen, T. Y. P., Nguyen, N. T. y Phan, N. K. H. (2025). The challenges of applying ChatGPT in the academic writing of postgraduate students in English major at IUH. *International Journal of AI in Language Education*, 2(1), 45–58. <https://doi.org/10.54855/ijlaile.25212>
- Oates, A. y Johnson, D. (2025). ChatGPT in the classroom: Evaluating its role in fostering critical-evaluation skills. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 35(1), 45–68. <https://doi.org/10.1007/s40593-024-00452-8>
- OpenAI (2024). ChatGPT (Aug 3 version) [Modelo de lenguaje]. <https://chat.openai.com/>
- Pavlova, N. H. (2024). Flipped dialogic learning method with ChatGPT: A case study. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 19(1), Article em0764. <https://doi.org/10.29333/iejme/14025>
- Rababah, L. M., Rababah, M. A. y Al-Khawaldeh, N. N. (2024). Graduate students' ChatGPT experience and perspectives during thesis writing. *International Journal of Engineering Pedagogy (IJEP)*, 14(3), 22–35. <https://doi.org/10.3991/ijep.v14i3.48395>
- Ramírez, B., Morales-Reyes, J. L. y Parraguez, M. (2025). Pauta para la declaración del uso ético y responsable de la inteligencia artificial en investigaciones realizadas por estudiantes universitarios. Manuscrito sometido para publicación.
- Román-Acosta, D., Rodríguez Torres, E., Baquedano, M. B., López, L. C. y Pérez, A. (2024). ChatGPT and its use to improve academic writing in postgraduate students. *Praxis Pedagógica*, 24(36), 53–75. <https://doi.org/10.26620/uniminuto.praxis.24.36.2024.53-75>
- Sánchez, E., Sánchez, M., García, M., Aguayo, L., Valenzuela, C. y Chávez, Y. (2025). Ensayos y revisiones de literatura en Educación Matemática: Caracterización y criterios de evaluación. *Educación Matemática*, 37(1), 5–8. <https://doi.org/10.24844/EM3701.00>
- Stake, R. E. (2020). *Investigación con estudio de casos* (6ª ed.). Ediciones Morata.
- Suárez-Pizzarello, M., Sánchez-Trujillo, M. D. L. A. y Rodríguez Flores, E. A. (2024). Exploring ChatGPT-4 as an academic assistant in thesis development: A case study on postgraduate higher education. *Proceedings of the 2024 IEEE 4th International Conference on Advanced Learning Technologies on Education & Research (ICALTER)* (pp. 1–4). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICALTER65499.2024.10819226>
- Sulisworo, D. (2023). Exploring research idea growth with Litmap: Visualizing literature review graphically. *Bincang Sains Dan Teknologi*, 2(2), 48–54. <https://doi.org/10.56741/bst.v2i02.323>
- Susnjak, T. y McIntosh, T. R. (2024). ChatGPT: The end of online exam integrity? *Education Sciences*, 14(6), 1–20. <https://doi.org/10.3390/educsci14060656>
- Tran, T. T. P., Dang, T. N. y Nguyen, V. L. P. (2025). Master students' perceptions of how ChatGPT influenced critical thinking in academic writing at the Industrial University of Ho Chi Minh City. *International Journal of AI in Language Education*, 2(2), 20–39. <https://doi.org/10.54855/ijlaile.25222>
- Vivas.AI. (2024). Mastering prompt engineering: A guide to the CO-STAR and TIDD-EC frameworks. Medium. <https://vivasai01.medium.com/mastering-prompt-engineering-a-guide-to-the-co-star-and-tidd-ec-frameworks-3334588cb908>
- Wahba, F., Ajlouni, A. O. y Abumosa, M. A. (2024). The impact of ChatGPT-based learning statistics on undergraduates' statistical reasoning and attitudes toward statistics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(7), Article em2468. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14726>
- Wang, J., Liardét, C. y Lum, J. (2025). Feeling like an academic writer: An exploration of doctoral students' struggle for recognition. *Studies in Continuing Education*, 47(1), 285–301. <https://doi.org/10.1080/0158037X.2024.2358006>
- Zapata-Ros, M. (2018). La universidad inteligente: La transición de los LMS a los sistemas inteligentes de aprendizaje en educación superior. *Revista de Educación a Distancia*, 57(10), 1–43. <http://dx.doi.org/10.6018/red/57/10>

7. ANEXOS

A continuación, se muestran los tres instrumentos utilizados durante el desarrollo de esta propuesta metodológica.

I. Rúbrica para evaluar ensayos académicos en Didáctica de la Matemática apoyados con el uso de inteligencia artificial (IA)

Criterio	Excelente (9–10)	Suficiente (7–8)	Regular (5–6)	Insuficiente (1–4)
Claridad del propósito y pertinencia	Propósito y tesis muy claros; plenamente situados en educación matemática.	Propósito claro, aunque con leves ambigüedades; relación general con la educación matemática.	Propósito poco claro o solo parcialmente relacionado con el campo.	Sin propósito identificable o fuera de la educación matemática.
Argumentación, coherencia interna y estructura	Argumentación sólida y coherente; introducción, desarrollo y conclusión bien definidas.	Argumentación adecuada con algunas secciones débiles; estructura general respetada.	Argumentación superficial o desconectada; estructura incompleta.	Ausencia de argumentación o texto desorganizado o contradictorio.
Originalidad y aportación	Ideas originales o análisis críticos que aportan al campo.	Algunas ideas propias, aunque con menor profundidad.	Mayormente compuesto de citas sin aporte crítico.	Sin aportación; citas o paráfrasis sin elaboración.
Revisión y estilo académico	Redacción clara, precisa y revisada; estilo académico consistente.	Buena redacción, errores menores.	Redacción poco clara o con errores frecuentes.	Texto sin revisión; errores graves de estilo o cohesión.
Aplicación de CO-STAR	Aplica todos los elementos CO-STAR con precisión y reflexión; incluye ejemplos explícitos del uso de ChatGPT y el URL del chat.	Aplica la mayoría de los elementos; evidencia suficiente pero superficial; incluye URL.	Aplica parcialmente los elementos; evidencia limitada o confusa; URL incluida pero poco explicada.	No aplica los elementos CO-STAR; no incluye URL o la integración es mínima/no justificada.
Integración de IA en el proceso	Uso crítico y reflexivo de ChatGPT; documenta cómo influyó en cada etapa del ensayo y reporta URL.	Uso funcional con reflexión parcial; URL incluida con explicación limitada.	Dependencia evidente de la IA; reflexión mínima; reporte incompleto o poco claro.	Uso no informado de IA o sin reporte; no incluye URL ni justifica su uso.

Nota. Elaboración propia

II. Cuestionario diagnóstico

Percepciones sobre escritura académica y uso de inteligencia artificial

- ¿Qué experiencia previa tienen en escritura académica (ensayos, informes, ponencias, artículos, capítulos de libro, publicaciones indexadas...)?
- ¿Cuáles aspectos de la escritura académica (argumentación, uso de literatura, formulación de tesis, estilo, estructura, etc.) consideran más desafiantes y por qué?
- ¿Cuáles estrategias utilizan para revisar, editar o mejorar sus escritos antes de considerarlos terminados?
- Describan su experiencia utilizando herramientas de inteligencia artificial (ChatGPT, Scispace, Gemini, Consensus u otras) en la elaboración de textos académicos.
- ¿Qué beneficios han observado al incorporar IA en su proceso de escritura académica?
- ¿Qué riesgos o limitaciones han encontrado al escribir con apoyo de IA? ¿Cómo han abordado estos aspectos?
- ¿Qué tipo de formación consideran necesaria para promover un uso ético, crítico y disciplinariamente informado de la IA en programas doctorales de educación matemática?

Ejercicio práctico (búsqueda de la literatura)

Figura 9. Plantilla de prompt para el control de calidad bibliográfica. Se destacan orientaciones para la selección, validación e integración de referencias académicas en ensayos asistidos por IA

Realice una búsqueda bibliográfica basada en tópicos específicos centrales de su estudio y/o preguntas de investigación. Utilice esta estructura:

(Temática principal) en (contexto específico) de la (población) utilizando (método/técnica Principal), con un enfoque en (factor/condición Analizada).

Ejemplo: “Desarrollo del pensamiento algebraico temprano en aulas de primaria, en estudiantes de 3° a 5° grado, utilizando tareas de generalización y patrones, con

Nota: Datos propios del estudio

Estas tareas buscaban responder a los siguientes objetivos

Objetivo del ejercicio	Dimensión evaluada	Criterio de la rúbrica	Relación con CO-STAR
Comprender los componentes de un tópico de investigación	Identificación de variable, contexto, población, método y condición	Claridad y precisión en la identificación de componentes	C: delimitar el campo de estudio T: focalizar la pregunta
Formular un tópico con la estructura dada	Coherencia en la fórmula utilizada	Coherencia interna y pertinencia de cada elemento	O: propósito del estudio T: resultado esperado
Reconocer fortalezas y dificultades iniciales	Experiencia y dificultades en búsqueda académica	Conciencia metacognitiva y precisión en necesidades	R: identificar dificultades S: definir necesidades
Diagnosticar alfabetización inicial en IA	Competencias: prompts, evaluación y refinamiento	Adecuación de prompts y evaluación crítica de resultados	CO: integrar IA al problema investigativo A: interacción con IA
Preparar para la búsqueda con SciSpace y Litmaps	Integración global de respuestas del cuestionario	Síntesis y preparación para la tarea auténtica	T: ejecutar búsqueda A: estrategias de interacción R: ajustes durante el proceso
Integración de IA en el proceso	Uso crítico y reflexivo de ChatGPT; documenta cómo influyó en cada etapa del ensayo y reporta URL.	Uso funcional con reflexión parcial; URL incluida con explicación limitada.	Dependencia evidente de la IA; reflexión mínima; reporte incompleto o poco claro.

Nota. Elaboración propia.

III. Guía de observación para evaluar las presentaciones orales de los ensayos

Indique una calificación de 0 a 10 para cada uno de los siguientes criterios.

- Claridad (0–10): El propósito, la focalización en el tema y las ideas principales se exponen con precisión y coherencia.
- Estructura y diseño (0–10): La presentación sigue un orden lógico y las diapositivas muestran organización visual clara y legible. Usa ideas claves y no textos extensos.
- Contenido académico (0–10): Los constructos, teorías y argumentos se exponen de forma pertinente y bien fundamentada. Los conceptos y referencias se utilizan correctamente, sin errores conceptuales o ambigüedades.
- Originalidad y aporte (0–10): La presentación incluye ideas propias, análisis crítico y una contribución reconocible al campo de la educación matemática.
- Ejemplos y aplicabilidad (0–10): Se presen-

tan ejemplos concretos que muestran cómo se relaciona el contenido con la práctica educativa o investigativa.

- Accesibilidad comunicativa (0–10): Las explicaciones son comprensibles, el discurso es fluido y se adapta adecuadamente a la audiencia.
- Referencias y respaldo académico (0–10): Las fuentes empleadas son confiables, pertinentes y están integradas de forma adecuada a la argumentación.
- Aplicación del marco CO-STAR (0–10): La presentación muestra cómo se aplicaron los componentes CO-STAR de manera explícita y reflexiva.
- Integración crítica de IA en el proceso (0–10): Se explica con claridad cómo la IA influyó en la planificación, escritura y revisión del ensayo, evidenciando un uso ético y autónomo.
- Evaluación de la calidad de las respuestas de IA (0–10): Ejemplifica al menos cuatro momentos donde analizó, mejoró o cuestionó las sugerencias de la IA, evidenciando criterio académico y autonomía.



RECORRIDO CURRICULAR DE LAS GEOMETRÍAS SINTÉTICA Y ANALÍTICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA EN ARGENTINA

CURRICULAR PATH OF SYNTHETIC AND ANALYTIC GEOMETRIES IN MATHEMATICS TEACHER EDUCATION IN ARGENTINA

Lucía Inés Schaefer

lucias@fceia.unr.edu.ar

<https://orcid.org/0009-0009-4184-1926>

Universidad Nacional de Rosario

Natalia Fátima Sgreccia

sgreccia@fceia.unr.edu.ar

<https://orcid.org/0000-0003-2988-7410>

Universidad Nacional de Rosario

RESUMEN

En una revisión de la bibliografía actual, se advierte una escasa formación en geometrías de futuros profesores en Matemática, y en particular, una falta de integración de los enfoques sintético y analítico en diversos niveles educativos. Así, el objetivo del estudio es analizar los modos de complementariedad de la Geometría Sintética y la Geometría Analítica del plano en Profesorados Universitarios en Matemática de Argentina, en particular, en los niveles de concreción curricular referidos al accionar institucional y al trabajo didáctico en el aula. En este contexto, se buscó responder las preguntas de investigación: ¿de qué manera se incluyen y organizan las geometrías del plano en los planes de estudio vigentes de Profesorados de Argentina? y ¿cómo se articulan los enfoques sintético y analítico en las planificaciones de actividades curriculares disciplinares vinculadas a los espacios donde están presentes las geometrías del plano en estos Profesorados? Se realizó un análisis documental de 31 planes de estudio y de las planificaciones de actividades curriculares referidas a la disciplina de 12 Profesorados, con representatividad geográfica, intencionalmente seleccionados. Se emplearon categorías de análisis que surgen en la exploración del material, en conjunto con categorías teóricas propias del conocimiento especializado de los profesores en Matemática. Los resultados del estudio indican cierta heterogeneidad en cuanto a información disponible de los diferentes Profesorados, como así también la vacancia con relación a la complementariedad de los enfoques geométricos. Se proponen componentes curriculares a considerar en la formación inicial de docentes para la enseñanza de las geometrías.

Palabras clave:

Geometría Sintética, Geometría Analítica, Formación de profesores, Plan de estudio universitario

ABSTRACT

A review of the current literature reveals limited training in geometry in the initial education of future mathematics teachers, and a lack of integration between synthetic and analytic approaches across different educational levels. Accordingly, the aim of this study is to analyze the modes of complementarity between Synthetic Geometry and Analytic Geometry of the plane in university-level Mathematics Teacher Education programs in Argentina, specifically at the levels of curricular implementation related to institutional action and didactic work in the classroom. In this context, the study sought to address the following research questions: How are plane geometries included and organized in the current curricula of Mathematics Teacher Education programs in Argentina? And how are synthetic and analytic approaches articulated in the planning of disciplinary curricular activities associated with the spaces in which plane geometries are addressed in these programs? A documentary analysis was conducted of 31 curricula and of the planning of disciplinary curricular activities from 12 Mathematics Teacher Education programs, intentionally selected to ensure geographical representativeness. The analysis employed categories that emerged from the exploration of the material, together with theoretical categories associated with teachers' specialized knowledge in mathematics. The results indicate a certain degree of heterogeneity in the information available across the different programs, as well as a research gap regarding the complementarity of geometric approaches. Based on these findings, curricular components to be considered in initial teacher education for the teaching of geometry are proposed.

Keywords:

Synthetic Geometry, Analytic Geometry, Teacher education, University curriculum.

1. INTRODUCCIÓN

Autores como Barrantes et al. (2015) destacan las numerosas aplicaciones de las geometrías en el mundo actual y su utilidad para resolver problemas en otras áreas (Aray Andrade et al., 2019). En particular, la Geometría Analítica aporta a la formación de profesionales de topografía, física, biomatemática, astronomía, ingeniería, arquitectura, economía, marketing, entre otras áreas (Ciccio, 2020). En los estándares preliminares del Consejo Interuniversitario Nacional de Argentina [CIN] (2013) para los Profesorados Universitarios en Matemática (PUM), se las distingue como un ejemplo paradigmático para la enseñanza de una teoría axiomático-deductiva, valiosa para desarrollar habilidades de razonamiento. Quijano y Corica (2021) destacan la promoción de la visualización, comunicación, intuición y pensamiento crítico.

Sin embargo, las geometrías están desvalorizadas en la escuela y en la formación docente (Fernández y Gysin, 2010; Ferraris y Montoro, 2004), en las que se priorizan el álgebra y las funciones (Eugui, 2023). Con contenidos repetidos año tras año, y ante la falta de tiempo en el aula, las geometrías suelen relegarse al final de curso (Eugui, 2023; Siles, 2024). Además, se presentan de forma desarticulada (Méndez, 2010), centrada en fórmulas y reducidas a lo aritmético (Eugui, 2023; Gómez Calalán y Andrade-Molina, 2022), con pérdida de su profundidad epistemológica.

En esta línea de desarticulación y problemas epistemológicos, Gascón (2002) destaca la falta de integración entre enfoques sintético y analítico en la escuela secundaria. Enuncia la Tesis de la continuidad entre las Geometrías Sintética y Analítica, como la necesidad que surge de modificar y ampliar las técnicas sintéticas cuando se introducen variaciones en sus problemas, para las cuales la técnica inicial no es suficiente, pero sí lo son las técnicas analíticas (Gascón, 2002). Muestra, además, ejemplos en los que ambos enfoques se complementan. Surge entonces la necesidad de investigar formas de articular las geometrías, sin perder continuidad y complementariedad (Henríquez-Rivas y Montoya-Delgadillo, 2016), y favorecer así una comprensión más integrada de estas (Bonilla y Parraguez, 2013).

Así mismo, se evidencia una escasa formación en geometrías en futuros profesores en Matemática, con desconocimiento de sus fundamentos (Fe-

rreira Santos y De Melo Teles, 2021; Zakaryan y Sosa, 2021), debido a la poca importancia asignada a esta área (Portalone Crescenti, 2008). Jones (2000) menciona que su enseñanza disminuye en el avance en la escolaridad, pudiendo desaparecer en el nivel universitario. Esto presenta un problema pues se agrava la brecha entre lo que se espera enseñar y la formación recibida.

Así, en el marco de una investigación más amplia, interesa analizar la complementariedad y continuidad de las Geometrías Sintética y Analítica del plano en carreras de PUM de Argentina, en los tres niveles de concreción curricular: políticas curriculares, accionar institucional y trabajo didáctico en el aula (Terigi, 1999). Aquí se comparten resultados referidos a los dos últimos niveles: dentro de los planes de estudio de los 31 PUM del país -accionar institucional- y de las planificaciones de actividades curriculares relacionadas a la disciplina de 12 PUM seleccionados -trabajo didáctico en el aula-.

De esta manera, y dados los escasos estudios de alcance nacional sobre el tema, el artículo busca responder ¿de qué manera se incluyen y organizan las geometrías del plano en los planes de estudio vigentes de PUM de la República Argentina? y ¿cómo se articulan los enfoques sintético y analítico en las planificaciones de actividades curriculares disciplinares vinculadas a los espacios donde están presentes las geometrías del plano en los PUM del país? Como se estudia la formación de profesores, se toma como referencia el Modelo del Conocimiento Especializado de los Profesores en Matemática para interpretar los resultados.

2. MARCO TEÓRICO

Se entiende por Geometría Sintética del plano a la estructura $[E, L, B, \cong]$, donde E es el plano, L los subconjuntos de E denominados rectas, B los axiomas de orden y \cong los axiomas de congruencia (de segmentos y de ángulos) (Moise, 1990). La principal tarea que caracteriza a este enfoque es la construcción de lugares geométricos (Echeverría Anaya, 2015). En cambio, la Geometría Analítica del plano es aquella que surge de establecer una correspondencia biunívoca $E \leftrightarrow R \times R$ en que a cada punto del plano E se le asocia un par (x, y) definido a partir de un sistema de coordenadas (Moise, 1990). Se caracteriza por estudiar curvas

cuyos puntos satisfacen ecuaciones (Echeverría Anaya, 2015).

El estudio se plantea desde dos aristas: la noción de currículum y objetivaciones, que organiza los niveles de análisis, y el Modelo del Conocimiento Especializado de los Profesores en Matemática como marco interpretativo de la formación docente en geometrías del plano.

2.1. Currículum

La investigación busca estudiar la complementariedad y continuidad de las Geometrías Sintética y Analítica en la formación docente en Argentina, es decir, en la propuesta educativa de los PUM que conforma el currículum. Por ello se delimitan aspectos generales del mismo y se adoptan sus elementos para organizar el análisis de las geometrías del plano en planes de estudio y planificaciones curriculares.

Según De Alba (1994), “el currículum es una síntesis de elementos culturales (valores, conocimientos, costumbres, creencias) que conforman una propuesta político-educativa impulsada por diversos sectores sociales con intereses contradictorios” (p.59). Su concepción implica una postura política y una relación con el saber, la cultura y la sociedad (Camilloni, 2018). Incluye aspectos estructurales-formales como lo son documentos institucionales, leyes, planes de estudio, programas, y una dimensión procesal-práctica, es decir, su implementación (Camilloni, 2018; De Alba, 1994;).

El currículum no se reduce a lo escrito, pero para comprenderlo resulta necesario realizar recortes de escala adecuados a las representaciones formalizadas de las transformaciones de lo prescripto. Esto es lo que Terigi (1999) denomina objetivaciones, que argumentan, a su vez, los niveles de concreción curricular, reconocidos también por otros autores (Ander-Egg, 1993; De Alba, 1994).

Se destacan tres niveles de concreción curricular: i) políticas curriculares (órganos de gobierno universitario y del sistema nacional regulador universitario); ii) accionar institucional (Facultades, Departamentos o Escuelas); iii) trabajo didáctico en el aula (cátedra o docente). Los mismos se argumentan en tres objetivaciones (Terigi, 1999) que constituyen el objeto de análisis de la investigación: i) diseños curriculares como objetivación de las políticas curriculares, que en los PUM está conformado por los lineamientos preliminares del

CIN (2013); ii) planes de estudio como objetivación de los proyectos institucionales, elaborados por unidades académicas y aprobados por organismos de gestión con un orden jerárquico (Comisión de plan de estudio, Consejo de Departamento, Consejo de Escuela, Consejo Directivo de Facultad y Consejo Superior de Universidad); iii) planificación docente y programas de asignaturas como objetivación del trabajo pedagógico del aula.

Para estudiar cada objetivación, se consideran los contenidos vertebrales como aquellos componentes de la planificación didáctica en una dimensión más instrumental (Monetti y Molina, 2024). Las autoras proponen como ejemplo de los mismos a los contenidos, los propósitos, los objetivos y las estrategias de enseñanza. En particular, en las planificaciones curriculares, se distinguen entre contenidos formales o definidos -delimitados por unidades académicas, planes de estudio y carreras- y pedagógicos o indefinidos -propios de cada espacio curricular, para contextualizar, orientar y justificar su lugar en el plan - (Pérez Hernández et al., 2017).

Con este marco estructural que delimita los niveles de estudio, la siguiente sección aborda el Conocimiento Especializado del Profesor en Matemática como lente interpretativa de los hallazgos en cada nivel.

2.2. Conocimiento especializado de los profesores en Matemática

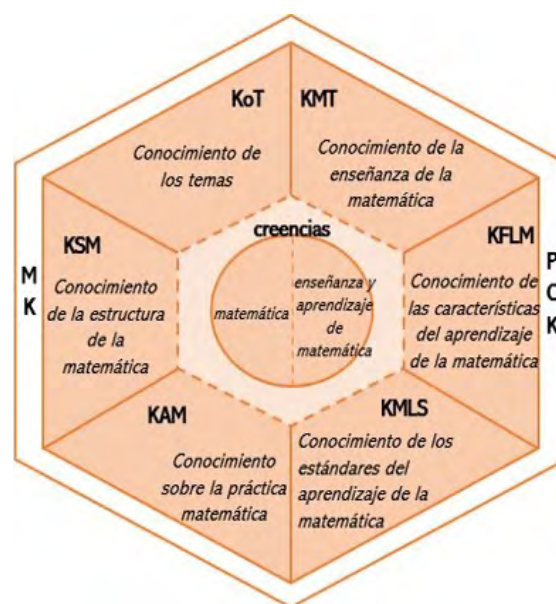
Ball et al. (2008) proponen, a partir de Shulman (1986), el modelo del Conocimiento para la Enseñanza de la Matemática (MKT, por sus siglas en inglés) que concibe el conocimiento docente en Matemática como multidimensional. Definen seis dominios, tres del conocimiento de la disciplina (conocimiento común del contenido (CCK), especializado del contenido (SCK), en el horizonte matemático (HCK)), y tres del conocimiento pedagógico del contenido (conocimiento del contenido y de los estudiantes (KCS), del contenido y de la enseñanza (KCT), del contenido y del currículum).

En su aplicación, desde los propios autores, surgen dificultades de frontera entre dominios (Montes et al., 2013), principalmente entre CCK y SCK, y entre este último y HCK y KCS (Carrillo et al., 2013). Para superar los obstáculos, asoman diversas investigaciones. Carrillo et al. (2013) pro-

ponen una reformulación crítica del modelo, el Conocimiento Especializado de los Profesores en Matemática (MTSK, por sus siglas en inglés), centrado en el conocimiento específico de docentes en Matemática. Este modelo analítico-descriptivo comprende seis subdominios (ver Figura 1): tres del conocimiento matemático (MK), y tres del conocimiento pedagógico del contenido (PCK), que no refieren a conocimiento matemático, pero sí lo requieren (Carrillo et al., 2013, 2018, 2019; Climent et al., 2024).

- KoT: conceptos, procedimientos, definiciones y propiedades; comprende aquella matemática a conocer por los estudiantes, con una visión más formal;
- KSM: propiedades y nociones de conceptos, conexiones con anteriores y futuros; involucra una mirada matemática avanzada;
- KPM: formas de hacer matemática, razonamiento y prueba; refiere a un uso adecuado de definiciones y su construcción;
- KFLM: teorías de aprendizaje, con foco en los estudiantes y cómo piensan; atiende a sus errores, obstáculos y dificultades;
- KMT: selección de definiciones y ejemplos, materiales, representaciones, desde la matemática y complementado con teorías de enseñanza;
- KMLS: especificaciones curriculares, estándares y evaluación, del ámbito institucional, profesional e investigación, que devienen en referentes.
-

Figura 1. Esquema de las categorías propuestas en MTSK



Nota. Adaptado de Carrillo et al. (2013)

El MTSK brinda soporte a formadores de profesores (Sosa, 2024) porque orienta el tipo de conocimiento a promover en los futuros profesores (Montes et al., 2019), y aporta herramientas para cuestionar planificaciones y desempeño en el aula y con estudiantes (Sosa, 2024). Cada dominio permite revisar lo que se aprende desde diferentes dimensiones, y detectar eventuales necesidades en el conocimiento del formador y de los alumnos como oportunidades de crecimiento y comprensión profunda de conocimientos matemáticos y didácticos amalgamados.

El MTSK posibilita identificar los tipos de conocimiento que un profesor moviliza al enseñar matemática y resulta útil para el diseño de programas de formación inicial (Montes et al., 2019). Además, se observa que el conocimiento de las especificaciones curriculares integra uno de los subdominios del conocimiento especializado del profesor, en este caso, para la enseñanza de las geometrías. Cobra relevancia, entonces, estudiar las especificaciones curriculares de las geometrías, en particular, en la formación de profesores.

3. METODOLOGÍA

La investigación tuvo un enfoque cualitativo, ya que buscó comprender e interpretar en profundidad el fenómeno de interés (Hernández Sampieri et al., 2014). Además, tuvo un alcance descriptivo-interpretativo pues caracteriza el objeto de estudio desde un entramado intencionado (Hernández Sampieri et al., 2014). En este caso, el objeto es la articulación entre los enfoques sintético y analítico de las geometrías en la formación de profesores en Matemática, en el accionar institucional, con planes de estudio, y en el trabajo didáctico en el aula, con las planificaciones de actividades curriculares (Terigi, 1999). El análisis en cada uno de estos dos niveles se organizó en dos fases.

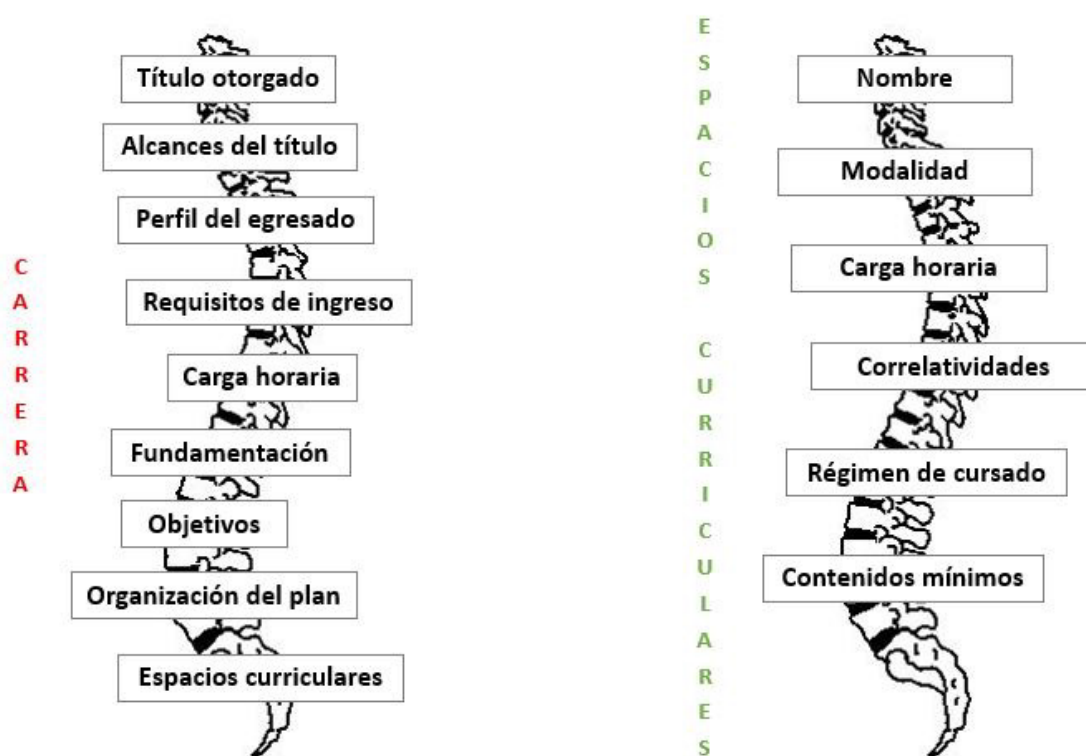
En la Fase 1, la fuente de los datos fueron los sitios web de las universidades estatales del país (Mengarelli et al. (2019). Al actualizar esta base, se identificaron 31 PUM en Argentina (UN1 a UN31) y se compiló el material disponible sobre sus planes de estudio. Se reconoció cierta heterogeneidad con relación a esto último, con lo cual, a partir de una categorización inductiva-deductiva (Mejía Navarrete, 2011), se clasificaron los PUM en Tipo I (con resolución completa del plan) y Tipo II (sólo con grilla de las asignaturas del plan). Mediante el análisis documental, para organizar y sintetizar el contenido sustantivo de la fuente de información (Peña Vera y Pirela Morillo, 2007), en los PUM de Tipo I se seleccionaron, en cada plan, las asignaturas vinculadas a las geometrías (por su denominación o por contenidos mínimos; estos disponibles en 10 PUM). Esta nueva información, en conjunto con los planes, permitió tener un panorama general del lugar que ocupan las geometrías del plano en la formación de profesores en cada PUM del país.

Para la Fase 2, de acuerdo con la información sistematizada en la Fase 1, se realizó un muestreo intencional (Marradi et al., 2007) de 12 PUM con representatividad geográfica (Dos Santos Moreira y Pinto, 2022) según las regiones de los Consejos Regionales de Planificación de la Educación Superior (CPRES). En cada región, el criterio de exclusión/inclusión se basó en elegir los dos PUM con mayor disponibilidad de información, según la Fase 1: UN26-UN27 (Noroeste), UN5-UN8 (Noreste), UN10-UN29 (Nuevo Cuyo), UN6-UN23 (Centro), UN4-UN17 (Bonaerense) y UN21-UN22 (Sur). Se realizó un análisis documental de los progra-

mas de las asignaturas relacionadas a Geometría Analítica y Geometría Sintética, obtenidos por páginas web y contactos institucionales, lo que completó la información de la Fase 1.

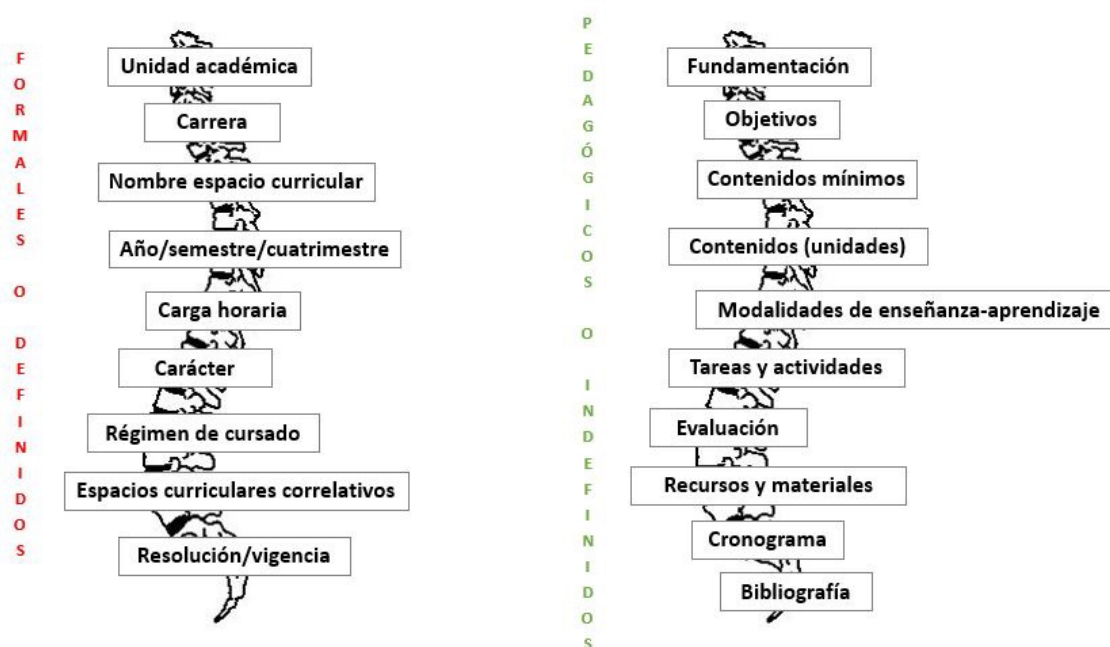
Tanto en la Fase 1 (Figura 2) como en la Fase 2 (Figura 3), las categorías de análisis se definieron de forma integrada entre lo deductivo e inductivo, al entamar los referentes conceptuales y datos empíricos. Por una parte, y como se ha venido desarrollando, referentes conceptuales referidos a contenidos vertebrales (Monetti y Molina, 2024), a estructura de planes de estudio en la Propuesta de Estándares para la Acreditación de Carreras de Profesorado Universitario en Matemática (CIN, 2013) y resoluciones universitarias (Consejo Superior Universidad de Buenos Aires, 2023; Consejo Superior Universidad Nacional de Córdoba, 2019; Consejo Superior Universidad Nacional de Rosario, 2020), y a elaboración de programas (Consejo Directivo Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, 2014; Gvirtz y Palamidesi, 1998; Pérez Hernández et al., 2017; Torres Muñoz, 1997). Al mismo tiempo, los datos empíricos provienen de la inmersión en los datos (planes de estudio o planificaciones). Además, los dominios y subdominios del MTSK aportaron una referencia conceptual para interpretar los hallazgos.

Figura 2. Contenidos vertebrales de los planes de estudio y de los espacios curriculares



Nota. Elaboración propia

Figura 3. Contenidos vertebrales de las planificaciones curriculares



Nota. Elaboración propia

En ambas etapas de la investigación se tuvo el resguardo ético de uso de documentos de acceso abierto en la web, con la consideración de los principios de probidad, honestidad, respeto a la confidencialidad, uso para los fines asignados, y protección de datos personales de otras personas, sin uso para fines personales o ilícitos, sin falsificación ni alteración.

4. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados por Fase de estudio. La Fase 1 en que se analizaron 31 planes de estudio PUM de Argentina. La Fase 2 en que se profundizó en las planificaciones curriculares de las asignaturas referidas a las geometrías en 12 PUM seleccionados.

4.1. Fase 1

Al explorar los planes de estudio de los 31 PUM se observa que la mayoría fueron escritos hace más de una década. Solo 9 PUM corresponden al Tipo I (con resolución formal), y de los otros 22, de Tipo II, el foco de la información disponible se

encuentra en las asignaturas, mayormente en formato tabla.

Los PUM de Tipo I (ver Tabla 1) presentan mayor información: 8 de 9 PUM incluyen la organización del plan, los alcances y la carga horaria; más de 6 explicitan el perfil del egresado y la fundamentación; los requisitos de ingreso se observan en menos de 5 PUM y los objetivos de la carrera en 5 de 9 PUM. Aquellos PUM que indican una organización del plan por campos (Camilloni, 2017) -UN9, UN16, UN18, UN23 y UN27-, es decir, donde las actividades curriculares se organizan de acuerdo a la configuración epistemológica que integra saberes y contenidos culturales, coinciden con los 4 campos de formación propuestos por el CIN (2013): disciplinar específica, pedagógica, general y práctica profesional docente. Cabe destacar que dichos planes tienen una fecha de creación posterior a la propuesta del CIN (2013), excepto el de UN16, el cual señala que toma como insumo para su propuesta un documento denominado “Anteproyecto Estándares para la Acreditación de la Carrera Profesorado Universitario en Matemática”.

Tabla 1. Preguntas orientadas al análisis de KoT (procedimientos)

PUM	Título otorgado	Alcances del título	Perfil del egresado	Requisitos de ingreso	Carga horaria de la carrera	Fundamentación	Objetivos	Organización del plan	Espacios curriculares
UN3	•	•			•				•
UN9	•				•	•		campos	•
UN12	•	•	•	•	•			ciclos	•
UN16	•	•	•	•	•	•	•	campos	•
UN18	•	•	•	•	•	•	•	campos	•
UN21	•	•	•		•	•	•	áreas	•
UN23	•	•	•	•	•			campos	•
UN26	•	•	•			•	•	áreas	•
UN27	•	•	•		•	•	•	campos	•

Nota. Elaboración propia

Por otro lado, de los 22 PUM de Tipo II (Tabla 2), 15 especifican el título que se otorga, 11 detallan los alcances y el perfil del egresado, aunque no los mismos para cada categoría, 7 indican la carga horaria, 5 los requisitos de ingreso, 2 la fundamentación y 2 la organización del plan, ambos en formato de ciclos. Ningún PUM brinda acceso a todas las categorías, y solo 3 cubren 6 de las 9 categorías. Además, 12 PUM detallan tres o menos categorías: todos activan espacios curriculares, 3 (UN5, UN11, UN25) coinciden también con la categoría de título otorgado, y otras 2 (UN19, UN24) agregan los alcances del título.

A pesar de lo expuesto en CIN (2013), solo 2 PUM (UN16, UN18) presentan todos los contenidos vertebrales. Incluso en UN3, UN6 y UN23 se detectan contenidos faltantes, aunque estos fueron explicitados en las resoluciones referidas a la estructura de planes de cada una de estas universidades.

Tabla 2. Información disponible en el plan de estudio de los PUM de Tipo II

PUM	Título otorgado	Alcances del título	Perfil del egresado	Requisitos de ingreso	Carga horaria de la carrera	Fundamentación	Objetivos	Organización del plan	Espacios curriculares
UN1	•	•	•	•					•
UN2	•	•		•					•
UN4	•	•	•	•					•
UN5	•								•
UN6			•	•		•			•
UN7			•						•
UN8		•							•
UN10	•		•					ciclos	•
UN11	•								•
UN13	•	•	•						•
UN14				•	•				•
UN15	•							ciclos	•
UN17									•
UN19	•	•							•
UN20	•	•	•		•	•			•
UN22	•		•	•					•
UN24	•	•							•
UN25	•								•
UN28	•	•	•						•
UN29	•	•	•				•		•
UN30		•			•				•
UN31					•				•

Nota. Elaboración propia

En cuanto a los espacios curriculares, se observa que todos los planes de estudio de los PUM del Tipo I, excepto de UN3, tienen la información completa. Sin embargo, resulta notable la diferencia en cuanto a los datos disponibles en los PUM del Tipo II (Tabla 3). Los nombres de las actividades curriculares son especificados por todos los PUM y el régimen de cursado por la mayoría. Cerca de dos tercios de los PUM presentan la carga horaria y las asignaturas correlativas, aunque no en simultáneo. Por último, los contenidos mínimos de las asignaturas solo se brindan en un PUM.

Tabla 3. Información disponible sobre los espacios curriculares en los PUM de Tipo II

PUM	Nombres asignaturas	Carga horaria asignaturas	Correlativas	Régimen de las asignaturas	Contenidos mínimos de las asignaturas
UN1	•			•	
UN2	•	•	•	•	
UN4	•	•		•	
UN5	•		•		
UN6	•		•	•	
UN7	•			•	
UN8	•				
UN10	•	•			
UN11	•	•		•	
UN13	•			•	
UN14	•	•			
UN15	•		•		
UN17	•	•	•	•	
UN19	•	•	•	•	•
UN20	•			•	
UN22	•	•	•	•	
UN24	•			•	
UN25	•	•	•	•	
UN28	•	•		•	
UN29	•		•	•	
UN30	•			•	
UN31	•	•	•	•	

Nota. Elaboración propia

Después del estudio estructural de los planes, se seleccionaron los espacios curriculares, que por su denominación, dan indicio de algún tipo de tratamiento geométrico. La carga horaria de las geometrías con relación al total de la carrera pudo analizarse en 19 PUM, la cual varía entre 0.03 y 0.11. Más de la mitad de los PUM tienen una proporción mayor o igual a 0.08, y aquellos PUM con una menor a 0.07 solo tienen una o dos asignaturas relacionadas al tema.

El momento de cursado de las geometrías dentro de la carrera se puede observar en 28 PUM. La mayoría (20) propone el abordaje de las geometrías en dos años de la carrera, aunque no en la misma ubicación; en general en 1° y 2° año. Los restantes lo hacen en uno o tres, en igual propor-

ción cada uno. En ningún plan se dispone su estudio en todos los años de cursado. Además, 20 de 28 PUM, un poco más del 70%, comienzan a trabajar con las geometrías desde el primer año de la carrera.

En 9 PUM se infiere el enfoque analítico o sintético por la denominación de las asignaturas. Por ejemplo, 5 PUM distinguen un espacio de "Geometría Analítica" y otro de "Geometría Sintética", "Geometría Axiomática" o "Geometría Euclidiana" (UN1, UN9, UN16, UN18, UN27). La UN10, además de estos dos espacios, agrega un tercero denominado "Geometría Clásica". La UN4 ofrece una única asignatura, pero su denominación "Geometría general y analítica" adelanta la presencia de ambos enfoques. Dos PUM (UN25 y UN28) ofrecen

“Geometría” y “Geometría Analítica”. A partir de ello, para establecer las conexiones entre los enfoques, resulta pertinente adentrarse en el análisis desde un próximo nivel. Bajo esa premisa, se procede a estudiar los contenidos mínimos de cada asignatura de los nueve PUM que los presentan.

Cuatro de estos nueve PUM corresponden a los seleccionados por contar con denominaciones de espacios curriculares que permiten inferir el tipo de enfoque (UN9, UN16, UN18, UN27). De los otros cinco (UN12, UN19, UN21, UN23 y UN26) sus denominaciones son del estilo “Geometría I” y sucesivamente. Detenerse en los contenidos mínimos permite reconocer el trabajo con las geometrías con mayor detalle y agregar asignaturas que en otro caso, solo por su denominación, no hubieran sido seleccionadas. Por ejemplo, en UN12 se incorpora “Álgebra lineal”, en UN26 se agrega “Fundamentos de Matemática”, y en UN18, “Práctica Educativa III”. Se observa que los nueve PUM abordan, en algún momento, contenidos referidos a Geometría Sintética y a Geometría Analítica. Sin embargo, en solo dos de ellos se plantea un trabajo conjunto de ambos enfoques: UN18 en Práctica Educativa III al mencionar la articulación entre aritmética y álgebra con Geometría Analítica y Geometría Sintética, y UN23 en Geometría del Plano y Geometría del Espacio al referenciar Enfoques sintético y analítico.

Se detectan contenidos mínimos comunes a los nueve PUM referidos a Geometría Sintética y Geometría Analítica: rectas y planos en R^2 y R^3 , cónicas y cuádricas, y transformaciones geométricas en el plano y en el espacio. Otros contenidos frecuentes en más de cuatro PUM son lugares geométricos y figuras planas, y construcciones con regla y compás. Cabe señalar que tales contenidos coinciden en su mayoría con los propuestos por el CIN (2013), donde se presentan con mayor detalle.

4.2. Fase 2

Se analizaron 33 planificaciones curriculares de asignaturas relacionadas a las geometrías, de los 12 PUM seleccionados de acuerdo a la región y a la disponibilidad de información. En relación con los contenidos vertebrales formales, todos los programas incluyen unidad académica, carrera y nombre del espacio; la mayoría (23 y 26, respectivamente) consigna año/semestre/cuatrimestre y carga horaria. El carácter es aclarado en muy

pocos programas (10), y el régimen de cursado se explicita solo en cuatro planificaciones, de diferentes PUM. Los espacios curriculares correlativos figuran en nueve asignaturas, de cuatro PUM. En su mayoría, se observa coherencia dentro de los espacios curriculares de un mismo PUM, con relación al tipo de información que presentan sus programas. Hay excepciones, como el caso de Geometría I y Geometría II en UN5, en que la primera explicita el régimen de cursado y la segunda omite la carga horaria.

En cuanto a los contenidos vertebrales pedagógicos, todos los programas incluyen contenidos, evaluación y bibliografía. Los contenidos en general luego se detallan por unidad en el programa analítico. En evaluación, acorde a normativas institucionales, se especifican métodos, regímenes de cursado, aprobación y promoción. La bibliografía, en general, está dividida en fundamental o básica y complementaria.

Los objetivos y las modalidades de trabajo se explicitan en gran parte de los programas. En menos de un tercio de los programas, lo hacen la fundamentación, los contenidos mínimos o sintéticos y las tareas/actividades. En particular, dentro de las tareas y actividades, se contemplan los trabajos prácticos por unidad y su forma de abordarlos, los tipos de clases, ya sean teóricas, prácticas, laboratorio, con sus respectivas técnicas expositivas, dialogadas, grupos de discusión, o interrogativas, de acuerdo con trabajo que se pretende (planeamiento de situaciones problemáticas para la cooperación entre estudiantes, espacios de indagación bibliográfica y discusión, uso de software). Los recursos/materiales, como pizarrón, guías, computadoras, útiles geométricos, software y material bibliográfico, y el cronograma por semana se abordan con menor frecuencia.

Solo un PUM (UN27) presenta en sus programas todos los contenidos vertebrales. En cuatro PUM (UN8, UN10, UN22 y UN27) todos sus espacios curriculares coinciden en qué contenidos vertebrales se explicitan; en los demás hay diferencias entre una asignatura y otra.

En cuanto al lugar otorgado a la Geometría Sintética y a la Geometría Analítica en cada programa, en los 12 PUM el enfoque analítico se aborda en una sola asignatura, excepto en UN6, en que no se explicita en ningún espacio curricular. Específicamente, en seis (UN8, UN17, UN22, UN23, UN27 y UN29) se encuentra en el primer año de la carre-

ra y previo a la Geometría Sintética; esto último también se respeta en UN10, solo que en segundo año. De igual manera, en cuatro PUM se trabaja en asignaturas cuya denominación incluye también el álgebra, por ejemplo, Álgebra y Geometría Analítica en UN23 o Álgebra I en UN29. En otros tres, se explicita el espacio curricular como Geometría Analítica, y en dos, algún nombre referido a las geometrías de forma más general, como Geometría II en UN5 o en UN21. Por último, en UN26 se propone el espacio curricular Geometría plana y espacial que trabaja con ambos enfoques en diferentes unidades (ver Figura 4), aunque no se detecta relación entre las mismas.

Figura 4. Ejemplo 1 de enfoques sintético y analítico a nivel planificación curricular

<p>Tema I: Conceptos básicos</p> <p>Puntos. Rectas, planos. Espacio como conjuntos de puntos. Puntos alineados. Rectas concurrentes. Rectas secantes. Puntos y o rectas coplanares. Rectas a alabeadas. Paralelismo entre rectas y o planos. Axiomas de incidencia. Relación de orden. Relación estar entre. Axioma de orden para los puntos de una recta. Semirrecta, origen; Semirrectas abiertos, cerradas, opuestas. Segmento, extremos; Segmentos abiertos, cerrados, semiabiertos. Conjuntos convexos.</p> <p>(...)</p> <p>Tema XII: Sistemas de coordenadas para el plano y para el espacio. Aplicaciones</p> <p>Coordenadas cartesianas para el plano. Condición de alineación de tres puntos. Ecuación de una recta. Coordenadas cartesianas ortogonales. Distancia. Entre dos puntos. Ecuación de una circunferencia. Sistema de abscisas para las semirrectas de un haz. Función E de R sobre S, la circunferencia de radio 1. Funciones trigonométricas. Propiedades. Aplicación a problemas relativos a triángulos. Teoremas del seno y del coseno. Coordenadas polares para el plano. Coordenadas cartesianas ortogonales para el espacio. Coordenadas cilíndricas. Coordenadas esféricas. Aplicaciones.</p>

Nota. Extraído de la asignatura Geometría plana y espacial de UN26

Respecto a la relación con el enfoque analítico, en UN26 se propone una asignatura optativa denominada Geometría Axiomática, en cuyo programa (Figura 5) se aclara, para cada unidad, el tipo de tratamiento que se le da (sintético y/o analítico), aunque no se explicita de qué manera y si se relacionan ambos.

Figura 5. Ejemplo 2 de enfoques sintético y analítico a nivel planificación curricular

<p>TEMA VI: Proyectividades. (Tratamiento sintético y analítico)</p> <p>Proyectividad como composición de perspectivas. Ecuación de la proyectividad. Puntos unidos. Teorema fundamental. Razón doble de cuatro puntos alineados o de cuatro rectas concurrentes. Definición de relación de separación para un cuerpo K que incluye a Q. Segmentos y ángulos proyectivos.</p> <p>TEMA VII: Cónicas (Tratamiento sintético y analítico)</p> <p>Cónica puntual y cónica tangencial. Teoremas de Steiner, Pascal y Brianchon. Polaridad. Relación entre cónica puntual y tangencial. Ecuación de la cónica. Ecuación general de segundo grado. Puntos comunes a puntuales y cónicas, para $K = R$ o $K = C$.</p> <p>TEMA VIII: Plano afín, dentro de un plano proyectivo desarguiano. (Tratamiento sintético)</p> <p>Paralelogramos. Segmentos congruentes por traslación. Punto medio de un segmento. Clasificación de cónicas en el plano afín. Centro y diámetros de una cónica.</p> <p>...</p>
--

Nota. Extraído de la asignatura Geometría axiomática de UN26

Solo en UN23 figura como contenido “Enfoques sintético y analítico”. Y en otros dos PUM (UN5 y UN21) se puede detectar intencionalidad de abordar ambas geometrías en comparación con la fundamentación (ver Figura 6) o los objetivos (ver Figura 7) de la segunda asignatura de geometrías del plan, en la cual se aborda la Geometría Analítica después de haber trabajado en la primera la Geometría Sintética.

Figura 6. Ejemplo 3 de enfoques sintético y analítico a nivel planificación curricular

FUNDAMENTACION	<p>Por el empleo conveniente de las coordenadas se hizo posible representar los puntos de una figura geométrica por medio de números, y las líneas y superficies por medio de ecuaciones, resolviendo los problemas geométricos por la vía algebraica. En lugar de considerar cada figura geométrica en forma aislada, la Geometría Analítica aborda las cuestiones de modo general, resolviéndolos de modo tal que sea aplicable a cualquier figura en particular.</p> <p>La representación de las líneas y superficies por ecuaciones y el problema recíproco, o sea, la búsqueda de las líneas o superficies representantes de determinadas ecuaciones, provocó el descubrimiento y el estudio de las propiedades de un sinnúmero de curvas y superficies desconocidas en la Geometría elemental, y la aplicación del cálculo algebraico a la resolución de los problemas geométricos dio lugar a importantes aportes al Cálculo infinitesimal.</p> <p>La asignatura consta de dos partes: la geometría en el plano y la geometría en el espacio, contando con los aportes del lenguaje vectorial para simplificar las definiciones de los conceptos.</p>
-----------------------	--

Nota. Extraído de la asignatura Geometría II de UN5

Figura 7. Ejemplo 4 de enfoques sintético y analítico a nivel planificación curricular

<p>3- OBJETIVOS GENERALES:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Que los alumnos logren adquirir nuevas estrategias para analizar y validar resultados que ellos mismos produzcan como consecuencia de la interacción con una situación problemática planteada. 2. Que los alumnos conozcan y caractericen las distintas curvas y superficies tanto en el plano como en el espacio. 3. Que los alumnos puedan describir un mismo objeto geométrico de dos formas distintas: ya sea haciendo uso de la herramienta algebraica o de la geometría elemental.

Nota. Extraído de la asignatura Geometría II de UN21

5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados muestran que la falta de integración entre los enfoques sintético y analítico en la escuela secundaria señalada por Gascón (2002), pareciera replicarse en los niveles de concreción curricular estudiados en los PUM de Argentina. De acuerdo con el análisis realizado, tanto en los planes de estudio como en las planificaciones de los espacios curriculares, no se explicita la complementariedad y continuidad de estas geometrías. Esto limita una comprensión integrada de las geometrías (Bonilla y Parraguez, 2013), como así también de sus fundamentos, lo cual preocupa en la formación de profesores de quienes se espera que enseñen, a futuro, esta área de la matemática.

En relación con la primera pregunta de investigación ¿De qué manera se incluyen y organizan las geometrías del plano en los planes de estudio vigentes de PUM de la República Argentina? referida a la Fase 1, se definieron contenidos vertebrales referidos a la carrera y a los espacios curriculares. Sin embargo, a partir de los primeros, no fue posible advertir el lugar de las geometrías en cada PUM, dado que solo establecen un marco general de la carrera y ninguna área de la matemática se menciona explícitamente, sino que se habla siempre de la disciplina en general. Aun así, se consideró necesario su análisis para poner en contexto la situación de cada plan de estudio, como objetivación de los proyectos institucionales (Salit, 2011).

Los primeros indicios de las geometrías se detectaron desde la categoría “Espacios curriculares”, aunque solo en 9 de los 31 PUM fue posible distinguir el trabajo con cada enfoque solo por el nombre del espacio. Por ello se definieron contenidos vertebrales referidos a estos espacios que, por su denominación, daban idea de tratamiento geométrico. A partir de la “Carga horaria” fue posible establecer un primer papel de las geometrías en cada carrera, al estudiar la relación con la carga horaria total de la misma. También, los “Contenidos mínimos” permitieron un primer acercamiento al lugar de la Geometría Analítica y Sintética dentro de cada plan. Sin embargo, esta información se presentó de manera heterogénea entre los PUM de Tipo I y II, y no fue posible estudiarlo en todos ellos. Por tal razón, fue necesaria la Fase 2.

En cuanto a la segunda pregunta de investigación ¿Cómo se articulan los enfoques sintético y

analítico en las planificaciones de actividades curriculares disciplinares vinculadas a los espacios donde están presentes las geometrías del plano en los PUM del país?, en la Fase 2 se analizaron contenidos vertebrales formales y pedagógicos. Los primeros fueron de utilidad para contextualizar las asignaturas, y solo a partir de los segundos se observó la presencia de las geometrías. Sin embargo, a partir del estudio global de los mismos, se concluye sobre la vacancia en cuanto a la complementariedad y continuidad de los enfoques sintético y analítico en los PUM, al menos de forma explícita. En la mayoría de los PUM pareciera trabajarse de forma separada, por un lado, la Geometría Sintética (“Geometría Clásica”, “Geometría Sintética”, “Geometría Axiomática”, “Geometría Euclidiana”), y por otro, la Geometría Analítica (“Geometría Analítica”, “Álgebra y Geometría Analítica”). Surge entonces la necesidad de adentrarse aún más en la enseñanza de estos enfoques para entender qué es lo que sucede efectivamente en las clases. Esto principalmente si se considera el currículum como aquel conformado por aspectos estructurales-formales, como los analizados en este trabajo, y también por su desarrollo procesal-práctico (De Alba, 1994), dado que es en el ámbito práctico o del aula donde se implementan diferentes acciones para ponerlo en juego (Camilloni, 2018).

Se concluye que la heterogeneidad hallada en cuanto a la información disponible de forma online o a las estructuras de los documentos curriculares, responde a la autonomía de las UUNN de la Argentina (lo cual establece la Ley de Educación Superior N° 24521 promulgada en 1995). Si bien no consiste en un impedimento para el análisis, resulta convocante interpelar ciertos componentes del currículum, principalmente en carreras de formación de profesores con incumbencia a nivel nacional. Los componentes vertebrales definidos en esta investigación, tanto de los planes como de las planificaciones, podrían ser un camino hacia ello dado que revisten de importancia para distintos aspectos. Más allá de los propios referidos al enmarque dentro de la carrera de utilidad para su organización, el “Título”, los “Alcances” y el “Perfil del egresado” reflejan las necesidades de cambio social, político, cultural, científico y laboral y orientan las etapas posteriores del diseño del plan (Mora Vargas, 2001). Los “Requisitos de ingreso” determinan el sector de la sociedad hacia el cual se dirige la carrera. La “Fundamentación” y los

“Objetivos”, orientados por los alcances y el perfil buscado (Mora Vargas, 2001), son el corazón del documento curricular, reflejan aspectos culturales, sociales, políticos, laborales y profesionales esperados en los futuros egresados, y en concordancia con lo señalado por Pérez Hernández et al. (2017), son la base para la definición de los demás contenidos.

Por otra parte, desde la lente del MTSK, los contenidos vertebrales definidos aportan a la formación docente y al conocimiento especializado de los futuros profesores. Por ejemplo, la “Fundamentación” y los “Objetivos” de la carrera y de los espacios curriculares son categorías fértiles para reflejar las creencias de la matemática y de su enseñanza, y de las geometrías en particular, en tanto cimientan los demás contenidos.

En las planificaciones curriculares, los “Contenidos” (ya sean mínimos o por unidades) forman el KoT, en términos de fundamentos teóricos y las geometrías que deben conocer los estudiantes. Para definir las “Modalidades de enseñanza-aprendizaje”, que son parte del KMT, se requiere el KFLM, puesto que es necesario el conocimiento sobre los estudiantes, las formas de trabajar, los tipos de clases y las teorías de aprendizaje de las geometrías que avalan lo anterior. De igual manera para las “Tareas y actividades”.

La elección de “Recursos y materiales” también aporta al KMT. Cabe destacar que, si bien la definición de recurso es amplia, se lo considera como aquel material didáctico que trasciende la intención original de uso y permite aplicaciones variadas (Grossi y Schaefer, 2023). Los recursos didácticos son el medio para fomentar habilidades matemáticas (Menna et al., 2019), y en particular, utilizarlos en geometría permitiría a los estudiantes conocer otras formas de razonar, inferir y producir propiedades desde el sentido visual y táctil.

Sin embargo, se observan vacancias en la formación de otros subdominios del MTSK desde las planificaciones. Por un lado, en cuanto a la distinción, caracterización, continuidad y complementariedad de los enfoques sintético y analítico. Pero también con relación al uso de softwares, los procedimientos y estrategias geométricas, la articulación con otras geometrías, los tipos de errores, dificultades y razonamientos geométricos de estudiantes, entre otros. No especificar estos aspectos en la diagramación de los documentos curriculares puede afectar la formación integrada

del conocimiento especializado en geometrías de los futuros profesores, dado que algunos subdominios quedan a criterio del docente al momento de poner en práctica la planificación en el trabajo áulico.

Se proponen entonces en la Tabla 4 ciertos componentes deseables en los documentos curriculares para la formación de profesores en Matemática, con el objetivo de aportar al conocimiento especializado para la enseñanza de las Geometrías Sintética y Analítica. Los mismos se desarrollan también en base a los resultados obtenidos en una tercera fase de la investigación referida al trabajo didáctico en el aula (Schaefer y Sgreccia, 2025a, 2025b, 2025c).

Tabla 4. Componentes curriculares deseables para la formación docente en geometrías

Componente curricular	Subdominios asociados	Conocimiento que aporta
Contenidos conceptuales de las geometrías planas	KoT	Definiciones y propiedades geométricas
Análisis de procedimientos y estrategias de resolución válidos, con distinción entre enfoque sintético y analítico	KoT	
KPM	Procedimientos de resolución	
Estrategias de resolución		
Representaciones geométricas: diversidad, distinción y elección	KoT	
KPM		
KMT	Registros de representación	
Distinción entre dibujo y formalización		
Elección de representación		
Enfoques geométricos: qué son, qué los caracteriza, relaciones	KSM	Enfoques geométricos como estructura matemática
Geometría Sintética y Analítica: caracterización, distinción, complementariedad, continuidad	KoT	
KSM	Caracterización geometrías	
Geometría Analítica como modelo axiomático		
Apoyo y conexión con otras geometrías, de otras asignaturas y niveles	KSM	Apoyo en geometrías conocidas, articulación vertical
Software geométrico: herramientas, relación de las mismas con conceptos geométricos, elección y cuándo utilizarlo	KoT	
KSM		
KMT	Manejo de software	
Relación herramienta-concepto		
Elección de software		
Análisis del lugar que ocupan los enunciados en la elección de enfoque geométrico	KMT	Elección de enunciados
Errores y dificultades comunes en la resolución de problemas geométricos	KFLM	Prevención de errores y dificultades
Anticipación de razonamientos estudiantiles		

Nota. Elaboración propia

De este modo, como también han advertido Carillo-Yañez et al. (2018) y Montes et al. (2019) acerca del conocimiento del profesor en Matemática, el MTSK ha brindado coordenadas útiles para reflexionar sobre los elementos que lo conforman y ordenar el contenido, en este caso geométrico, de la formación inicial. A través de su estudio, se pueden reconocer necesidades de conocimiento, para transformarlas en oportunidades de comprensión, y habilitar a cuestionar lo que se enseña y aprende desde diferentes dimensiones (Sosa, 2014). Esto aporta sistematicidad a la planificación de los contenidos que se recomiendan abordar en el programa de formación, y en particular en este caso, a la elaboración de documentos curriculares que incorporen la articulación de los enfoques sintético y analítico de las geometrías que forman parte, a su vez, de los diseños curriculares del sistema educativo obligatorio del país (Ministerio de Educación de la República Argentina, 2012, 2018).

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se realiza un recorrido curricular de las geometrías del plano en la formación docente, en particular, en los PUM de Argentina. Se estudian los planes de estudio y las planificaciones curriculares de los espacios curriculares asociados a las geometrías. En estos últimos, se pone énfasis en la búsqueda de indicios de articulación entre la Geometría Sintética y la Analítica. Frente a la heterogeneidad en cuanto al tipo de información disponible de cada PUM y del formato de los documentos, se destaca el aporte de los contenidos vertebrales (Figuras 2 y 3) para desmenuzar la información y realizar un análisis curricular general, para detectar el trabajo con Geometría Sintética, Geometría Analítica y su complementariedad en la formación de profesores.

Otra contribución es la articulación del análisis curricular y el MTSK, siendo este último un modelo especializado en el conocimiento del profesor en Matemática que permite interpretar los datos, poner en discusión lo que se enseña y se aprende, detectar vacancias de conocimiento y proyectar componentes curriculares deseables para la formación docente en geometrías del plano.

Los resultados presentados pueden ser de utilidad para organizar futuras revisiones de planes de estudio y la confección de nuevas planificaciones curriculares. Permiten replantear lo existente y discutir aspectos deseables en la formación de profesores, en particular en lo referido a geometrías del plano, con el afán de superar las problemáticas de su enseñanza (desvalorización, desarticulación, pérdida epistemológica, escasa formación según lo presentado en el apartado de introducción). Constituye también un desafío avanzar hacia estudios análogos a escala latinoamericana, lo cual es necesario dada la presencia de las geometrías en los sistemas educativos de la región y al mismo tiempo factible, dada la colaboración en comunidades académicas con tal fin.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ander-Egg, E. (1993). Introducción a las metodologías de investigación. Lumen.
- Aray Andrade, C.A., Párraga Quijano, O. F. y Chun Molina, R. (2019). La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad Técnica de Manabí. *Rehuso*, 4(2), 20-31. <https://doi.org/10.33936/rehuso.v4i1.1622>
- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Barrantes, M., López, M. y Fernández, M. (2015). Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. *PNA*, 9(2), 107-127. <https://doi.org/10.30827/pna.v9i2.6105>
- Bonilla, D. y Parraguez, M. (2013). La Elipse desde la perspectiva de la Teoría de los Modos de Pensamiento. En R. Flores (ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 26, 611-618. https://www.etnomatematica.org/memorias/ALME_26.pdf
- Camilloni, A. (2017). Ensayos: Tendencias y formatos en el currículo universitario. *Itinerarios Educativos*, (9), 59-87. <https://doi.org/10.14409/ie.v0i9.6536>
- Camilloni, A. (2018). Didáctica y currículo universitario: palabras, conceptos y dilemas conceptuales en la construcción del conocimiento didáctico. *InterCambios: Dilemas y Transiciones de la Educación Superior*, 5(2), 10-23. <https://hdl.handle.net/20.500.12008/21053>
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. y Muñoz-Catalán, M. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser y M. Mariotti (eds.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp.2985-2994). ERME. <http://erme.site/cerme-proceedings-series/>
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar- González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Ciccioli, V. (2020). Conocimiento Matemático para la Enseñanza de la geometría analítica: el caso del Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de Rosario [Tesis de Doctorado]. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. <https://www.ridaa.unicen.edu.ar/handle/123456789/2302>
- Climent, N., Contreras, L.C., Montes, M. y Ribeiro, M. (2024). The MTSK model as a tool for designing tasks for teacher education. *Mathematics Education*, 56, 1123-1135. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01605-8>
- Consejo Directivo Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. (2014). Resolución 869/2014. Universidad Nacional de Rosario.
- Consejo Interuniversitario Nacional (2013). Estándares para la Acreditación de las carreras de Profesorado Universitario en Matemática. <https://www.cin.edu.ar/comisiones/asuntos-academicos-material-en-tratamiento/subcomision-de-profesorados/>
- Consejo Superior Universidad de Buenos Aires. (2023). Reglamento para la creación y modificación de planes de estudio de carreras de grado. Código de la UBA. https://codigo.rec.uba.ar/codigo_uba/libro-i-normas-generales-de-la-universidad-de-buenos-aires-1/titulo-18-grado/capitulo-a-reglamento-para-la-creacion-y-modificacion-de-planes-de-estudio-de-carreras-de-grado/
- Consejo Superior de la Universidad Nacional de Córdoba. (2019). Pautas para estructurar un plan de estudios en modalidad presencial o distancia. Universidad de Córdoba.
- Consejo Superior de la Universidad Nacional de Rosario. (2020). Resolución 25339/2022. Universidad Nacional de Rosario.
- De Alba, E. (1994). *Curriculum: crisis, mito y perspectivas*. Niño y Davila Editores.
- Dos Santos Moreira, P. y Pinto, T. (2022). Geometry in mathematics teaching in undergraduate courses at Brazilian federal universities. *Acta Sci*, 24(8), 99-133. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7133>
- Echeverría Anaya, J. (2015). Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica, mediado por el GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria [Tesis de Maestría]. Pontificia Universidad Católica del Perú <http://hdl.handle.net/20.500.12404/6756>
- Eugui, N. (2023). Enseñanza de la geometría en la escuela secundaria: análisis de los diseños curriculares de los últimos 160 años [Tesis de Licenciatura]. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. <https://www.ridaa.unicen.edu.ar/handle/123456789/4087>
- Fernández, G. y Gysin, L. (2010). Una propuesta para enseñanza geometría proyectiva en la formación de profesores de matemática. *Revista de Educación Matemática*. <https://doi.org/10.33044/revem.10232>

- Ferraris, C. y Montoro, V. (2004). Una propuesta centrada en lo procedimental para el tratamiento de la geometría euclídea en la formación de profesores. *Revista de Educación Matemática*, 19(1), 20-32. <https://doi.org/10.33044/revem.10833>
- Ferreira Santos, L. y De Melo Teles, R. (2021). Conhecimento dos professores sobre geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: uma visão do estado da arte. *EMP*, 23(1), 79-111. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i1p79-111>
- Gascón, J. (2002). Geometría sintética en la ESO y analítica en el Bachillerato. ¿Dos mundos completamente separados? *Suma*, 39, 13-25. <https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/39/013-025.pdf>
- Gómez Calalán, J. y Andrade-Molina, M. (2022). Discordancias del currículo escolar: Homotecia más allá de la proporcionalidad. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 14(1), 31-42. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v14i1.105>
- Grossi, S. y Schaefer, L. (2023). Recursos didácticos en la enseñanza de la Matemática: articulando niveles. *Novedades Educativas*, 384, 42-49.
- Gvirtz, S. y Palamidessi, M. (1998). El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza. Aique.
- Henríquez-Rivas, C. y Montoya-Delgadillo, E. (2016). Espacios de trabajo geométrico sintético y analítico de profesores y su práctica en el aula. *Enseñanzas de las Ciencias*, 33(2), 51-70. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1408>
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación (6ta ed.). Mc Graw Hill.
- Jones, K. (2000). Critical Issues in the Design of the Geometry Curriculum. En B. Barton (ed.), *Readings in Mathematics Education* (pp.75-90). University of Auckland.
- Marradi, A., Archenti, N. y Piovani, J. (2007). Metodología de las Ciencias Sociales. Emecé.
- Mejía Navarrete, J. (2011). Problemas centrales del análisis de datos cualitativos. *Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social*, 1, 47-60.
- Méndez, N. (2010). Propuesta de capacitación para la enseñanza de la geometría. *Revista de Educación Matemática*. <https://doi.org/10.33044/revem.10226>
- Mengarelli, M.S., Menna, C. y Sgreccia, N. (2019). Profesorados Universitarios en Matemática de Argentina: un recorrido por sus planes de estudio. En J. Aguirre, L. Proasi y C. De Laurentis (eds.), *Actas del VII Congreso Latinoamericano: prácticas, problemáticas y desafíos contemporáneos de la Universidad y del Nivel Superior* (pp.1022-1028). Universidad Nacional de Mar del Plata. <http://hdl.handle.net/2133/17668>
- Menna, C., Mengarelli, M., Schaefer, L. y Sgreccia, N. (2019). Hacer matemática con Recursos Didácticos y Juegos Educativos. *Novedades Educativas*, 31(339), 25-33.
- Ministerio de Educación de la República Argentina. (2012). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Ciclo Básico. Educación Secundaria. Matemática. Buenos Aires. <https://www.educ.ar/recursos/110570/nap-matematica-educacion-secundaria-ciclo-basico>
- Ministerio de Educación de la República Argentina. (2018). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Ciclo Orientado. Educación Secundaria. Matemática. Buenos Aires. <https://www.educ.ar/recursos/132578/nap-matematica-educacion-secundaria-ciclo-orientado>
- Moise, E. E. (1990). *Elementary geometry from an advanced standpoint*. Addison-Wesley.
- Monetti, E. y Molina, M. (2024). La planificación didáctica y su enseñanza en la formación docente: entramado de sentidos, representaciones y prácticas. *Espacios en blanco*, 1(34). <https://doi.org/10.37177/UNICEN/EB34-387>
- Montes, M., Contreras, L.C. y Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 403-410). SEIEM. <https://www.seiem.es/acta/xvii-2013-bilbao/>
- Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L., Liñán-García, M. y Barrera-Castanardo, V. (2019). Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: una propuesta desde el modelo MTSK. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. González (eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 157-176). Ediciones Universidad Salamanca. <https://eusal.es/eusal/catalog/book/978-84-1311-073-8>
- Mora Vargas, A. (2001). Los contenidos curriculares del plan de estudios: una propuesta para su organización y estructura. *Revista Educación*, 25(2), 147-156. <https://doi.org/10.15517/revedu.v25i2.3588>
- Peña Vera, T. y Pirela Morillo, J. (2007). La complejidad del análisis documental. *Información, Cultura y Sociedad*, (16), 55-81. <http://repositorio.filo.uba.ar/handle/filodigital/8052>
- Pérez Hernández, A., Méndez Sánchez, C., Pérez

Arellano, P. y García Sastré, J. (2017). Los programas de estudio en la educación superior: orientaciones para su elaboración. *Perspectivas docentes*, (62), 21-31.

Portalone Crescenti, E. (2008). A formação do professor de matemática: aprendizagem da geometria e atuação docente. *Práxis Educativa*, 3(1), 81-94. <https://doi.org/10.5212/PraxEduc.v.3i1081094>

Quijano, M.T. y Corica, A.R. (2021). La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria argentina: análisis de un diseño curricular. *Revista de Educación*, 12(22), 403-417. https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/article/view/4814/5012

Salit, C. (2011). Procesos de cambio curricular en la Universidad. Aportes desde una lectura en clave pedagógica. *Revista Argentina de Educación Superior*, 3(3), 10-25. https://www.untref.edu.ar/raes/documentos/raes_3_salit.pdf

Schaefer, L. y Sgreccia, N. (2025a). Complementariedad de las geometrías sintética y analítica: el caso del Profesorado en Matemática de la UNR. En S. Scaglia, K. Temperini y M. Götte (Comps.), *Actas de las VIII Jornadas de Educación Matemática y V Jornadas de Investigación en Educación Matemática. Miradas y desafíos de la educación matemática en el Siglo XXI* (pp. 323-335). Universidad Nacional del Litoral. <https://www.fhuc.unl.edu.ar/institucional/wp-content/uploads/sites/3/2018/08/Miradas-y-desafios-de-la-educación-matemática-en-el-Siglo-XXI.pdf>

Schaefer, L. y Sgreccia, N. (2025b). Conocimiento matemático para la enseñanza de la complementariedad de las geometrías sintética y analítica en el PUM. En N. Sgreccia (Comp.), *Memorias de las Terceras Jornadas de Práctica Profesional Docente en Profesorados Universitarios en Matemática* (pp. 162-182). Editorial Asociación de Profesores de la Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería de la Universidad Nacional de Rosario. <https://hdl.handle.net/2133/31023>

Schaefer, L. y Sgreccia, N. (2025c). El Conocimiento de la Disciplina en la Formación de Profesores en Matemática: estudio de la complementariedad de las geometrías sintética y analítica. *Bolema*, 39, 1-22. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v39a230229>

Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>

Siles Vega, T. (2024). Situación adidáctica para el tránsito de la homotecia en el plano euclidiano a la homotecia vectorial. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 16(3), 88-106. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v16i3.167>

Sosa, L. (2024). El modelo MTSK como soporte de crecimiento profesional del formador. *PNA*, 18(5), 523-549. <https://doi.org/10.30827/pna.v18i5.29828>

Terigi, F. (1999). *Curriculum. Itinerarios para aprender un territorio*. Santillana.

Torres Muñoz, A. (1997). Estructura metodológica del programa de una asignatura. *Revista de la Facultad de Ingeniería-Universidad Militar Nueva Granada*, 47-55.

Zakaryan, D. y Sosa, L. (2021). Conocimiento del profesor de secundaria de la práctica matemática en clases de geometría. *Educación Matemática*, 33(1), 71-97. <https://doi.org/10.24844/em3301.03>



PRAXEOLOGÍAS EN LA CONSTRUCCIÓN DE TABLAS DE FRECUENCIA EN ESTUDIANTES DE 2° BÁSICO: UN ANÁLISIS DESDE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

CONSTRUCTION OF FREQUENCY TABLES IN 2ND GRADE: AN APPROACH FROM THE ANTHROPOLOGICAL THEORY OF THE DIDACTICS

Javiera Paz Lizana Beltrán

beltranlizana@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0001-2969-1488>

Universidad de O'Higgins

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo describir la organización y representación de datos que estudiantes de segundo año básico (7-8 años) realizan al construir una tabla de frecuencias, identificando las técnicas empleadas y las dificultades que emergen en este proceso. Desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico, se analiza la praxeología asociada a esta construcción, considerando tareas, técnicas, tecnologías y teorías. Metodológicamente, se diseñó una actividad en la que los estudiantes recolectaron, organizaron y representaron datos, analizando sus producciones a través de videgrabaciones y registros escritos. Los resultados muestran que los estudiantes utilizaron listas y marcas de conteo antes de avanzar hacia la estructura tabular, pero presentaron dificultades en la alineación de datos y encabezados. Aquellos que organizaron previamente la información lograron una mejor representación tabular. Se concluye que la enseñanza de la estadística en los primeros años debe incluir progresiones didácticas que fomenten la construcción activa de tablas, permitiendo transitar desde representaciones concretas a formas más abstractas.

Palabras clave:

Teoría Antropológica de lo Didáctico; praxeología; estadística; tabla de frecuencia; educación estadística

ABSTRACT

This study aims to describe the ways in which second-grade primary students (ages 7–8) organize and represent data when constructing a frequency table, identifying the techniques employed and the difficulties that emerge in this process. From the perspective of the Anthropological Theory of the Didactic, the praxeology associated with this construction is analyzed, considering tasks, techniques, technologies, and theories. Methodologically, an activity was designed in which students collected, organized, and represented data, and their productions were analyzed through video recordings and written records. The results show that students used lists and tally marks before progressing toward a tabular structure, but experienced difficulties with data alignment and the use of headings. Students who organized the information beforehand achieved more effective tabular representations. It is concluded that the teaching of statistics in the early grades should include didactic progressions that promote the active construction of tables, enabling students to move from concrete representations to more abstract forms.

Keywords:

Anthropological Theory of the Didactics; praxeology; statistics; frequency table; statistical education

1. ANTECEDENTES Y PROBLEMÁTICA

El desarrollo del pensamiento estadístico en la educación básica constituye un aspecto fundamental en la formación de ciudadanos capaces de interpretar y comunicar información basada en datos. En el currículo chileno, la enseñanza de la estadística comienza desde 1° básico (6-7 años), en que se proponen actividades relacionadas a la recolección, organización y representación de datos en tablas y gráficos simples (Ministerio de Educación, 2012). Sin embargo, en la práctica actual, la enseñanza suele centrarse en la lectura e interpretación de representaciones ya elaboradas, sin promover la construcción activa de las mismas (Arteaga et al. 2011; Díaz-Levicoy et al., 2023). Esta distancia entre los documentos curriculares y la práctica docente genera una brecha en la comprensión de los procesos implicados en la elaboración de tablas de frecuencia.

Diversos estudios han destacado que la comprensión de tablas estadísticas es un componente esencial de la alfabetización estadística, pues permite a los estudiantes organizar la información y reconocer patrones en los datos (Díaz-Levicoy et al. 2023). No obstante, la transformación de datos individuales en frecuencias organizadas no es un proceso intuitivo, ya que implica una reestructuración cognitiva más compleja que el simple conteo secuencial (Estrella y Estrella, 2020). En los primeros años de escolaridad, los estudiantes requieren apoyos concretos y secuencias didácticas progresivas que los conduzcan desde las listas, marcas de conteo y pictogramas hacia estructuras más abstractas, como las tablas (Díaz-Levicoy et al., 2023).

A pesar de la relevancia de este objeto matemático, existe poca literatura sobre las construcciones de tablas por estudiantes en sus primeros años de escolaridad, puesto que la mayoría de las investigaciones se han enfocado a partir del segundo ciclo básico, es decir, en los niveles de 4° a 8° básico, en que los estudiantes ya poseen nociones más consolidadas de números, conteos y frecuencias (Álvarez et al., 2020; Arteaga et al., 2011). En consecuencia, se desconoce cómo los estudiantes del primer ciclo de año básico enfrentan la tarea de construir una tabla, qué procedimientos emplean de manera espontánea y cuáles son las principales dificultades que emergen durante este proceso.

Desde la perspectiva de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999), la construcción de una tabla de frecuencias puede interpretarse como una organización praxeológica que articula tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías. Sin embargo, en el campo de la educación estadística inicial aún no se han documentado de forma sistemática las praxeologías asociadas a la construcción de tablas en los primeros años de escolaridad. Esta ausencia constituye un vacío relevante, pues limita la comprensión de cómo los estudiantes desarrollan las estrategias de organización y representación de datos, así como la función mediadora del docente en la institucionalización de dichas prácticas (Bosch y Gascón, 2009).

Desde estos antecedentes, la presente investigación busca aportar evidencias sobre las formas en que estudiantes de 2° Básico organizan y representan datos cuando se enfrentan a la construcción de una tabla de frecuencias, considerando tanto las estrategias que emplean de manera espontánea como las dificultades que emergen durante el proceso. Examinar estas acciones permite comprender las bases del pensamiento estadístico temprano y avanzar hacia progresiones didácticas fundamentadas, que favorezcan el tránsito desde una representación concreta de datos hacia estructuras tabulares más abstractas. De este modo, se espera contribuir a una enseñanza de la estadística más significativa y coherente con el desarrollo cognitivo de los primeros años de escolaridad. Por lo tanto, se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo organizan y representan datos estudiantes de 2° Básico al construir una tabla de frecuencias y qué dificultades presentan en este proceso?

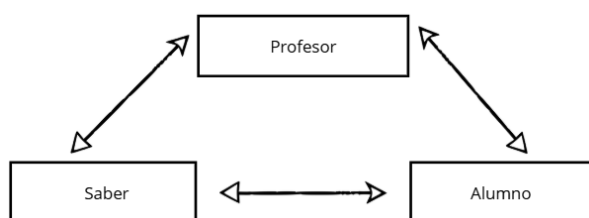
2. MARCO TEÓRICO

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) propuesta por Chevallard (1999) constituye un marco epistemológico que permite el estudio de la actividad matemática como una práctica humana situada en instituciones sociales específicas. Este enfoque no solo considera los procesos cognitivos individuales, sino las condiciones institucionales que delimitan qué matemáticas se enseñan y la forma en que deben ser enseñadas. Esta perspectiva es pertinente para el presente estudio, ya que busca comprender cómo estudiantes de 2° Básico organizan y representan datos al construir

una tabla de frecuencias, ya que dicha actividad no depende solamente de acciones individuales, sino también de las formas institucionalizadas de hacer matemática.

Dentro de la TAD, la transposición didáctica describe la transformación del saber sabio (o científico) en saber enseñado, es decir, conocimiento adquirido por los y las estudiantes en el sistema escolar (Bosch y Gascón, 2009). Como muestra la Figura 1, dicho proceso se produce dentro del sistema didáctico conformado por el profesor, alumno y saber, cuyos roles e interacciones influyen directamente en la manera en que los estudiantes abordan la construcción de una tabla de frecuencias.

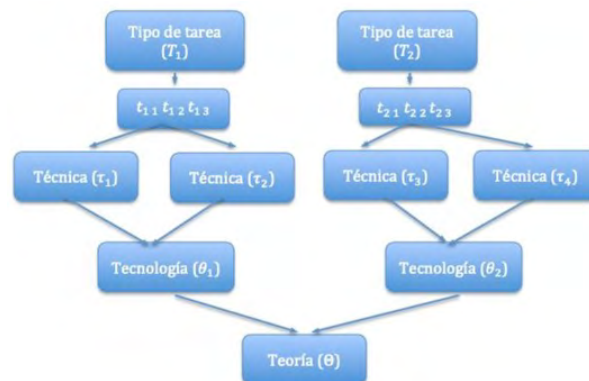
Figura 1. Sistema didáctico



A partir de lo anterior, Chevallard (1999) sostiene que toda actividad humana puede describirse como un modelo único que lo resume como praxeología, compuesta por un tipo de tarea (T), una técnica (τ) utilizada para resolverla, tecnología (θ) que justifica dicha técnica y teoría (Θ) que legitima su validez. Este modelo resulta fundamental para analizar prácticas matemáticas escolares porque permite describir no solo lo que los estudiantes hacen, sino también cómo y por qué lo hacen. Para esta investigación, T corresponde a organizar y representar datos en una tabla de frecuencias; las τ incluyen procedimientos como elaborar listas, usar marcas de conteo o construir una tabla directamente; las θ se relacionan con agrupar antes de tabular o utilizar marcas para facilitar el conteo; y la Θ se vincula con principios elementales de la estadística descriptiva.

La Figura 2 muestra la arborescencia praxeológica, la que permite visualizar como una tarea puede descomponerse en subtareas y cómo estas se organizan jerárquicamente, lo cual es pertinente para este estudio porque los estudiantes no construyen una tabla de manera lineal, sino mediante un tránsito entre diferentes niveles de organización de datos.

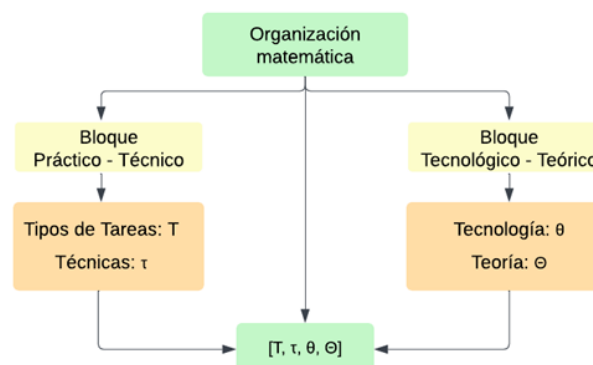
Figura 2. Arborescencia praxeológica considerando una organización regional (una sola teoría)



Nota. Tomado de Montoya-Delgadillo (s.f.)

De manera similar, la Figura 3 sintetiza la relación entre los bloques práctico-técnico y tecnológico-teórico, mostrando como el análisis praxeológico permite interpretar lo que los estudiantes realizan como las razones que justifican esas acciones. En este estudio, esta organización orienta el análisis de las producciones de los estudiantes, distinguiendo cuando los estudiantes actúan mediante técnicas empíricas y cuando comienzan a transitar hacia tecnologías más formales asociadas a una estructura tabular.

Figura 3. Organización matemática de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)



Nota. Tomado de Montoya-Delgadillo (s.f.)

La pertinencia de la TAD como marco teórico se fundamenta en la existencia de antecedentes que han analizado contenidos estadísticos desde perspectivas institucionales. Por ejemplo, Díaz (2022) muestra que las tablas presentes en textos escolares de educación básica influyen directamente en la comprensión de los estudiantes, puesto que suelen presentarse como objetos finalizados y no como construcciones progresivas. Sus resultados evidencian que la falta de trabajo con técnicas

previas dificulta la comprensión de la estructura tabular, lo que refuerza la necesidad de analizar las prácticas reales que los estudiantes realizan.

Por otro lado, Sgala y Corica (2022) emplean directamente la TAD para analizar la estadística descriptiva en libros escolares de secundaria, mostrando como las tareas, técnicas y tecnologías propuestos en los materiales curriculares condicionan las prácticas escolares relacionadas con frecuencia y tabulación. Aunque el estudio se sitúa en un nivel educativo superior, evidencia que el análisis praxeológico es adecuado para estudiar cómo se institucionalizan las prácticas estadísticas y como configuran las técnicas que los estudiantes desarrollan.

Asimismo, Alsina y Annexa (2021) destacan la importancia de que la enseñanza de la estadística en los primeros años se sitúe en contextos significativos que permitan a los estudiantes construir sentido sobre las representaciones que producen. Su propuesta enfatiza la necesidad de tareas que movilicen la exploración activa de datos, una idea coherente con la perspectiva praxeológica, ya que ambas coinciden en que comprender una tabla implica comprender el proceso que conduce a ella, y no solo su forma final.

En síntesis, la TAD constituye un marco teórico ad-hoc para este estudio, porque permite analizar la construcción de tablas como una práctica escolar articulada entre tareas, técnicas y tecnologías, y porque ofrece herramientas para describir de manera rigurosa las acciones que los estudiantes ponen en juego al organizar y representar datos en un contexto institucionalizado.

3. MÉTODO

La presente investigación se enmarca en un enfoque cualitativo de carácter descriptivo-interpretativo, cuyo propósito fue comprender cómo estudiantes de 2° Básico organizan y representan datos al construir una tabla de frecuencias. Este enfoque permite analizar en profundidad las acciones, procedimientos y justificaciones que los estudiantes realizan durante la actividad matemática, atendiendo tanto a sus producciones como interacciones observadas en el aula. El estudio se sitúa dentro de un paradigma interpretativo, dado que busca describir significados y prácticas emergentes.

Además, el diseño metodológico se desarrolló bajo el contexto de un Estudio de Clases, entendido como un proceso colaborativo entre docentes para diseñar, implementar, observar y analizar una clase real. El Estudio de Clases permitió diseñar una actividad específica sobre organización y representación de datos, observar su implementación a través de una videograbación y posteriormente analizar las técnicas y tecnologías que los estudiantes emplearon desde la perspectiva de la TAD. La clase diseñada fue revisada y validada por especialistas de un Magíster en Didáctica de la Matemática.

3.1 Contexto y participantes

La investigación se realizó en un curso de 2° Básico perteneciente a un establecimiento particular subvencionado de la comuna de Padre Hurtado, Región Metropolitana. La muestra correspondió a 40 estudiantes, seleccionados bajo un criterio intencional propio de los estudios cualitativos, al ser un grupo accesible y pertinente para el objeto de estudio.

El establecimiento es de carácter Bicentenario, lo cual implica el uso de planificaciones y materiales institucionales proporcionados por la editorial APTUS. Esta característica se considera relevante porque define condiciones institucionales específicas que influyen en la manera en que se introducen y estructuran los contenidos en el aula. La clase fue impartida por la profesora jefa del curso, quién participó activamente en el Estudio de Clases.

3.2 Diseño del instrumento

El instrumento central correspondió a una secuencia didáctica diseñada colaborativamente por docentes y formadores bajo la modalidad de Estudio de Clases. Esta secuencia contempló tres fases: 1) recolección de datos, 2) organización y conteo de la información, y 3) representación tabular y análisis de los resultados. La validez del instrumento fue asegurada mediante revisión experta por docentes y académicos del área de la Didáctica de la Matemática en el año 2024.

Las Tablas 1 y 2 describen los aspectos pedagógicos de la clase y el detalle de las actividades planificadas previamente en la implementación. Es importante precisar que estas tablas forman parte del diseño previo, y no del análisis posterior.

Tabla 1. Aspectos pedagógicos de la clase

Curso	Segundo Básico
Eje temático	Datos y probabilidades
Objetivo de aprendizaje	OA 20: Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados, usando bloques y tablas de conteo y pictogramas. OA 21: Registrar en tablas y gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas.
Objetivo de la actividad	Promover la alfabetización estadística por medio de la organización de la información, utilizando tablas de frecuencias y pictogramas.
Tiempo estimado	2 bloques pedagógicos 1 hora y 30 minutos

Tabla 2. Plan de clases implementado en el Estudio de Clases

	Actividad	Observaciones						
Introducción (15 minutos)	<p>Introducir la unidad correspondiente a Datos y Probabilidades.</p> <p>Preguntar: ¿Qué entienden por datos y probabilidades?</p>	Se espera que los estudiantes tengan conocimientos previos de tablas de datos y pictogramas						
Recolección de los datos (20 minutos)	<p>Mostrar el problema</p> <p>Los estudiantes contarán con distintivos para representar las preferencias de acuerdo a las preguntas que se realizarán. Las preguntas tendrán diferentes categorías para su respuesta.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Preguntas</th> <th>Categorías</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1. ¿Tienes alguna caricatura o dibujo animado favorito?</td> <td> - Sí - No </td> </tr> <tr> <td>2. Si pudieras ser un superhéroe ¿Qué superpoder te gustaría tener?</td> <td> - Volar - Teletransportación - Invisibilidad - Leer la mente - Fuerza extrema - Ser elástico - Tener una armadura robótica - Hacerse gigante </td> </tr> </tbody> </table> <p>El docente debe realizar las preguntas a voz alzada para que los estudiantes depositen su distintivo en la caja de la categoría escogida.</p>	Preguntas	Categorías	1. ¿Tienes alguna caricatura o dibujo animado favorito?	- Sí - No	2. Si pudieras ser un superhéroe ¿Qué superpoder te gustaría tener?	- Volar - Teletransportación - Invisibilidad - Leer la mente - Fuerza extrema - Ser elástico - Tener una armadura robótica - Hacerse gigante	<p>Los estudiantes deben escoger una categoría de las propuestas por cada pregunta.</p> <p>En un principio se realizará a voz alzada, pero al percatarse de que se quiere generalizar para el 2° Básico, cada uno votará.</p> <p>Los estudiantes depositarán su voto en un espacio destinado para facilitar el conteo.</p>
Preguntas	Categorías							
1. ¿Tienes alguna caricatura o dibujo animado favorito?	- Sí - No							
2. Si pudieras ser un superhéroe ¿Qué superpoder te gustaría tener?	- Volar - Teletransportación - Invisibilidad - Leer la mente - Fuerza extrema - Ser elástico - Tener una armadura robótica - Hacerse gigante							

Organización de los datos (35 minutos)	Se comenzará con la primera pregunta, en la que el docente va a pegar en la pizarra los distintivos de cada una de las alternativas para facilitar el conteo y luego desde ahí transitar hacia la organización en una tabla de frecuencia. Es fundamental que en un principio se realice de manera conjunta. Luego, para avanzar hacia el pictograma, se sugiere dibujar en la pizarra los ejes y nuevamente pegar los distintivos, pero ahora en forma de columna. Posteriormente, los estudiantes tendrán que realizar los mismos pasos con la segunda pregunta.	El docente debe ir gestionando los tiempos de la primera pregunta para que los estudiantes puedan organizar los datos de la segunda pregunta. En un principio escribir en la pizarra los valores numéricos como una lista para facilitar el tránsito hacia la representación tabular.
Análisis de los datos e institucionalización del contenido (20 minutos)	El docente sistematiza cómo construir tablas de frecuencia y cómo construir gráficos de manera adecuada (importancia de los encabezados, los títulos, la graduación, entre otras).	Se pueden comparar diferentes tipos de tablas construidas por los estudiantes para determinar las características que debe tener.

Nota. Elaboración propia

3.3 Instrumentos de recogida de datos

Para documentar la implementación de la clase y las acciones de los estudiantes, se emplearon dos técnicas cualitativas:

1. Videograbación de la clase completa, que permitió capturar las interacciones, procedimientos y decisiones en tiempo real.
2. Recolección de producciones escritas, como fotografías de cuadernos de los estudiantes participantes y registros en pizarra.

La elección de estos métodos se justifica en que permiten obtener evidencias directas y no mediadas sobre las técnicas y tecnologías que los estudiantes desarrollan durante la actividad.

3.4 Análisis de datos

En esta investigación se analizarán los datos desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) por lo que se realizó una praxeología de la propuesta didáctica diseñada para dar respuesta a la pregunta y objetivo de investigación. De esta forma, las Tablas 3, 4, 5 y 6 son parte del análisis praxeológico.

La Tarea (T) consiste en organizar y representar datos recolectados en una tabla de frecuencias. Para ello, en la Tabla 3 se detallan las tareas específicas que deben realizar los estudiantes.

Tabla 3. Tareas específicas de la propuesta didáctica

Tarea	Categoría	Descripción
t_1	Recolección de datos	Obtención de datos a partir de encuestas o preguntas realizadas en la sala de clases
t_2	Organización de datos	Agrupar las respuestas de una misma categoría
t_3	Representación en tabla	Registro de datos en una tabla con columnas de categorías y frecuencias
t_4	Análisis de la tabla	Interpretación de los resultados y comparación de frecuencias

Para llevar a cabo las tareas específicas antes descritas, los estudiantes pueden emplear las siguientes técnicas (véase Tabla 4).

Tabla 4. Técnicas empleadas para resolver la tarea matemática

Tarea	Categoría	Descripción
t_1	Organización en listas	Los estudiantes registran los datos en una lista simple donde anoten cada frecuencia tal como la reciben
t_2	Agrupación mediante marcas de conteo	Los estudiantes utilizan líneas o marcas para contar cuántas veces aparece cada categoría antes de representarlas mediante una tabla
t_3	Representación con pictogramas	Se representa cada respuesta con dibujos o íconos antes de traducirlos a frecuencias en la tabla

De esta manera se desarrolla el bloque práctico – técnico que tiene relación con lo que realizan los alumnos en el aula. Por otra parte, en el bloque tecnológico – teórico se tiene que las tecnologías que justifican las técnicas empleadas en la tarea matemática se pueden observar en la Tabla 5.

Tabla 5. Tecnologías de acuerdo con las técnicas de la tarea matemática

Tecnología	Tecnología	Descripción
θ_1	Organización visual y progresiva de la información	Se utilizan representaciones concretas y pictóricas antes de la estructura tabular
θ_2	Facilitación del conteo y agrupación de datos	Se emplean marcas y pictogramas para reforzar la idea de cantidad
θ_3	Transición gradual hacia la abstracción matemática	Se inicia con manipulación del material concreto y representaciones gráficas antes de institucionalizar la organización en tablas

Así, la teoría de la propuesta didáctica se encuentra descrita en la Tabla 6 haciendo referencia a elementos esenciales de la estadística descriptiva.

Tabla 6. Teoría de la propuesta didáctica

Tecnología	Tecnología	Descripción
θ_1	Conceptos estadísticos básicos	La estadística descriptiva permite organizar y representar datos para facilitar su interpretación. Las tablas de frecuencias son herramientas fundamentales para estructurar información en estudios estadísticos
θ_2	Procesos cognitivos en la organización de datos	La clasificación, el conteo y la representación son habilidades clave en el desarrollo del pensamiento estadístico. Los estudiantes necesitan progresar desde la manipulación concreta hasta la representación abstracta

4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

El análisis de los datos se realizó a partir de la praxeología definida anteriormente, lo que permitió identificar las técnicas y tecnologías que los estudiantes utilizaron al resolver la tarea matemática que consistía en organizar y representar datos recolectados en una tabla de frecuencias.

4.1 Técnicas (τ) utilizadas por los estudiantes

La técnica más usada por los estudiantes fue la agrupación mediante marcas de conteo, utilizada para registrar la frecuencia de cada categoría antes de completar la tabla. En la Figura 4, se observa un ejemplo representativo de este procedimiento, en que las categorías se anotan en una columna y el estudiante registra marcas para agrupar los datos.

Figura 4. Ejemplo de tabla de conteo realizadas por los estudiantes en su cuaderno

Categorías	Cantidad	Cantidad total
Si	 	29
No	 	12

Nota. En la primera columna se escriben las categorías, en la segunda la cantidad (anotar el conteo), y en la tercera la cantidad total del conteo

Esta técnica permitió organizar la información de manera secuencial, como también facilitó el tránsito hacia la representación tabular. La mayoría de los estudiantes la utilizó tanto en la primera como en la segunda pregunta, aunque con distintos niveles de precisión.

Algunos estudiantes usaron como técnica de apoyo a la organización en listas para registrar datos a medida que eran recolectados, antes de tabu-

larlos en una tabla como tal. Esto se observa parcialmente en la Figura 5.

Figura 5. Producción de E1

Categoría
volar
teletransportación
invisibilidad
leer la mente
fuerza extrema
ser elástico
tener una armadura

Nota. Transcripción de arriba hacia abajo: categoría, volar, teletransportación, invisibilidad, leer la mente, fuerza extrema, ser elástico, tener una armadura

El uso de listas ayudó a mantener un registro ordenado de las respuestas, aunque no todos los estudiantes lograron establecer una correspondencia precisa entre los datos listados y las categorías finales de la tabla.

Por otro lado, un grupo reducido de estudiantes intentó construir la tabla directamente sin usar marcas ni listas. Esta técnica se observa en la Figura 6, donde el estudiante organiza las categorías directamente en la tabla, dejando sin completar una columna destinada a las marcas.

Figura 6. Producción de E2

Categoría	Cantidad Total
volar	5
teletransportación	12
invisibilidad	5
leer la mente	15
fuerza extrema	0

Esta técnica mostró un mayor nivel de dificultad, pues los estudiantes enfrentaron problemas para distribuir la información y alinear columnas.

4.2 Tecnologías (θ) asociadas a las técnicas empleadas

Considerando la organización visual progresiva (), los estudiantes usaron listas y marcas mostraron una tecnología implícita orientada a ordenar la información paso a paso. Esta tecnología se refleja en la Figuras 4, 5 y 7.

Figura 7. Producción de E3

Categoría	Cantidad	total
volar		5
teletransportar		12
ser invisible		5
leer la mente		15
Fuerza extrema		0
ser elástico		1
tener una armadura robótica		0
hacerse gigante		0

Nota. Transcripción de arriba hacia abajo: categoría, volar, teletransportar, leer la mente, fuerza extrema, ser elástico, tener una armadura robótica, hacerse gigante.

En relación con la facilitación del conteo y agrupación de datos (), la mayoría de los estudiantes justificaba su uso de marcas como una manera de “no confundirse” o “para saber cuántos son”, evidenciando una tecnología asociada a garantizar control sobre el conteo. Esta tecnología se observa en las producciones de E4, E5 y E6 (véase Figuras 8, 9 y 10).

Figura 8. Producción de E4

• Volar		5
• teletransportarse		12
• leer la mente		15
• ser invisible		5
• ser elástico		1
• fuerza extrema		0
• hacerse gigante		0
• tener una arma robótica		0

Nota. Transcripción de arriba hacia abajo: volar, teletransportarse, leer la mente, ser invisible, ser elástico, fuerza extrema, (espacios en blanco), hacerse gigante, tener una arma robótica

Figura 9. Producción de E5

Categoría	Cantidad	total
volar		5
teletransportar		12
ser invisible		5
leer la mente		15
Fuerza extrema		0
ser elástico		1
tener una armadura robótica		0
hacerse gigante		0

Nota. Transcripción de arriba hacia abajo: categoría, volar, teletransportar, leer la mente, fuerza extrema, ser elástico, tener una armadura robótica, hacerse gigante

Figura 10. Producción de E6

Volar	Cantidad	total
Volar		5
teletransportar		12
ser invisible		5
leer la mente		15
fuerza extrema		0
ser elástico		1
tener una armadura robótica		0
hacerse gigante		0

Nota. Transcripción de la primera columna de arriba hacia abajo: teletransportar, ser invisible, leer la mente, fuerza extrema, ser elástico, tener una armadura robótica, hacerse gigante

Con respecto a la transición hacia la abstracción tabular () no emergió de manera espontánea en la mayoría de los estudiantes. Ninguno utilizó pictogramas, y solo un grupo reducido de estudiantes logró construir la tabla con una estructura completa y alineada (véase Figura 11). La ausencia de pictogramas sugiere que la transición desde lo concreto hacia la representación tabular no ocurrió de forma natural y requirió mediación docente.

Figura 11. Producción de E7

categoria	cantidad	total
volar		5
teletransportación		12
invisibilidad		5
leer la mente		15
fuerza extrema		0
ser elástico		1
tener una armadura		0
hacerse gigante		0

Nota. Transcripción de arriba hacia abajo: categoría, volar, teletransportación, invisibilidad, leer la mente, fuerza extrema, ser elástico, tener una armadura, hacerse gigante

4.3 Dificultades en la construcción de la tabla

El análisis permitió identificar tres tipos de dificultades: incompletitud en las categorías, estructura tabular y la separación entre conteo y frecuencia total.

En primer lugar, sobre la incompletitud en las categorías, en las producciones como la de E1 (Figura 5) muestra que algunos estudiantes omitieron categorías, como por ejemplo “hacerse gigante”, generando tablas incompletas. Esto indica una dificultad en la identificación y correspondencia entre la recolección de datos y la organización tabular.

En cuanto a los problemas de estructura tabular, varios estudiantes presentaron dificultades en la ausencia de encabezado (E4, Figura 8), escritura invertida (E6, Figura 10), desalineación entre categorías y frecuencias (E7, Figura 11) y la repetición errónea de valores (E3, Figura 7). Estas dificultades

sugieren que la estructura tabular no era un objeto familiar para los estudiantes y que la transición desde organizaciones informales requiere una secuencia didáctica explícita.

Finalmente, en varios casos, los estudiantes diferenciaron entre “marcas” y “totales” sin comprender su relación. La duplicación del cero en la producción de E3 (Figura 7) evidencia esta dificultad conceptual.

4.4 Sistematización praxeológica de los resultados

El análisis permitió identificar la siguiente praxeología:

- Tarea (T): Organizar y representar datos en una tabla de frecuencias.
- Técnicas (τ): listas, marcas de conteo y tabulación directa.
- Tecnologías (θ): organización progresiva, facilitación del conteo y transición hacia la abstracción.
- Teoría (Θ): nociones iniciales de frecuencia, clasificación y registro de datos, apoyadas principalmente por la mediación docente.

La praxeología prevista antes de la implementación difirió parcialmente de la praxeología efectivamente desarrollada por los estudiantes, especialmente en el nulo uso de pictogramas y la baja evidencia de tecnologías más formales asociadas a la estadística descriptiva.

4.5 Síntesis interpretativa

En resumen, los resultados muestran que los estudiantes de 2° Básico organizan y representan los datos principalmente mediante técnicas concretas como las listas y las marcas de conteo, las cuales les permite tener control sobre la información antes de avanzar hacia la representación tabular. Sin embargo, la transición desde estas técnicas informales hacia la tabla de frecuencias no ocurre de manera espontánea, ya que los estudiantes presentan dificultades para identificar y registrar todas las categorías, alinear adecuadamente las columnas y establecer relación entre conteo y frecuencia total, lo cual genera tablas incompletas, desorganizadas o inconsistentes.

Asimismo, la tecnología asociada a una representación más abstracta se evidenció solo parcial-

mente, lo que indica que la construcción tabular requiere mediaciones didácticas explícitas para consolidarse. En conjunto, estas observaciones permiten afirmar que la praxeología emergente se caracteriza por el predominio de técnicas empíricas como las listas y marcas, y por dificultades estructurales y conceptuales vinculadas al proceso de organización de la información, respondiendo así a la pregunta de investigación sobre cómo los estudiantes organizan y representan datos y qué obstáculos enfrentan en este proceso.

5. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

El propósito de esta investigación fue comprender cómo estudiantes de 2° Básico organizan y representan datos al construir una tabla de frecuencias y qué dificultades presentan en este proceso. Los hallazgos revelan que la construcción de tablas no emerge de manera espontánea en los estudiantes, sino que requiere transitar por una serie de praxeologías progresivas articuladas entre tareas, técnicas, tecnologías y teorías, tal como plantea la TAD (Chevallard, 1999). En relación con lo anterior, la tarea propuesta fue abordada mediante técnicas mayoritariamente empíricas, particularmente el uso de listas y marcas de conteo, mientras que la tabulación directa se manifestó en un grupo reducido y con mayores dificultades. Estas técnicas reflejan la presencia de tecnologías centradas en la organización visual progresiva y la facilitación de conteo, pero la tecnología asociada a la abstracción tabular no emergió de manera natural, lo que refuerza la necesidad de mediaciones sistemáticas para introducir la estructura formal de una tabla.

Estos resultados se relacionan con investigaciones previas que advierten que la representación tabular es un objeto matemático complejo que no se desarrolla de forma intuitiva. Estrella y Estrella (2020) y Díaz (2022) señalan que los estudiantes requieren apoyos intermedios para reorganizar datos recolectados y comprender las tablas. Los hallazgos de este estudio coinciden con esta perspectiva: los estudiantes que realizaron listas o marcas previas lograron construir tablas más coherentes que aquellos que intentaron representar directamente sin etapas previas. Asimismo, la omisión de categorías, desalineación en las columnas y la confusión entre conteo y frecuencia total reflejan que la noción de frecuencia aún se

encuentra en desarrollo (Alsina y Annexe, 2021; Sgala y Corica, 2022).

Los resultados permiten comprender la importancia de la transposición didáctica en este contenido. Tal como señala el marco teórico, las tablas suelen ser presentadas en textos y programas de estudio como objetos ya elaborados, lo que restringe el espacio para que los estudiantes construyan sus propias técnicas y tecnologías. Lo observado en esta investigación es que si no se trabaja progresivamente, los estudiantes presentan dificultades al enfrentarse a la tabla en su forma final. Por lo tanto, una contribución es evidenciar que la enseñanza de las tablas de frecuencia en los primeros años de escolaridad debe incorporar praxeologías progresivas, en las que cada técnica esté sustentada por una tecnología y el docente desempeñe un rol clave en la institucionalización del contenido. Los hallazgos destacan la importancia de diseñar actividades que permitan a los estudiantes producir sus propias tablas y no solo completar estructuras predeterminadas.

Para finalizar, sería fundamental estudiar cómo evolucionan las praxeologías de los estudiantes en niveles posteriores, especialmente en la construcción de tablas de frecuencia absoluta y relativa. Además, se propone incorporar pictogramas y representaciones intermedias como estrategias que faciliten la transición hacia la tabla formal, así como diseñar situaciones problema donde la necesidad de organizar datos emerja de manera natural.

6. REFERENCIAS

Alsina, A., y Annexa, E. (2021). Estadística en contexto: desarrollando un enfoque escolar común para promover la alfabetización. *TANGRAM - Revista De Educação Matemática*, 4(1), 71–98. <https://doi.org/10.30612/tangram.v4i1.14396>

Álvarez, I., Guerrero, Y., y Torres, Y. (2020). Taxonomía de errores y dificultades en la construcción e interpretación de tablas de frecuencia. *Zetetike*, 28, e020012. <https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8656553>

Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., y Contreras, J. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números*, 76(1), 55-67. <https://mdc.ulpgc.es/files/original/9e064e13e0ac4e50158ce-316fe200251f555653f.pdf>

Bosch, M., y Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (Ed.), Investigación en educación matemática XIII* (pp. 89–114). SEIEM.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-266.

Díaz, J. (2022). Análisis de las tablas estadísticas en textos escolares y su comprensión por estudiantes de educación básica [Tesis de Doctorado]. Universidad de Granada. <https://hdl.handle.net/10481/77351>

Díaz-Levicoy, D., Jiménez-Díaz, R., y Salcedo, A. (2023). Construcción de tablas estadísticas por estudiantes chilenos de Educación Básica. *Revista de ciencia y tecnología de América*, 48(3), 160–166. https://www.interciencia.net/wp-content/uploads/2023/04/05_6954_Com_Diaz_Levicoy_v48n3_7.pdf

Estrella, S., y Estrella, P. (2020). Representaciones de datos en estadística: de listas a tablas. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(1), 21–34. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i1.20>

Ministerio de Educación. (2012). Programa de Estudio Matemática 2° Básico. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-18977_programa.pdf

Sgala, S., y Corica, A. (2022). Estadística descriptiva en libros escolares para secundaria: Un estudio exploratorio desde la perspectiva de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 112, 23-39. <https://scpm-luisbalbuena.org/publicacion-numeros/articulo-2-112/>



FORMAS COLECTIVAS Y USO INTELIGENTE DE TECNOLOGÍAS PARA EL APRENDIZAJE DE VOLÚMENES EN REVOLUCIÓN

COLLECTIVE APPROACHES AND INTELLIGENT USE OF TECHNOLOGIES FOR LEARNING VOLUMES OF REVOLUTION

Pedro José Angulo Landaeta

pjangulol@autonoma.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0001-8650-7993>

Universidad Autónoma del Perú

RESUMEN

En el curso de Matemática II de la escuela de Ingeniería de Sistemas en la Universidad Autónoma del Perú (ciclo 202302), se evidenció un elevado índice de desaprobados y una actitud obediente e individualista en el estudiantado. En respuesta, se diseñó e implementó la Estrategia Metodológica de Intervención Activa (EMIA), orientada a alcanzar expectativas de calidad en las sesiones de aprendizaje con estrategias innovadoras y activas en el estudio del tema sólido de revolución. La EMIA se fundamenta en el constructo de labor conjunta: una postura colectiva para la construcción del conocimiento matemático en entornos de aprendizaje de colaboración recíproca, propuesto en la Teoría de Objetivación (TO) de Radford (2023) y en comunidades de prácticas activas según López-Noguera (2005). Se adoptó una metodología híbrida que combinó procedimientos sobre las tareas y resultados de desempeño, al tiempo que se trianguló el análisis estadístico con el análisis fenomenológico. Los hallazgos mostraron una mejora significativa en el rendimiento académico y una correlación positiva entre la participación colectiva y el desarrollo de competencias sociales, evidenciando el impacto de la EMIA en el contexto de Matemática Educativa universitaria.

Palabras clave:

Formas colectivas de aprendizaje, labor conjunta, uso inteligente de tecnología, aprendizaje activo y colaborativo

ABSTRACT

In the Mathematics II course of the School of Systems Engineering at the Universidad Autónoma del Perú (2023-02 term), a high failure rate and a passive, individualistic attitude among students were observed. In response, the Active Intervention Methodological Strategy (AIMS) was designed and implemented, aimed at achieving quality learning expectations through innovative and active strategies in the study of solids of revolution. AIMS is grounded in the construct of joint labor, a collective stance that promotes reciprocal collaboration and the construction of mathematical knowledge in formal learning environments, as proposed in Radford's Theory of Objectification (2023) and in active communities of practice according to López-Noguera (2005). A mixed-methods approach was adopted, combining procedures focused on tasks and performance outcomes, while triangulating statistical analysis with phenomenological analysis. The findings showed a significant improvement in academic performance and a positive correlation between collective participation and the development of social competencies, evidencing the impact of AIMS in the context of university mathematics education.

Keywords:

Collective forms of learning, joint labor, intelligent use of technology, active and collaborative learning

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente, vivimos inmersos en una era digital, caracterizada por el impacto de las tecnologías emergentes que evolucionan de manera exponencial, transformando de forma extraordinaria nuestra vida cotidiana. Este avance acelerado ha incrementado la velocidad con la que la innovación tecnológica vuelve obsoletos ciertos conocimientos y habilidades, ya que su interpretación se reconstruye constantemente según los nuevos paradigmas científicos. En este contexto, la educación se reafirma como un pilar fundamental para formar individuos capaces de afrontar estos desafíos. Esta realidad ha impulsado a los gestores educativos a sensibilizarse y a buscar enfoques educativos innovadores que sustituyan el paradigma clásico predominante en el sistema educativo formal, por modelos que promuevan aprendizajes activos y dinámicos (Garzón et al., 2025).

El Comité de Educación en Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas (STEM) del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de Estados Unidos (2018) enfatiza la importancia de promover una educación integral que desarrolle competencias digitales, pensamiento crítico, creatividad y la capacidad de tomar decisiones fundamentadas en evidencias. En este sentido, STEM adopta una posición activa dentro de las metodologías educativas, ya que, por su propia naturaleza, fomenta la colaboración en la resolución de problemas, el aprendizaje práctico y habilidades de alto impacto social como pensamiento crítico y toma de decisiones, que son pilares esenciales de las metodologías activas en la educación (Roble-Ramírez, 2024). Jiménez et al., (2024) señalan que estas estrategias han demostrado tener un impacto positivo en la comprensión y retención a largo plazo de los conceptos matemáticos, estimulando una actitud emprendedora en los estudiantes.

Consustanciado con esta línea de pensamiento, el docente investigador reconoce que implementar metodologías activas es crucial para potenciar tanto el aprendizaje como el rendimiento académico. Estas estrategias no solo promueven el desarrollo del pensamiento crítico, sino que también preparan a los estudiantes para aplicar sus habilidades en escenarios reales, más allá del aula tradicional (Jiménez et al., 2024). Con base en estas premisas, se diseñó la Estrategia Metodológica de Intervención Activa (EMIA), una propuesta educativa orientada a transformar la experiencia

del aprendizaje mediante la reflexión de la acción colectiva y el uso de tecnologías de manera inteligente.

El estudio se realizó en la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Autónoma del Perú, donde se identificaron problemas significativos, como bajo rendimiento y actitudes pasivas, marcadas por actitud receptiva y dependiente por parte del estudiantado. Ante esta situación, se propuso la EMIA como una solución para desarrollar habilidades de aprendizajes que mejoraran el rendimiento académico, a la vez que se aprovechaban las tecnologías emergentes.

La EMIA se basa en la Teoría de Objetivación (TO), que resalta la interacción conjunta y activa entre estudiantes, docentes y herramientas tecnológicas. En particular, se apoya en el concepto de “labor conjunta”, entendido como una estrategia social de interacción activa y colaborativa, en la cual el conocimiento matemático se construye de manera compartida y dinámica. Según Radford (2018), este enfoque favorece el desarrollo de habilidades en pensamiento crítico, resolución de problemas y trabajo en equipo. La estrategia se aplicó al tema de cálculo integral de volúmenes en revolución, integrando tecnologías accesibles y promoviendo formas colaborativas entre la comunidad universitaria objeto de estudio, lo que probablemente facilitará la comprensión del contenido.

El análisis de resultados incluyó enfoques cuantitativos y cualitativos. En el aspecto cuantitativo, se realizó un riguroso tratamiento estadístico que evidenció mejoras significativas en el rendimiento académico tras implementar la EMIA. Por otro lado, el enfoque cualitativo, basado en observaciones, entrevistas y testimonios compartidos, permitió comprender cómo esta estrategia transformó la experiencia educativa. En conjunto, el estudio concluyó que la EMIA demostró ser una experiencia educativa efectiva, capaz de revertir situaciones de aprendizaje deficientes en logros de expectativas académicas deseadas.

2. MARCO TEÓRICO

En la Universidad Autónoma del Perú, Escuela Profesional Ingeniería de Sistemas, ciclo III periodo 2023-2, curso de Matemática II, sección 46 (modalidad presencial), se evidenció una situa-

ción preocupante que despertó un interés investigativo en el campo de la Matemática Educativa. Esta situación se desarrolló en el marco de una reflexión sobre las mediciones vinculadas al rendimiento académico del Examen de Conocimiento, realizada en la cuarta semana del periodo mencionado. El contenido matemático evaluado incluyó integrales indefinidas, definidas y el cálculo de superficies encerradas en regiones convexas. Los resultados arrojaron los siguientes indicadores estadísticos descriptivos: a) media aritmética = mediana = moda = 7; b) desviación típica=3.2; c) coeficiente de asimetría=0.4; y, d) curtosis=0.37.

Desde la perspectiva cualitativa, los datos revelaron lo siguiente: a) la muestra estuvo conformada por 26 estudiantes, de los cuales solo tres aprobaron, considerando que la nota mínima aprobatoria en esta universidad es 11 puntos en una escala del 1 al 20; b) la estrategia de evaluación sumativa implementada por el docente no contempló el uso de tecnología, enfocándose en la memorización y el uso de algoritmos mediante la técnica tradicional de "papel y lápiz"; c) el ambiente de trabajo académico fue silencioso, controlado por el docente, y orientado a una estricta evaluación individual. Es importante señalar que estos aspectos educativos se alinean con características propias de una clase tradicional centrada en el paradigma individualista del saber (Radford, 2023).

A partir de la reflexión conjunta sobre los aspectos cuantitativos y cualitativos cotejados, el colectivo conformado por el docente y los estudiantes decidieron transformar la situación de deficiencia académica con el fin de mejorar el rendimiento. Se reconoció que una de las fortalezas del estudiante universitario adulto es su capacidad de gestionar actividades de aprendizajes y adoptar conductas adaptativas para superar limitaciones tanto en conocimiento como en desempeño (Cabelero, 2020). Asimismo, emergió un sentimiento colectivo encaminado a incorporar metodologías activas en futuras sesiones de aprendizaje, con el objetivo de fomentar habilidades blandas como la comunicación, colaboración, creatividad y curiosidad científica. El trabajo en equipo permite a sus miembros canalizar intereses comunes, lo que mejora el desempeño general debido al mayor involucramiento (Díaz et al., 2023); además, favorece la participación activa de los estudiantes, promoviendo un entorno de aprendizaje positivo y atractivo, especialmente en el ámbito de la educación superior (Bernal et al., 2024).

La intención explícita en esta indagación fue mejorar el rendimiento académico en la sección 46 del curso Matemática II a través de prácticas compartidas, participativas y con un uso inteligente de la tecnología. En consecuencia, el autor diseñó una estrategia didáctica orientada a consolidar diversas formas de colaboración en un modelo integrador que incluyó tanto las actividades de enseñanza-aprendizaje como la experiencia en tecnologías educativas. En este contexto, se formuló la Estrategia Metodológica de Intervención Activa (EMIA), con el propósito de alcanzar las expectativas educativas y examinar las condiciones necesarias para mejorar la calidad del trabajo académico y las habilidades prácticas de los estudiantes.

Por ende, a lo largo del proceso de implementación de la EMIA con la muestra seleccionada, surgió la interrogante: ¿Logrará la EMIA mejorar el rendimiento académico de la sección 46 del curso Matemática II en el contenido de sólidos de revolución? Inquietud que implicó el objetivo de investigación: Determinar la influencia de la Estrategia Metodológica de Intervención Activa (EMIA) en el rendimiento académico de los estudiantes de la sección 46 en el contenido sólidos de revolución del curso Matemática II, mediante el empleo de recursos tecnológicos como GeoGebra, Wolfram Alpha y ChatGPT.

Finalmente, el modelo tradicional de transmisión de conocimiento matemático, basado en la exposición y la memorización de algoritmos, ha demostrado ser ineficaz en promover una comprensión profunda y en el desarrollo de habilidades para resolver problemas (Jiménez et al., 2024). En particular, esta investigación se centró en el bajo rendimiento y la actitud pasiva de los estudiantes, lo que evidencia la necesidad urgente de transformar el enfoque educativo. De este modo, se propone la implementación de esquemas de acción que incluyan metodologías activas e innovadoras, orientados al desarrollo del conocimiento y la labor conjunta en el contexto universitario (González García, 2022).

La relevancia de este estudio radica en ofrecer soluciones concretas a un problema de realidad particular, identificado en el ámbito de la Matemática Educativa, al tiempo que fomente la creación de comunidades de aprendizaje más interactiva y centrada en el trabajo colectivo, mediante el uso de tecnologías emergentes para mejorar la com-

prensión y resolución de problemas matemáticos (Jiménez et al., 2024).

3. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

El sustento de referencia se basa en la perspectiva sistémica postulada por Radford (2023), quien sostiene que toda teoría es un tejido de componentes interrelacionados en constante cambio; igualmente, advierte que la misma incluye tres componentes: a) conjunto organizado de principios teóricos; b) metodología; y, c) preguntas de investigación pragmáticas. Concretamente, el enfoque sistémico del estudio se puede apreciar en el aprendizaje organizacional colectivo propuesto por EMIA mediante la interacción de múltiples factores interrelacionados, lo que demuestra cómo los componentes teóricos se integran en un proceso dinámico de práctica, cambio y adaptación.

Otra fuente teórica que aporta una orientación complementaria al estudio es la postura de López-Noguera (2005) sobre metodologías activas, la cual se articula de manera coherente con la perspectiva sistémica de Radford. El autor sostiene que estas metodologías implican cambios de roles tradicionales, otorgándole al estudiante protagonismo activo en su proceso de aprendizaje. Mediante esta estrategia se fomenta la colaboración, la reflexión crítica y el compromiso basado en responsabilidades compartidas.

Esta concepción subraya la dimensión andragógica del contexto objeto de estudio, bajo rendimiento académico en el curso Matemática II, al concebir a las sesiones de aprendizaje como espacio de construcción colectiva de conocimientos, en que el profesor y los alumnos dialogan, negocian sentidos y transforman sus prácticas. Así, se reconoce al estudiante como un sujeto autónomo, social y culturalmente situado.

El bajo índice de desaprobados y actitud pasiva en el curso de Matemática II justificaron la necesidad de transformar la metodología educativa llevada a cabo. En respuesta, se desarrolla una propuesta solución sustentada en la TO, combinando acciones participativas y tecnologías emergentes. Singularmente, el experimento didáctico se centra en desarrollar estrategias de colaboración colectiva con altos niveles de participación, estructurando pequeños grupos de 3 a 5 miembros, en que la discusión académica se convierte en eje cla-

ve de su dinámica. Caracterizando su potencial en la forma interactiva de acción educativa y la penetración de su influencia social, que también extiende su impacto a otros grupos y al diálogo con el profesor.

Sin embargo, durante este proceso se plantearon interrogantes que buscaban revertir la situación de insuficiencia académica y estimular la excelencia educativa. Por lo tanto, las acciones planificadas y organizadas se alinearon con el esquema sistémico de la TO y sus metodologías activas, que considera a los actores educativos como seres sociales con huellas históricas y culturales que necesitan relacionarse con otros a través de sus actividades. En este sentido, “los individuos crean la cultura y la cultura crea a sus individuos” (Radford, 2014, p. 137).

A través de la labor, el actor educativo no solo se relaciona con otros, sino que también satisface sus necesidades, trascendiendo la simple coexistencia hacia la realización de tareas compartidas. Pues, es una forma social de acción conjunta que incluye responsabilidad, compromiso y cuidado mutuo entre los miembros de las esferas de convivencia académica. Según Radford (2012), trabajo, labor, actividad son, en efecto tres nombres que hacen referencia a una misma entidad cultural, una serie de acciones guiadas por un fin común que individuos realizan en conjunto.

Es de hacer notar que la TO considera dos procesos que ocurren en comunión con la labor conjunta: objetivación y subjetivación. La objetivación alude al encuentro con algo que está fuera del sujeto, un algo externo a su dimensión humana y que lo objeta porque representa un elemento que interpela su percepción y lo lleva a reconocer su presencia, particularmente en el contexto de esta intervención didáctica se refiere al encuentro con el contenido sólido en revolución. Por otra parte, la subjetivación comprende los elementos de conciencia que se generan como respuesta a ese elemento externo, creando una relación dialógica entre el sujeto y su entorno: es responder por la actividad de aprender.

Los procesos de objetivación y subjetivación ocurren en sujetos profundamente arraigados con su entorno, el cual está inmerso en unión inquebrantable con la sociedad que evoluciona históricamente conforme a los avances de su cultura, pues, en esa armonía se concibe un concierto continuo de manifestaciones dialécticas que im-

plican transformaciones del saber conocer, hacer, ser y convivir. Puntualmente, Radford (2018) la define en los siguientes términos la actividad conjunta (*deyatel'nost'* en ruso) llevada a cabo por el profesor y los estudiantes, una forma de energía cuya textura incluye el flujo de componentes emocionales, afectivos, éticos e intelectuales y materiales de donde emergen las matemáticas y en donde ocurren los procesos de objetivación y subjetivación (p. 72).

Ahora bien, los términos objetivación, subjetivación y labor conjunta coexisten en el contexto académico como una expresión cultural singular. La labor conjunta se entiende como una forma de actividad que ocurre en un espacio de vida único, en cuyo interior tiene lugar el conociendo y el volviéndose, un volviéndose que transforma perpetuamente a los sujetos involucrados Radford (2014).

Esencialmente, la labor se enfoca en formas sociales de acciones conjuntas. En este contexto, docentes y estudiantes participan en actividades colectivas, desempeñando roles diferentes, pero unidos en la construcción de formas culturales de ser. Dado que la convivencia se caracteriza por el estar junto con los demás, impulsa una comunión que, con el tiempo, cincela una ética comunitaria. Dicha ética destaca el valor supremo de la alteridad, entendida como el compromiso, la responsabilidad y el cuidado hacia el otro, visto como un reflejo del “yo” en los demás.

Nuevamente, se reitera que el estudio establece una alianza estratégica entre la labor conjunta y las metodologías activas para desarrollar una propuesta adaptada a la actividad académica colectiva del curso Matemática II. Su objetivo principal es cultivar destrezas como la colaboración, la comunicación, la creatividad y la curiosidad interdisciplinaria. En este sentido, López-Noguera (2005) define las metodologías activas como un conjunto de técnicas y estrategias didácticas diseñadas para lograr un aprendizaje efectivo en los alumnos, fomentando su participación en el proceso educativo.

En coherencia con las premisas anteriores, se diseña la Estrategia Metodológica de Integración Activa (EMIA) que articula formas colectivas de colaboración, modos participativos de producción de saberes y uso estratégico de tecnologías emergentes. Promueve una actitud crítica, participativa y responsable frente al aprendizaje matemático,

especialmente en el desarrollo del contenido relacionado con los volúmenes en revolución mediante el uso de la integral definida. Su propósito es consolidar sesiones de aprendizaje con dinámica colectiva, apoyando la articulación de acciones organizadas entre docentes y estudiantes para optimizar la gestión del conocimiento matemático.

Asimismo, la EMIA prioriza el empoderamiento del colectivo al facilitar procesos de asimilación, aplicación y generación de conocimientos. Este enfoque permite crear escenarios donde el grupo se convirtiera en prosumidores educativos (productores y consumidores de saberes). A través del diseño didáctico experimental, la estrategia interpreta la evolución dinámica de los roles en las actividades y su integración en el flujo de saberes culturalmente constituidos y moldeados por su desarrollo histórico-social.

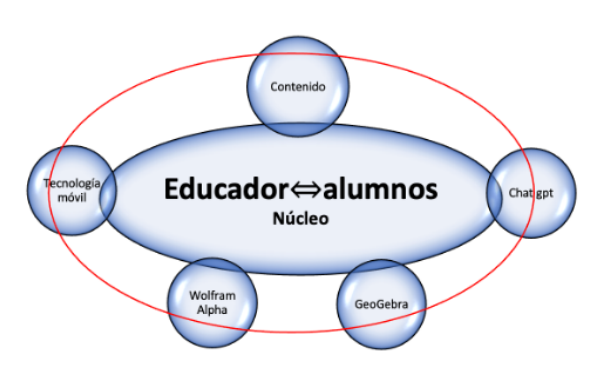
De esta manera, la EMIA se alinea con las demandas de necesidad del curso Matemática II, particularmente en el tema sólido de revolución, promoviendo prácticas educativas que fortalecen la construcción colectiva del saber y su aplicación transformadora del conocer. El conocer representa la actualización del saber, ya que el saber es una potencia de energía de fluido que evoluciona constantemente, mientras el conocer se manifiesta como un estado transitorio de esa potencia, Radford (2023).

El modelo integrador de la EMIA, en su visión hipotético deductiva, constituye un marco conceptual ajustado por la reflexión de acción colectiva; es decir, se enfoca en la importancia de aprender haciendo en colaboración con otros. Por ello, se postula que el trabajo colectivo sobre la actividad matemática debe permitir comprender la naturaleza de los conceptos disciplinares, la apropiación de su simbología, ensayar algoritmos y validar conclusiones derivadas de las implicaciones lógicas. La estrategia apunta a construir alianzas dinámicas entre educador y alumnos, basadas en roles de responsabilidad intercambiables. Este enfoque puede abrir nuevos espacios orientados a comprender cómo las interacciones activas con los recursos educativos enriquecen el proceso continuo de construcción y actualización del conocimiento matemático.

En el experimento didáctico, esta circulación de recursos se manifestó mediante la integración de herramientas tecnológicas como GeoGebra, ChatGPT, Wolfram Alpha y dispositivos móviles, apli-

cadadas al estudio del contenido matemático de los sólidos en revolución. A continuación, se presenta la Figura 1, la cual expone el Modelo Integrador desarrollado en la experiencia educativa EMIA.

Figura 1. Modelo Integrador



Nota. El núcleo lo conforma la alianza estratégica y activa del profesor con sus estudiantes, basado en el principio de labor conjunta. Esta relación genera una dinámica de prosumidores educativos, donde la acción colectiva permite la construcción y el consumo del contenido sólido en revolución, potenciando sus habilidades de aprendizaje en la mediación con los recursos: contenido, tecnología móvil, ChatGPT, Wolfram Alpha y GeoGebra.

Otro rasgo destacado en este trabajo se fundamenta en el concepto de “comunidades de prácticas compartidas” acuñado por Fandiño Pinilla (citado en D'Amore y Radford, 2017). Este término alude a la interacción sociocultural que se genera en el aula de Matemática, cuyo propósito es la construcción colectiva del conocimiento. Aunque esta postura se enfoca principalmente en el saber, para los fines de esta investigación se adapta al contexto de actualización del saber científico matemático, integrando esfuerzos cognitivos compartidos dentro de la actividad colectiva de enseñanza y aprendizaje.

En este marco, la comunidad de prácticas compartidas se clasifica en cinco categorías, cuyo orden de ejecución depende de los escenarios de imaginación y creatividad que surgen en las actividades cognitivas y culturales. Este esfuerzo colaborativo se desarrolla en el contexto de acuerdos, tareas y trabajo colectivo dentro de la dinámica de clase. Las categorías identificadas son:

1. Prácticas conceptuales: Enfocadas en la comprensión de conceptos matemáticos a fin de construir estructuras cognitivas sólidas.
2. Prácticas algorítmicas: Orientadas al desarrollo y aplicación de procedimientos mate-

máticos para estimular la habilidad de construir implicaciones lógicas consistentes.

3. Prácticas estratégicas: Dirigidas a la resolución de problemas mediante el diseño de estrategias específicas con las cuales las facultades de analizar, diseñar y desarrollar implicaciones lógicas dependan de marcos imaginativos y creativos.
4. Prácticas semióticas: Focalizadas en el uso y análisis de símbolos para representaciones matemáticas, entre ellos podemos señalar operadores, signos, reglas lógicas de contenidos.
5. Prácticas comunicativas: Relacionadas con la argumentación, discusión y explicación de ideas en el aula. Pues, se interpreta como diferentes modos expresivos para definir y demostrar el rigor formal de los objetos del saber conocer y hacer.

Según Fandiño Pinilla (citado en D'Amore y Radford, 2017), estas categorías reflejan una integración sistemática de lo cognitivo y lo cultural en la dinámica del aprendizaje colectivo, abriendo un enfoque holístico en la enseñanza de la Matemática.

4. ESCENARIO METODOLÓGICO

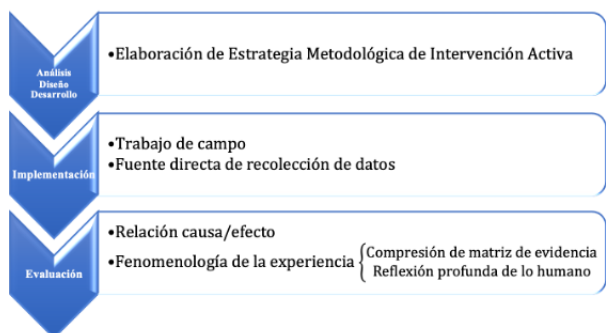
El marco metodológico se sustentó en una indagación mixta, configurada en dos componentes complementarios: un segmento cuantitativo, orientado a corroborar la intervención de EMIA en el rendimiento del estudio de volúmenes en revolución, y un segmento cualitativo enfocado en comprender las subjetividades presentes en los procesos asociados a dicho rendimiento. Esta elección se apoya en Schmidt et al. (2024), quienes, en un estudio mixto, integraron el análisis de datos medibles con la comprensión de las subjetividades involucradas durante el aprendizaje de contenidos matemáticos complejos.

Aunado a ello, se empleó un diseño holístico basado en el modelo ADDIE, cuyas fases de Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación, fueron adaptadas para ofrecer una interpretación didáctica de cognición y afectividad sobre el aprendizaje de contenidos matemáticos a nivel universitario (Creswell y Creswell, 2018).

En definitiva, la metodología de enfoque mixto y diseño ADDIE caracterizan una estrategia indaga-

toria triangular concurrente, ya que tanto los componentes cuantitativos como cualitativos fueron abordados paralelamente e integrados a lo largo del proceso indagatorio. En la Figura 2 se expone el modelo metodológico del proceso indagatorio:

Figura 2. Modelo Integrador



Nota. En su fase de análisis, diseño y desarrollo se elaboró la Estrategia Metodológica de Intervención Activa (EMIA). La fase de implementación se sustentó en el desarrollo del trabajo de campo, ejecutando la EMIA en su contexto natural. Finalmente, la evaluación consistió en comprender e interpretar los hallazgos para generar formulaciones de cierre.

Por otra parte, los participantes del estudio definieron una población que estuvo conformada por todos los estudiantes matriculados en el curso de Matemática II, del ciclo III, período 202402, de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas en la Universidad Autónoma del Perú. De allí que la muestra fue el subconjunto compuesto por 26 estudiantes adscritos a la sección 46, de modalidad presencial. La selección de la muestra fue intencional y se realizó según criterio de disponibilidad administrativa, en concordancia con el objetivo de investigación y la accesibilidad de los recursos institucionales; además, consideró diferentes estrategias evaluativas en un período de cuatro semanas.

Recolección de datos

La recolección de datos se ejecuta mediante matrices de múltiples entradas, elaboradas para tabular y registrar información relevante a lo largo del desarrollo del estudio. La metodología articula componentes cuantitativo y cualitativo de forma concurrente, complementaria e integradora, en el marco de un diseño híbrido que triangula enfoques.

En el componente cuantitativo, se adopta el paradigma positivista con un diseño cuasi experimental, que permite evaluar relaciones causa efecto entre la EMIA y el rendimiento académico de los

estudiantes. En este sentido, la técnica de recolección utilizada es la aplicación de dos cuestionarios; un pretest y un posttest, ambos están sustentados en modelos de respuesta de procedimientos consistente; es decir, implicaciones lógicas finitas y sin contradicciones. El pretest aborda contenidos considerados organizadores previos -integrales definidas, Teorema Fundamental del Cálculo, cálculo de longitud de curvas y área entre dos curvas-, mientras el posttest, aplicado tras la intervención didáctica, contempla el contenido de sólido en revolución.

En el componente cualitativo, la recolección de datos se concibe como un proceso interpretativo y situado en la experiencia concreta de EMIA. Las técnicas aplicadas incluyen la observación participativa, entrevistas en profundidad, registros de notas y el uso de matrices de múltiples entradas. A continuación, se describen los momentos de la estrategia didáctica, con énfasis en la aplicación de estas técnicas para la recolección de datos vinculadas a las dimensiones subjetivas del aprendizaje:

Presentación de la actividad. Se desarrolla los lineamientos generales a través de un clima de aprendizaje empático, estimulante y alineado con el objetivo de aprendizaje: determinar el volumen del sólido de revolución empleando integrales definidas y apoyadas en el uso inteligentes de tecnologías. Por ello, se inicia la observación participante exploratoria, el registro de las reacciones iniciales en la matriz de múltiples entradas, se establece rapport guía y se ajusta la estrategia didáctica según el perfil de la situación.

Configuración de pequeños grupos. Se organiza a los estudiantes en grupos de hasta cuatro miembros, respetando sus propios criterios de selección. Se observa y documenta la dinámica de agrupación y los roles asumidos, registrando en detalle sus incidencias en notas de campo y matriz de entradas. Asimismo, se elige al estudiante clave para entrevistas posteriores, considerando su nivel de influencia y su condición de líder.

Interacción profesor y alumnos. Se desarrollan los encuentros cara a cara entre docente y estudiantes. Se intensifica la observación y los registros de evidencias de campos, empleando notas reflexivas orientadas en la matriz diseñada. Se aplican entrevistas a los estudiantes seleccionados, con el fin de validar las interpretaciones y buscar nuevas orientaciones.

Interacción entre grupos. Se observa el progreso idiosincrático del contexto estudiantil bajo un efecto deliberado: apoyo intergrupal. Se realizan entrevistas en profundidad para explorar experiencias cognitivas y colaborativas; además, se documenta la dinámica grupal mediante reflexiones guiadas por la observación sistemática.

Integración global. Se consolida la versión definitiva del concepto sólido de revolución a través de una conciencia compartida como resultado de todos los esfuerzos colaborativos de la experiencia educativa EMIA.

Análisis de datos

El tratamiento de los datos se organizó en dos roles independientes y paralelos que articuló los segmentos cuantitativo y cualitativo en un proceso de convergencia analítica. En el segmento cuantitativo, se utilizaron métodos inferenciales apoyados en las pruebas estadísticas Shapiro Wilk y t de Student, a fin de evaluar variaciones significativas entre el pretest y postest. Este procedimiento se enmarca en el paradigma positivista, cuya validez fue sustentada por la técnica juicio de experto a cargo de un jurado externo con grado de Doctor en Educación. El pretest fue aplicado antes de la intervención didáctica y sometida a la prueba de Shapiro Wilk, una vez verificado el supuesto de normalidad, se aplicó la prueba t de Student para muestras pareadas, dado que se trató de dos mediciones paramétricas a un grupo fijo caracterizado por distribución normal en dos momentos distintos. La dinámica estadística desarrollada permite estimar magnitud y dirección del cambio producido tras la intervención didáctica (Sánchez, 2015).

En el segmento cualitativo, las acciones indagatorias se rigieron por principios éticos, asegurando el respeto, la confiabilidad y el consentimiento informado de los participantes. En este sentido, el procesamiento de los datos registrados fue tratado mediante una matriz de evidencia que permitió repensar, visualizar y cruzar categorías. La secuencia analítica realizada consolidó una dimensión espiral, caracterizado por avances y retrocesos en las acciones, lo cual implicó descubrir categorías ocultas en los patrones vivenciales. Pues, la intención indagatoria era comprender la realidad inductiva situada en su dimensión humana: el por qué y el para qué de las intenciones, así como los estados emocionales del querer, desear y sentir.

Cabe señalar que, en el segmento cualitativo se empleó la estrategia fenomenológico hermenéutico para el análisis de las observaciones y entrevistas en profundidad. Este enfoque se apoya en Van Manen (2003), quien concibe la investigación hermenéutica en educación como un proceso reflexivo de práctica situada orientada a comprender e interpretar las relaciones académicas mediante un movimiento dialéctico que atribuye significado, sentido y valor a la experiencia vivida.

Desde esta perspectiva, el estudio se inicia con la codificación abierta de hechos sobre las tareas, procedimientos, nociones matemáticas y todo tipo de objeto significativo que se vinculara con la estrategia. Posteriormente, se organiza la codificación axial que, junto con la matriz de evidencia, permite conectar conceptos interdependientes. En este nivel de análisis, se construye el fenómeno objeto de comprensión, al cual se aplican reflexiones dentro de un círculo hermenéutico, cuyo flujo dinámico de transformaciones dialécticas coexisten en el siguiente esquema modular: ideas→sentido→legitimación→comprensión→ideas, la Figura 3 ilustra lo descrito:

Figura 3. Círculo hermenéutico



Nota. La idea fuerza se origina en la identificación de una categoría inicial, codificación abierta. Luego, se le triangula con otras categorías con el fin de descubrir relaciones o patrones emergentes, codificación axial. Los sentidos y razones identificados en la fase de búsqueda son debatidos y contrastados juntos a los actores involucrados, con el fin de alcanzar consensos compartidos. A partir de allí, se establece una referencia teórica que orienta nuevas reflexiones, permitiendo depurar sentidos en reconstrucciones que expresen el verdadero sentir de la experiencia.

La trayectoria dinámica del círculo detiene su flujo dialéctico al alcanzar una conciencia consensuada del colectivo, que marca la saturación de los datos. Este proceso se reflexiona de manera reiterativa hasta llegar a su cierre, quedando sujeto a las evidencias proporcionadas por los datos cualitativos. A medida que evolucionan las técnicas y métodos en la EMIA, los datos también lo hacen, en coherencia con el carácter centrado en las actividades académicas.

En este sentido, Radford (2020) sostiene que las interacciones entre profesores y alumnos son esfuerzos que convergen en formas colectivas de tareas conjuntas y construcciones de sujetos históricos y culturales.

Se reitera que el objetivo fue comprender las categorías a través de los círculos hermenéuticos, reflexionando sobre los sentidos y significados de las actividades, acciones y tareas de los protagonistas: el docente y los estudiantes en el contexto académico.

5. HALLAZGOS Y DISCUSIÓN

El elemento de sensibilidad didáctica que origina esta investigación es el indicador educativo del curso Matemática II, sección 46, cuya primera medición evidencia un promedio aritmético de 7, con 23 alumnos reprobados. Ante esta situación, se diseña la EMIA para superar el problema de los estudiantes reprobados y analizar el significado de las actividades formativas involucradas con la intervención didáctica. Esta estrategia permite revertir la tendencia inicial: de 3 aprobados en el pretest se alcanza un total de 23 aprobados en el postest, revelando un cambio sustantivo en la dinámica académica.

La EMIA comprende cuatro (4) encuentros presenciales y cinco (5) virtuales. Los presenciales se orientan tanto al desarrollo de actividades formativas como estrategias de evaluación y medición en desempeños académicos. Las interacciones virtuales, por su parte, se centra en actos educativos esencialmente formativos, articulando modalidades sincrónicos y asincrónicos, además de incorporar atención personalizada mediante tecnología móvil y encuentros presenciales complementarios.

El tratamiento de los datos se estructura en dos componentes: cuantitativo y cualitativo, integrados en el dominio de una lógica complementaria. Ambos se cohesionaron en una fase de profunda reflexión, en la que los hallazgos estadísticos y las interpretaciones hermenéuticas confluyeron para brindar una comprensión integral del fenómeno educativo abordado.

5.1 Componente cuantitativo

Los datos evidencian una mejora significativa en

el rendimiento académico de los estudiantes tras la aplicación de la estrategia EMIA. Como se observa en la Tabla 1, la media aritmética del pretest es de 7.00 (DE = 3.20), mientras que la del postest aumenta a 16.39 (DE = 4.24), lo que constituye un incremento sustancial en el desempeño. Además, la mediana y la moda reflejan un comportamiento similar al de la media, lo que robustece la consistencia de la tendencia central.

En referencia a la verificación de normalidad, se aplicó la prueba de Shapiro-Wilk, cuyos resultados revelan un valor $p = 0.478$ para el pretest, lo cual es superior al umbral de 0.05. Por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula de normalidad, concluyéndose que los datos se ajustan a una distribución normal. Evidencia que justifica el uso de pruebas paramétricas para el análisis inferencial.

Posteriormente, se llevó a cabo una prueba t de Student para muestras apareadas, con el propósito de determinar si existían diferencias significativas entre las calificaciones obtenidas antes y después de la intervención didáctica. El valor obtenido fue $t(25) = 8.14$, con un valor de $p < 0.001$, indicando una diferencia estadísticamente significativa entre ambas mediciones. Esta evidencia cuantitativa respalda la hipótesis alternativa, que sostiene que la intervención EMIA tiene un impacto positivo en el rendimiento estudiantil.

En definitiva, los resultados muestran un efecto notable de la estrategia metodológica aplicada, tanto en términos de puntuaciones como de significación estadística, confirmando la efectividad de la EMIA como un recurso andragógico transformador en el contexto universitario.

A continuación, se muestra la Tabla 1, la cual se encuentra dividida en dos secciones, cada una debidamente subtitulada, que presenta los estadísticos descriptivos e inferenciales correspondientes:

Tabla 1. Estimadores descriptivos y normalidad

	Pre Test	Post Test
N	26	26
Media	7.00	16.3
Mediana	7.00	17.0
Moda	7.00	16.0
Desviación estandar	3.20	4.24
Valor p de Shapiro-Wilk	0.478	<.001

Pueba t Student para muestras apareadas					
			estadístico	gl.	p
Post test	Pre Test	t de Student	0.14	25.0	<.001

Nota. Elaborado por el docente investigador con Jamovi (versión 2.3). $H_a \mu \text{Medida 1} - \text{Medida 2} \neq 0$

La Tabla 1, en su sección de estimadores descriptivos y normalidad, presenta los valores descriptivos del pretest y posttest. La media en el pretest es $M = 7.00$, con una desviación estándar (DE) = 3.20, mientras que en el posttest incrementa positivamente a $M = 16.39$, con $DE = 4.24$. Esto indica un incremento notable de 9.39 puntos en el promedio general tras la implementación de la estrategia EMIA. La mediana y moda (ambas = 7 en el pretest; 17 y 16 respectivamente en el posttest) confirman que la distribución de los puntajes se desplazó hacia valores más altos luego de la intervención.

La prueba de Shapiro-Wilk, aplicada a los datos del pretest, muestra un valor de $p = 0.478$, superior al umbral $\alpha = 0.05$, lo que indica que no hay evidencia suficiente para rechazar la normalidad de los datos. Esto justifica el uso de análisis paramétricos. En cambio, el valor de $p < .001$ en el posttest indica una posible desviación de la normalidad; sin embargo, dado el tamaño de la muestra ($n = 26$) y el enfoque robusto del t de Student para muestras relacionadas, este análisis sigue siendo apropiado (Field, 2018).

Tabla 1 en su sección de Prueba t Student para muestras apareadas, se presenta el valor estadístico $t(25) = 8.14$, con un nivel de significancia $p < 0.001$, lo que indica que existe una diferencia significativa entre los puntajes del pretest y posttest. Esto permite rechazar la hipótesis nula de

igualdad de medias y afirmar que la intervención tuvo un efecto estadísticamente significativo en el rendimiento académico.

5.2 Componente cualitativo

El componente cualitativo constituye un módulo complementario e integrador que aportó valor agregado a los datos cuantitativos medidos y registrados durante la experiencia de la EMIA. Entre los aspectos más destacados se incluyen categorías vinculadas a los recursos tecnológicos y a los diversos textos que reflejan manifestaciones socioculturales en un contexto espacio-temporal particular. Las interacciones observadas resultan de especial interés para el análisis de la producción colectiva del conocimiento educativo generado durante la implementación.

En este marco, el uso de herramientas tecnológicas adquiere un rol importante en la configuración de experiencias didácticas significativas. Especialmente, la incorporación de GeoGebra, Wolfram Alpha y ChatGPT representan una estrategia clave para dinamizar la representación y comprensión de objetos matemáticos complejos, desde una perspectiva visual e interactiva.

GeoGebra es un programa matemático que permite estudiar objetos geométricos mediante álgebra computacional y facilita la elaboración de construcciones interactivas. Su uso en la EMIA posibilita la creación de representaciones visuales dinámicas y versátiles. La experiencia se desarrolla en dos escenarios singulares: la construcción de regiones convexas en el plano y la animación de sólidos de revolución en el espacio.

En relación a las superficies de la región plana, GeoGebra facilita la comprensión y consolidación de contenidos algebraicos a través de una perspectiva visual. Además, resulta ser una excelente herramienta para estudiar y analizar el área entre dos curvas desde una óptica controlada y animada visualmente.

Por su parte, el análisis del sólido de revolución en el espacio se realiza mediante animaciones que mostraban la progresión gradual de la construcción. Estas animaciones, vistas desde diferentes ángulos, permiten identificar la propiedad de contención de los cuerpos. En este contexto, los estudiantes comprenden que el volumen es una cualidad inherente a los objetos tridimensionales, al percibir su capacidad de contener algo en su interior.

El empleo de GeoGebra genera un impacto significativo, captando la atención y favoreciendo procesos de abstracción de conocimientos geométricos en los estudiantes. Esta práctica reflexiva sobre los objetos matemáticos se enfoca en el análisis de propiedades emergentes del movimiento, promoviendo una educación visual efectiva. Así, se facilita la comprensión de contenidos, objetos, propiedades y límites espaciales asociados a los sólidos de revolución.

El recurso Wolfram Alpha constituye una potente herramienta computacional sustentada en algoritmos de inteligencia artificial, que en la experiencia aporta dos aspectos formativos y un aspecto de reflexión permanente. Los aspectos formativos permiten desarrollar interacciones en prácticas algorítmicas y estrategias resolutorias de las integrales definidas. Estas se articulan de manera significativa con los análisis visuales generados, tanto en los desempeños manuales (mediante técnica de papel y lápiz) como en las representaciones gráficas de alta resolución y precisión matemática ofrecidas por el software GeoGebra.

Wolfram Alpha se revela como una herramienta poderosa al resolver integrales definidas y mostrar de manera transparente los procedimientos asociados a los ejercicios de sólido de revolución. Su utilidad trasciende la resolución puntual de problemas, pues también orienta procesos creativos y reflexivos dentro del colectivo de trabajo. Las conclusiones consensuadas evidencian que el análisis de las implicaciones derivadas de los modelos de respuesta simbólicos generados Wolfram Alpha enriquece el espacio de aprendizaje, al fomentar una cualidad cognitiva consciente sobre la consistencia de las implicaciones lógicas. Asimismo, esta práctica introspectiva promueve la construcción cognitiva de propuestas creativas en cuadros de ensayo matemático, impulsando una exploración continua de nuevas ideas.

La reflexión permanente constituye un rasgo distintivo de este proceso consciente del uso de tecnologías educativas sobre el pensamiento matemático. Las demostraciones y esquemas argumentativos con base axiomática no se limitan a satisfacer demandas inmediatas de resolución, sino que se proyectan hacia la consolidación de estructuras de pensamiento más profundas. Este enfoque permite no solo resolver problemas, sino también cuestionar y revisar continuamente la consistencia lógica de las soluciones propuestas.

De este modo, el proceso de consulta no culmina con las respuestas emitidas por la herramienta, sino que genera un ciclo abierto y dinámico de aprendizaje, caracterizado por la revisión iterativa y la construcción sostenida del conocimiento matemático.

En paralelo, ChatGPT se presenta como un asesor inmediato y versátil, basado en el modelo de lenguaje GPT-3.5 desarrollado por Open AI. Su función principal consiste en generar texto coherente y relevante, facilitando la comprensión de principios y fundamentos vinculados a objetos y algoritmos matemáticos. En particular, ofrece explicaciones detalladas sobre los métodos de disco, arandela y capas cilíndricas, y gracias a su amplia base de dato, extiende el alcance de la asesoría personalizada por perspectivas múltiples con asociaciones cruzadas.

Las prácticas vinculadas a conceptos, algoritmos, estrategias y consideraciones semióticas proporcionan orientaciones valiosas para el análisis, aunque sus respuestas no son aceptadas de manera automática. Por el contrario, cada aporte se somete a una evaluación crítica dentro de las discusiones grupales, fundamentando las decisiones de avance. Por ejemplo, ante la consulta sobre el creador del método de integración por partes, ChatGPT atribuye el crédito a Bernoulli, mientras que la historiografía matemática reconoce a Taylor. Este error, lejos de debilitar la herramienta, incentiva la validación colectiva, fomenta el debate académico, impulsa la consulta cruzada con otros grupos y concluye con el contraste de información junto al docente investigador.

La toma de decisiones definitiva se construye a partir de múltiples consensos, lo que otorga un valor significativo no solo al experimento didáctico, sino también a la formación profesional con sentido de pertinencia social. En este contexto, el autor infiere que la actividad profesional del Ingeniero de Sistemas se centra en el diseño de soluciones óptimas a necesidades específicas mediante estudios interdisciplinarios. Este proceso, sustentado en datos y consensos colaborativos, se constituye en una herramienta clave para desarrollar habilidades de toma de decisiones a nivel operativo, táctico y estratégico.

Singularmente, la experiencia pudo redimensionar la herramienta ChatGPT como un aporte de apoyo que puede trascender los límites académicos, promoviendo un aprendizaje reflexivo, colaborati-

vo y con proyección profesional.

La activación interna de participación en cada grupo generó un efecto cascada que trascendió hacia otros colectivos, evidenciando el carácter históricamente social y cultural de los seres humanos. Un aspecto singular de este proceso fue la creación de una corriente dialéctica, caracterizada por un análisis profundo de los contenidos, una revisión retrospectiva de los algoritmos y una toma de decisiones fundamentada en premisas que optimizaron la eficiencia de las estrategias. Asimismo, se destacó un uso enriquecido de la semiótica en los operadores y objetos matemáticos,

lo que fortaleció las formas expresivas para comunicar, de manera consistente, los resultados académicos relacionados con el cálculo de sólidos de revolución.

En conjunto, se articuló un entramado de acciones dinámicas y participativas, promovidas por el entusiasmo compartido del grupo. Durante el proceso se registrando cuidadosamente la armonía emergente en las interacciones grupales. En la Tabla 2 se presenta la síntesis definitiva de la matriz de análisis cualitativo, que recoge los hallazgos emergentes y las reflexiones construidas desde la perspectiva interpretativa.

Tabla 2. Análisis cualitativo

Etiqueta	Descripción	Interpretación	Aproximación Teórica
Formas colectivas de colaboración	Demuestra compromiso, responsabilidad y apoyo empático en la realización de tareas coordinadas con otros, contribuyendo al cumplimiento de actividades de aprendizaje	Conciencia de intención compartida para conquistas de logros comunes	Estimación de acción didáctica para realizar tareas intelectuales exigentes con altos niveles de participación en la comunidad de prácticas compartidas
Producción de conocimiento	Creación de obras académicas como consecuencias de productos consensuados de la actividad labor conjunta	Productos académicos conscientes logrados mediante esfuerzos de desempeños, entre la cuales se destacan: post test y perfiles de aprendizajes documentados	Promueve una transformación dialéctica del aprendizaje orientada a la construcción del 'saber ser', con proyección hacia el desarrollo de competencias y su reconocimiento como fuerza vital que dinamiza los demás ejes transversales: saber convivir, saber hacer y saber conocer.

La matriz cualitativa sintetiza los hallazgos asociados a las categorías emergentes formas colectivas de colaboración y producción consciente de conocimiento, caracterizadas por prácticas dialógicas y socialmente situadas. De acuerdo con Radford (2023), el aprendizaje matemático se concibe como una praxis cultural en la que los sujetos se constituyen en la interacción colectiva. En este marco, la EMIA favorece una transformación del saber ser, que articula las competencias del saber hacer, saber convivir y saber conocer, en coherencia con perspectivas de carácter social, cultural e histórico. Este proceso se sustenta en una ética de la colaboración, que activa reflexiones dialécticas y colectivas sobre el sentido transformador del aprender.

Finalmente, se incluyó una tarea de valor agregado no prevista en la planificación inicial, pero que surgió como un aspecto de interés durante el cur-

so investigativo. Se determina analizar la relación entre las formas colectivas de colaboración y los desempeños académicos generados. En dirección a este propósito, se evalúa las mediciones de los test, categorizadas en variables nominales. Luego, se aplicó la prueba de Chi Cuadrado con un nivel de significancia del 95%, obteniendo un valor p igual a 0.001. En función de este resultado, se rechaza la hipótesis nula.

El análisis estadístico de la Tabla 3 muestra la prueba de Chi Cuadrado, el cual reveló una asociación significativa entre las formas colectivas de colaboración y el rendimiento académico [$\chi^2(1, N = 26) = 10.1, p = 0.001$]. Esto indica que la participación activa y coordinada en procesos colaborativos influye positivamente en los resultados académicos de los estudiantes, corroborando la importancia del trabajo colectivo en contextos educativos (Radford, 2023).

Tabla 3. Matriz de contingencia

Post	Pre		Total
	A-Aplazados	AP-Aprobados	
A-Aplazados	1	2	3
AP-Aprobados	22	1	23
Total	23	3	26
Pruebas de χ^2			
	Valor	Gl	p
χ^2	10.1	1	0.001
N	26		

Nota. Elaborado por el docente investigador con Jamovi (versión 2.3)

La evidencia sugiere que fortalecer las dinámicas grupales puede potenciar el aprendizaje y la consecución de objetivos académicos, en línea con enfoques andragógico universitario que enfatizan la interacción social como condición decisiva para el desarrollo cognitivo y formativo.

6. CONCLUSIONES

El reporte final se estructuró en dos orientaciones guías: la primera, evaluar la efectividad de la EMIA en el aprendizaje del cálculo de sólidos en revolución empleando integrales definidas con asistencia tecnológica; la segunda, interpretar el significado hermenéutico presente en las actividades culturales asociadas a la EMIA.

En cuanto a la efectividad de la EMIA, el análisis estadístico confirma que los datos del pretest presentan una distribución normal. A partir de esta verificación, se aplica la prueba t de Student para muestras relacionadas, considerando las mediciones obtenidas antes y después de la intervención didáctica. Los resultados certifican diferencias estadísticamente significativas entre las medias de ambos momentos.

Tras el análisis inferencial mencionado en el párrafo anterior, se infiere que la diferencia estadística de las dos medias, pre y post test, realizadas a la muestra se deba a la influencia o efecto de la EMIA dentro del experimento didáctico, específicamente, el marcado sentido positivo a favor de la intervención didáctica implicó mejores puntuacio-

nes en el estudio del contenido matemático sólido en revolución.

El enfoque cualitativo evidencia que, a medida que aumentaba la sociabilidad y la colaboración entre los estudiantes, mejora la comprensión y fijación del conocimiento matemático construido mediante un colectivo comprometido con su responsabilidad de aprender.

El hallazgo de correlación positiva entre el trabajo colectivo participativo y sus productos académicas se potencia en la dinámica de labor conjunta, donde el diálogo, la empatía y la corresponsabilidad académica funcionan como catalizadores del aprendizaje. En este contexto, la EMIA se consolida como un dispositivo didáctico que articula lo cognitivo con lo social, permitiendo que la construcción del conocimiento del contenido sólido en revolución emerja de interacciones significativas, culturalmente situadas y éticamente comprometidas con el desarrollo colectivo.

Otro rasgo relevante lo constituyen los vectores de la ética comunitaria que emergen en las interacciones colectivas participativas. En la experiencia de la EMIA, estos vectores se afirman en las formas en que los estudiantes se vinculan a través de relaciones de interdependencia social, donde se construyen y resignifican los sentidos de la labor conjunta. La experiencia muestra que el estar junto marca el inicio, pero no se reduce a ella: su génesis es un entramado antropológico de cuidado, responsabilidad y reconocimiento recíproco dentro del colectivo. Así, la actividad matemática redescubre su aprendizaje en una praxis cultural situada, donde los sujetos se co producen en comunión con los otros, encarnando una ética del aprender juntos (Radford, 2023).

Lo más importante es que, a través de la colaboración, se consolidó una comunidad de prácticas colectivas en el marco del contenido sólido de revolución, lo cual favorece el desarrollo de habilidades formativas y permite comprender conceptos y definiciones, creando un contenido más sólido y actualizado.

La experiencia demuestra que las tecnologías educativas no son imparciales ni neutras. Pueden ser una herramienta poderosa que apoye a las expectativas educativas y se convierta en un aliado estratégico para los procesos de aprendizaje, siempre y cuando estén basadas en criterios de sensibilidad social, responsabilidad y reflexión

crítica por parte de quienes las emplean.

La EMIA demostró el impacto de las herramientas tecnológicas, como el software educativo GeoGebra, en las actividades formativas, destacando su capacidad para representar visualmente los sólidos en revolución. Se constató que GeoGebra transformó el "mirar con asombro" en una "observación científica", permitiendo al colectivo de profesores y alumnos minimizar los elementos distractores y aumentar la curiosidad científica en las visualizaciones.

Además, la integración de GeoGebra con Wolfram Alpha y ChatGPT mejoró las estrategias de resolución, refinando el proceso de toma de decisiones para la reconstrucción y actualización del contenido matemático, sólido en revolución. La combinación de estas herramientas favoreció la reflexión matemática y la formulación de proposiciones formales, mientras que promovía un entorno de creatividad e imaginación en los estudiantes.

La experiencia de la EMIA probó el éxito de la colaboración compartida entre estudiantes y profesor. Pues, su éxito se alcanzó gracias al trabajo conjunto y al uso inteligente de las tecnologías por parte de los actores educativos. El docente investigador nos invita a ser acucioso, crítico y mantener una mente abierta, enfatizando que las tecnologías, por sí solas, constituyen un plan desencaminado sin sensibilidad social. Pero, cuando se emplean con un propósito claro, se convierten en herramientas clave para el aprendizaje.

6. REFERENCIAS

- Bernal, A., Toapanta, M., Martínez, M., Correa, J., Ortiz, A., Guerra, I. y Molina, R. (2024). Aprendizaje Basado en Role-Playing: Fomentando la Creatividad y el Pensamiento Crítico desde Temprana Edad. *Ciencia Latina*, 8(4), 1437–1461. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.12389
- Cabero, J. (2020). Covid-19: Transformación radical de la digitalización en las instituciones universitarias. *Revistas Campus Virtuales*, 9(2), 25-34.
- Committee on STEM education. (2018). Charting a course for success: America's strategy for STEM education. National Science & Technology Council. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED590474>
- Creswell, J., y Creswell, J. (2018). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. SAGE.
- D'Amore, B. y Radford, L. (2017). Énfasis: Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Díaz, V., Salazar, I., y López, R. (2023). Steam: Una breve conceptualización de una metodología orientada al desarrollo de competencias del siglo XXI. *Revista Educare*, 23(2), 73-91. <https://doi.org/10.46498/reduipb.v27i2.1916>
- Field, A. (2018). *Discovering Statistics Using IBM SPSS Statistics* (5th ed.). Sage.
- Garzón Ponce, F. D., Pachacama Singo, M. L., Moscu Flores, A. B., León Vásquez, G. M., Reinoso Pinargote, N. P., y Arellano Pozo, K. M. (2025). Estrategias Innovadoras para la Enseñanza de Matemáticas en la Educación Superior. *Revista Científica Multidisciplinar G-Nerando*, 6(1), 35–51. <https://doi.org/10.60100/rcmg.v6i1.390>
- González-García, L. (2024). Innovación docente y metodologías activas: Conceptos y relaciones. *Revista Iberoamericana de Innovación Educativa y Docencia*, (8), 1-12. <https://doi.org/10.58663/riied.vi8.170>
- Jimenez Bajaña, S. R., Diana Anabel, P. S., Perez Baquerizo, M. E., Diana Josefina, T. A., Angulo Paredes, O. P., y Crespo Peñafiel, M. F. (2024). Innovación en la Enseñanza de Matemáticas en la Educación Superior Estrategias Didácticas Efectivas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(6), 19-35. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i6.14480
- López-Noguera, F. (2005). *Metodologías participativas en la enseñanza universitaria*. Narcea S.A. de ediciones.
- Radford, L. (2012). Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), 101-118. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9380-8>
- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274031870010>
- Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80. <https://doi.org/10.30827/pna.v12i2.6965>
- Radford, L., y Lasprilla, A. (2020). De porqué la ética es ineludible de considerar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *La matematica e la sua didattica*, 28(1), 107-128. www.luisradford.ca/pub/2020%20-%20Radford%20&%20Herrera%20Etica%20Matematica%20sua%20Didattica.pdf
- Radford, L. (2020). Un recorrido a través de la teoría de objetivación. En S.T. Gobera y L. Radford (Eds). *Fundamento para el aprendizaje de la ciencia Matemática*, (pp. 15-42). Editora Livraria da Física.
- Radford, L. (2021). La ética en la teoría de la objetivación. [Ethics in the theory of objectification]. In L. Radford y M. Silva Acuña (Eds.) *Ética: Entre educación y filosofía* (pp. 107-141). Universidad de los Andes.
- Radford, L. (2023). La teoría de Objetivación: Una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Ediciones Uniandes UED, Colección en Educación Matemática.
- Robles-Ramírez, A. J. (2024). Enfoque STEM en la educación universitaria: estrategias activas para resolver problemas reales. *Sage Sphere of Technology, Sciences, Discoveries And Society*, 2(2). <https://sagespherejournal.com/index.php/SSTSDS/article/view/35>.
- Sánchez, R. (2015). t-Student. Usos y abusos. *Revista Mexicana de Cardiología*, 26(1), 59-61. <https://www.scielo.org.mx/pdf/rmc/v26n1/v26n1a9.pdf>
- Schmidt, A., Rakes, C., Bush, S., Ronau, R., Soni, S., Fisher, M., Amick, L., Viera, J., y Sofi, F. (2024). Mathematics Discourse in Secondary Teacher Candidates' Lessons: A Mixed Methods Analysis. *Education Sciences*, 14(12); <https://doi.org/10.3390/educsci14121286>
- Van Manen, M. (2003). *Investigación educativa y experiencia vivida. Ciencia humana para una pedagogía de la acción y de la sensibilidad*. Idea Books.



DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DEL ESPACIO TRIDIMENSIONAL EN MATEMÁTICA

DESIGN OF DIDACTIC MATERIALS FOR TEACHING THREE-DIMENSIONAL SPACE IN MATHEMATICS

Alejandro David Guato Valarezo

alejandro.guato@unach.edu.ec

<https://orcid.org/0009-0004-0222-7513>

Universidad Nacional de Chimborazo

Cristofer Sebastián Montoya Yáñez

cristofer.montoya@unach.edu.ec

<https://orcid.org/0009-0002-8579-821X>

Universidad Nacional de Chimborazo

Víctor Hugo Caiza Ramos

victor.caiza@unach.edu.ec

<https://orcid.org/0009-0006-3758-2640>

Universidad Nacional de Chimborazo

Carmen Siavil Varguillas Carmona

cvarguillas@unach.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-3834-2474>

Universidad Nacional de Chimborazo

RESUMEN

La enseñanza de conceptos tridimensionales en matemática representa un desafío en el sistema educativo ecuatoriano, debido a la abstracción inherente de estos temas y la limitada implementación de métodos innovadores en las aulas. Este estudio tuvo como objetivo diseñar materiales didácticos concretos que faciliten la comprensión del espacio tridimensional con base en un análisis documental. Para ello se utilizó un enfoque cualitativo bajo el cual se realizó un análisis bibliográfico asistido por el software ATLAS.ti. Los resultados destacaron tres modelos de materiales didácticos: uno de alto alcance, construido con madera y cuerdas elásticas para representar el sistema tridimensional cartesiano; uno de mediano alcance, diseñado con madera, varillas metálicas e hilos; y una versión compacta de bajo costo elaborada con cartón prensado y materiales reciclables. La revisión de literatura evidencia que estos modelos facilitan la visualización de conceptos del espacio, motivando a los estudiantes y mejorando su comprensión de conceptos abstractos. En conclusión, los materiales didácticos se presentan como una alternativa viable y eficiente para transformar la enseñanza de temas complejos, considerando que su éxito depende de la capacitación del profesorado, la adecuada planificación pedagógica y el acceso a recursos.

Palabras Clave:

Enseñanza de la Matemática, Aprendizaje, Material didáctico, Espacio tridimensional

ABSTRACT

The teaching of three-dimensional concepts in mathematics represents a challenge within the Ecuadorian educational system due to the inherent abstraction of these topics and the limited implementation of innovative methods in classrooms. This study aimed to design concrete didactic materials to facilitate the understanding of three-dimensional space based on a documentary analysis. To this end, a qualitative approach was adopted, through which a bibliographic analysis supported by the ATLAS.ti software was conducted. The results highlighted three models of didactic materials: a high-scope model constructed with wood and elastic cords to represent the three-dimensional Cartesian system; a medium-scope model designed with wood, metal rods, and threads; and a compact, low-cost version made from pressed cardboard and recyclable materials. The literature review shows that these models facilitate the visualization of spatial concepts, motivate students, and improve their understanding of abstract concepts. In conclusion, didactic materials emerge as a viable and efficient alternative for transforming the teaching of complex topics, considering that their success depends on teacher training, appropriate pedagogical planning, and access to resources.

Keywords:

Mathematics teaching, Learning, Teaching materials, Three-dimensional space

1. INTRODUCCIÓN

La Didáctica de la Matemática se entiende como el campo de estudio que analiza los procesos de enseñanza y aprendizaje dentro de esta disciplina, orientando estrategias pedagógicas para favorecer la comprensión de los estudiantes. En este marco, el material didáctico constituye un recurso fundamental para concretar los contenidos abstractos y facilitar la construcción de conocimientos. Meza et al. (2024) señalan que estos materiales funcionan como herramientas que apoyan al docente en la mediación del aprendizaje de manera dinámica y estructurada, contribuyendo al desarrollo de destrezas y competencias matemáticas durante la formación educativa.

En el sistema educativo ecuatoriano persisten desafíos para la comprensión de ciertos contenidos matemáticos considerados complejos por los estudiantes, entre ellos la representación del espacio tridimensional. Diversas investigaciones han señalado que la matemática es percibida como una asignatura difícil debido a la carga de abstracción que exige y a la falta de estrategias pedagógicas que vinculen los conceptos con experiencias concretas (Revelo y Yáñez, 2023). En la educación tradicional, estos temas solían explicarse únicamente mediante el pizarrón y descripciones verbales, lo cual limitaba la visualización de los objetos espaciales. Actualmente, los recursos digitales ofrecen alternativas para mejorar la comprensión; sin embargo, la carencia de insumos tecnológicos en muchas instituciones educativas restringe su uso. Frente a esta realidad, el material concreto se presenta como una alternativa accesible y eficaz, siempre que sea empleado de manera planificada por los docentes. Como señala Tomalá (2022), su incorporación promueve un aprendizaje significativo, aunque todavía su presencia en el aula es escasa, a pesar de los efectos positivos que genera en el rendimiento estudiantil.

El uso de material concreto en la enseñanza de la matemática tiene varias ventajas. Facilita la comprensión de conceptos abstractos, permitiendo a los estudiantes visualizar y manipular objetos reales. Al enseñar fracciones, los profesores pueden usar bloques o piezas de diferentes tamaños para mostrar cómo se dividen y combinan las fracciones. Esto ayuda a los estudiantes a entender mejor el concepto que si solo lo vieran en un libro o una pizarra. Revelo y Yáñez (2023) mencionan que

el material concreto formaliza y potencia el conocimiento intuitivo que poseen los estudiantes dentro de su realidad de cálculo. Para su desarrollo cognitivo es importante aplicar las tres etapas: concreta o manipulativa, pictórica o representación gráfica, para luego manejar de manera apropiada la fase abstracta o simbólica (p. 70).

Además, el material concreto fomenta el aprendizaje activo y participativo. Esto no solo hace que las clases sean más interesantes y dinámicas, sino que también mejora la retención del conocimiento. Sin embargo, es responsabilidad del docente el que realice un uso adecuado y oportuno del material concreto dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje. Ruesta y Gejaño (2022) mencionan que el material concreto adquiere utilidad siempre y cuando se seleccione y utilice de forma pertinente y oportuna, especialmente frente al hecho de que estos materiales han sufrido grandes cambios debido a los avances tecnológicos en estos últimos tiempos.

A partir de los planteamientos anteriores, resulta pertinente revisar algunos trabajos previos que han explorado el uso de materiales concretos en la enseñanza de la Matemática. Estos estudios ofrecen un marco de referencia para comprender cómo este tipo de recursos ha contribuido al aprendizaje en distintos niveles educativos y sirven de base para sustentar la presente investigación.

Veloz (2022) exploran el uso de recursos didácticos dentro de la enseñanza de matemáticas en sexto año de Educación Básica en una unidad educativa de la ciudad de Quito. Empleando una metodología con enfoque mixto, recopilaron datos cualitativos y cuantitativos. Los resultados muestran que docentes y estudiantes reconocen la efectividad del material concreto para favorecer el aprendizaje y el desarrollo de habilidades numéricas; concluyen que el uso de materiales manipulables permiten un aprendizaje significativo, motivando y desarrollando el pensamiento lógico de estudiantes.

Vásquez (2019) en su estudio consideró material concreto, en conjunto con Tecnologías de la Información y Comunicación, para mejorar el aprendizaje de geometría a partir del modelo de Van Hiele, a partir de actividades enfocadas en conceptos como perímetro, área y volumen. Los resultados indican que el uso de bloques lógicos y software promueve un aprendizaje activo y una

mejora en la comprensión espacial; se concluye que los materiales didácticos fomentan competencias matemáticas y mejor motivación hacia la asignatura.

Cajamarca (2023) explora la relación entre el uso de material didáctico y rendimiento escolar en una unidad educativa de la ciudad de Riobamba. Mediante un enfoque cuantitativo y diseño correlacional, se evidenció una relación positiva fuerte entre el uso de material didáctico y conocimientos adquiridos. El estudio concluye que los recursos didácticos pueden mejorar significativamente el aprendizaje si se emplea en áreas complejas para el estudiante.

2. APROXIMACIÓN CONCEPTUAL DEL ESTUDIO

El material didáctico, en el presente estudio, se define como un recurso pedagógico de manera intencionada que ha sido diseñado para poder mediar el proceso de enseñanza y de aprendizaje construyendo activamente el conocimiento de modo que el estudiante interactúe directamente con representaciones de objetos concretos, de objetos visuales, y de objetos manipulables. Desde este sentido de la noción material didáctico no sólo puede considerarse un objeto auxiliar o ilustrativo, sino que representa un dispositivo cognitivo tal que se entrelaza incluso la experiencia sensorial con la propia abstracción de los conceptos matemáticos.

Los diferentes estudios más recientes concuerdan en que el material didáctico ofrece valor educativo sólo si obedece a objetivos del aprendizaje claros y existe una planificación de la enseñanza que permita el uso activo del estudiante. En este sentido, Maldonado y Bucarán (2022) plantean que todos aquellos materiales didácticos facilitan el aprendizaje significativo sólo si permiten al estudiante explorar, experimentar y reflexionar sobre los conceptos matemáticos, al contrario del uso de forma exclusiva de la exposición oral, el cual destaca por la manera de enseñanza, el modelo instructivo. Caamaño et al. (2021) comparten el criterio de que el uso de los materiales concretos refuerza los procesos cognitivos porque conviene al estudiante como el auténtico protagonista de su aprendizaje, en especial cuando la prevención de la abstracción matemática produce dificultades.

Desde el punto de vista que adopta este trabajo, el material didáctico concreto es considerado como un recurso para progresar desde lo manipulativo hasta lo abstracto y es coherente con planteamientos que comprenden el aprendizaje de la matemática desde los planteamientos constructivistas. Esta idea se sitúa en el hecho de que la comprensión de los conceptos complejos no es inmediata, sino que se genera a partir de experiencias en las que se integran la acción, la representación y la simbolización. Manosalvas y Yáñez (2023) apuntan a que el material concreto también resulta ser mediador en este proceso, ya que permite que el conocimiento intuitivo del alumno vaya pasando poco a poco a ser una estructura matemática más compleja.

De manera generada, el espacio tridimensional se considera en este trabajo como un modelo matemático que requiere comprender cómo se relacionan los puntos, las rectas, los planos y los vectores mediante un sistema de referencia tridimensional; su enseñanza requiere que se desarrollen habilidades de visualización, de orientación espacial y de razonamiento geométrico que no siempre se logran con la típica representación bidimensional que se realiza con la pizarra o el libro de texto. Al respecto, Leal (2020) y Herrera y Campana (2023), advierten que estas limitaciones didácticas dificultan la comprensión profunda del espacio tridimensional, alcanzándose sólo aprendizajes fragmentados y escasamente significativos.

Partiendo de la consideración conceptual en la que se sustenta este trabajo, el aprendizaje del espacio tridimensional se concibe como aquel que implica representaciones manipulativas y manipuladas por el estudiante para cruzar el modelo físico con el objeto de la estructura matemática abstracta, de tal forma que existe una interrelación entre ambos. Dentro de esas dimensiones, el material didáctico tridimensional tiene un papel de mediadores (puentes) entre ellos, facilitando la visualización de sistemas de coordenadas, planos cartesianos, vectores, en definitiva, facilitando una enseñanza de las matemáticas de forma integradora del espacio, al igual que apuntan Oscco et al. (2019) y Navas et al. (2024), quienes sugieren que este tipo de recursos hace que disminuya la carga cognitiva que conlleva la abstracción geométrica, dado que ayuda a establecer referencias espaciales suficientemente claras para los estudiantes.

Así, este trabajo entiende que el material didáctico

co para la enseñanza del espacio tridimensional ha de ser considerado como un material didáctico asumiendo los criterios de funcionalidad didáctica, de claridad representativa y de viabilidad contextual, muy especialmente en aulas con recursos limitados. Desde esta consideración, los materiales que contribuyen al aprendizaje no son considerados como instrumentos para evaluar el aprendizaje sino como propuestas didácticas fundamentadas teóricamente, orientadas a enriquecer las prácticas docentes actuales y las bases para estudiar futuras prácticas docentes desde una perspectiva empírica.

3. METODOLOGÍA

El presente estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, con un diseño teórico-descriptivo, orientado al diseño y fundamentación de materiales didácticos concretos para la enseñanza del espacio tridimensional en matemática. Este enfoque permitió analizar y organizar aportes conceptuales provenientes de la literatura especializada, así como traducir dichos aportes en propuestas didácticas coherentes con el contexto educativo ecuatoriano.

Desde el punto de vista epistemológico, la investigación se enmarca en un paradigma interpretativo, en tanto busca comprender y sistematizar significados, enfoques y tendencias presentes en estudios previos sobre el uso del material concreto en la enseñanza de la matemática, sin recurrir a la medición de variables ni a la intervención directa en el aula. En este sentido, el estudio no tiene carácter empírico, sino que se centra en la construcción teórica y didáctica de recursos educativos, a partir del análisis documental.

El alcance del estudio es descriptivo, ya que se orienta a caracterizar, organizar y fundamentar propuestas de material didáctico, sin pretender establecer relaciones causales ni evaluar el impacto de su aplicación en el aprendizaje del estudiantado. Los resultados se presentan como propuestas didácticas fundamentadas, susceptibles de ser implementadas y evaluadas en futuras investigaciones de carácter empírico.

El diseño de los materiales didácticos propuestos se fundamentó en criterios pedagógicos, conceptuales y contextuales derivados del análisis de la literatura especializada sobre la enseñanza del

espacio tridimensional y el uso de materiales concretos en matemática. En particular, se consideraron los siguientes criterios:

- Funcionalidad pedagógica, entendida como la capacidad del material para representar puntos, planos y vectores en un sistema tridimensional de manera clara y manipulable.
- Gradiente de accesibilidad, asociado al tiempo de elaboración, disponibilidad de materiales y costos, con el fin de proponer alternativas viables para distintos contextos educativos.
- Replicabilidad, considerando la posibilidad de que los materiales puedan ser construidos por docentes o estudiantes con recursos locales.
- Claridad representacional, orientada a favorecer la visualización espacial y la comprensión progresiva de conceptos abstractos.

A partir de estos criterios, se diseñaron tres modelos de material didáctico, diferenciados según su nivel de complejidad, recursos requeridos y tiempo de elaboración: un modelo de alto alcance, uno de alcance medio y una versión de bajo costo. Esta clasificación responde a la necesidad de ofrecer alternativas flexibles que se adapten a la diversidad de contextos institucionales y condiciones materiales presentes en el sistema educativo.

Análisis documental asistido por ATLAS.ti

Como parte del desarrollo del estudio, se realizó un análisis documental de carácter cualitativo, con el objetivo de identificar enfoques, categorías conceptuales y tendencias investigativas relacionadas con el uso de material didáctico concreto en la enseñanza del espacio tridimensional en matemática. Este análisis permitió fundamentar teóricamente el diseño de los materiales propuestos y contextualizar la discusión desde la literatura especializada.

Selección y búsqueda de fuentes

La búsqueda de información se llevó a cabo en bases de datos académicas de acceso abierto y suscripción institucional, entre las que se incluyen Scielo, Scopus, Latindex, Dialnet y Google Scholar, priorizando artículos científicos publicados entre 2019 y 2024, con énfasis en literatura reciente (2021 en adelante).

Para la recuperación de los documentos se emplearon combinaciones de palabras clave en español e inglés, tales como: material didáctico, material concreto, enseñanza de la matemática, espacio tridimensional, geometría espacial, aprendizaje significativo y didactic materials in mathematics.

Como criterios de inclusión se consideraron:

- estudios centrados en la enseñanza de la matemática,
- investigaciones relacionadas con el uso de materiales didácticos o concretos,
- artículos que abordaran la comprensión de conceptos espaciales o geométricos.

Se excluyeron documentos de carácter divulgativo, experiencias sin respaldo académico y publicaciones duplicadas.

Corpus documental y procesamiento en ATLAS.ti

Como resultado del proceso de búsqueda y depuración, se seleccionó un corpus final de 20 artículos científicos, los cuales fueron importados al software ATLAS.ti para su análisis cualitativo. El uso de esta herramienta permitió organizar, codificar y visualizar la información de manera sistemática, fortaleciendo la rigurosidad del análisis documental.

En ATLAS.ti se emplearon principalmente las siguientes herramientas:

- Codificación abierta, para identificar conceptos recurrentes vinculados al uso del material didáctico y la enseñanza del espacio tridimensional.
- Agrupación de códigos, mediante la creación de familias y redes semánticas, lo que permitió establecer relaciones entre conceptos afines.
- Análisis de frecuencia de términos, utilizado como apoyo exploratorio para reconocer patrones y ejes temáticos predominantes en la literatura.

A partir de este proceso se construyeron categorías conceptuales, tales como aprendizaje significativo, motivación estudiantil, representación espacial y uso de recursos concretos, las cuales sirvieron como ejes de referencia para el análisis

interpretativo y la organización de los resultados.

Función del análisis documental en el estudio

El análisis documental asistido por ATLAS.ti no tuvo como finalidad evaluar el impacto del material didáctico en el aprendizaje del estudiantado, sino fundamentar teóricamente el diseño de los materiales propuestos y contextualizar su relevancia educativa a partir de la evidencia disponible en la literatura. De este modo, el software se utilizó como una herramienta de apoyo para sistematizar información, fortalecer la coherencia conceptual del estudio y orientar la discusión, en correspondencia con el carácter teórico-descriptivo de la investigación.

4. RESULTADOS

4.1 Creación del material didáctico con materiales de gran alcance

El material didáctico diseñado con un tiempo de elaboración extenso y un presupuesto ligeramente elevado consiste en una estructura cúbica de madera con cuerdas elásticas, concebida para la representación del espacio tridimensional. El modelo corresponde a un cubo de madera de 54 cm x 54 cm, en el cual cada eje se encuentra dividido en segmentos de 10 cm. En las caras internas de dichos ejes se dispusieron ganchos metálicos cerrados, ubicados a intervalos regulares de 10 cm, lo que permite una configuración precisa y estable de los elementos representativos. Entre los componentes principales se destaca una malla externa construida con cuerdas de distintos colores, las cuales representan los planos cartesianos: azul para el plano xy, rojo para el plano yz y verde para el plano xz. Asimismo, los vectores se representan mediante cuerdas elásticas que conectan el punto de intersección de los planos con los distintos ganchos del cubo, partiendo desde el origen del sistema. La finalidad de este material es representar el sistema cartesiano tridimensional y facilitar la visualización de puntos, planos y vectores en el espacio, tal como se ilustra en la Figura 1.

Figura 1. Material didáctico con materiales y tiempo de mayor peso

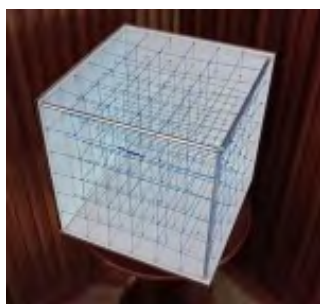


Nota. Elaboración propia.

4.2 Creación del material didáctico con materiales de mediano alcance

El material didáctico diseñado con un tiempo y presupuesto moderados corresponde a un modelo consistente en un cubo formado por cuadros de madera y varillas metálicas. Este dispositivo está compuesto por tres cuadros de madera de 30 cm de lado, unidos entre sí mediante tres varillas metálicas que configuran la estructura cúbica. Cada uno de los cuadros presenta orificios dispuestos a intervalos regulares de 5 cm, lo que permite la construcción de una malla tridimensional, tanto externa como interna, mediante el uso de hilo. Dicha malla constituye uno de los elementos principales del material, ya que facilita la representación de puntos en el espacio tridimensional. Asimismo, el modelo incorpora la representación de vectores mediante palillos que parten desde el punto de intersección de los tres cuadros —correspondiente al origen del sistema— hacia distintos puntos de la malla. La finalidad de este material es favorecer la comprensión de la relación entre los ejes y los puntos del espacio a través de un diseño sencillo, manipulable y visualmente accesible para los estudiantes (ver Figura 2).

Figura 2. Material didáctico con materiales y tiempo de peso moderado



Nota. Elaboración propia.

4.3 Creación del material didáctico con materiales de bajo alcance

El material didáctico correspondiente a una versión de bajo alcance en términos de tiempo y presupuesto consiste en un modelo compacto y económico para la representación del espacio tridimensional. Este diseño está conformado por tres cuadros de cartón prensado, ensamblados mediante tres palillos que permiten configurar una estructura cúbica liviana. Para la construcción de la malla tridimensional se utiliza hilo plástico, lo que posibilita la visualización de puntos en el espacio de manera simple y funcional. El modelo reproduce el diseño conceptual del segundo material didáctico, manteniendo los mismos principios de representación, aunque empleando materiales más accesibles y de bajo costo. Tanto los vectores como los puntos en el espacio se representan mediante palillos, conservando la lógica de construcción y manipulación del modelo original. La finalidad de este material es ofrecer una alternativa económica, ligera y fácilmente replicable para la enseñanza del espacio tridimensional, especialmente adecuada para contextos educativos con recursos limitados (ver Figura 3).

Figura 3. Material didáctico con material de fácil alcance y tiempo de elaboración reducido



Nota. Elaboración propia.

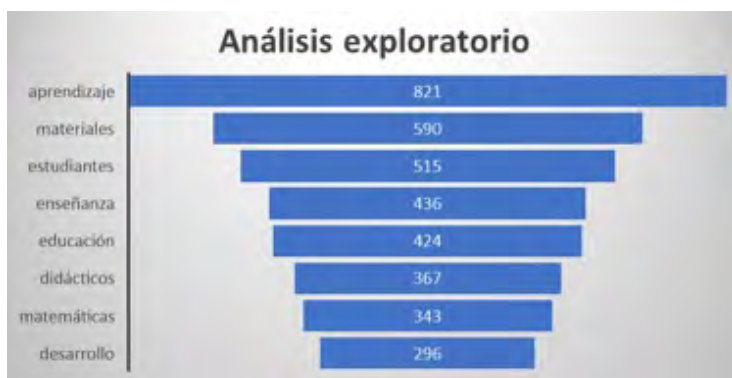
A continuación, se proporciona el enlace de acceso a algunos videos desarrollados con la finalidad de explicar la construcción y funcionamiento de los materiales didácticos:

<https://www.youtube.com/watch?v=eaHiHEYa-QKo>; https://www.youtube.com/watch?v=p_62s-Yabge8

4.4 Análisis exploratorio sobre la implicación educativa del material didáctico en la enseñanza del espacio tridimensional

Se realizó un análisis exploratorio de la literatura mediante el software ATLAS.ti, lo cual permitió identificar las categorías más recurrentes en los estudios sobre el uso de material didáctico. Estas categorías conceptuales (aprendizaje significativo, motivación estudiantil, representación espacial y uso de recursos concretos) se constituyen en ejes de referencia que orientan la construcción del marco conceptual de la investigación.

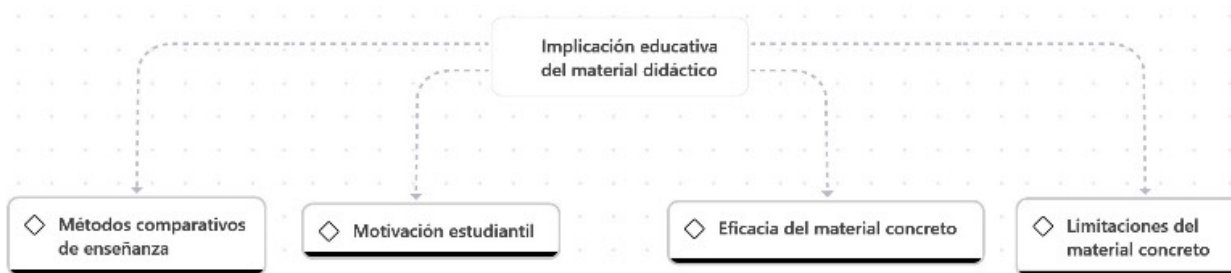
Figura 4. Análisis exploratorio de términos clave dentro de la bibliografía



Nota. Elaboración propia.

La identificación de los términos más recurrentes en la exploración bibliográfica permite reconocer los conceptos que concentran mayor atención en la literatura sobre la enseñanza del espacio tridimensional. La frecuencia de aparición de términos como aprendizaje, motivación, representación o material concreto evidencia las áreas de mayor interés investigativo y señala tendencias en el abordaje de este campo. Esta lectura preliminar constituye un insumo relevante para el análisis posterior, en el cual dichos términos se organizan en categorías conceptuales que orientan la discusión.

Figura 5. Creación de subtemas mediante las categorías planteadas en ATLAS.ti



La recurrencia de determinadas categorías en la revisión bibliográfica evidencia los principales enfoques de la investigación sobre la enseñanza del espacio tridimensional. Estas categorías, como aprendizaje significativo, motivación, representación espacial y uso de materiales concretos permiten estructurar los ejes de análisis que orientan la discusión sobre la implicación educativa de los recursos didácticos. A partir de ello, se organizan los apartados siguientes como una síntesis interpretativa de los hallazgos encontrados en la literatura.

4.4.1 Métodos comparativos de enseñanza

El análisis de la literatura sobre los métodos para enseñar el espacio tridimensional en matemáticas revela la necesidad de comparar diferentes enfoques y comprender cuál de ellos resulta más efectivo en el planteamiento de temas abstractos. De hecho, Diego-Mantecón et al. (2021) destaca que

hasta la actualidad, los docentes han hecho poco para abordar las limitaciones en la formulación de temas tridimensionales debido a los métodos convencionales, como la pizarra y los enfoques verbales y teóricos. A pesar de que no existe una cantidad significativa de estudios centrados específicamente en material concreto, los académicos afirman que este es el caso, lo que hizo que las escuelas y los docentes adoptaran el uso de este material más común.

El enfoque tradicional ha resultado limitado para la enseñanza de temas tridimensionales, en cuanto a la representación de conceptos en el espacio. Usualmente, el espacio didáctico no es lo suficientemente activo en el estudiante para la construcción del conocimiento, lo cual limita su entendimiento de conceptos complejos. “La enseñanza de la geometría, se ha visto caracterizada por un método tradicional de enseñanza: la clase magistral como principal medio didáctico; se brinda una enseñanza basada en papel y bolígrafo” (Leal Aragón, 2020, p. 187). De acuerdo con esto, el trabajo con varios métodos que contienen material concreto o con la tecnología digital es sumamente necesario para apoyar el aprendizaje orientado hacia la acción y la interactividad.

El material didáctico aumenta las posibilidades de presentar la información de manera más visual, además de que la exploración activa del material disponible durante la clase y la participación en los procesos de manipulación pueden enriquecer la experiencia de aprendizaje. En este sentido, Arcavi (2003) demuestra que las representaciones visuales combinadas con manipulación activa incrementan la comprensión conceptual, mejoran la visualización espacial y favorecen aprendizajes profundos en geometría. Además, Kale et al. (2021) sostiene que la exploración activa de representaciones enriquece la experiencia cognitiva, mejora la comprensión cuando el estudiante interactúa con el objeto de estudio y es superior a la observación pasiva.

Adicionalmente, algunos estudios mencionados en la literatura subrayan que la utilización del material concreto promueve un aprendizaje activo, en el que los estudiantes no son simplemente receptores sino activos en su propia educación. Corpus Mechato (2022) menciona que muchos estudiantes con una mala percepción de las matemáticas dejan de aprenderlas porque no se les exige o no se les buscan estrategias que les ayu-

de en su aprendizaje. En general, mediante el uso del material didáctico, los conceptos reciben una mejor explicación y los estudiantes se sienten más motivados y retienen la información.

El enfoque en la actividad del estudiante dentro de un ambiente constructivista refuerza la relevancia de los materiales didácticos para el desarrollo de habilidades y conocimientos. En este sentido, Caamaño et al. (2021) considera que “el uso de materiales didácticos constituye un elemento sustancial del proceso educativo para promover la actividad del aprendiz en un entorno constructivista de aprendizaje significativo donde el estudiante es el protagonista y máximo responsable de la construcción de sus conocimientos” (p. 320). Considerado desde el otro aspecto, es decir, comparando con el aprendizaje exclusivamente teórico, la situación es aún más clara; el material concreto mejora notablemente el pensamiento crítico y la solución de problemas, que son las habilidades necesarias en matemática.

En comparación con la enseñanza exclusivamente verbal y abstracta, los materiales concretos afectan positivamente la motivación del estudiante, un punto esencial en el estudio de asignaturas “difíciles”, como la Matemática. La oportunidad de jugar con los objetos hace que los conceptos sean considerablemente comprensibles, bastante menos intimidantes, lo que afecta a la ansiedad de las matemáticas, en particular, y afecta positivamente a la actitud de los estudiantes. “Los materiales didácticos, como herramienta, sirven para modelar la realidad de lo conocido concreto, siendo más viable el conocimiento para que busque una aplicación práctica” (Oscoco Solórzano et al., 2019, p. 4). Este enfoque centrado en el estudiante como experimentador confirma la importancia de ofrecerlo en un público en edad escolar en lugar del sistema educativo tradicional.

La literatura destaca que la integración de los métodos comparativos permite a los docentes abordar las necesidades de sus alumnos, teniendo en cuenta que no todos los estudiantes entienden y aprenden de la misma manera. Combinar el aprendizaje basado en el material concreto con el aprendizaje tradicional y digital no solo presenta la enseñanza, sino que también se asegura de que la instrucción no sea solo efectiva, sino también personalizada. La comprensión y la capacidad de aplicar conceptos tridimensionales se multiplicarán solo si el profesor se centra en cada

estudiante. “Tanto profesores como estudiantes requieren mayor interacción además del diseño e implementación de otros materiales que sirvan como reforzamiento para lograr la articulación de los saberes matemáticos” (Pliego Pastrana et al., 2022, p. 132).

4.4.2 Motivación estudiantil

En la enseñanza de contenidos abstractos, la motivación estudiantil desempeña un papel fundamental, ya que incide directamente en el interés y la disposición para aprender. Diversos estudios han señalado que el uso de materiales concretos favorece la motivación al permitir la manipulación de objetos físicos y la interacción directa con los conceptos matemáticos, lo cual despierta curiosidad y genera una experiencia de aprendizaje más significativa (Revelo y Yáñez, 2023). Asimismo, Gutiérrez Uribe (2022) destaca que la motivación también se relaciona con la actitud del docente, en tanto su entusiasmo y conocimiento sobre la asignatura influyen de manera positiva en la percepción de los estudiantes hacia las matemáticas.

El material didáctico permite que los estudiantes sean parte activa del proceso de aprendizaje, lo que, a su vez, genera una dinámica más interesante. En este sentido, a diferencia de las clases magistrales, con el empleo del material concreto transforma la lección en un espacio participativo. De forma similar a los materiales concretos, los recursos educativos con elementos visuales e interactivos han demostrado su capacidad para captar el interés de los estudiantes y promover su participación activa en el aprendizaje. En este aspecto, Real Torres (2019) menciona que

los recursos digitales surgen en las últimas décadas como un medio de expresión y creación a través de un nuevo lenguaje basado en la imagen, el sonido y la interactividad, tres elementos que refuerzan la comprensión, la creatividad y la motivación de los estudiantes (p.16).

Esto sirve como base para demostrar cómo la combinación de enfoques tradicionales y tecnológicos poseen la capacidad de dar experiencias educativas enriquecedoras, promoviendo tanto la comprensión conceptual como el desarrollo de habilidades creativas y motivacionales.

La motivación también se fortalece cuando los estudiantes pueden ver y experimentar su éxito en la resolución de problemas a través de material

concreto. De hecho, la capacidad de manipular y explorar conceptos tridimensionales reduce la ansiedad matemática, especialmente entre los estudiantes para quienes las abstracciones son inherentemente desafiantes. La experiencia directa con materiales tangibles se basa en el aprendizaje y genera una respuesta de refuerzo positiva que incita la confianza en las habilidades y, por lo tanto, una actitud más positiva hacia la materia en general. Sin embargo, se debe procurar que el material educativo sea apto para la situación a la que está destinado. Navas Franco et al. (2024) menciona que si el material no es personalizado para la necesidad de los estudiantes, esto puede generar una menor motivación, rendimiento académico desigual y una falta de desarrollo de competencias.

Además, el material de enseñanza concreto también tiene un impacto positivo en la percepción del estudiante de la relevancia del contenido en cuestión, lo que es crucial para la motivación. Dado que se alega que el material de enseñanza relacionado con los conceptos matemáticos y físicos se relaciona con la experiencia, los estudiantes pueden entender su uso y comprobar, en efecto, los conceptos específicos en la práctica. El docente también tiene el rol de guiar al estudiante hacia esta concepción, tal como los factores que debe cubrir el material concreto según Enrique Duarte et al. (2022): “autoaprendizaje, el desarrollo de competencias cognitivas, el aumento de la motivación, así como la retroalimentación de conceptos que presentan dificultad para ser comprendidos” (p.167).

Finalmente, la motivación estudiantil se ve reforzada en ambientes que combinan métodos didácticos tradicionales y concretos. Dado que los estudiantes tengan acceso a diferentes formas de abordar un mismo concepto, pueden elegir el enfoque que mejor se adapte a su estilo de aprendizaje. En última instancia, este enfoque conduce a una mayor autonomía y autoeficacia. Es decir, los estudiantes creen más en su capacidad para abordar y superar los desafíos académicos que se les presentan.

4.4.3 Eficacia del material concreto

La eficacia del material concreto en la enseñanza del espacio tridimensional ha sido destacada en diversos estudios que evidencian mejoras en la comprensión y aplicación de los conceptos

matemáticos. Dichos materiales facilitan que los estudiantes visualicen y experimenten ideas abstractas, lo que favorece su asimilación en comparación con métodos exclusivamente teóricos (Oscoco Solórzano et al., 2019). Los modelos de material diseñados en este estudio, estructuras cúbicas con cuerdas, versiones en madera y alternativas económicas en cartón, también mostraron ser útiles para vincular la teoría con la práctica, al posibilitar la representación tangible de puntos, planos y vectores. En esta misma línea, Herrera Román y Campana Concha (2023) sostienen que cuantos más materiales manipulables disponga el estudiante, mayores serán sus posibilidades para representar información y llegar a soluciones.

Además, la eficacia del material concreto se refleja no solo en la comprensión conceptual, sino también en la retención a largo plazo del conocimiento adquirido. Al involucrar múltiples sentidos en el proceso de aprendizaje (visión, tacto, etc.), los estudiantes son capaces de recordar con mayor claridad los conceptos discutidos en clase, especialmente en la infancia de los niños, ya que Ramírez et al. (2019) considera que el material didáctico proporciona a la infancia la posibilidad de experimentar y desarrollar los sentidos de acuerdo con su interés. Este aspecto multisensorial del material concreto se ha señalado como uno de sus mayores beneficios, ya que fortalece la memoria del estudiante y mejora su capacidad para aplicar el conocimiento en diferentes contextos académicos.

Otra dimensión de la eficacia del material concreto es su versatilidad en función de los estilos de aprendizaje. Lo que alude a que en la literatura algunos estudiantes prefieren el kinestésico, pues requieren manipular y experimentar para realmente entender algo. El material concreto hace justicia a esta necesidad brindándoles este espacio, en vez de depender exclusivamente del apoyo visual y auditivo. Por lo tanto, es más inclusivo y abarca los diferentes modos de procesar la información. Yaqueno Ortega et al. (2018) menciona “las estrategias de enseñanza y aprendizaje con materiales didácticos facilitan procesamientos más profundos de la información, promueven la adquisición del conocimiento, permiten recordar y afianzar habilidades, solucionar problemas y comparar el nuevo conocimiento con los previos” (p. 22). Con esto, se puede afirmar que el material didáctico permite el refuerzo y adquisición de todo tipo de habilidades por parte de las personas.

Finalmente, la eficacia del material concreto se mide términos de versatilidad que se obtiene con el uso de los materiales. Con el concreto, un maestro puede adaptar fácilmente su uso para todos los niveles de complejidad desde los simples materiales representacionales hasta los modelos más complicados, que desafiarán a los estudiantes de nivel superior. La posibilidad de ajustar los enfoques a nivel de clase a la capacidad del estudiante es una gran ventaja. Con respecto a esto, Navas Franco et al. (2024) menciona “A través de la personalización, se intenta que cada estudiante reciba una educación que se ajuste a su manera única de aprender, fomentando así un mayor compromiso y mejores resultados académicos” (p. 808). En general, a la luz del aprendizaje tridimensional, el concreto es una excelente manera de mejorar la comprensión y el rendimiento de los estudiantes y, por lo tanto, es superior a la enseñanza tradicional en los campos mencionado.

4.4.4 Limitaciones del material concreto

Aunque el material concreto ha demostrado ser eficaz en la enseñanza del espacio tridimensional, la literatura revisada también señala varias limitaciones asociadas con su uso en el aula. Una de las principales limitaciones es la disponibilidad de recursos. No todas las instituciones educativas cuentan con materiales concretos suficientes o de calidad adecuada, lo que puede limitar su uso regular en el proceso de enseñanza. La falta de recursos económicos o apoyo institucional para adquirir y mantener estos materiales puede hacer que los docentes recurran a métodos tradicionales, pese a conocer las ventajas pedagógicas del material concreto. “Los argumentos han persistido, sin embargo, en cuanto a si las herramientas comunes de la vida diaria podrían ser mejores que los materiales educativos, y si, en realidad, todos los materiales de este tipo podrían hacer más daño que bien” (Maldonado Pincay y Bucaran Intriago, 2022). Este planteamiento invita a reflexionar sobre la necesidad de equilibrar la funcionalidad de los materiales didácticos con su contextualización en la realidad cotidiana de los estudiantes, evitando que su uso se convierta en una barrera en lugar de una herramienta facilitadora del aprendizaje.

Una limitación adicional importante que destaca la literatura es la falta de formación y capacitación docente en el uso efectivo de material concreto. Muchos docentes no reciben la formación nece-

saría para prepararse adecuadamente y efectuar el material en sus actividades diarias, lo que reduce las posibilidades de aprendizaje de los estudiantes. Sin la capacitación adecuada, el uso de material concreto puede volverse superficial o abusivo, perdiendo su función didáctica. “Los docentes conocen la importancia del material didáctico; sin embargo, carecen de elementos para llevarlo a la práctica y el uso de material didáctico es fundamental en el proceso de aprendizaje significativo de los niños” (Manrique Orozco y Gallego Henao, 2013, p. 101). Además, la resistencia al cambio hacia los métodos de enseñanza más innovadores es a veces un factor en la enseñanza tradicional; los docentes se sienten más cómodos con los métodos tradicionales debido a la facilidad de aplicación y la familiaridad.

Un desafío adicional del material concreto son cuestiones relacionadas con el tiempo y la planificación. La preparación de actividades con material conlleva una planificación mucho más extensa para actividades conlleva una planificación mucho más extensa que una clase normal. “La naturaleza, los usos y la cantidad de información presente en las representaciones visuales son fuertes condicionantes en la apropiación del conocimiento científico y deben ser considerados como elementos de absoluta relevancia en el entorno de aprendizaje” (Idoyaga et al., 2020, p. 204). El uso que se le dé a una materia didáctica debe ser óptimo, de forma que la información y el conocimiento que se busque entregar al estudiante mediante su uso sea la adecuada dependiendo de su nivel de progreso, siendo responsabilidad total del docente que este aspecto se cumpla.

Asimismo, la literatura identifica una limitación relacionada con la adaptabilidad del material concreto a diferentes conceptos y niveles educativos. Aunque es excelente para representar conceptos básicos y tangibles, puede resultar insuficiente para explicar temas más abstractos o avanzados que no tienen una representación física clara. “La sencillez del material se traduce en una desventaja, especialmente en cuanto a la precisión de los datos que se recolectan; además, en ocasiones el montaje experimental y la toma de datos son dispendiosos” (Niño Vega y Fernández Morales, 2019). En estos casos, es necesario complementar el material concreto con otros métodos, como simulaciones digitales o enfoques teóricos, para cubrir adecuadamente el espectro completo del contenido.

El uso de material didáctico enfrenta desafíos no solo en su implementación, sino también en la falta de evaluación rigurosa que permita determinar su verdadero impacto en el aprendizaje. En este tema, Bellatti y Sabido Codina (2021) mencionan que

la superproducción de materiales, y la escasez de conocimiento sobre su eficacia, funcionalidad y viabilidad, reflejan la realidad de dispersión informativa que estamos viviendo y a la cual nos estamos acostumbrado sin ser del todo conscientes de que un nuevo espacio cultural, o, mejor dicho, hipercultural, se ha constituido a nuestro pesar (p. 89).

Esta situación subraya la necesidad de un enfoque sistemático que priorice tanto la calidad como la adaptabilidad de los materiales al contexto educativo específico.

5. CONCLUSIONES

El presente estudio permitió diseñar y fundamentar teóricamente tres propuestas de material didáctico concreto orientadas a la enseñanza del espacio tridimensional en matemática, a partir de un análisis documental de la literatura especializada. Desde un enfoque teórico-descriptivo, los resultados evidencian que la construcción de modelos tridimensionales manipulables constituye una estrategia didáctica pertinente para apoyar la visualización de conceptos abstractos como puntos, planos y vectores en el espacio.

El análisis de la literatura revisada pone de manifiesto que los materiales didácticos concretos son recurrentemente asociados con procesos de aprendizaje significativo, motivación estudiantil y desarrollo de la representación espacial, lo cual respalda conceptualmente la relevancia de las propuestas diseñadas en este estudio. En este sentido, los materiales presentados no se conciben como instrumentos de evaluación del aprendizaje, sino como recursos pedagógicos fundamentados, alineados con enfoques constructivistas y con las necesidades de la enseñanza de la geometría espacial.

Como se mencionó, estos factores son especialmente clave en la enseñanza de materias que se consideran difíciles y abstractas. Por lo tanto, según los resultados de la investigación, los materiales de enseñanza son una herramienta multifacé-

tica adecuada para varios estilos de aprendizaje con un impacto sobresaliente en los estudiantes de orientación cinética. Además, tal implementación puede aumentar la retención a largo plazo del conocimiento y mejorar las capacidades relacionadas como el razonamiento lógico y la solución de problemas.

A pesar de ello, la eficacia de los materiales concretos dependerá de una planificación adecuada y del nivel de compromiso del profesor en el proceso. No obstante, a pesar de sus beneficios, el estudio apunta a varias limitaciones significativas, como la falta de recursos financieros, el acceso desigual a los materiales concretos o la falta de capacitación en servicio de los docentes. En consecuencia, no es fácil implementar las estrategias innovadoras en las aulas, lo que, a su vez, destaca la necesidad de las políticas educativas que apuntan a la inversión en los recursos didácticos y programas de capacitación docente.

Por lo tanto, para abordar todos los desafíos anteriores, se debe utilizar una variedad de métodos y tecnologías. Por lo tanto, en nuestra opinión, el material didáctico concreto en matemática es un paso clave hacia una enseñanza más efectiva y de apoyo de materias abstractas. Y, al igual que cualquier innovación, su éxito depende solo de la voluntad y la responsabilidad de las partes que toman decisiones. Los enfoques con una visión holística y sistemática de las posibilidades de nuevos enfoques pueden cambiar completamente nuestra percepción de las disciplinas antedichas, lo que refleja el nivel de estrés y maximiza las notas de los estudiantes actuales.

6. REFERENCIAS

- Andrea Ramírez, P., Cabezas Guzmán, V., Rodríguez, A., y Acero, M. (2019). El material didáctico potencia la enseñanza de los docentes en formación participantes de la estrategia itinerante Aula Móvil. *Centro Sur*, 3(2). <https://portal.amelica.org/ameli/journal/384/3841575005/html/>
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215–241. <https://doi.org/10.1023/A:1024312321077>
- Veloz Hidalgo, P. (2022). Material concreto en la enseñanza de la Matemática. [Tesis de Maestría]. Universidad Tecnológica Indoamérica. <https://hdl.handle.net/20.500.14809/2798>
- Bellatti, I., y Sabido, J. (2021). Materiales didácticos para la formación ciudadana en aulas de educación secundaria obligatoria. *Pedagogía Social. Revista Interuniversitaria*, 39, 87-102. <https://doi.org/10.7179/PSRI.2021.39.06>
- Caamaño, R. M., Cuenca, D. T., Romero, A. S., y Aguilar, N. L. (2021). Uso de materiales didácticos en la escuela “Galo Plaza Lasso” de Machala: estudio de caso. *Revista Universidad y Sociedad*, 12(2), 318-329. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202021000200318&lng=es&tlng=es
- Cajamarca, R. (2023). Material didáctico y logros de aprendizajes en matemática de los estudiantes de una unidad educativa de Riobamba. [Tesis de maestría]. Universidad César Vallejo, Piura. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/106916>
- Corpus, M. (2022). Uso de material concreto para la enseñanza - aprendizaje de la matemática en el nivel de educación secundaria. [Tesis de licenciatura]. Universidad Nacional del Santa.
- Diego-Mantecón, J., Haro, E., Blanco, T. F., y Romo-Vázquez, A. (2021). The chimera of the competency-based approach to teaching mathematics: a study of carpentry purchases for home projects. *Educ Stud Math*, 107, 339–357. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10032-5>
- Enrique Duarte, J., Niño Vega, J. A., y Fernández Morales, F. H. (2022). Simulando y resolviendo la teoría voy comprendiendo: una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la física. *Revista Redipe*, 11(1), 158-173. <https://doi.org/10.36260/rbr.v11i1.1634>
- Gutiérrez Uribe, J. E. (2022). Modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables. *Revista Redipe*, 11(3), 182-194. <https://doi.org/10.36260/rbr.v11i3.1715>

- Herrera Román, I. L., y Campana Concha, A. R. (2023). Uso de Materiales Concretos y Resolución de Problemas Aditivos de Cambio en Estudiantes del 1er Grado de una Institución Educativa Primaria, Ugel 04 – Lima. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(6), 3344-3353. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i6.8921
- Idoyaga, I., Moya, N., Maeyoshimoto, J., y Lorenzo, G. (2020). Una propuesta metodológica para el estudio de las representaciones visuales en los materiales didácticos de física. *Revista De Enseñanza De La Física*, 32, 199-205. <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/30994>
- Kale, A., Kay, M., y Hullman, J. (2021). Visual Reasoning Strategies for Effect Size Judgments and Decisions. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 27(2), 272-282. <https://doi.org/10.1109/TVCG.2020.3030335>
- Leal Aragón, L. (2020). Producción de recursos didácticos para el aula de matemáticas de Secundaria con realidad aumentada. *Innovación Educativa* (30), 185-198. <https://doi.org/10.15304/ie.30.6905>
- Maldonado Pincay, K. A., y Bucaran Intriago, C. T. (2022). Estrategia para el uso de materiales didácticos en el aprendizaje de las matemáticas en la educación. *Polo del conocimiento*, 7(10), 1955-1973. <https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/4823>
- Manrique Orozco, A. M., y Gallego Henao, A. M. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*, 4(1), 101-108.
- Meza Mendoza, M. A., Loo Lino, B., y Vega Intriago, J. O. (2024). Los materiales didácticos innovadores en el desarrollo de las destrezas en la asignatura de Lengua y Literatura. *Revista Científica Arbitrada De Investigación En Comunicación, Marketing Y Empresa REICOMUNICAR*, 8(13), 16-39. <https://reicomunicar.org/index.php/reicomunicar/article/view/199>
- Navas Franco, L., Ortiz Carrasco, W., Cabrera Urbina, E., y Orna Quintanilla, K. (2024). Efectividad de los Materiales Educativos en la Personalización del Aprendizaje. *593 Digital Publisher CEIT*, 9(5), 805-817. <https://doi.org/10.33386/593dp.2024.5.2688>
- Niño Vega, J. A., y Fernández Morales, F. (2019). Una mirada a la enseñanza de conceptos científicos y tecnológicos a través del material didáctico utilizado. *Revista Espacios*, 40(15). <https://www.revistaespacios.com/a19v40n15/a19v40n15p04.pdf>
- Oscoco Solórzano, R., Salome Villarreal, N., Vilca Lluncho, W., y Olivares Zegarra, S. (2019). Los materiales didácticos y el aprendizaje de la matemática. *Educa UMCH. Revista sobre Educación y Sociedad*, 14(1), 5-22. <https://doi.org/10.35756/educaumch.v0i14.104>
- Pliego Pastrana, P., Rondero Guerrero, C., Tetlalmatzi Montiel, M., y Castillo Gálvez, A. M. (2022). Articulación de saberes matemáticos en el álgebra: Transición de lo concreto a lo abstracto. *Pädi Boletín Científico De Ciencias Básicas E Ingenierías Del ICBI*, 10(Especial), 127-133. <https://doi.org/10.29057/icbi.v10iEspecial.8324>
- Real Torres, C. (2019). Materiales Didácticos Digitales: un recurso innovador en la docencia. *3C TIC. Cuadernos de desarrollo aplicados a las TIC*, 8(2), 12-27. <https://doi.org/10.17993/3ctic.2019.82.12-27>
- Revelo, S. L., y Yáñez, N. (2023). Material concreto y su importancia en el fortalecimiento de la matemática: una revisión documental. *MENTOR. Revista de Investigación Educativa y Deportiva*, 2(4), 69-87. <https://doi.org/10.56200/mried.v2i4.5304>
- Ruesta Quiroz, R. G., y Gejaño Ramos, C. V. (2022). Importancia del material concreto en el aprendizaje. *Revista Franz Tamayo*, 4(9), 94-108. <https://www.re-dalyc.org/pdf/7605/760579086006.pdf>
- Tomalá Pozo, G. Á. (2022). Material didáctico concreto en el aprendizaje significativo de geometría en estudiantes de tercer grado. *Revista Ciencias Pedagógicas e Innovación*, 10(2), 23-31. <https://doi.org/10.26423/rcpi.v10i2.610>
- Vásquez Escudero, P. (2019). Material didáctico, facilitador en el desarrollo de competencias básicas en el área de Matemáticas. [Tesis de maestría]. Universidad Nacional de Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/75654>
- Vizcaíno Zúñiga, P. I., Cedeño Cedeño, R. J., y Maldonado Palacios, I. A. (2023). Metodología de la investigación científica: guía práctica. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(4), 9723-9762. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i4.7658
- Yaqueno Ortega, A. R., Luna Cabrera, G. C., y Fernel Leonel, H. (2018). Eficacia del material didáctico 'agroforestería' para agricultores de tres zonas del departamento de Nariño. *Luna Azul* (47), 21-35. <https://doi.org/10.17151/luaz.2019.47.2>

EXPLORANDO LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN DISTINTOS PAÍSES

Entrevista a Soledad Estrella, presidenta de la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM)¹

Sebastian Schorcht

General

Estimada Soledad, muchas gracias por tu disposición para contarnos sobre SOCHIEM, especialmente considerando que este año PME 48 se realiza en Chile. ¿Podría contarnos cómo está organizada la comunidad de investigación en Educación Matemática en su país?

En Chile, la comunidad de investigación en Educación Matemática se estructura en torno a la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM), fundada en 1982 y constituida legalmente en 1991. SOCHIEM actúa como un eje central de investigación y difusión en el área, con una fuerte presencia nacional y vínculos internacionales. Cada dos años, los socios de SOCHIEM eligen al equipo directivo entrante, compuesto por nueve integrantes que representan a educadores matemáticos de distintas regiones del país. Cuatro de ellos conforman el Directorio Ejecutivo (Presidencia, Vicepresidencia, Secretaría y Tesorería), mientras que los cinco restantes se desempeñan como directores. Esta estructura se rige por estatutos actualizados y ratificados en 2023.

SOCHIEM funciona como una comunidad profesional que reúne a docentes, formadores de profesores, investigadores y estudiantes en formación inicial involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Su misión es contribuir al desarrollo de la Educación Matemática como disciplina, abordando fenómenos asociados a la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática escolar en todos los niveles del sistema educativo nacional.

EQUIPO SOCHIEM



PRESIDENTA
Soledad Estrella
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso



VICEPRESIDENTE
Sergio Morales
Universidad de Concepción



SECRETARIA
Nielka Rojas
Universidad Católica del Norte



TESORERA
Guadalupe Lugo
Universidad de Los Lagos



DIRECTORA
Paola Ramírez
Universidad Católica del Maule



DIRECTORA
Noemí Pizarro
U. Metropolitana de Ciencias de la Educación



DIRECTOR
Hugo Alvarado
Universidad Católica de la Santísima Concepción



DIRECTOR
Apolo Coba
Liceo Benjamin Vicuña Mackenna



DIRECTOR
Juan José Núñez
Universidad Arturo Prat

The Team for SOCHIEM in 2025 (@SOCHIEM)

¹La presente entrevista es una traducción autorizada en el marco de la licencia CC BY-SA del texto original publicado en Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. La traducción respeta fielmente el contenido y el sentido original del texto; y está disponible en <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/1317>

ENFOQUES DE INVESTIGACIÓN Y ÁREAS DE INTERÉS

¿Existen temas o problemáticas que estén particularmente en el foco de la investigación en Educación Matemática en su país?

Sí, Chile cuenta con una comunidad de investigación activa y diversa que trabaja en distintos niveles educativos. Entre las principales áreas de interés se encuentran la formación inicial y continua del profesorado, la resolución de problemas, la modelación matemática, la integración de tecnologías digitales, la argumentación y la demostración en el aula, y el desarrollo del pensamiento matemático. En los últimos años, debido al aumento de la inmigración, la investigación también se ha expandido hacia temáticas como justicia social, interculturalidad, discurso matemático y pensamiento crítico.

¿Qué desafíos enfrenta la comunidad de investigación en Educación Matemática en su país?

Persisten varios desafíos. Uno de los más relevantes es la necesidad de una mayor articulación entre la investigación, las escuelas y las universidades, así como una mejor alineación entre las políticas públicas y las prácticas educativas. Esta articulación es clave para asegurar que los resultados de investigación tengan un impacto significativo en las prácticas de enseñanza y en los aprendizajes de los estudiantes. Otro desafío importante es la descentralización del conocimiento: si bien SOCHIEM ha trabajado activamente para vincular a las comunidades regionales a lo largo de Chile, aún se requiere promover una colaboración más profunda entre instituciones a nivel nacional.

¿Cómo se organiza la colaboración entre investigadores en Educación Matemática y docentes para implementar los resultados de investigación en la práctica?

SOCHIEM organiza y apoya diversas actividades orientadas a fomentar la investigación y el desarrollo profesional en Educación Matemática. Destacan los Congresos Nacionales y Regionales de Educación Matemática, que reúnen a cientos de profesionales (docentes en ejercicio y estudiantes en formación) junto a académicos nacionales e internacionales (investigadores y estudiantes de

posgrado) para compartir experiencias y avances en el área.

Asimismo, la Revista Chilena de Educación Matemática (RECHIEM), revista arbitrada e indexada, constituye una plataforma para la difusión de investigaciones, propuestas didácticas e innovaciones de aula en Educación Matemática.

Perspectivas y colaboraciones internacionales

¿En qué medida las tendencias y discusiones internacionales influyen en la Educación Matemática en su país?

Chile es reconocido como uno de los países líderes en investigación en Educación Matemática en América Latina. La promoción de la investigación forma parte de una política nacional sostenida, liderada por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID), que financia proyectos científicos individuales y colaborativos orientados a fortalecer la formación docente, la innovación pedagógica y la generación de conocimiento relevante para el sistema educativo.

Muchos grupos de investigación chilenos participan activamente en eventos internacionales como el International Congress on Mathematical Education (ICME) –con más de 60 investigadores chilenos en la edición 2024 realizada en Australia–, el International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), que se realizará en Chile en 2025 (por segunda vez en América Latina), el Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) y la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI). Este compromiso internacional ha permitido la incorporación, a nivel local, de diversas perspectivas teóricas y prácticas, como la Teoría de las Situaciones Didácticas, la modelación matemática (Aravena, 2017), la etnomatemática, el aprendizaje basado en problemas (Saadati et al., 2023), el Lesson Study (Estrella et al., 2018; Isoda y Olfos, 2021), la educación estadística temprana y la argumentación en el aula (Solar et al., 2025).

Además, documentos internacionales influyentes –como los informes PISA, los grupos de trabajo de ICME, las recomendaciones GAISE para la estadística y los estándares del NCTM– han incidido significativamente tanto en la investigación como en la formación docente. No obstante, en Chile existe también un fuerte compromiso por desarrollar un enfoque situado, crítico y sensible al con-

texto, que articule las tendencias globales con las necesidades educativas nacionales y las realidades socioculturales locales. SOCHIEM promueve activamente este diálogo entre lo global y lo local, impulsando una comunidad de investigación que se nutre del conocimiento internacional y, a la vez, aporta ideas y propuestas originales a los debates globales.

POLÍTICA Y PRÁCTICA EDUCATIVA

¿Qué rol cumple la investigación en Educación Matemática en la definición de políticas educativas y curriculares en su país?

En Chile, la investigación en Educación Matemática está influyendo de manera creciente en las políticas educativas y en el diseño curricular, aunque persisten desafíos para lograr una alineación sistemática con la toma de decisiones a nivel nacional. Por ejemplo, en 2024 un grupo de trabajo de SOCHIEM elaboró un informe crítico en el marco de la revisión nacional de los estándares de la formación docente.

Desde abril de 2024, el Ministerio de Educación incorporó oficialmente la Semana Nacional de la Matemática en el calendario escolar, una iniciativa promovida durante años por SOCHIEM y que hoy se desarrolla en colaboración con la Sociedad Chilena de Matemática (SOMACHI) y nuestra comunidad. Esta iniciativa busca fomentar el interés por la matemática en todos los niveles educativos y destacar su rol en la alfabetización científica y ciudadana, con difusión a través del sitio web de SOCHIEM y su boletín semestral.

¿Existen programas o iniciativas específicas orientadas a la formación y al desarrollo profesional docente en Matemática?

Sí. En Chile existen diversas iniciativas gubernamentales y universitarias orientadas a la formación y al desarrollo profesional de profesores de matemática, en coherencia con políticas públicas que buscan mejorar la calidad de la enseñanza y fortalecer las capacidades pedagógicas en esta área curricular clave. Destacan los programas impulsados por el Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP) del Ministerio de Educación, que incluyen cursos y trayectorias de desarrollo profesional

centradas tanto en el contenido como en la didáctica.

Los recientemente actualizados Estándares Orientadores para la Formación Inicial Docente en Matemática constituyen un referente nacional para los programas de formación. A nivel universitario, las instituciones ofrecen formación continua, diplomados y programas de posgrado (magíster y doctorado) en Educación Matemática, muchos de ellos con enfoques situados en la práctica docente, el uso de tecnologías digitales, la resolución de problemas, la Educación Matemática escolar o las perspectivas de género. Varios de estos programas cuentan con financiamiento de ANID, reforzando el vínculo entre investigación, formación docente e innovación pedagógica. SOCHIEM, además, organiza anualmente talleres y jornadas sobre formación docente en el marco de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática.

¿Qué desafíos particulares deberá enfrentar la política educativa en su país en los próximos años?

En los próximos años, la política educativa chilena enfrentará desafíos críticos para garantizar que el sistema sea inclusivo y asegure trayectorias de aprendizaje matemático equitativas para todos los estudiantes. Entre ellos, la reducción de las brechas de aprendizaje –acentuadas por la pandemia y más marcadas en estudiantes de contextos vulnerables– es una prioridad central, tal como lo evidencian las evaluaciones nacionales (4º, 6º, 8º básico y 2º medio) y las pruebas internacionales como PISA y TIMSS.

Asimismo, resulta fundamental fortalecer la formación inicial y continua del profesorado, especialmente en áreas interdisciplinarias como matemática, ciencias y tecnología. Lograr una mayor coherencia entre investigación educativa, políticas públicas y práctica de aula sigue siendo un objetivo central, de modo que las decisiones curriculares, de evaluación y de formación docente se sustenten en evidencia sensible al contexto.

¿Podría describir cómo se organiza la formación docente y el sistema escolar en su país?

En Chile, la formación inicial docente es impartida por instituciones de educación superior acreditadas y debe cumplir con estándares nacionales

establecidos por la Comisión Nacional de Acreditación (CNA) y el Ministerio de Educación. Desde 2016, la Ley 20.903 establece mayores exigencias de ingreso, prácticas progresivas, vínculos con establecimientos escolares y evaluaciones diagnósticas al inicio y al término de cada programa.

El desarrollo profesional docente es apoyado por el CPEIP a través de programas reconocidos y gratuitos, en el marco de la carrera profesional docente. El sistema escolar chileno comprende tres niveles: Educación Parvularia (siendo obligatorio el nivel de kínder), Educación Básica (1° a 8° año) y Educación Media (1° a 4° año). El sistema es administrado por sostenedores públicos (municipios y Servicios Locales de Educación) y privados (subvencionados o particulares pagados). La educación es obligatoria desde kínder hasta 4° medio. El currículum es definido centralmente por el Ministerio de Educación, que además establece los estándares de aprendizaje y aplica evaluaciones estandarizadas anuales en matemática.

PERSPECTIVAS FUTURAS

¿Qué tendencias o desarrollos considera especialmente prometedores o relevantes para el futuro de la Educación Matemática en su país?

Una tendencia particularmente prometedora es el creciente interés por integrar la Educación Matemática con el pensamiento crítico, la formación ciudadana y los contextos sociales y culturales de los estudiantes. Esto incluye la expansión del uso de tecnologías digitales para el aprendizaje de la Matemática desde los primeros niveles, así como la incorporación del pensamiento computacional y estadístico en un contexto cada vez más marcado por la inteligencia artificial y el big data.

Finalmente, mirando hacia el futuro, ¿qué iniciativas o cambios considera que tendrían mayor impacto en la mejora de la investigación y la práctica en Educación Matemática en su país?

Para seguir avanzando en la investigación y la práctica en Educación Matemática en Chile, es fundamental fortalecer la colaboración entre universidades, escuelas y centros de investigación, de modo que el conocimiento generado incida de manera significativa en la formación docente, las políticas públicas y la práctica de aula, desde la

educación inicial hasta la educación universitaria. Asimismo, resulta necesario promover comunidades profesionales de aprendizaje, como el Lesson Study, que favorezcan el diálogo y la construcción compartida de conocimiento entre investigadores, formadores de profesores, docentes en ejercicio y estudiantes en formación. Estas comunidades permiten reconocer y desarrollar conocimiento pedagógico arraigado en la doble disciplina de la Matemática y la Educación Matemática.

WEBSITES

Revista Chilena de Educación Matemática

www.sochiem.cl/revista-rechiem/index.php/rechiem

Sociedad Chilena de Educación Matemática

www.sochiem.cl

Boletines anuales de SOCHIEM

www.sochiem.cl/category/boletines

REFERENCIAS

Aravena, M. (2016). Modelación Matemática en Chile. Gedisa. Primera edición. Vol. 1, pp. 195–233. Universidad Austral de Chile. Facultad de Filosofía y Humanidades.

Estrella, S., Mena-Lorca, A., & Olfos, R. (2018). Lesson study in Chile: a very promising but still uncertain path. In M. Quaresma, C. Winslow, S. Clivaz, J. da Ponte, A. N. Shilleabhain, and A. Takahashi (Eds.), *Mathematics lesson study around the world: Theoretical and methodological issues*, (pp. 105–122). Springer.

Isoda, M., & Olfos, R. (2021). Teaching multiplication with lesson study: Japanese and Ibero-American theories for international mathematics education. Springer.

Saadati, F., Chandia, E., Cerda, G., & Felmer, P. (2023). Self-efficacy, practices, and their relationships; the impact of a professional development program for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 26, 1–22. <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09523-2>

Solar, H., Gómez Zaccarelli, F., Martínez, M. V., Ortiz, A., Arriagada, V., & Mursell, K. (2025). Teacher leaders' noticing of argumentative orchestration. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1–29. <https://doi.org/10.1007/s10857-025-09690-6>

Soledad Estrella

Presidenta de SOCHIEM

soledad.estrella@pucv.cl

VOLÚMEN 17
Nº3
DICIEMBRE 2025

R
E
C
H
I
E
M

REVISTA
CHILENA DE
EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

